〈알고리즘 실습〉 - 최단경로

※ 입출력에 대한 안내

- 특별한 언급이 없으면 문제의 조건에 맞지 않는 입력은 입력되지 않는다고 가정하라.
- 특별한 언급이 없으면, 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에는 공백을 출력하지 않는다.
- 출력 예시에서 □는 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에 출력되는 공백을 의미한다.
- 입출력 예시에서 ↦ 이 후는 각 입력과 출력에 대한 설명이다.

주의:

1) 프로그램 작성 시 사용 **데이터구조**의 **간편성**과 **효율성**은 모두 중요하다. 이 점에서 문제해결을 위해 사용한 데이터구조가 최선의 선택인지 여부는 채점 시 평가에 고려될 수 있다.

2) 예를 들어 그래프 알고리즘 구현 시, 그래프의 **인접 정보**(즉, 부착간선리스트 또는 인접행렬) 없이도 수행 가능한 문제라고 판단되면 교재 **13.4**절의 **간선리스트 구조**로 그래프를 **간편하게** 구현할 것을 우선적으로 고려하라. 그렇지 않고, **인접 정보**가 있어야 수행한다고 판단되면 **인접리스트 구조** 또는 **인접행렬 구조** 중에 해당 문제 해결에 **효율성** 면에서 유리하다고 판단되는 것을 선택하여 구현하라.

[문제 1] **(무방향 양의 가중그래프에서 최단거리 찾기)** 무방향 양의 가중그래프(undirected weighted graph) **G**와 출발정점이 주어지면, 출발정점에서 다른 모든 정점으로 가는 **최단거리**를 구하는 프로그램을 작성하라.

입력 그래프의 성질:

- **n**(**1** ≤ **n** ≤ **100**)개의 정점과 **m**(**1** ≤ **m** ≤ **1,000**)개의 간선으로 구성.
- 정점은 **1** ~ **n** 사이의 정수로 번호가 매겨져 있고, 정점의 번호는 모두 다름.
- 모든 간선은 **무방향간선**이다.

입출력:

- 입력
  - 첫 줄에 정점의 개수 **n**, 간선의 개수 **m**, 출발정점 번호 **s**가 주어진다.
  - 이후 **m**개의 줄에 한 줄에 하나씩 간선의 정보(간선의 양 끝 정점 번호, 무게)가 주어진다. 최대로 가능한 가중치는 **20**을 넘지 않는다고 가정한다.
    간선은 **임의의 순서로 입력되고, 중복 입력되는 간선은 없다**(무방향간선이므로 간선 (**u**, **v**)와 (**v**, **u**)는 동일한 간선으로 취급).

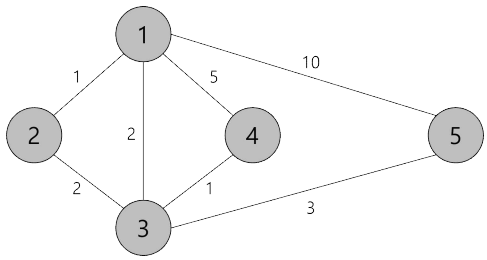
- 출력
  - 출발정점 **s**에서 다른 모든 정점으로의 최단거리를 출력한다. 한 줄에 한 정점과 그 정점까지의 거리를 출력하되, 출력하는 순서는 정점의 번호의 오름차순으로 출력한다. 도달할 수 없는 정점은 출력하지 않는다.

입력 예시 1

```
5 7 1    ↦ n=5, m=7, s=1
1 2 1
1 4 5
5 1 10
3 5 3
4 3 1
3 1 2
2 3 2
```

출력 예시 1

```
2 1
3 2
4 3
5 5
```

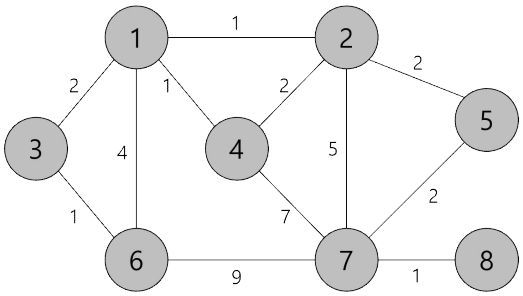


입력 예시 2

```
8 12 7   ↦ n=8, m=12, s=7
1 2 1
2 4 2
4 7 7
3 6 1
6 1 4
7 6 9
7 8 1
1 3 2
2 7 5
1 4 1
2 5 2
7 5 2
```

출력 예시 2

```
1 5
2 4
3 7
4 6
5 2
6 8
8 1
```

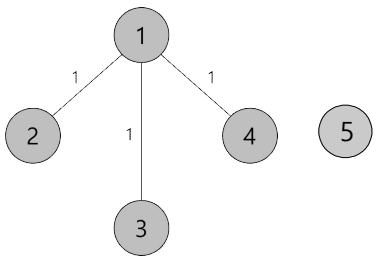


입력 예시 3

```
5 3 2    ↦ n=5, m=3, s=2
1 2 1
1 3 1
1 4 1
```

출력 예시 3

```
1 1
3 2
4 2
```



알고리즘 설계 팁:

```
Alg DijkstraShortestPaths(G, s)
    input a simple undirected weighted graph G with nonnegative edge
          weights, a vertex s of G
    output label d(u), for each vertex u of G, s.t. d(u) is the distance
           from s to u in G

1. for each v ∈ G.vertices()
     d(v) ← ∞
2. d(s)← 0
3. Q ← a priority queue containing all the vertices of G using d labels as
       keys
4. while (!Q.isEmpty())
     {pull a vertex into the sack}
     u ← Q.removeMin()
     for each e ∈ G.incidentEdges(u)
       {relax edge e}
       z ← G.opposite(u, e)
       if (z ∈ Q.elements())
         if (d(u) + w(u, z) < d(z))
           d(z) ← d(u) + w(u, z)
           Q.replaceKey(z, d(z))
```

isEmpty, **removeMin**, **replaceKey** 등 우선순위 큐 관련 알고리즘 설계는 교재 **6**장 힙으로 구현한 우선순위 큐의 내용을 참고할 것.

무한대값(∞) 설정은 최대가중치 × 최대간선 수를 초과하는 충분히 큰 값(예, **30** × **1000** = **30000**)으로 하면 된다.

[문제 2] **(방향 가중그래프에서 최단거리 찾기)** 방향 가중그래프(directed weighted graph) **G**와 출발정점이 주어지면, 출발정점에서 다른 모든 정점으로 가는 **최단거리**를 구하는 프로그램을 작성하라.

입력 그래프의 성질:

- **n**(**1** ≤ **n** ≤ **100**)개의 정점과 **m**(**1** ≤ **m** ≤ **1,000**)개의 간선으로 구성.
- 정점은 **1** ~ **n** 사이의 정수로 번호가 매겨져 있고, 정점의 번호는 모두 다름.
- 모든 간선은 **방향간선**이고, 무게를 가진다(**음의 가중치**도 허용).
- 음의 사이클을 가지는 그래프는 입력되지 않는다고 가정.

입출력:

- 입력
  - 첫 줄에 정점의 개수 **n**, 간선의 개수 **m**, 출발정점 번호 **s**가 주어진다.
  - 이후 **m**개의 줄에 한 줄에 하나씩 간선의 정보(간선의 양끝 정점 번호, 무게)가 주어진다. 가중치의 양의 최대값은 **20**을 넘지 않는다고 가정한다.

- 간선은 **임의의 순서로 입력되고, 중복 입력되는 간선은 없다**(방향간선이므로 간선 (**u**, **v**)와 (**v**, **u**)는 **다른 간선으로** 취급)

○ 출력

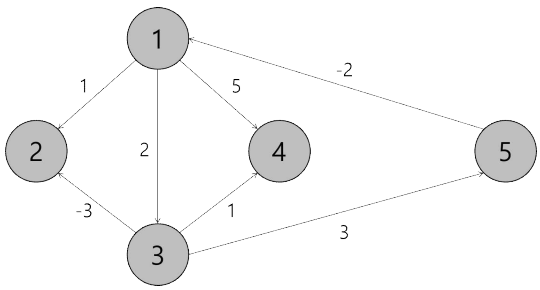
- 출발정점 **s**에서 다른 모든 정점으로의 최단거리를 출력한다. 한 줄에 한 정점과 그 정점까지의 거리를 출력하되, 출력하는 순서는 정점의 번호의 오름차순으로 출력한다. 도달할 수 없는 정점은 출력하지 않는다.

입력 예시 1

```
5 7 1    ↦ n=5, m=7, s=1
1 2 1
1 4 5
5 1 -2
3 5 3
3 4 1
1 3 2
3 2 -3
```

출력 예시 1

```
2 -1
3 2
4 3
5 5
```

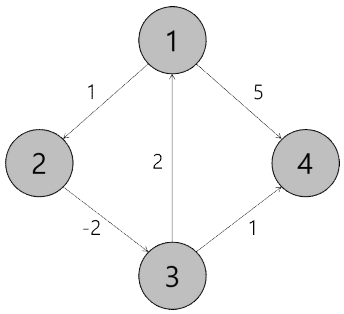


입력 예시 2

```
4 5 1    ↦ n=2, m=2, s=1
1 2 1
2 3 -2
3 1 2
3 4 1
1 4 5
```

출력 예시 2

```
2 1
3 -1
4 0
```



알고리즘 설계 팁:

```
Alg BellmanFordShortestPaths(G, s)
  input a weighted digraph G with n vertices, and a vertex s of G
  output label d(u), for each vertex u of G, s.t. d(u) is the distance from
         s to u in G

1. for each v ∈ G.vertices()
     d(v) ← ∞
2. d(s)← 0
3. for i ← 1 to n - 1
     for each e ∈ G.edges()
       {relax edge e}
       u ← G.origin(e)
       z ← G.opposite(u, e)
       d(z) ← min(d(z), d(u) + w(u, z))
```

무한대값(∞) 설정은 최대가중치 × 최대간선 수를 초과하는 충분히 큰 값(예, **30** × **1000** = **30000**)으로 하면 된다.