UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Devoir n°1

Par

Lenny SIEMENI TCHOKOTE

Julien KIANG

Baccalauréat Informatique

Faculté des arts et des sciences
Département d'Informatique et Recherche Opérationnelle

Travail présenté à Alena Tsikhanovich

Dans le cadre du cours IFT1227
Architecture des Ordinateurs

Février 2018

Exercice 1 : Réduction de la fonction logique F en utilisant la méthode de Quine -McCluskey.
Étape 1 : D’après l’expression $F(a, b, c, d, e) = \sum(0,5,7,8,16,17,18,29,30) + \sum_d(1,2,3,10,20,21,31)$ on en déduit la table de vérité non simplifiée suivante

	a	b	c	d	e	F
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	d
2	0	0	0	1	0	d
3	0	0	0	1	1	1
4	0	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	1
6	0	0	1	1	0	1
7	0	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	d
11	0	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0
13	0	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	1
16	1	0	0	0	0	1
17	1	0	0	0	1	1
18	1	0	0	1	0	1
19	1	0	0	1	1	0
20	1	0	1	0	0	d
21	1	0	1	0	1	d
22	1	0	1	1	0	0
23	1	0	1	1	1	0
24	1	1	0	0	0	0
25	1	1	0	0	1	0
26	1	1	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	0
28	1	1	1	0	0	0
29	1	1	1	0	1	1
30	1	1	1	1	0	1
31	1	1	1	1	1	d

Étape 2 : On regroupe les minterms pour lequels $F \neq 0$. Les « d » sont considérés comme nuls

a	b	c	d	e
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0
1	1	1	1	1

Étape 3 : On formalise notre tableau, regroupe et classent les minterms par ordre décroissant de zéros.

a	b	c	d	e
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
0	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0
1	1	1	1	1

Étape 4 : On va maintenant regrouper déterminer les paires de groupes adjacents qui diffèrent d'un seul bit. On écrira cette différence par un « _ ». De plus, on marques les minterms si ils sont premiers ou non, c'est-à-dire si on ne trouve aucune autre similarité (à la différence d'un bit près) avec les minterms de la liste précédente. On obtient :

a	b	c	d	e	(*) si premier
0	0	0	0	_	
0	0	0	_	0	
0	_	0	0	0	*
_	0	0	0	0	
0	0	0	_	1	
0	0	_	0	1	
_	0	0	0	1	
0	0	0	1	_	
0	1	0	_	0	
1	0	0	0	_	
1	0	0	_	0	
1	0	_	0	0	
0	0	_	1	1	
0	0	1	_	1	
1	0	_	0	1	
1	_	1	0	1	*
1	1	1	_	1	*
1	1	1	1	_	*

Les minterms deviennent alors des implicants, puisque on ne considère pas tous les input possibles.

Étape 5 : On réitère la méthode appliquée précédemment en copiant en plus les implicants premiers trouvés dans le tableau précédent.

a	b	c	d	e	(*) si premier
0	0	0	_	_	*
_	0	0	0	_	*
0	_	0	_	0	*
_	0	0	_	0	*
0	0	_	_	1	*
_	0	_	1		*
1	0	_	0	_	*

Étape 6 : Puisque tous les implicants issus du premier tableau sont premiers, on les regroupe tous ensemble dans un tableau. On regarde ensuite si chaque implicant premier peut couvrir les minterms pour lequels $F = 1$

Implicants premiers	**Minterms**								
	00000	00101	00111	01000	10000	10001	10100	11101	11110
0_000	✓			✓					
1_101								✓	
111_1								✓	
1111_									✓
000_ _	✓								
_000_	✓				✓	✓			
0_0_0	✓			✓					
_00_0	✓				✓				
00_ _1		✓	✓						
_0_01		✓				✓			
10_0_					✓	✓	✓		

Une fois de plus, on garde les implicants premiers, puisque ceux-ci sont nécessaire pour couvrir les entrées qui sont uniques.

Étape 7 : On les regroupe

Ensemble Eligible	**Minterms**		
	00111	10100	11110
X : 00__1	✓		
Y : 10_0_		✓	
Z: 1111_			✓

Enfin on en déduit la formule de réduction finale de la fonction F qui est

$$F = \bar{A}\bar{B}CDE + A\bar{B}C\bar{D}\bar{E} + ABCD\bar{E}$$

Exercice 2:

a) Avant de concevoir la table de vérité de V, nous devons traduire l'énoncé pour le retranscrire dans la table de vérité :

   Nous avons 5 actionnaires. Deux états possibles, 1 ou 0 (OUI ou NON). La résolution est adoptée si la moyenne des valeurs dévotes est supérieure à 50% + 1 de la valeur totale du poids de chaque actionnaire dans le vote. En d'autre termes V vaudra 1 si et seulement si $\frac{A+B+C+D+E}{2} \geq 197 + 1$. On peut alors tracer la table de vérité :

A	B	C	D	E	V
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1

b) On en déduit les tables de Karnaugh suivantes :

CDE \ AB	00	01	11	10
000				
001			1	
011		1	1	1
010			1	

CDE \ AB	00	01	11	10
100				
101		1	1	1
111	1	1	1	1
110		1	1	1

Ainsi que l'expression simplifiée :

$$F = AB\bar{C}E + A\bar{C}DE + AB\bar{C}D + B\bar{C}DE + \bar{A}CDE + BCE + ACE + ACD + BCD$$