

# Optimierungsverfahren, Modellierung & Simulation

Sommersemester 2022

## Projekt 2 – Laststeuerung in der Stahlproduktion

### 1. Organisatorisches

In dieser Übung sollen Sie ein dynamisches Produktionsplanungsproblem als gemischt-ganzzahliges Programm modellieren, mit Gurobi lösen und die Lösung ausgeben bzw. visualisieren.

Die Abgabe erfolgt in Form eines Jupyter-Notebooks. Nutzen Sie den Markup-Modus, um ihre Modellierung zu beschreiben. Mathematische Formeln können Sie zwischen zwei \$-Zeichen setzen.

Die Abgabe erfolgt in Teams von bis zu 4 Personen. Die Notebooks müssen bis

**Dienstag, 28.06.2022, 9:00**

in ILIAS abgegeben werden.

Ebenfalls am 28.06.2022 möchte ich Sie in Einzelgesprächen (maximal 10 Minuten, **in Präsenz**) zu ihrer abgegebenen Lösung befragen. Die Termine bekommen Sie separat mitgeteilt. Voraussetzung zum Bestehen ist, dass Sie mit dem mathematischen Modell und der abgegebenen Implementierung vertraut sind.

Die Vorlesungs- bzw. Übungsstunden in der Woche 20.06.-24.06. können für die Arbeit am Projekt verwendet werden. Während dieser Zeit biete ich Termine an, um den Fortschritt zu besprechen.

Folgende Aspekte werden für die Notengebung berücksichtigt:

- Korrektheit des mathematischen Modells
- Korrektheit der Implementierung
- Darstellung, Übersichtlichkeit und Verständlichkeit des abgegebenen Jupyter Notebooks

Dieses Projekt macht 25% der Modulnote aus.

### 2. Hintergrund

Die Roheisen- und Stahlerzeugung ist derzeit für etwa 6,4% der CO<sub>2</sub> Emissionen in Deutschland verantwortlich. Eine Möglichkeit, diese Emissionen zu reduzieren, ist der Einsatz von sogenannten elektrischen Lichtbogenöfen, die mit Strom aus erneuerbaren Energien betrieben werden. In diesen wird Eisen mittels elektrischer Energie eingeschmolzen und zu Stahl weiterverarbeitet. Da erneuerbare Energien in der Erzeugung sehr volatil sind und daher im Preis je nach Wetter und Tageszeit stark schwanken, ist ein Ansatz die sog. Laststeuerung, d.h. Verschiebung von energieintensiven Prozessen in Zeiträume, bei denen viel Strom aus erneuerbaren Energien vorhanden und somit günstig ist.

In dieser Aufgabe soll anhand eines (fiktiven und vereinfachten) Modells untersucht werden,

wie mittels linearer Optimierung Produktionsprozesse zeitlich verschoben und so insgesamt günstiger produziert werden kann.

### 3. Daten

In der Datei `production_data.csv` finden Sie Angaben zu Produktionskosten und Bestellungen während verschiedener Zeitabschnitte:

Zeit	Produktionskosten [EUR/t]	Bestellungen [t]
1	240	22
2	540	27
3	660	25
4	900	8
5	600	0
6	1060	26
7	960	24

Die Daten sind wie folgt zu verstehen: “Produktionskosten [EUR/t]” sind eine Vorhersage der gesamten variablen Produktionskosten (Energie, Rohmaterial, Personal) für eine Tonne Stahl während Zeitperiode  $T$  (eine Zeitperiode entspricht hier 6 Stunden). Die Produktionskosten spiegeln im wesentlichen den Strompreis wider, der je nach Tageszeit und Wetterlage stark schwankt. “Bestellungen [t]” beschreibt die Menge an Stahl, der in dieser Periode (an Kunden und/oder nachgelagerte Prozesse) bereitgestellt werden muss (durch Produktion und/oder zuvor eingelagertem Stahl).

Pro Zeitperiode können maximal  $50t$  Stahl produziert werden. Weiterhin existiert ein Lager, in welches maximal  $20t$  Stahl eingelagert werden können. Zum Zeitpunkt  $T = 0$  befinden sich in dem Lager  $15t$  Stahl.

Neben den reinen Produktionskosten fallen während der Produktion weitere Kosten an:

- Sobald in einer Periode Stahl produziert wird, fallen Rüstkosten von 2000 EUR für die Inbetriebnahme der Maschinen an.
- Pro eingelagerter Tonne Stahl fallen 20 EUR Lagerhaltungskosten je Zeitperiode an.
- Pro Tonne Stahl werden 1000 EUR Umsatz Erlöst (unabhängig von der Zeitperiode).

In der Datei `actuals.csv` finden Sie 100 mögliche tatsächliche Realisationen (Szenarien) der Produktionskosten im betrachteten Zeitraum (nur relevant für Aufgabe 4). Szenario 0 stimmt mit den Daten aus der Datei `production_data.csv` überein.

## 4. Aufgaben

### Aufgabe 1

Entwickeln Sie zunächst ein Modell, das die Produktion plant, ohne dass variable Produktionskosten berücksichtigt werden. Nehmen Sie dafür als Produktionskosten einer Tonne Stahl den **Durchschnitt** der Produktionskosten aus den Daten. Für jede Zeitperiode soll entschieden werden, wieviel Tonnen Stahl produziert werden und wieviel ein- bzw. ausgelagert werden. Die Bestellmenge in jeder Zeitperiode muss exakt gedeckt werden. Als Zielfunktion soll der Gesamtgewinn, also der Umsatz abzüglich aller Kosten, summiert über alle Zeitperioden, maximiert werden. Falls in einer Zeitperiode nichts produziert wird, fallen auch keine Rüstkosten an.

- (a) Formulieren Sie ein gemischt-ganzzahliges lineares Programm (MILP), welches obiges Problem löst (Indexmengen, Problem Daten, Variablen, Zielfunktion, Nebenbedingungen). Hinweis: orientieren Sie sich am Batteriespeicherproblem aus der Vorlesung!
- (b) Lösen Sie das MILP mit Hilfe von Gurobi.
- (c) Geben Sie den Gesamtgewinn an, sowie die Gesamtlagerhaltungs-, Rüst- und Produktionskosten
- (d) Visualisieren Sie die Lösung als Zeitreihendaten:
  - Die produzierte Menge für jede Zeitperiode.
  - Den Lagerbestand sowie ein- und ausgelagerte Menge für jede Zeitperiode.
  - Visualisieren Sie auch die Problem Daten (Produktionskosten, Bestellungen, Lager-/Produktionskapazität) zur Orientierung.

*Hinweis zum Vorgehen: Tasten Sie sich Stück für Stück an das Modell heran. Sie können z.B. ohne Rüstkosten, Lagerhaltung und Produktionsbeschränkungen starten, das Modell lösen und die Lösung überprüfen. Danach können Sie sukzessive die einzelnen Aspekte hinzufügen, lösen und die Lösung überprüfen. Das erleichtert das Auffinden von Modellierungsfehlern.*

### Aufgabe 2

Modifizieren Sie ihr Modell aus Aufgabe 1 und benutzen Sie nun die angegebenen variablen Produktionskosten.

- (a) Wiederholen Sie (a)–(d) aus Aufgabe 1 für variable Produktionskosten.
- (b) Berechnen Sie den Gesamtgewinn des Produktionsplans aus Aufgabe 1 aber mit variablen Produktionskosten. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Modell, welches auf variablen Produktionskosten optimiert wurde.

### Aufgabe 3

Es gibt die Möglichkeit, weitere Lagerkapazität anzumieten. Diese kostet 1000 EUR pro zusätzlicher Tonne Lagerkapazität für den gesamten Betrachtungszeitraum.

- (a) Für welche Lagerkapazität ergibt sich der höchste Gewinn? Variieren Sie dafür die Lager-

kapazität in 1t Schritten und führen Sie die Optimierung aus Aufgabe 2 für jede Lagerkapazität durch. Visualisieren Sie den Gesamtgewinn in Abhängigkeit von der Lagerkapazität.

#### **Aufgabe 4**

Während der Planung hat man natürlich keine Kenntnis über die tatsächlichen Stromkosten, d.h. die angegebenen Produktionskosten sind lediglich eine Vorhersage (nebenbei: welche Methoden kennen Sie, um eine solche Vorhersage zu generieren?).

In der Datei `actuals.csv` finden Sie 100 verschiedene Szenarien, wie die Produktionskosten tatsächlich sein könnten. Evaluieren Sie anhand der verschiedenen Szenarien, wieviel Gewinn die optimierten Produktionspläne aus den Aufgaben 1, 2 und 3 in der Realität erwirtschaftet hätten:

- (a) Berechnen Sie für jedes Szenario und für jedes der drei Modelle den Gesamtgewinn.
- (b) Visualisieren Sie die Ergebnisse der Simulation in einem geeigneten (vergleichenden) statistischen Plot.