Gravitation et orbites

Lalaoui Lena et Bakar Réfael

Sorbonne Université

https://www.astrofiles.net/astronomiehttps://pixabay.com/fr/photos/terre-globe-plan%C3%A8te-monde-espace-11015/johannes-kepler

Sommaire

Introduction

Johannes Kepler (1571 – 1630)

Lois de Kepler

- Première loi -1609- (loi des orbites): Les planètes décrivent des orbites elliptiques autour du Soleil, avec le Soleil situé en un des foyers de l'ellipse.
- Seconde loi -1609- (Loi des aires): La ligne joignant une planète au Soleil balaie des aires égales en des temps égaux, ce qui signifie que la vitesse orbitale varie au cours de l'orbite.
- Troisième loi -1619- (Loi des périodes) : Le carré de la période orbitale d'une planète est proportionnel au cube de la longueur de son demi-grand axe.

Problématique

Comment appliquer les lois de la Physique pour modéliser l'orbite des corps célestes ?

Les exoplanètes et troisième loi de Kepler

La troisième loi de Kepler s'exprime par: $\left(\frac{2\Pi}{P}\right)^2 a^3 = k$

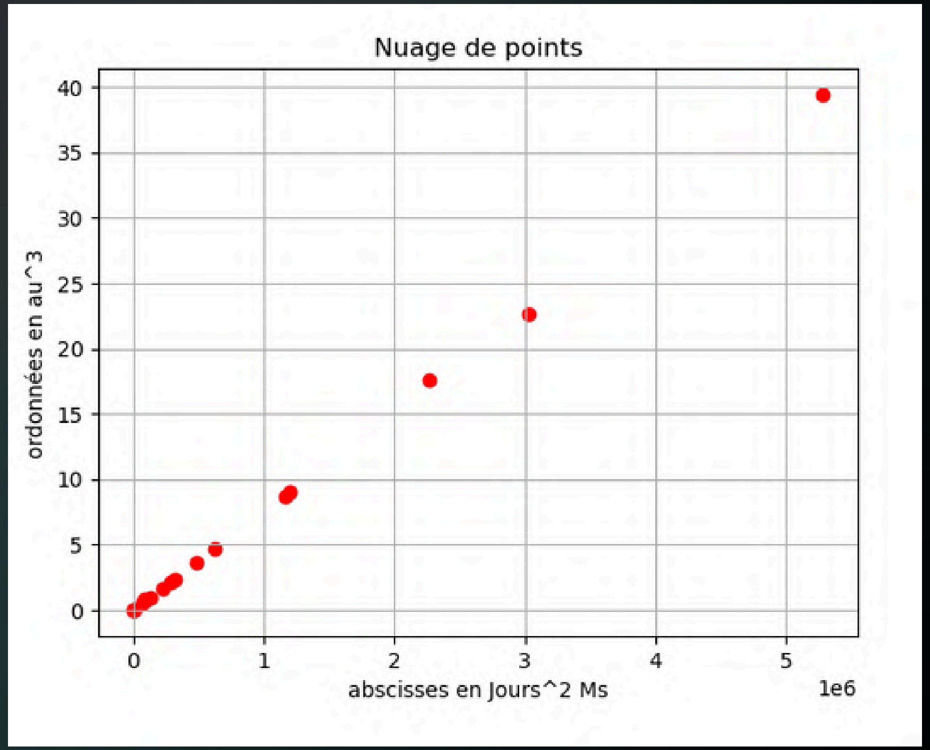
- **P**: Période orbitale (j)
- **a**: demi grand axe de l'ellipse (au)
- **k**: la constante de proportionnalité ($kg^{\frac{1}{2}}$)

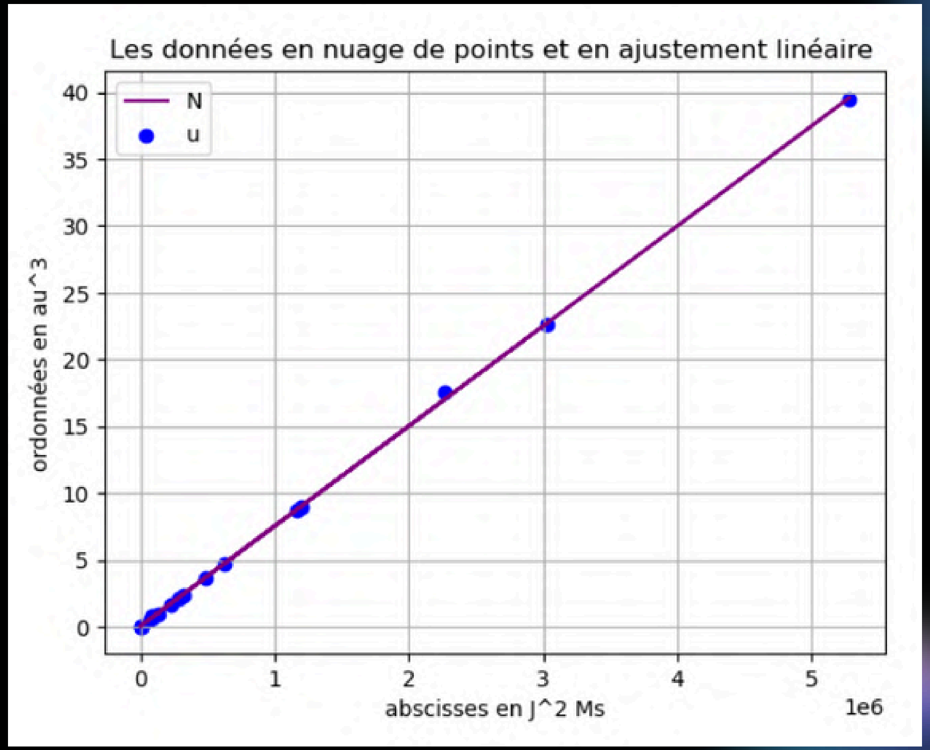
D'après Isaac Newton (1680) : k=G(M+m)≈GM

- **G**: constante gravitationnelle(m^3 kg^-1 s^-2) **G=6.674*10^(-11)**
- **m:** masse de la planète (kg)
- **k:** masse de l'astre (kg)

Lecture du Fichier et traitement des données

En exploitant le **fichier CSV de la NASA** et en se servant du **module NumPy** et **matplotlib.pyplot**, nous avons pu visualiser l'évolution de la période de révolution des planètes multipliée par leur masse en fonction du demi-grand axe de chacune de ces dernières





Observations:

- les valeurs de f sont égales pour toutes les planètes: Confirmation de la troisième loi de Kepler.
- La valeur du coefficient directeur est égale à la constante gravitationnelle.

Modélisation d'un système simple

Principe fondamental de la dynamique :

$$mtot\frac{\vec{vc}}{dt} = \overrightarrow{Ftot}$$

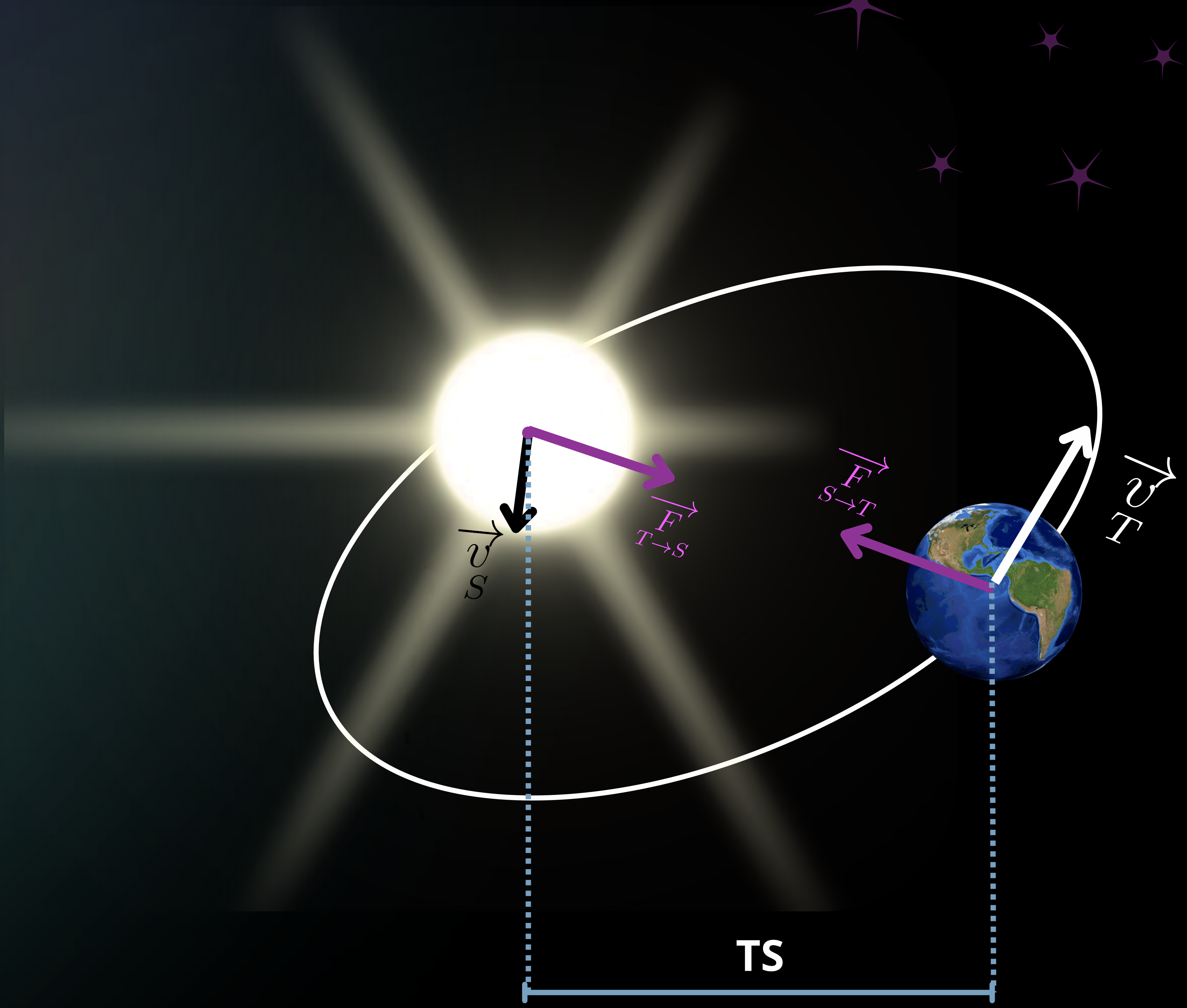
- m**tot**: masse totale du système (kg)
- **vc:** vitesse du centre de masse (m.s^-1)
- **Ftot**: résultante des forces extérieurs appliquées sur le système (N)

Force d'interaction gravitationnelle :

$$\overrightarrow{F}_{S\to T} = -G\frac{mM}{\left\|\overrightarrow{TS}\right\|^2}\vec{u}$$

- **Fs/t**: force exercée par le Soleil sur la Terre (N)
- **G:** constante gravitationnelle (m^3 kg^-1 s^-2)
- **TS**: distance vectorielle entre le centre de la Terre et celui du soleil (km)

- **u:** vecteur unitaire $\vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}$



Modélisation d'un système simple

Evolution du vecteur position :

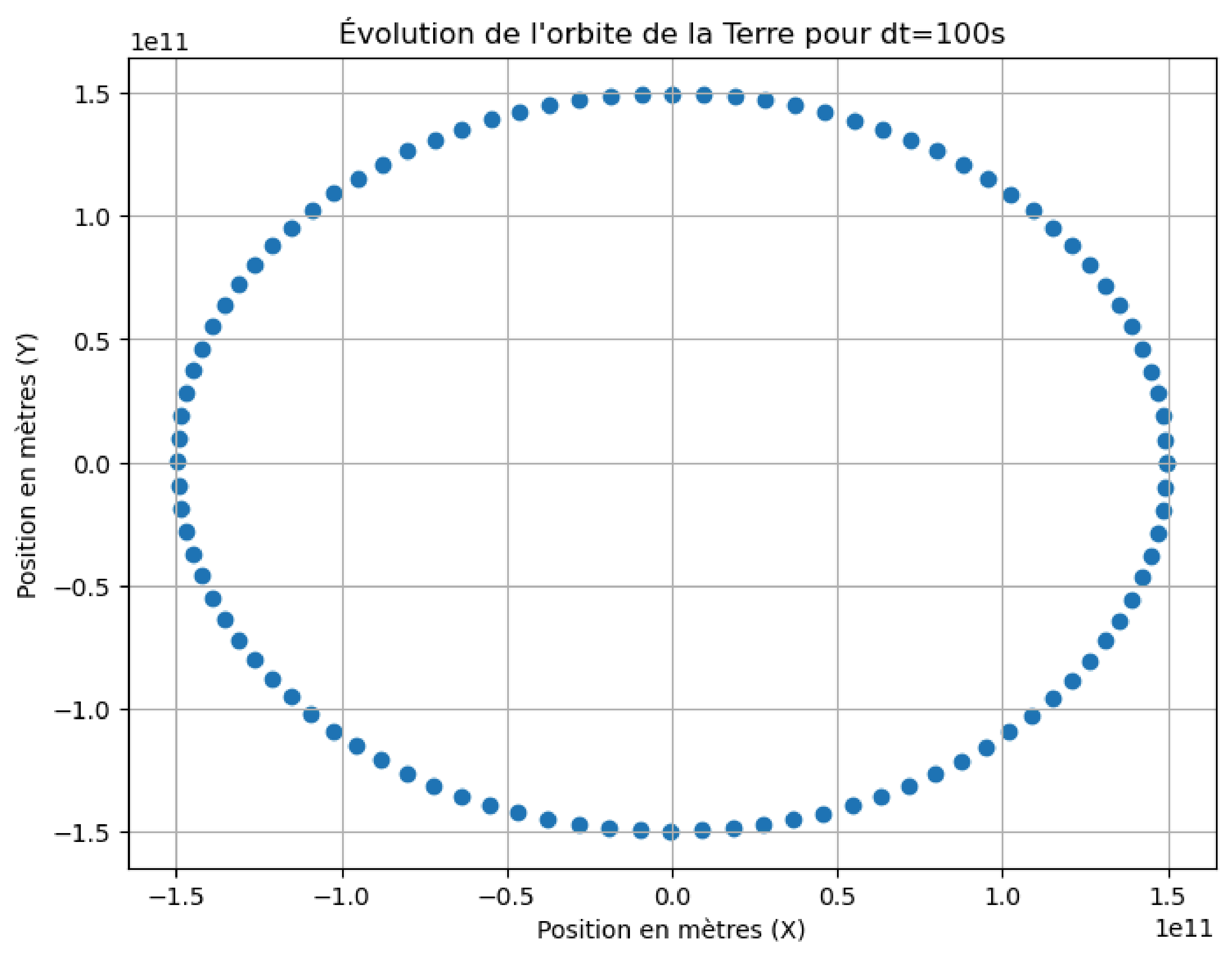
$$\overrightarrow{x}_B(t+dt) = \overrightarrow{x}_B(t) + d\overrightarrow{x} = \overrightarrow{x}_x(t) + \overrightarrow{v}_b(t)dt$$

Evolution du vecteur vitesse :

$$\overrightarrow{v}_B(t+dt) = \overrightarrow{v}_B(t) + d\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_B(t) + \overrightarrow{a}_B(t)dt$$

Création du modèle :

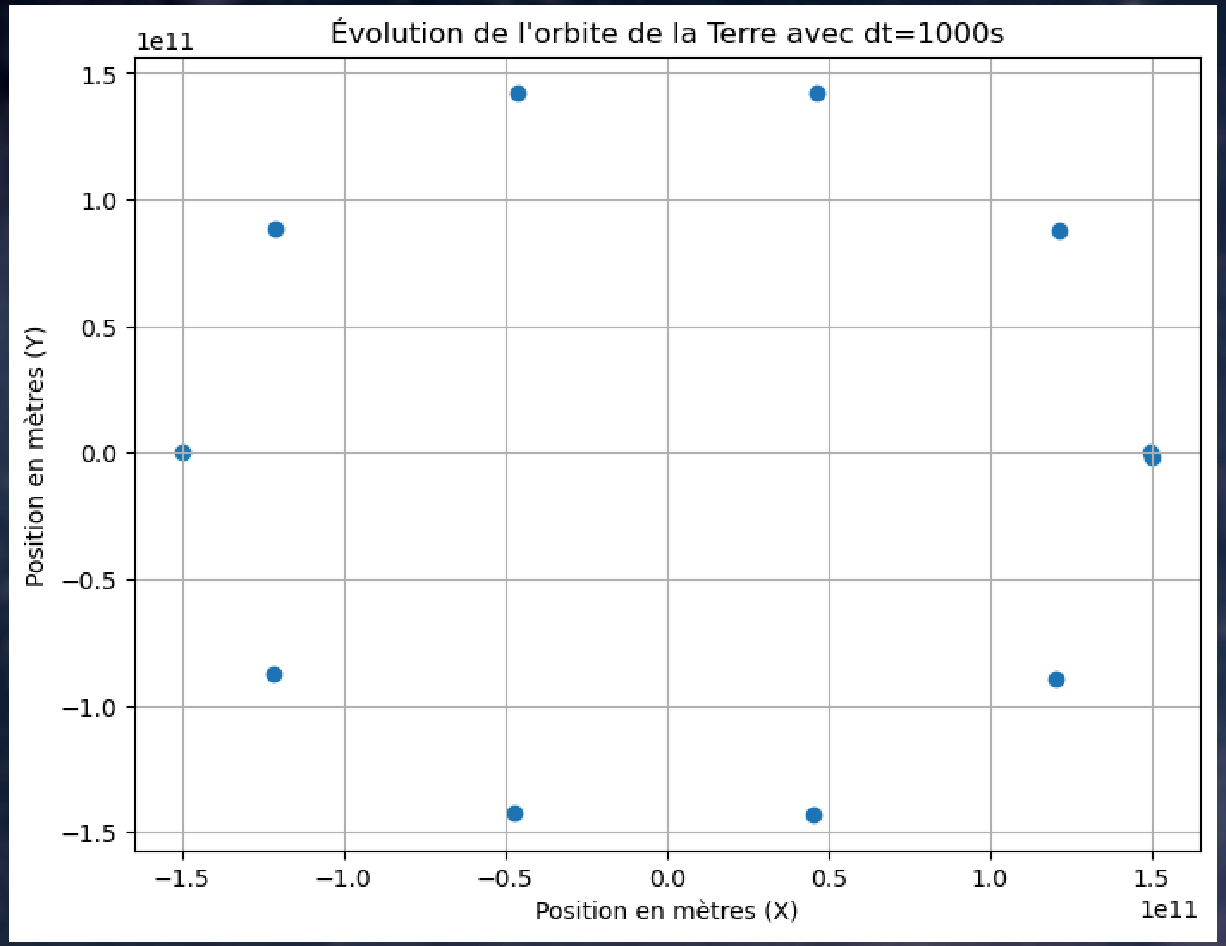
- Création d'une fonction calculant les nouvelles positions en fonction de l'instant t
- Utilisation d'une approche itérative pour générer un graphe des différentes positions de la Terre espacées d'un intervalle de temps dt
- Ajustement du pas dt

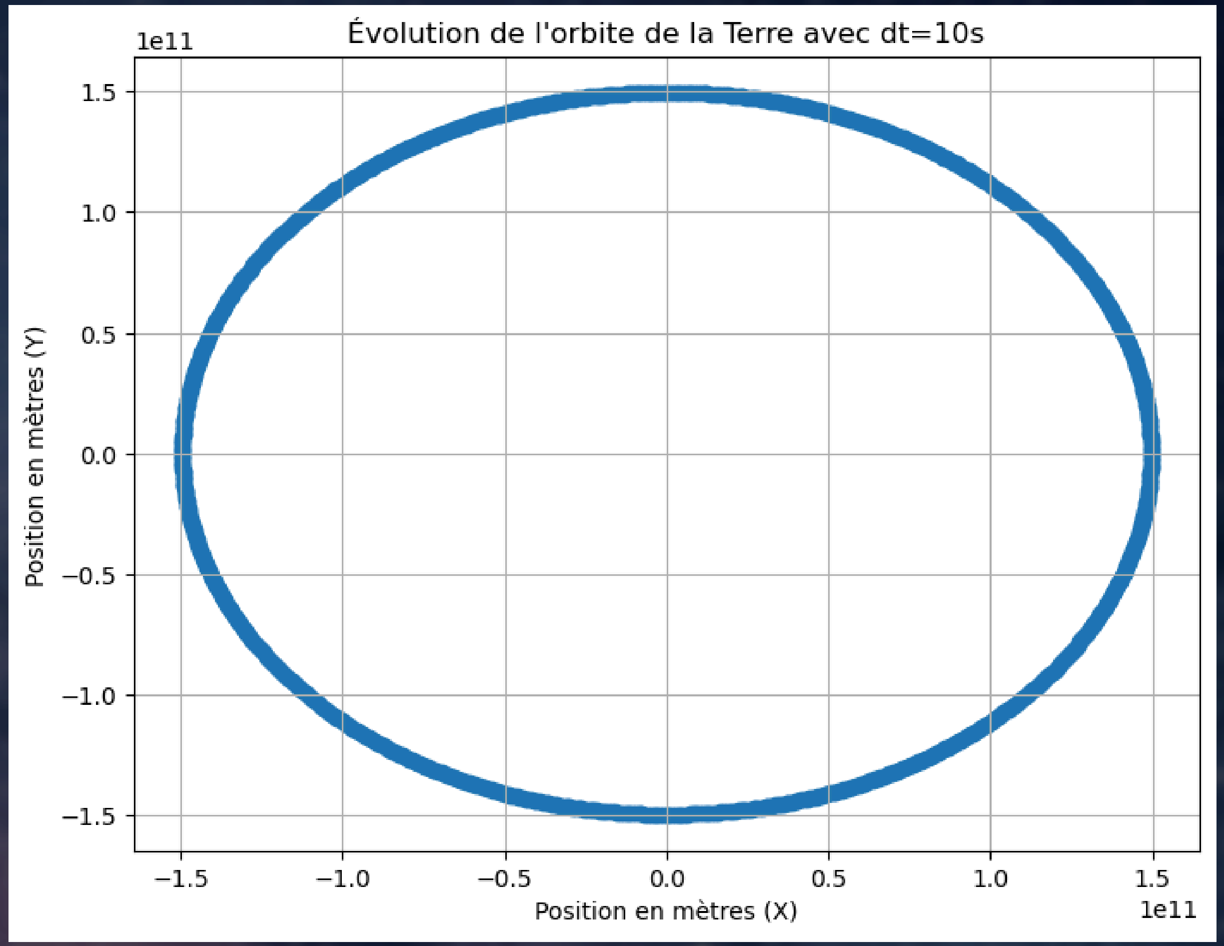


Observations:
La Terre reprend sa position initiale

Modélisation d’un système simple

Afin de vérifier l’influence du pas dt, nous avons modifié nous avons réalisé plusieurs modélisations en modifiant ce paramètre.





Observations:
En augmentant le pas dt, on altère la précision du modèle.
En effet, l’espacement entre les points augmente et on se représente moins bien ce qu’il se passe entre les points.

Observations :
En baissant le pas, le graphe perd en lisibilité puisque les points sont très rapprochés.

Modélisation d'un système à deux corps

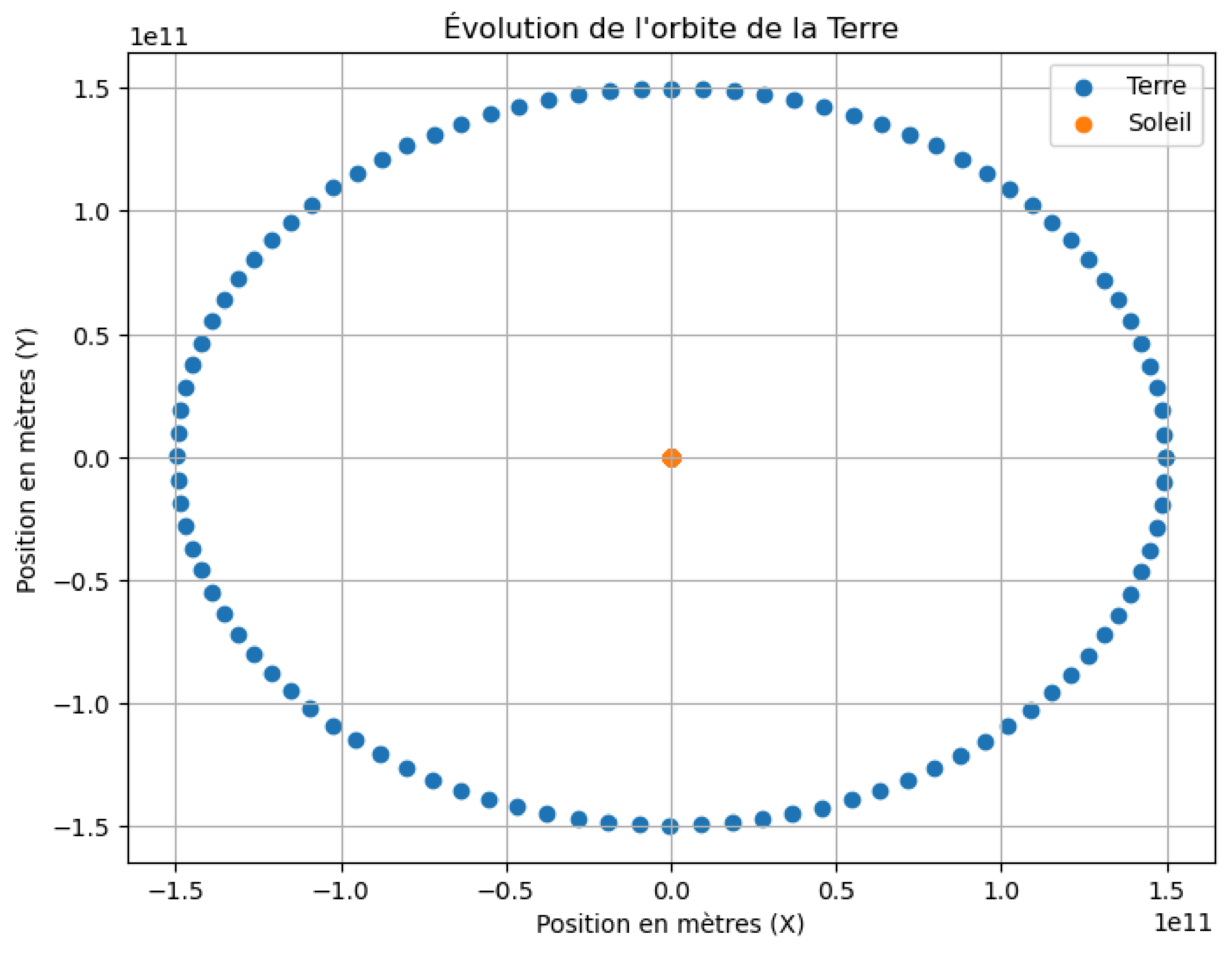
Principe des actions réciproques :

$$\overrightarrow{F}_{S\to T} = -\overrightarrow{F}_{T\to S}$$

- Nous remarquons à partir du graphe que la terre revient effectivement à sa position de départ autour du soleil.

- Le soleil quand à lui semble fixe, cependant les deux corps sont en mouvement: le soleil orbite autour du centre galactique dans la voie lactée, sa période orbitale étant trop importante à côté de celle de la terre (des centaines de millions d'années pour une révolution complète), il semble donc fixe par rapport à la terre.

- De plus, de part le mouvement relatif, dans le repère héliocentrique, le soleil étant l'origine, celui-ci est considéré fixe par rapport à toutes les planètes du système solaire, Terre incluse.



Observations :
Le système ne se comporte pas différemment du modèle simplifié du Soleil fixe.

Conclusion

Le travail a été divisé en deux parties : d'abord, la détermination expérimentale de la constante gravitationnelle à partir de la 3ème loi de Kepler et de l'expression de Newton ; puis, la modélisation de l'orbite terrestre sur un an en utilisant le principe d'inertie et la force gravitationnelle avec une approche itérative (Euler).
Cette méthode a été étendue au mouvement solaire en appliquant le principe des actions réciproques de Newton pour déduire les positions du Soleil en fonction du mouvement terrestre, et elle peut être généralisée à plusieurs corps.