

Computersystemsicherheit

Lena Thuy Trang Vo

Wintersemester 2024/25

Inhaltsverzeichnis

1 Thema 1: Einführung	3
1.1 Themenübersicht	3
1.2 Begriffsbedeutung	3
1.2.1 Was bedeutet Sicherheit?	3
1.2.2 Sicherheitseigenschaften	3
1.2.3 Wie können wir uns schützen? Allgemeine Sicherheitsprinzipien	4
2 Thema 2: Einführung Kryptographie	6
2.1 Themenübersicht	6
2.2 Was ist Kryptographie?	6
2.3 Klassische vs. moderne Kryptographie	6
2.3.1 Klassische Kryptographie	6
2.3.2 Moderne Kryptographie	6
2.4 Ziele der Kryptographie	6
2.5 Schlüssel	7
2.6 Kerkhoff'sches Prinzip	7
2.7 Klassische Chiffren	7
2.8 Moderne Kryptographie	7
2.8.1 Anwendung Heute	7
2.8.2 Ansatz der modernen Kryptographie	8
2.8.3 Was sind kryptographische Annahmen?	8
2.8.4 Kryptographische Primitive und Konstruktionen	8
3 Thema 3: Symmetrische Kryptographie	8
3.1 Themenübersicht	8
3.2 Definition Symmetrischer Chiffren	9
3.2.1 Schutzziel	9
3.2.2 Funktionale Definition	9
3.2.3 Sicherheitsdefinition	9
3.2.4 Sicherheitsspiel (IND-CPA)	10
3.2.5 Bietet IND-CPA die stärkste Sicherheit?	10
3.2.6 Stärkere Sicherheit: IND-CCA	10
3.2.7 Unterschied zwischen IND-CPA und IND-CCA	11
3.3 One-Time-Pad Verschlüsselung	11
3.3.1 One-Time-Pad	11
3.3.2 Sicherheit	12
3.3.3 Schlüssel nur einmal verwenden	12
3.3.4 Venona-Projekt: Risiken von One-Time-Pads	12
3.3.5 Nachteile von One-Time-Pad	13
4 Übung 1	13
4.1 Aufgabe 1: Wissensfragen	13
4.2 Aufgabe 2: IND-CPA vs. IND-CCA	14
5 Thema 3: Symmetrische Kryptographie - Teil	14
5.1 Data Encryption Standard (DES)	14
5.1.1 DES: Angriffe	15
5.1.2 Triple-DES	15
5.2 Advanced Encryption Standard (AES)	15
5.2.1 Angriffe in der Praxis	16
5.3 Modes of Operation	16
5.3.1 Electronic Code Book (ECB) Modus	16
5.3.2 Cipher Block Chaining (CBC) Modus	17
5.3.3 Counter Modus (CTR)	19

5.4	Kryptographische Hashfunktionen	20
5.4.1	Hashfunktionen	20
5.4.2	Sicherheitsdefinitionen	20
5.5	Message Authentication Codes	20
5.5.1	Sicherheitsdefinition	21
5.5.2	CBC-MAC	22
5.5.3	Hash-und-MAC	23
5.5.4	HMAC (Hash-based Message Authentication Code)	23
5.6	Authentifizierte Verschlüsselung	23
5.6.1	Encrypt-then-MAC	23
5.6.2	Encrypt-then-MAC oder MAC-then-Encrypt	24
6	Thema 4: Asymmetrische Kryptographie	24
6.1	Definition asymmetrischer Chiffren	25
6.1.1	Funktionale Definition	25
6.1.2	Sicherheitsdefinition	25
6.1.3	IND-CPA für PKE	25
6.1.4	Stärkere Sicherheit: IND-CCA für PKE	26
6.2	RSA - Ron Riverest, Adi Shamir, Len Adleman	26
6.2.1	Die RSA Funktion	27
6.2.2	Einschub: Homomorphe Verschlüsselung	28
6.3	Das Elgamal Verschlüsselungsverfahren	28

Thema 1: Einführung

Themenübersicht

- Begriffsbedeutung
- Warum ist Sicherheit wichtig?
- Fallbeispiele für Sicherheitsvorfälle
- Sicherheitsprinzipien
 - Kenne die Angreifer
 - Berücksichtige menschliche Faktoren
 - Sicherheit ist wirtschaftliche Abwägung
 - Detektieren falls nicht verhinderbar
 - Defense in depth (gestaffelte Verteidigung)
 - Fail-safe Standard

Begriffsbedeutung

1.2.1 Was bedeutet Sicherheit?

Betriebssicherheit / Safety

- Schutz gegen Fehler/Unfälle
- Fehler meist unabsichtig verursacht
- Gegenmaßnahme: Verifikation, Testen

Angriffsicherheit/Security

- Schutz gegen worst-case Angreifer
- meist Schadabsicht
- Verifikation und Testen hilft wenig

Security und Safety können im Konflikt zueinander stehen

Beispiel Notausgang

- Safety: Im Notfall können Personen aus dem Gebäude
- Security: Für Gebäudeschutz am besten gar keine Tür

1.2.2 Sicherheitseigenschaften

Sicherheit kann vieles bedeuten...

1. **Vertraulichkeit** von Daten/Nachrichten (z.B. von Whatsapp Nachrichten)
 - Sicherstellung, dass das System keine unautorisierte Informationsgewinnung ermöglicht
2. **Anonymität** von Benutzern (z.B. beim Surfen im Web)
3. **Integrität** von Daten/Berechnungen (z.B. bei Überweisungen im Online-Banking)
 - Gewährleistung, dass nicht autorisierte Subjekte ein Objekt nicht unbemerkt ändern können
4. **Authentizität** von Dateien (z.B. Software-Updates)
 - Echtheit und Glaubwürdigkeit eines Objektes, die kryptografisch überprüfbar ist
5. **Verfügbarkeit** von Diensten (z.B. des Stromnetzes)
 - Gewährleistung, dass autorisierte Subjekte nicht in der Funktionalität beeinträchtigt werden

1.2.3 Wie können wir uns schützen? Allgemeine Sicherheitsprinzipien

Sicherheitsprinzipien

1. Kenne die Angreifer
2. Berücksichtige menschliche Faktoren
3. wirtschaftliche Faktoren beeinflussen Sicherheit
4. Detektieren falls nicht verhinderbar
5. Defense in depth (gestaffelte Verteidigung)
6. Fail-safe Standards

1. Kenne die Angreifer

Um ein effektives **Bedrohungsmodell** zu entwickeln, ist es wichtig, die **potenziellen Angreifer** und deren **Motivationen** zu verstehen.

Ressourcen:

- Individuum
- Organisierte Gruppen
- Terroristen
- staatlich geförderte Organisationen

Motivation:

- Geld
- politische Maßnahmen
- Vergeltung
- aus Spaß

Annahmen über Angreifer sind schwer zu treffen

- **rechtzeitiges Erkennen von Angriffen schwierig:** Angreifer kann unbemerkt mit dem System interagieren
- **Angreifer kennt das System:** Welches Betriebssystem wird verwendet, welche Hardware? (kennt Schwachstellen)
- **Kann Glück haben:** bei Chance 1:1.000.000 kann der Angreifer es 1.000.000 mal Probieren

2. Berücksichtige menschliche Faktoren

Einschränkung der Sicherheit durch menschliches Verhalten möglich

- als **Benutzer:in**
 - neigen dazu, Sicherheitsmechanismen zu umgehen, wenn diese die Nutzung erschweren
 - Beispiel: Wahl einfacher und wiederverwendeter Passwörter
- als **Programmierer:in**
 - Programmierer können Fehler machen, die Sicherheitslücken schaffen
 - benutzen Tools, die erlauben Fehler zu machen (z.B. Sprache ohne Typsicherheit)
- als **Angreifer:in**

- Angreifer nutzen oft menschliche Eigenschaften wie Vertrauen oder Leichtgläubigkeit aus, um Informationen zu stehlen oder Zugang zu Systemen zu erlangen (Social Engineering)

Ergo: alle verwendeten Tools und Systeme sollten narrensicher sein.

3. wirtschaftliche Faktoren beeinflussen Sicherheit

- organisierte Cyberkriminalität nimmt zu
- Angriffsziele von organisierter Cyberkriminalität: **wirtschaftliche Interessen**
 - sei es zur direkten finanziellen Bereicherung oder um einem Wettbewerber oder Land zu schaden
- aus Sicht der angreifenden Partei:
 - Angriff teurer als Belohnung → kein Angriffsversuch
- aus Sicht der verteidigenden Partei:
 - viel Sicherheit kostet viel Geld
 - Abwägung zwischen Kosten-/Nutzen
 - * Nutzen der Sicherheitsmaßnahmen proportional zu Kosten eines erfolgreichen Angriffs

4. Detektieren, falls nicht verhinderbar

1. **Abschrecken:** Einen Angriff abschrecken, bevor dieser stattfindet.
2. **Verhindern:** Falls Angriff stattfindet, verhindere dessen Erfolg
3. **Detektieren:** Stelle fest, falls ein Angriff stattgefunden hat
 - Falls nicht verhinderbar, dann wenigstens feststellen, dass ein Angriff stattgefunden hat
 - es ist essenziell, ihn schnell zu erkennen, um den Schaden zu minimieren
4. **Reagieren:** Reaktion auf stattgefundenen Angriff
 - Detektion ohne Reaktion ist nutzlos: Es ist entscheidend, nach der Erkennung eines Angriffs sofortige Maßnahmen zu ergreifen, um weitere Schäden zu verhindern.

5. Defense in Depth

- verschiedene Sicherheitsmaßnahmen implementieren
- schichtweiser Aufbau
 - Sicherheitsmaßnahmen übereinander legen, sodass ein Angreifer alle Schichten durchbrechen muss, um erfolgreich zu sein.
- Sicherheit ist oft weniger als die Summe aller Teile
 - Trotz der Vielzahl an Schutzmaßnahmen kann die Sicherheit oft nur so stark sein wie das schwächste Glied in der Kette.

6. Fail-Safe Standards

Dieses Prinzip sorgt dafür, dass ein System bei einem **Ausfall** oder einer Anomalie in einen Zustand übergeht, der den **geringstmöglichen Schaden** verursacht.

Beispiele:

mechanisches Zugsignal:

Bei einem mechanischen Zugsignal fällt das Signal auf "Halt", wenn das Zugseil reißt. Dies stellt sicher, dass Züge bei einem technischen Defekt automatisch gestoppt werden und keine Gefahr entsteht.

elektronisches Nummernschloss:

Bei einem elektronischen Nummernschloss ist es nicht immer einfach zu entscheiden, was der sichere Zustand ist. Bei einem Stromausfall könnte das Schloss entweder offen bleiben, um den Zugang zu ermöglichen, oder geschlossen bleiben, um unbefugten Zutritt zu verhindern. Die Entscheidung hängt von der spezifischen Anwendung und den damit verbundenen Risiken ab.

Thema 2: Einführung Kryptographie

Themenübersicht

- Was ist Kryptographie?
- Ziele der Kryptographie
- Klassische Chiffren
- Ansätze der modernen Kryptographie

Was ist Kryptographie?

Kryptographie ist die Wissenschaft der **Verschlüsselung und Entschlüsselung** von Informationen. Sie dient dazu, Daten und Kommunikation vor unbefugtem Zugriff und Manipulation zu schützen.

- unzählige Anwendungen in der Praxis
 - grundlegender Baustein jedes Sicherheitssystems
 - z.B. ohne Kryptographie keine Sicherheit im Internet

Klassische vs. moderne Kryptographie

2.3.1 Klassische Kryptographie

- bezieht sich auf ältere Verschlüsselungsmethoden, die hauptsächlich zur **sicheren Kommunikation über unsichere Kanäle** verwendet wurden
- Hauptanwendung: Militär

2.3.2 Moderne Kryptographie

- bietet **starke Sicherheitsgarantien für Daten und Berechnungen**, selbst in Anwesenheit eines Angreifers
- wird in nahezu jedem Lebensbereich angewendet

Ziele der Kryptographie

1. **Vertraulichkeit:** Angreifer kann den Inhalt der Nachricht **nicht lernen**
 - nur autorisierte Parteien haben Zugang zu den Informationen, während unbefugte Dritte ausgeschlossen werden
2. **Integrität:** Angreifer kann Nachricht nicht ändern, ohne das Änderung bekannt wird
3. **Authentizität:** Angreifer kann nicht die Nachricht von einer anderen Person stammen lassen
 - sicherstellen, dass der Absender einer Nachricht wirklich derjenige ist, für den er sich ausgibt

Schlüssel

- **Kurzer Schlüssel:** Kryptoverfahren verwenden zufällig gewählten, kurzen Schlüssel
- **Symmetrische Kryptographie:** Gleicher Schlüssel zum Ver- und Entschlüsseln
- **Asymmetrische Kryptographie:**
 - öffentlicher Schlüssel: z.B. im Internet veröffentlicht
 - geheimer Schlüssel: nur einzelnen Nutzern eines Kryptoverfahrens bekannt

Kerkhoff'sches Prinzip

- ein Kryptoverfahren soll sicher bleiben, selbst wenn der Angreifer den Kryptoalgorithmus kennt
- alles ist öffentlich außer ein **kurzer Schlüssel k** , der **zufällig** gewählt wurde

Warum Kerckhoff?

- in kommerziell eingesetzten Produkten ist es schwer, die Spezifikation geheim zu halten
 - **Reverse Engineering:** Algorithmen können rekonstruiert werden
- kurze Schlüssel sind einfacher zu **schützen**, zu **erzeugen** und **auszutauschen**
- die Sicherheit des Designs kann **öffentlich analysiert** werden

Kerckhoff's Grundsatz verletzt \Rightarrow Sicherheit bei Verschleierung

Klassische Chiffren

Shift-Chiffre

- zyklischer Shift jedes Buchstabens um **k** Stellen im Alphabet
- Caesars Chiffre: **$k = 3$**
- alle Schlüssel ausprobieren bei Angriff \rightarrow **Brute-Force-Angriff**

Erweiterte Shift-Chiffre

Benutze **Wort** als **Schlüssel** und verschiebe jeden Buchstaben, um die durch den Schlüssel gegebene **Differenz**

Substitutionschiffre

- ist eine Erweiterung der Shift-Chiffre, bei der jeder Buchstabe des Alphabets durch einen anderen Buchstaben ersetzt wird, basierend auf einer **beliebigen Permutation** des Alphabets
- keine feste Verschiebung
- Anzahl an Schlüsseln: $26! \approx 2^{88}$ \Rightarrow zu viele Schlüssel für ausprobieren

Moderne Kryptographie

2.8.1 Anwendung Heute

- Sichere Kommunikation im Internet
- Digitale Zertifikate
- Sichere Datenspeicherung, z.B. für die Cloud
- Zugriffskontrolle, z.B. als Autoschlüssel
- E-Commerce und Online-Banking
- Digitale Signaturen
- Hashfunktionen
- ...

2.8.2 Ansatz der modernen Kryptographie

1. Formale Definition:

- Ziel des Angreifers: z.B bei Verschlüsselung sollte Angreifer nichts über Klartext lernen
- Angreifermodell: Was kann der Angreifer tun und sehen (z.B. Angreifer sieht nur Chiffretexte)

2. Konstruktion:

- z.B. Konstruktion komplexer Kryptoverfahren aus einfachen Kryptoprimitiven

3. Sicherheitsbeweis:

- Annahme hält \implies Kryptoverfahren ist sicher gemäß der formalen Definition (z.B. zahlentheoretische Annahme)
- Reduktionsbeweis: Angreifer gegen Kryptoverfahren \implies Annahme hält nicht

2.8.3 Was sind kryptographische Annahmen?

- Kryptoverfahren nutzen Annahmen, auf denen Sicherheit basiert
 - stellt sich heraus, dass Annahme falsch ist oder effizient gelöst werden kann, so wäre das Verfahren nicht mehr sicher
- Einwegfunktion: in eine Richtung einfach zu berechnen, in die andere praktisch unmöglich
- Annahme, praktisch unmöglich, Eingabe aus Ausgabe zu berechnen

Häufig genutzte Annahmen:

- Primfaktorzerlegung großer natürlicher Zahlen ist schwer
- Berechnung des Diskreten Logarithmus ist schwer
- Allgemein: Schwierigkeit mathematischer Probleme

2.8.4 Kryptographische Primitive und Konstruktionen

Kryptographische Primitive

- ist eine abstrakte, fundamentale Funktion mit spezifischen kryptographischen Eigenschaften
- Beispiele: Blockchiffren, Hashfunktionen, Digitale Signaturen etc.

Kryptographische Konstruktion

- beschreibt, wie kryptographische Primitive instanziert und miteinander kombiniert werden, um komplexe kryptographische Systeme zu erstellen
- Beispiele: AES, SHA-256, Schnorr-Signaturen etc.

Thema 3: Symmetrische Kryptographie

Themenübersicht

- Was ist symmetrische Kryptographie?
- Definition Symmetrische Chiffre
- One-Time-Pad
- Block-Chiffren
- Modes of Operation

- Kryptographische Hashfunktionen
- Message Authentication Codes (MACs)
- Authenticated Encryption

Symmetrische Kryptographie: Es gibt nur **einen** Schlüssel für alle Algorithmen

Definition Symmetrischer Chiffren

3.2.1 Schutzziel

Welches kryptographische Schutzziel möchten wir mit symmetrischen Chiffren erreichen?

- **Vertraulichkeit:** Angreifer kann den Inhalt der Nachricht nicht lernen

3.2.2 Funktionale Definition

- beschreibt **Input/Output-Verhalten** der Algorithmen
- Algorithmen: Gen, Enc, Dec

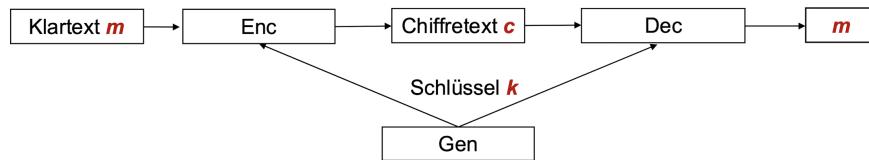


Abbildung 1: Funktionale Definition

- **Gen:** generiert einen zufälligen Schlüssel k , der später sowohl für die Verschlüsselung als auch für die Entschlüsselung verwendet wird
- **Enc (Verschlüsselung):** nimmt den Klartext m und Schlüssel k als Eingabe und erzeugt einen Chiffretext c
- **Dec (Entschlüsselung):** nimmt den Chiffretext und denselben geheimen Schlüssel als Eingabe und stellt den ursprünglichen Text wieder her

Korrektheit:

Die Entschlüsselung eines gültigen Chiffretextes resultiert in die original verschlüsselte Nachricht

$$Dec(k, Enc(k, m)) = m \text{ für alle Nachrichten } m \text{ und Schlüssel } k \leftarrow Gen$$

Effizienz: Verschlüsselung und Entschlüsselung sind effizient (1 GB/s)

3.2.3 Sicherheitsdefinition

- **Ziel des Angreifers:** Was ist ein erfolgreicher Angriff?
- **naive Option:** Angreifer lernt den Schlüssel k nicht
- in der Kryptographie: Angreifer lernt **nichts Neues** über m

AngreifermodeLL:

- beschreibt die Fähigkeiten und Ressourcen des Angreifers
- Angreifer lernt **nur Chiffretext** (known ciphertext attack), z.B. durch Abhören des Kanals
- Angreifer lernt **Paare von Klartexten/Chiffretexten** (known plaintext/ciphertext attack), z.B. bestimmter Teil der verschlüsselten Nachricht kann bekannt sein
- Angreifer **wählt Klartexte und lernt zugehörige Chiffretexte** (chosen plaintext attack), z.B. Angreifer überzeugt Challenger davon, Nachrichten seiner Wahl zu verschlüsseln

3.2.4 Sicherheitsspiel (IND-CPA)

- Sicherheit wird in der Kryptographie durch sein **Spiel** zwischen **Angreifer** und **Challenger** definiert

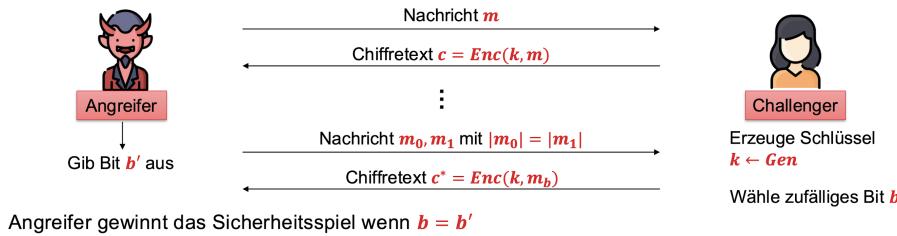


Abbildung 2: Sicherheitsspiel

Sicherheit:

Symmetrische Chiffre ist **IND-CPA sicher**, falls alle **effizienten** Angreifer das Sicherheitsspiel maximal mit der Wahrscheinlichkeit $\approx \frac{1}{2}$ gewinnen können

Was bedeutet effizient?

- effizient:** Laufzeit **polynomiell** in der Schlüssellänge
- nicht effizient:** Laufzeit **exponentiell** in der Schlüssellänge

3.2.5 Bietet IND-CPA die stärkste Sicherheit?

- Nein, es gibt noch stärkere
- IND-CPA bietet grundlegenden Schutz gegen **passive Angriffe** (nur Zugriff auf Verschlüsselungen)
- Gefahr : **Chosen Ciphertext Angriff**
 - Angreifer hat auch Zugang zu **Entschlüsselung** von (bestimmten) Chiffrentexten
 - Angreifer kann diese Informationen nutzen, um **sensitive Informationen** zu erlangen
- Beispiel: **Padding Orakel Angriff**
 - Angreifer kann durch gezielte **Entschlüsselungsanfragen** Informationen über den Klartext gewinnen

3.2.6 Stärkere Sicherheit: IND-CCA

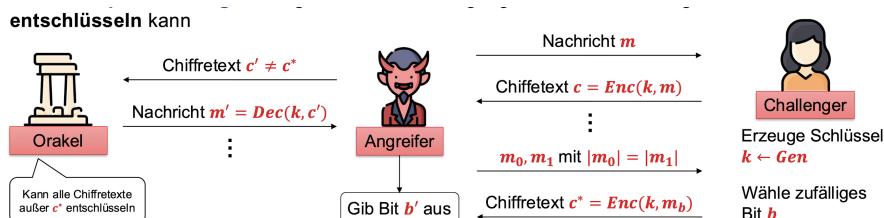


Abbildung 3: Sicherheitsspiel

- Chosen Ciphertext Angriff**
- geht einen Schritt weiter als IND-CPA und schützt auch vor Angreifern, die zusätzlich die Möglichkeit haben, **bestimmte Chiffrentexte zu entschlüsseln**

3.2.7 Unterschied zwischen IND-CPA und IND-CCA

- IND-CPA Sicherheit:
 - schützt vor Angriffen, bei denen Angreifer **Verschlüsselungen** seiner Wahl erzeugen kann
 - reicht nicht aus, wenn Angreifer auch **Zugriff auf Entschlüsselungen** hat
- IND-CCA Sicherheit:
 - stärkere Sicherheit
 - schützt selbst dann, wenn Angreifer zusätzlich **Entschlüsselungen anfordern** kann (außer dem zu entschlüsselnden Chiffertext)
- Fazit
 - IND-CCA Sicherheit ist notwendig, wenn Angreifer auf **Entschlüsselungsoperationen zugreifen kann**

Wie zeigen wir (Un-)sicherheit?

- Unsicheres Verfahren
 - konstruiere effizienten Angreifer, der mit Wahrscheinlichkeit signifikant größer als $\frac{1}{2}$
- Sicheres Verfahren:
 - Zeige, dass **alle Angreifer** das Sicherheitsspiel mit Wahrscheinlichkeit $\approx \frac{1}{2}$ gewinnen
 - Reduktionsbeweis auf Annahmen

One-Time-Pad Verschlüsselung

Wiederholung: XOR

▪ Bit XOR Operationen	Erweiterung auf Bitstrings
$\begin{array}{l} x \oplus 0 = x \\ x \oplus x = 0 \\ x \oplus y = y \oplus x \\ (x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z) \\ (x \oplus y) \oplus x = y \end{array}$	$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \oplus & & & & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ = & & & & & & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$

Abbildung 4: XOR

3.3.1 One-Time-Pad

- auch häufig **Vernam-Chiffre** genannt
- symmetrisches Verschlüsselungsverfahren
- zur Verschlüsselung von **Bitstrings der Länge n**

Funktionsweise

- Gen: in zufälliger **Schlüssel k** wird aus der Menge $\{0, 1\}^n$ erzeugt, wobei n die Länge des Klartextes m ist
 - Schlüssel muss mindestens so lang wie der Klartext sein und darf nur einmal verwendet werden

Enc: Verschlüsselung erfolgt durch eine **XOR-Operation** zwischen dem **Klartext m** und dem **Schlüssel k**

$$\text{Enc}(k, m) = k \oplus m \quad \Rightarrow \text{Ergebnis ist der Chiffretext c}$$

- **Dec:** um den Chiffretext zu **entschlüsseln** wird erneut eine **XOR-Operation** zwischen dem **Chiffretext c** und dem **Schlüssel k** durchgeführt

$$\text{Dec}(k, c) = k \oplus c$$

- da beim XOR die Operation **invertierbar ist** ($x \oplus x = 0$), erhält man den ursprünglichen Klartext zurück.

3.3.2 Sicherheit

- beschränktes Sicherheitsspiel: Angreifer erhält **keinen Zugriff auf Chiffretexte**
- Angreifer gewinnt das Sicherheitsspiel, wenn $b = b'$
- Analyse ergibt: Perfekte Sicherheit - c^* gibt keine Information über m_b preis

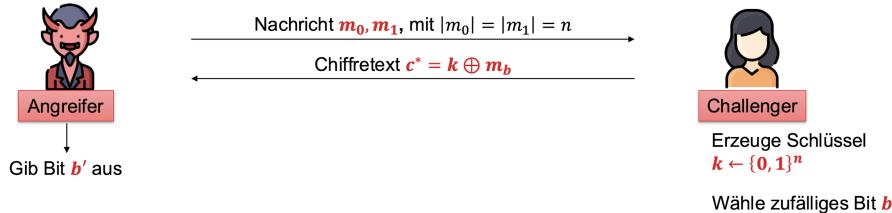


Abbildung 5: beschränktes Sicherheitsspiel

3.3.3 Schlüssel nur einmal verwenden

One-Time-Pad ist unsicher bei Wiederverwendung des gleichen Schlüssels

$$\begin{array}{ccc} m_0 & \oplus & k \\ \downarrow & & \downarrow \\ m_1 & \oplus & k \end{array} = \begin{array}{c} c_0 \\ \oplus \\ c_1 \end{array} \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}} \quad c_0 \oplus c_1 = m_0 \oplus m_1$$

Abbildung 6: One-Time-Pad Schlüssel nur einmal verwenden

- Lernen des XORs kann nützliche Informationen preisgeben
- z.B. welche Bits von m_0 und m_1 gleich sind
- wenn m_0 bekannt ist, dann ist auch m_1 bekannt (und vice versa)
- **Moral:** zur Verschlüsselung jeder Nachricht muss ein neuer zufälliger Schlüssel gewählt werden

3.3.4 Venona-Projekt: Risiken von One-Time-Pads

- **Venona-Projekt (1943-1980)**

- **Ziel:** Entschlüsselung sowjetischer Kommunikation durch USA und Großbritannien
- Sowjetische Nachrichten wurden mit **One-Time-Pads verschlüsselt**

- Fehler: Schlüssel wurden unter Zeitdruck **mehrfach verwendet**

- **Risiken von One-Time-Pads**

- **Mehrfachnutzung von Schlüsseln:** Führt dazu, dass Angreifer durch XOR der Chiffretexte Informationen über die Klartexte gewinnen können
- US-Geheimdienste nutzten diesen Fehler, um sowjetische Nachrichten zu entschlüsseln

- **Lektion:** One-Time-Pad ist nur sicher, wenn jeder **Schlüssel einmalig** verwendet wird

3.3.5 Nachteile von One-Time-Pad

1. Schlüssel ist **so lang wie Nachricht**
 - für große Mengen von Daten müssen **lange zufällige Schlüssel** gespeichert und ausgetauscht werden
 - gute Zufälligkeit zu erzeugen, ist sehr aufwendig
2. Schlüssel kann **nur einmal benutzt** werden
 - mehrfache Verwendung kann etwa über Klartexte preisgeben
 - für viele Nachrichten benötigt man **viele Schlüssel**
3. Sicherheit im **beschränkten Angreifermodell**
 - Chiffretext-Only Angriffe

Übung 1

Aufgabe 1: Wissensfragen

(a) Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen Safety und Security.

- **Safety (Betriebssicherheit)**
 - Schutz gegen Fehler/Unfälle
 - Fehler meist unbeabsichtigt
 - mögliche Gegenmaßnahmen: Verifikation und Testen
- **Security (Angriffssicherheit)**
 - Schutz gegen worst-case-Angreifer
 - meist Schadabsicht
 - Verifikation und Testen hilft wenig

(b) Nennen und beschreiben Sie drei Sicherheitseigenschaften.

- **Vertraulichkeit** (Angreifer kann Nachricht nicht lernen)
- **Anonymität** (Eigenschaft, dass eine Person oder Gruppe nicht identifiziert werden kann)
- **Integrität** (Angreifer kann Nachricht nicht ändern, ohne dass Änderung erkannt wird)
- **Authentizität** (Angreifer kann nicht behaupten, dass eine Nachricht von Alive kam, die diese nicht gesendet hat)
- **Verfügbarkeit** (Eigenschaft eines Systems Zugriff für autorisierte Benutzer auf Daten und Dienste zu erlauben)

(c) Beschreiben Sie das Sicherheitsprinzip der fail-safe Standards. Geben Sie ein Beispiel an.

Dieses Prinzip sorgt dafür, dass ein System bei einem Ausfall oder einer Anomalie in einen Zustand übergeht, der den geringstmöglichen Schaden verursacht.

Beispiel: mechanisches Zugsignal (aus VL)

- (d) Was sagt das Kerckhoffs'sche Prinzip aus?

Ein Kryptoverfahren soll sicher bleiben, selbst wenn der Angreifer den Kryptoalgorithmus kennt. Die Sicherheit des Kryptoverfahrens beruht auf der Geheimhaltung des Schlüssels.

Aufgabe 2: IND-CPA vs. IND-CCA

- (a) **Szenario 1:** Sichere Kommunikation im Web: Um Nachrichten zwischen einem Webbrowser und einem Webserver abzusichern, wird ein Verschlüsselungsverfahren „eingesetzt. Die Kommunikation soll dabei auch gegen einen Angreifer, der die Kommunikationskanäle kontrolliert, abgesichert werden.

In diesem Szenario hat der Angreifer möglicherweise die Kontrolle über den Kommunikationskanal. Das bedeutet, er könnte **nicht nur Nachrichten abfangen** (passiver Angriff), sondern auch aktiv Nachrichten modifizieren oder selbst verschlüsselte Nachrichten an den Server senden (**aktiver Angriff**). Da die IND-CPA jedoch nur vor passiven Angriffen schützt, empfiehlt sich hier eher die **IND-CCA Sicherheit**.

Musterlösung:

Ein Angreifer, der die Kommunikationskanäle kontrolliert, kann Chiffretexte abfangen, erneut senden oder modifizieren. Der Chiffretext wird dabei vom Empfänger entschlüsselt und der Empfänger führt mögliche Aktionen aus. In diesem Szenario ist IND-CPA Sicherheit nicht ausreichend und wir brauchen IND-CCA Sicherheit des Verschlüsselungsverfahrens. Der Empfänger stellt in diesem Szenario eine Art Entschlüsselungsorakel dar. Auch wenn der Empfänger die entschlüsselte Nachricht nicht an den Angreifer zurück schickt, kann der Angreifer möglicherweise Informationen aus den Aktionen des Empfängers ableiten. (z.B. der Webserver führt eine Transaktion aus). Um einen solchen Angriff zu verhindern, benötigt es eine stärkere Sicherheit als IND-CPA Sicherheit.

- (b) **Szenario 2:** Data at Rest: In einem Unternehmen werden sensible Daten auf einer Festplatte gespeichert. Diese Informationen sollen durch ein Verschlüsselungsverfahren abgesichert werden, sodass selbst bei einem Diebstahl der Festplatte die Daten geheim bleiben.

Musterlösung:

In diesem Szenario ist IND-CPA Sicherheit ausreichend. Sollte ein Angreifer im Besitz einer Festplatte kommen, dann hat er keinen Zugriff auf ein Entschlüsselungsorakel (Unter der Annahme, dass der Schlüssel nicht auf der Festplatte gespeichert ist). Der Angreifer kann lediglich versuchen die Klartexte zu erraten oder andere Online-Angriffe wie einen Bruce-Force-Angriff durchzuführen.

Thema 3: Symmetrische Kryptographie - Teil

Data Encryption Standard (DES)

- symmetrischer Verschlüsselungsalgorithmus, der in den 1970er Jahren von IBM im Auftrag des National Institute of Standards and Technology (NIST) entwickelt wurde
- **Blockchiffre**, die Daten in Blöcken von **64 Bit** verschlüsselt und entschlüsselt
- **Blocklänge:** **n=64 Bits**
- **Schlüssellänge:** **k=56 Bits**

Verschlüsselung und Entschlüsselung

- Verschlüsselung erfolgt mit einem Schlüssel $K \in \{0,1\}^{56}$ und einer Nachricht $M \in \{0,1\}^{64}$
- das Ergebnis ist ein Chiffrat $C \in \{0,1\}^{64}$
- die Entschlüsselung funktioniert ähnlich, wobei derselbe Schlüssel K verwendet wird, um das Chiffrat C wieder in die ursprüngliche Nachricht M zu konvertieren

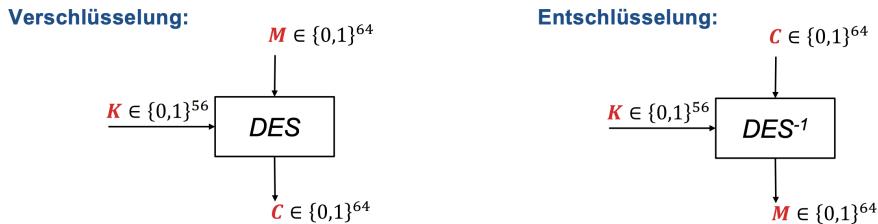


Abbildung 7: Des

5.1.1 DES: Angriffe

Theoretische Angriffe:

- Differenzielle Kryptoanalyse
- Lineare Kryptoanalyse
- DES bietet Schutz gegen Differenzielle Kryptoanalyse
- **Hauptschwachpunkt:** kurzer Schlüssel (nur 56 Bits)
 - Brute-Force Angriff ist möglich
 - DES Cracker: bricht DES in wenigen Tagen (in 1988)
- **Erweiterungen:** Mehrfachanwendung von DES zur Verlängerung des Schlüssels (z.B. Triple DES)

5.1.2 Triple-DES

- DES-Algorithmus wird dreimal hintereinander auf einen Datenblock angewendet, um die Sicherheit zu erhöhen
- dabei werden **drei 56-Bit-Schlüssel** verwendet, was zu einer **nominalen Schlüssellänge** von **168 Bits** führt

Meet-in-the-Middle Angriff

- nutzt den Umstand aus, dass der Angreifer sowohl den Klartext als auch den Chiffretext kennt und durch **Berechnung von Zwischenergebnissen** den Schlüsselraum effizienter durchsuchen kann
- funktioniert folgendermaßen:
 1. Ein Angreifer berechnet für alle möglichen Schlüssel K_0 das Ergebnis $X = DES(M, K_0)$, wobei M die bekannte Nachricht ist (2^{56} Möglichkeiten)
 2. danach berechnet er für alle möglichen Schlüssel K_1 das Ergebnis $Y = DES^{-1}(X, K_1)$ ($2^{56} \cdot 2^{56}$ Möglichkeiten)
 3. schließlich berechnet er für alle möglichen Schlüssel K_2 das Ergebnis $Z = DES^{-1}(C, K_2)$, wobei C der bekannte Chiffretext ist
 4. Der Angreifer vergleicht nun alle Werte von Y und Z . Wenn eine Übereinstimmung gefunden wird, hat er potenziell den richtigen Schlüssel gefunden
- dieser Angriff reduziert den Aufwand für das Knacken von Triple-DES auf etwa 2^{112} Operationen anstatt der erwarteten 2^{168} Operationen

Advanced Encryption Standard (AES)

- Schlüsselgröße: **128, 192** oder **256** Bit
- Block-Größe: **128** Bit
- gilt als unangebrochen: in den USA Zulassung für **höchste Geheimhaltungsstufe**

5.2.1 Angriffe in der Praxis

1. Seiten-Kanal-Angriffe

- **passive Angriffe**, bei denen der Angreifer **physikalische Informationen** während der Ausführung einer kryptographischen Operation beobachtet
- Messe die **Zeit**, die für kryptographische Operationen benötigt wird
- Messe den **Stromverbrauch**

2. Fehlerangriffe

- **aktive Angriffe**, bei denen der Angreifer gezielt **Fehler in den Berechnungsprozess** einführt
- können durch **physikalische Manipulationen**, wie Laserstrahlen, elektromagnetische Pulse oder Spannungsschwankungen verursacht werden
- Ziel ist es durch die **Analyse der fehlerhaften Ausgaben** Informationen über den geheimen Schlüssel zu gewinnen

Blockchiffren im Einsatz

- nicht IND-CPA sicher
- Nachrichten belieber Länge können nicht direkt verschlüsselt werden
- Merke: Deterministische Verschlüsselung kann nicht IND-CPA sicher sein

Modes of Operation

- Ziel: Verschlüsselung von Nachrichten mit **beliebiger Länge**

1. Electronic Codebook (ECB) Modus

- nicht IND-CPA sicher

2. Cipher-Block-Chaining (CBC) Modus

3. Counter (CTR) Modus

5.3.1 Electronic Code Book (ECB) Modus

- jeder Klartextblock wird **unabhängig** voneinander mit **demselben Schlüssel** verschlüsselt
- bedeutet, dass identische Klartextblöcke immer zu identischen Chiffretextblöcken führen → erhebliche Schwäche

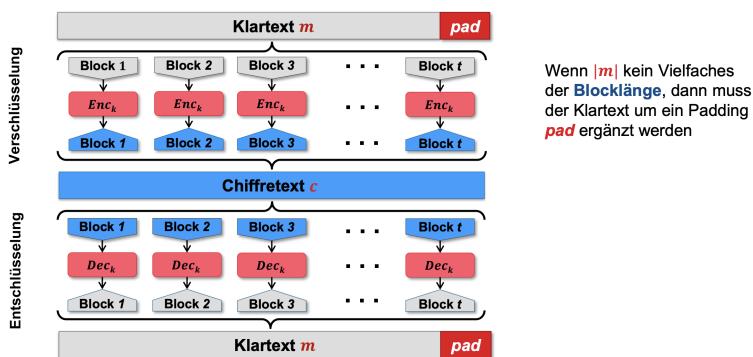


Abbildung 8: ECB-Modus

Funktionsweise:

1. Aufteilung des Klartextes in Blöcken

- Klartext m wird in Blöcke der Größe der Blockchiffre unterteilt
- wenn Länge des Klartextes $|m|$ kein Vielfaches der Blockgröße ist, wird der letzte Block durch Padding (Auffüllen) ergänzt, um die Blockgröße zu erreichen

2. Verschlüsselung:

- jeder Klartextblock wird **unabhängig** voneinander mit dem **gleichen Schlüssel k** verschlüsselt

$$c_i = Enc_k(m_i)$$

3. Entschlüsselung:

- jeder Chiffretextblock wird unabhängig voneinander mit dem gleichen Schlüssel entschlüsselt

$$m_i = Dec_k(c_i)$$

- die entschlüsselten Blöcke werden zu einem **Klartextblock kombiniert**

Schwächen des ECB-Modus:

- da jeder Block unabhängig verschlüsselt wird, gibt es **keine Zufälligkeit oder Verknüpfung** zwischen den Blöcken
 - führt dazu, dass ein Angreifer, der einen Teil des Klartextes kennt, leicht **Rückschlüsse** auf den Chiffretext ziehen kann

5.3.2 Cipher Block Chaining (CBC) Modus

- jeder Klartextblock wird vor der Verschlüsselung mit dem **vorherigen Klartextblock verknüpft**, was sicherstellt, dass gleiche Klartextblöcke nicht zu gleichen Chiffretextblöcken führen
 - dadurch wird eine Form der **Randomisierung** eingeführt

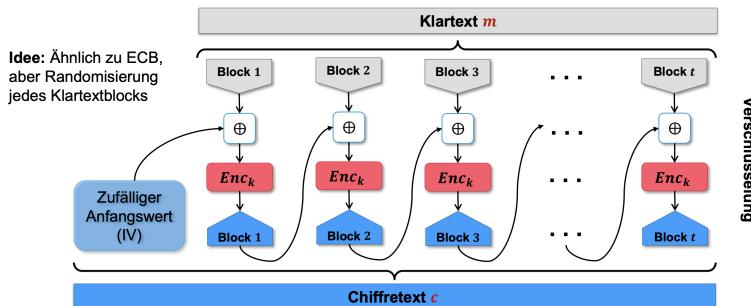


Abbildung 9: CBC-Verschlüsselung

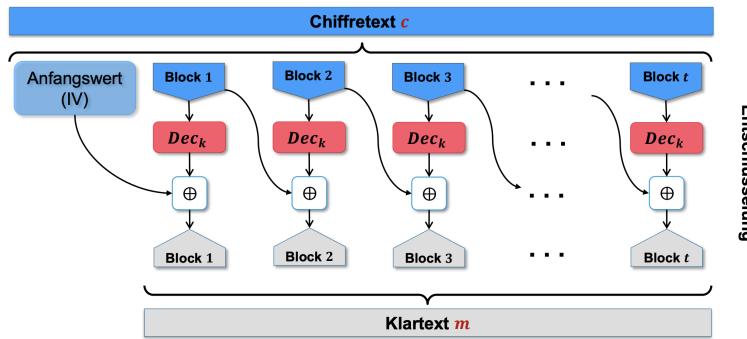


Abbildung 10: CBC-Entschlüsselung

Funktionsweise des CBC-Modus:

1. Initialisierungsvektor (IV):
 - beginnt mit einem zufälligen Initialisierungsvektor, der **genau so lang ist wie ein Block**
2. Verknüpfung der Blöcke:
 - jeder Klartextblock wird vor der Verschlüsselung mit dem **Chiffretext des vorherigen Blocks** XOR verknüpft
3. Entschlüsselung:
 - jeder Chiffretext wird entschlüsselt und dann mit dem vorherigen Chiffretextblock XOR verknüpft, um den ursprünglichen Klartext wiederherzustellen

CBC-Modus: Sicherheit

- ist **IND-CPA sicher**, wenn er korrekt verwendet wird

Padding Angriffe auf CBC

- Chosen-Ciphertext Angriffe können Informationen über Bits der Nachricht liefern
- Bitänderungen in Chiffretext Block 1 führen zu Änderungen in Klartext Block 2
- wenn Angreifer lernt ob bei der Entschlüsselung das Padding ungültig war, können **gezielte Modifikationen** in Block 1 **Informationen** über Klartext in Block 2 liefern

Angriffsszenario:

- Angreifer hat Zugriff auf verschlüsselten Chiffretext, der im CBC-Modus erstellt wurde
- kennt den **Schlüssel nicht**, hat jedoch die Möglichkeit, den Chiffretext zu **modifizieren** und an ein System zu senden, das die Entschlüsselung durchführt
- System gibt Rückmeldungen darüber, ob das **Padding nach der Entschlüsselung korrekt** war (z.B. durch Fehlermeldungen)

Sicherheit gegen Padding-Angriffe vs. IND-CPA/IND-CCA

- Sicherheit gegen Padding Angriffe ist **stärker** als IND-CPA Sicherheit
 - Bsp: CBC-Mode ist IND-CPA sicher, aber nicht gegen Padding Angriffe
- im IND-CCA Spiel hat Angreifer Zugriff auf **Entschlüsselungsorakel**
 - kann alles, was Padding Orakel auch kann (aber noch mehr)
 - ist mächtiger als ein Padding Orakel!
 - IND-CCA bietet **stärkere Sicherheit**

→ Sicherheit gegen Padding Angriffe liegt **zwischen IND-CPA und IND-CCA Sicherheit**

5.3.3 Counter Modus (CTR)

- Idee: Nutze Ausgabe der Blockchiffre als One-Time-Pad
- anstatt wie beim One-Time-Pad einen großen zufälligen Schlüssel zu verwenden, wird beim CTR-Modus ein **Zählerwert(Counter)** verwendet
- dieser Zähler wird bei jeder Verschlüsselung **inkrementiert** und zusammen mit einem festen Wert verschlüsselt

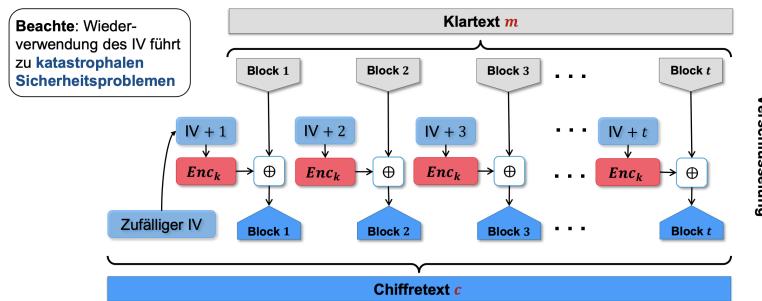
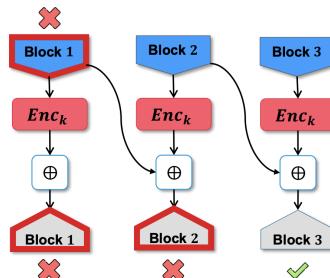


Abbildung 11: Counter Modus

Fehlerresistenz

CBC Modus

- Fehler im Block c_1 betrifft nur Blöcke m_1 und m_2



CTR Modus

- Fehler im Block c_1 betrifft nur Block m_1

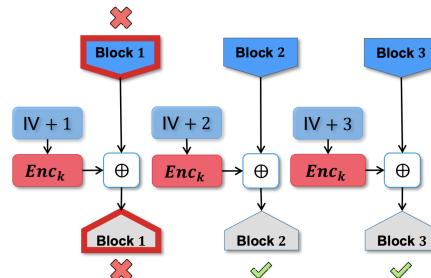


Abbildung 12: Fehlerresistenz

Vergleich der Modi

CBC Modus

Fehlerresistenz

- Fehler breiten sich nicht über mehr als zwei Blöcke

Parallelisierung

- Verschlüsselung: **Nein**
- Entschlüsselung: **Ja**

IND-CPA Sicherheit

- **Ja**, aber Achtung bei Wahl des Paddings

IND-CCA Sicherheit

- **Nein**

CTR Modus

Fehlerresistenz

- Fehler wirken sich nur auf den aktuellen Block aus

Parallelisierung

- Verschlüsselung: **Ja**
- Entschlüsselung: **Ja**

IND-CPA Sicherheit

- **Ja**, aber Achtung auf Zufälligkeit des IV

IND-CCA Sicherheit

- **Nein**

Abbildung 13: Vergleich der unterschiedlichen Modi

Kryptographische Hashfunktionen

5.4.1 Hashfunktionen

- Eingabe von Nachrichten mit **beliebiger Länge**
- Ausgabe mit **fixer Länge** (message digest")
- Determinismus: selbe Eingabe erzeugt immer denselben Hashwert

$H : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ bildet von großer Definitionsmenge auf kleineren Bildbereich ab

5.4.2 Sicherheitsdefinitionen

Es existieren 3 wichtige Sicherheitsdefinitionen für Hashfunktionen

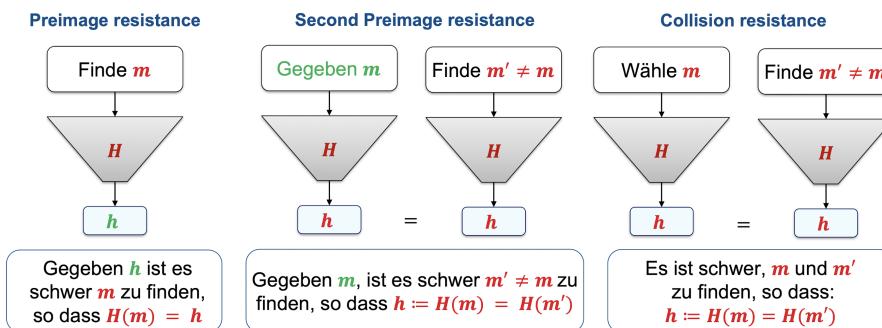


Abbildung 14: Sicherheitsdefinitionen

Warum diese Sicherheitsdefinitionen?

Preimage Resistance (Urbildresistenz):

- diese Eigenschaft stellt sicher, dass es **extrem schwierig** ist, die ursprüngliche Nachricht (oder Eingabe) aus einem gegebenen Hashwert zu **rekonstruieren**
- **Nutzen:** schützt vor Rekonstruktion aus Hash-Wert, z.B. um Vertraulichkeit von Passwörtern zu sichern

Second Preimage Resistance (Zweite Urbildresistenz):

- diese Eigenschaft schützt davor, dass ein Angreifer, der eine Nachricht m kennt, eine andere Nachricht m' findet, die denselben Hash-Wert hat wie m
- **Nutzen:** Verhindert Finnden verschiedener Daten mit gleichem Hash-Wert, z.B. schwierig zwei gültige Zertifikate zu erzeugen

Collision Resistance (Kollisionsresistenz):

- diese Eigenschaft stellt sicher, dass es extrem schwierig ist, zwei beliebige unterschiedliche Nachrichten m und m' zu finden, die denselben Hash-Wert haben
- **Nutzen:** Kollisionen sind ausgeschlossen und damit für beliebige Anwendungen anwendbar

Message Authentication Codes

- kryptografisches Verfahren, das sicherstellt, dass eine Nachricht während der Übertragung **nicht manipuliert wurde und tatsächlich vom angegebenen Absender** stammt
- dient dazu, die **Integrität und Authentizität** einer Nachricht zu garantieren, was für sichere Kommunikation essenziell ist

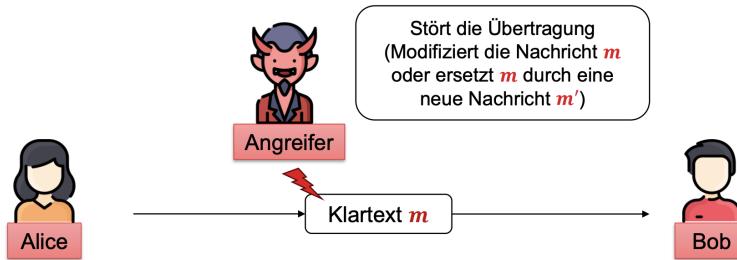


Abbildung 15: Message Authentication

- Im Allgemeinen garantiert Verschlüsselung allein **nicht die Integrität** einer Nachricht
- schützt lediglich die Vertraulichkeit der Daten, jedoch nicht deren Unverfälschtheit

Was wird benötigt?

- Gen (Key-Generation)
 - generiert einen geheimen Schlüssel k basierend auf einem Sicherheitsparameter
- Mac (Tag-Generierung)
 - berechnet einen Authentifizierungstag t basierend auf der Nachricht m und dem Schlüssel k
- Vrfy (Verifikation)
 - überprüft die Gültigkeit eines Tags t für die Nachricht m und den Schlüssel k

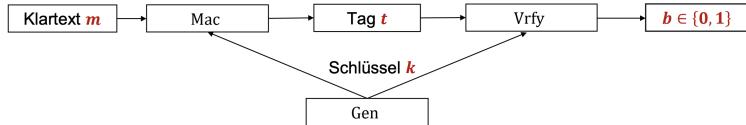


Abbildung 16: Message Authentication Code

Korrektheit: Die Verifizierung eines gültigen Tags t für eine Nachricht m und dem Schlüssel k muss korrekt sein. Das bedeutet:

$$Vrfy_k(m, Mac_k(m)) = 1 \quad (1)$$

Effizienz: Authentifizierung und Verifizierung sind effizient (>10 GB/s)

5.5.1 Sicherheitsdefinition

- Ziel des Angreifers: Was ist ein erfolgreicher Angriff?
 - naive Option: Angreifer lernt den Schlüssel k nicht
 - in der Kryptographie: Angreifer kann **keinen validen Tag** t für m erzeugen

Arten von MACs

1. Informationstheoretisch sichere MACs → **nicht effizient** für Authentifizierung von vielen Nachrichten
2. Komplextheoretisch sichere MACS
 - für Nachrichten **fixer** Länge
 - für Nachrichten mit **beliebiger** Länge, z.B. **CBC-MAC** und **HMAC**

5.5.2 CBC-MAC

- ist ein Verfahren zur Berechnung eines **Message Authentication Codes (MAC)** auf Basis einer Blockchiffre
- verwendet den **CBC-Modus**, um eine Nachricht zu authentifizieren
- der resultierende Tag (MAC-Wert) wird aus dem letzten Block des **CBC-Verschlüsselungsprozesses abgeleitet**

Funktionsweise von CBC-MAC:

1. Sei $F_k : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ eine Blockchiffre mit Schlüssel k , die Blöcke der Länge n verarbeitet
2. die Nachricht m wird in **gleich große Blöcke** aufgeteilt: $m = (m_1, m_2, \dots, m_t)$, wobei jeder Block $m_i \in \{0,1\}^n$ ist
3. der **Initialisierungsvektor (IV)** wird auf 0^n gesetzt (eine Nullfolge der Länge n)
4. die Blöcke der Nachricht werden **iterativ** mit der Blockchiffre im CBC-Modus verarbeitet
 - der letzte Block wird als Tag ausgegeben
5. Prüfen ob Tag gültig ist: $Vrfy_k(m, t) : \tilde{t} = \text{CBC-MAC}_k(m)$
 - gib 1 aus, falls $t = \tilde{t}$, ansonsten 0

Wichtig: CBC-MAC ist nur **sicher für Nachrichten mit fester Länge**

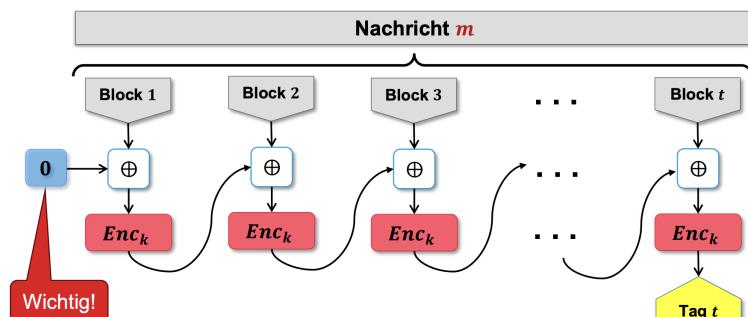


Abbildung 17: CBC-MAC

CBC-MAC mit Nachrichten unterschiedlicher Länge

- Nachrichten m mit $\text{CBC-MAC}_k(m) = t$ und m' mit $\text{CBC-MAC}_k(m') = t'$

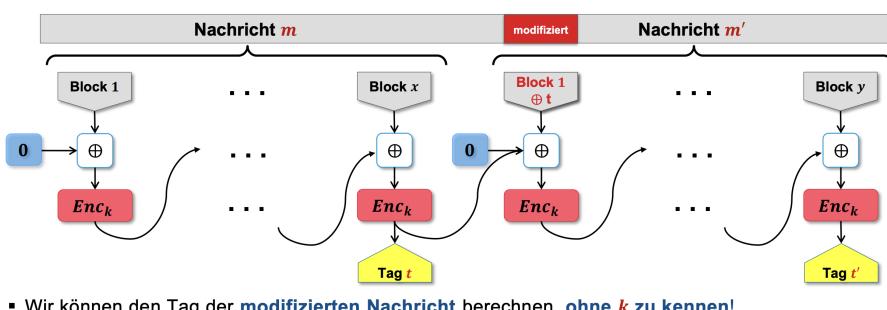


Abbildung 18: CBC-MAC - unterschiedliche Länge

5.5.3 Hash-und-MAC

Konstruktionsidee:

1. Berechne $y = H(m)$ der langen Nachricht m mit Hilfe von Domain-Extension für Hashfunktionen
2. Berechne $MAC_k(y)$ mit MAC für fixe Nachrichtenlänge

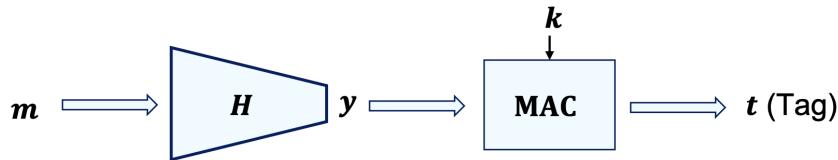


Abbildung 19: Hash-und-MAC

5.5.4 HMAC (Hash-based Message Authentication Code)

- sichere und flexible Konstruktion, die auf einer **Hashfunktion** basiert und zur **Authentifizierung von Nachrichten** verwendet wird
- **Trivialer Ansatz:** $MAC_k(y) = H(k||y)$
- sicher für **manche Hash-Funktionen**, wie SHA-3, da diese nicht anfällig für bestimmte Angriffe sind
- unsicher für andere Hash-Funktionen, wie SHA-256
 - arbeitet mit **fixen Eingabelängen** und **iterativem Hashing**
 - trivialer Ansatz ist anfällig für **length extension attacks**

Bessere Lösung: **HMAC (RFC 2014)**

- umgeht Probleme des trivialen Ansatzes durch eine robustere Konstruktion
- nutzt **zwei Padding-Werte** (inner padding und outer padding)

Authentifizierte Verschlüsselung

- kombiniert **Vertraulichkeit, Integrität** und **Authentizität** von Nachrichten
- stellt sicher, dass ein Angreifer weder Klartext einer Nachricht lesen, noch diese manipulieren kann

5.6.1 Encrypt-then-MAC

- Nachricht wird zunächst **verschlüsselt** und anschließend der Chiffretext mit **MAC authentifiziert**

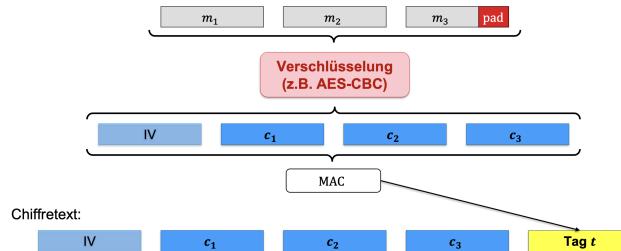


Abbildung 20: Encrypt-then-MAC

5.6.2 Encrypt-then-MAC oder MAC-then-Encrypt

Encrypt-then-MAC

- nur **authentische Chiffretexte** werden entschlüsselt
- beweisbar sicher
- durch Authentifizierung auch **IND-CCA** sicher

MAC-then-Encrypt

- die Nachricht wird **zuerst verschlüsselt**, und anschließend wird ein MAC über den Chiffretext berechnet
- der Empfänger überprüft den MAC **vor der Entschlüsselung**
- wenn der MAC **ungültig** ist, wird die **Nachricht verworfen**, ohne dass eine Entschlüsselung stattfindet
- sicher gegen Padding Oracle-Angriffe, wie **BEAST** und **Lucky 13**
- nutzen Tatsache aus, dass auch dann entschlüsselt wird, falls Chiffretext verändert wurde

Thema 4: Asymmetrische Kryptographie

- basiert auf der Verwendung eines **Schlüsselpaars**: einem öffentlichen Schlüssel und einem privaten Schlüssel

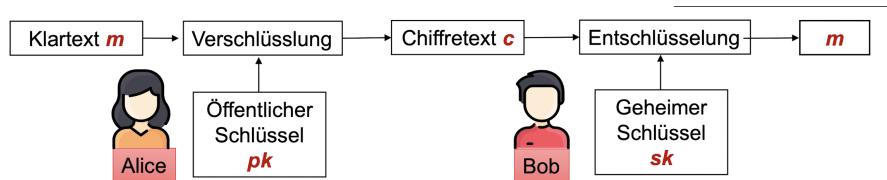


Abbildung 21: asymmetrische Verschlüsselung

- Bob erstellt Schlüsselpaar und **veröffentlicht** den öffentlichen Schlüssel **pk**

Anzahl an Schlüssel

- **Symmetrische Kryptographie**: Schlüssel zwischen jedem Paar aus Parteien

$$\text{bei } n\text{-Parteien: } \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \text{ Schlüssel}$$

- **Asymmetrische Kryptographie**: ein öffentlicher Schlüssel pro Partei

bei n Parteien: n Schlüsselpaare

Definition asymmetrischer Chiffren

6.1.1 Funktionale Definition

- Algorithmen: (Gen, Enc, Dec)

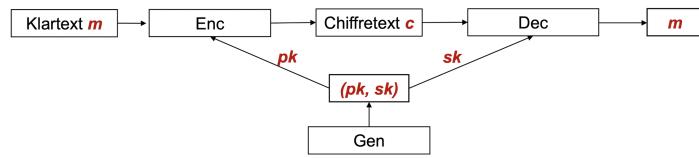


Abbildung 22: funktionale Definition

- Gen: generiert Schlüsselpaar (pk, sk) , wobei pk der öffentliche Schlüssel und sk der geheime Schlüssel ist
- Enc: verschlüsselt die Nachricht m mit dem öffentlichen Schlüssel pk , um den Chiffertext c zu erzeugen
- Dec: entschlüsselt den Chiffertext c mit dem geheimen Schlüssel sk , um die ursprüngliche Nachricht m wiederherzustellen

Korrektheit

- die Entschlüsselung eines gültigen Chiffertextes resultiert in die **original verschlüsselte Nachricht**

$$Dec(sk, Enc(pk, m)) = m \quad \text{für alle Nachrichten } m \text{ und alle Schlüsselpaare } (pk, sk) \leftarrow Gen$$

6.1.2 Sicherheitsdefinition

- Ziel: Angreifer lernt nichts neues über Nachricht m

Angreifermodelle:

- öffentlicher Schlüssel ist auch für Angreifer **sichtbar**
 - Angreifer kann damit beliebige Klartexte verschlüsseln
 - entspricht einem sog. **Chosen-Plaintext-Angriff (CPA)**
- ein **stärkeres Modell** erlaubt es dem Angreider **Chiffertexte auszuwählen** und deren Klartexte zu erhalten (z.B. durch Zugriff auf eine Smartcard)
- wird als **Chose-Ciphertext-Angriff (CCA)** bezeichnet

6.1.3 IND-CPA für PKE

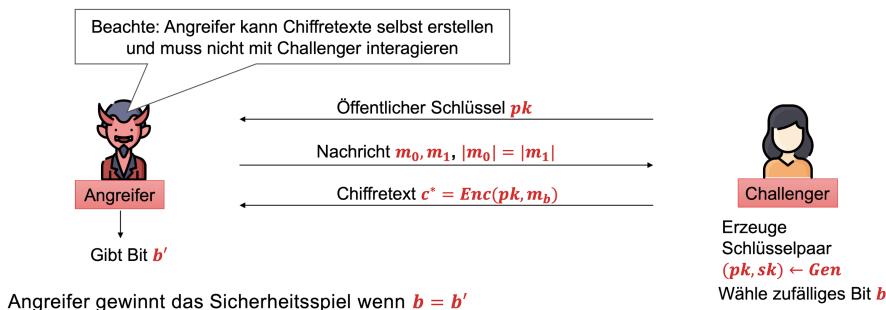


Abbildung 23: IND-CPA PKE

- ein Schlüsselpaar (pk, sk) wird durch den Algorithmus Gen erzeugt
- der Angreifer wählt zwei Nachrichten m_0 und m_1 , die gleich lang sind ($|m_0| = |m_1|$)
- der Herausforderer wählt zufällig ein Bit $b \in \{0, 1\}$ und verschlüsselt die Nachricht m_b mit dem öffentlichen Schlüssel pk , um den Chiffertext $c^* = Enc(pk, m_b)$ zu erzeugen
- der Angreifer erhält den Chiffertext c^* und versucht zu raten, welches Bit b verwendet wurde; er gibt seine Vermutung b' aus
- Angreifer gewinnt das Spiel, wenn $b' = b$

6.1.4 Stärkere Sicherheit: IND-CCA für PKE

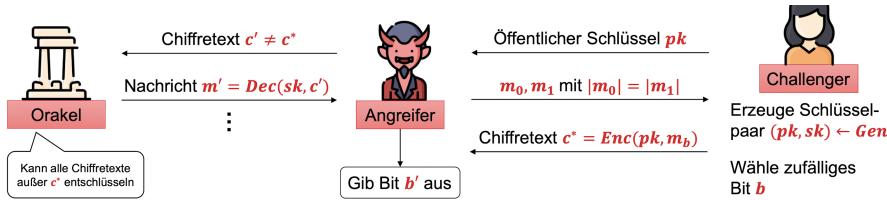


Abbildung 24: IND-CCA PKE

- Herausforderer generiert ein Schlüsselpaar (pk, sk) mit dem Algorithmus Gen
- Angreifer erhält pk und kann beliebige Chiffertexte c an das **Entschlüsselungsorakel** senden, um die zugehörigen Klartexte $m = Dec(sk, c)$ erhalten
- Angreifer wählt zwei Nachrichten m_0 und m_1 , die gleich lang sind ($|m_0| = |m_1|$)
- der Herausforderer wählt zufällig ein Bit $b \in \{0, 1\}$ und verschlüsselt die Nachricht m_b mit pk , um den Chiffertext $c^* = Enc(pk, m_b)$ zu erzeugen
- der Angreifer erhält c^*
- der Angreifer kann weitere beliebige Chiffertexte entschlüsseln lassen, außer c^*
- Angreifer gibt ein Bit b' aus und versucht zu erraten, ob c^* die Nachricht m_0 oder m_1 verschlüsselt
- Angreifer gewinnt wenn $b' = b$

RSA - Ron Rivest, Adi Shamir, Len Adleman

RSA Schlüsselerzeugung

- Schlüsselerzeugung $GenRSA(n)$
 - der **Sicherheitsparameter n** bestimmt die Bitlänge der Primzahlen p und q , die zur Erzeugung der Schlüssel verwendet werden (Größere Werte von n erhöhen die Sicherheit)

Verfahren der Schlüsselerzeugung:

1. Wähle zwei **n-bit** Primzahlen p, q , mit $p \neq q$
2. Berechne $N = p \cdot q$
 - N wird als Teil des **öffentlichen Schlüssels** veröffentlicht und dient als Modulus für die Verschlüsselungs- und Entschlüsselungsoperationen
3. die eulersche Phi-Funktion zählt die positiven ganzen Zahlen kleiner als N , die **teilerfremd** zu N sind

$$\phi(N) = (p-1)(q-1) = \text{Anzahl Elemente in } \mathbb{Z}_N^*$$

4. wähle $\epsilon > 1$, sodass $ggT(e, \phi(N)) = 1$
 5. berechne $d = e^{-1} \pmod{\phi(N)}$ bzw. $(e \cdot d) \pmod{\phi(N)} = 1$
- $\Rightarrow (N, e)$ ist öffentlicher Schlüssel
 $\Rightarrow (N, d)$ ist geheimer Schlüssel

6.2.1 Die RSA Funktion

Berechne $(N, e, d) = GenRSA(n)$

- Verschlüsselung

- Nachricht x wird mir dem öffentlichen Schlüssel (N, e) verschlüsselt

$$y = x^e \pmod{N}$$

- Entschlüsselung (Invertierung der RSA Funktion)

- der Chiffretext y wird mit dem privaten Schlüssel (N, d) entschlüsselt

$$x = y^d \pmod{N}$$

RSA Annahme

Um die Invertierung der RSA Funktion zu berechnen, benötigen wir d

- Seien $(N, e, d) = GenRSA(n)$
- Wähle y zufällig in \mathbb{Z}_N^*
- Gegeben (N, e, y) ist es schwierig x zu berechnen, so dass: $y \equiv x^e \pmod{N}$

Ein möglicher Angriff auf die RSA Annahme:

1. Faktorisiere $N = p \cdot q$, um p und q zu erhalten
2. Berechne $\phi(N) = (p - 1) \cdot (q - 1)$
3. Berechne $d = e^{-1} \pmod{\phi(N)}$

\Rightarrow Schwierigkeit der Faktorisierung ist notwendige Annahme für Sicherheit des RSA Verfahrens

Textbuch RSA-Verschlüsselung

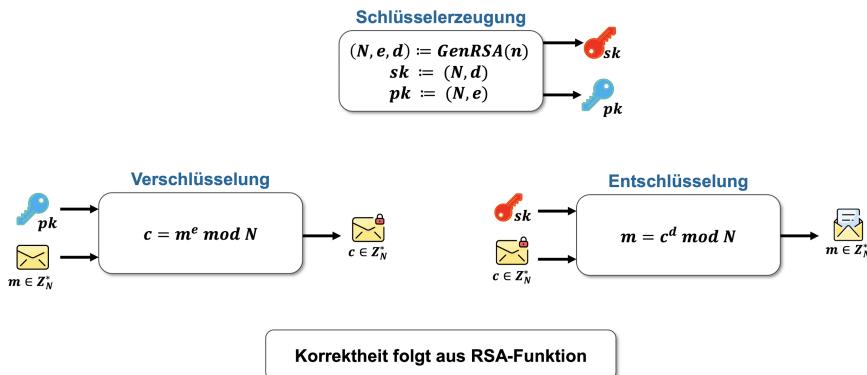


Abbildung 25: Textbuch RSA-Verschlüsselung

- **Schlüsselerzeugung:** durch $GenRSA(n)$ erhalten wir (N, e, d)
 - sk geheimer Schlüssel, pk öffentlicher Schlüssel
- **Verschlüsselung:** $c = m^e \pmod{N}$
- **Entschlüsselung:** $m = c^d \pmod{N}$

6.2.2 Einschub: Homomorphe Verschlüsselung

Verschlüsselungsverfahren heißt (**multiplikativ**) **homorph**, wenn

$$Enc(pk, m_0) \cdot Enc(pk, m_1) \equiv Enc(pk, m_0 \cdot m_1)$$

Produkt zweier verschlüsselter Nachrichten entspricht Verschlüsselung des Produkts
Textbuch RSA ist **homomorph**:

$$(m_0^e \mod N) \cdot (m_1^e \mod N) = (m_0 \cdot m_1)^e \mod N$$

- wir können Operationen auf dem Klartext ausführen, ohne entschlüsseln zu müssen

Sicherheit von Textbuch RSA

- Textbuch RSA Verschlüsselung ist **nicht** IND-CPA sicher
 - Grund: Die Verschlüsselung ist **deterministisch**
- **Faust-Regel:** **Kein deterministisches PKE ist IND-CPA sicher.**
 - irgendwo muss immer Zufälligkeit enthalten sein

RSA OAEP

- Zufälligkeit hinzufügen (z.B. einfach irgendwelche Bits noch dran hängen)

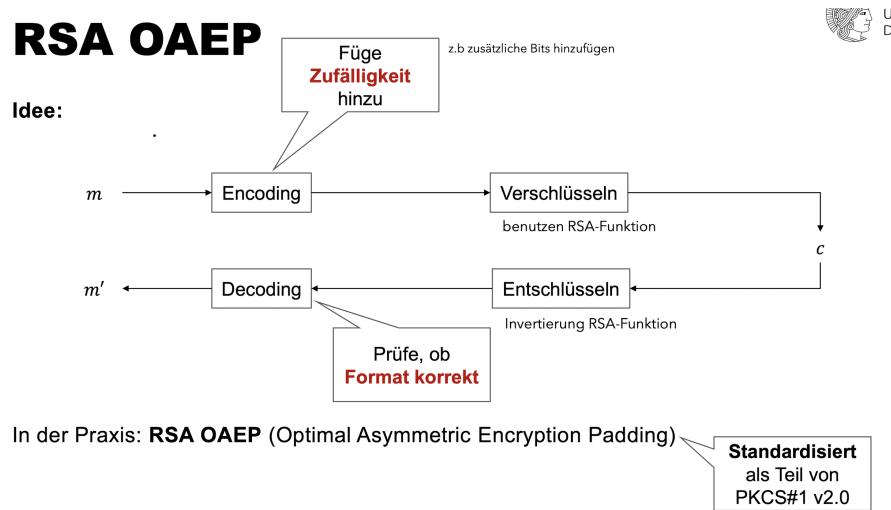


Abbildung 26: RSA OAEP

Angriffe auf RSA-basierte Chiffren

- Textbuch RSA ist **fast immer unsicher** in der Praxis, daher nicht verwenden
- Angriffe durch Ausnutzen von **Padding-Fehlern** (Padding-Oracle Attacks)
- Angriffe bei **kleinen Exponenten e** bzw. Teilwissen über einen Primfaktor

Das Elgamal Verschlüsselungsverfahren

Idee:

- basiert auf der Schwierigkeit diskrete Logarithmen zu berechnen
- zyklische Gruppe \mathbb{G} der Ordnung q mit Generator g und q prim

- wählen zufälliges $h \in \mathbb{G}$
- suchen einen Wert x , sodass $g^x = h$

Elgamal Verschlüsselung (1985)

- öffentliche Parameter: Gruppe \mathbb{G} der Ordnung q mit Generator g

Schlüsselerzeugung:

- wähle zufällig $sk = x \leftarrow \mathbb{Z}_q$
- berechne $pk = g^x \in \mathbb{G}$

Verschlüsselung (Nachricht $m \in \mathbb{G}$):

- wähle zufällig $r \leftarrow \mathbb{Z}_q$
- berechne $c_0 = g^r$ (erster Teil des Chiffertextes) und $c_1 = m \cdot (pk)^r$ (zweiter Teil des Chiffertextes)
- Ausgabe $c = (c_0, c_1)$

Entschlüsselung (Chiffertext $c = (c_0, c_1) \in \mathbb{G}^2$)

- $m = c_1 \cdot c_0^{-sk}$