

Frequenzspektren im innerstädtischen Raum

Lena Marie Müller

16. Juni 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	2
2	Grundlagen von Luftbewegung und Turbulenz	3
3	Methodik	5
3.1	Fourier-Analyse	5
4	Umsetzung	7
4.1	Messgeräte	7
4.1.1	expe	7
4.1.2	Sonic	7
4.2	Messstandorte	7
4.3	Wetterlagen	7
4.4	Fourier-Analyse	7
5	Ergebnisse der Frequenzanalyse	11
5.1	Messung Ermischstraße	11
5.2	Messung Gustav Adolf Straße	11
5.3	weiterführende Messung im Sommer?	11

1 Aufgabenstellung

Titel: "Zeitliche Variabilität von Lufteigenschaften im innerstädtischen Raum" ("Frequenzspektren im innerstädtischen Raum")

Hintergrund: Die Ausbildung des Stadtklimas ist lokal sehr unterschiedlich. Für Aussagen zur Wirkung von einzelnen Gebäuden und Vegetationselementen werden daher Messungen mit einer räumlichen Auflösung im Meterbereich benötigt. Für biometeorologische Untersuchungen, insbesondere zur Beurteilung der thermischen Belastung von Stadtbewohnern werden aus Effizienzgründen häufig mobile Messungen benutzt, die die räumliche Variabilität mit nur einem Messsystem erfassen können. Dabei können die einzelnen charakteristischen Abschnitten der Messstrecke immer nur kurz mit wenige Messpunkte beprobt werden. Messgrößen, die dem turbulenten Austausch unterliegen (z.B. Temperatur und Luftfeuchte) unterliegen jedoch auch zeitlichen starken Schwankungen.

Aufgabe: Anhand von Wind- und Temperaturmessung sollen in der Arbeit folgende Fragestellung untersucht werden:

- Welche typischen Frequenzen dominieren den turbulenten Austausch sensibler Wärme im Lebensraum von Stadtbewohnern?
- Wie lange müssen Messgrößen gemittelt werden damit eine repräsentative Messung entsteht?

Dabei sind die Abhängigkeit von der Messposition zu Gebäuden sowie die synoptischen Lage, bzw. die meteorologischen Bedingungen zu berücksichtigen.

Arbeitsschritte:

1. Literaturstudium zur Frequenzanalyse
2. Hochfrequente Messung (10 Hz) der Temperatur und der Windgeschwindigkeit an verschiedenen Position (mehrtägige Messungen auf der Ermischstr., 1 Messtag in der Gustav Adolf Strasse, DD Strehlen)
3. Frequenzanalyse: Bestimmung der dominierenden Frequenzen, Abschätzung des minimalen Mittelungszeitraumes (gleitende Mittel, Ogiven).

2 Grundlagen von Luftbewegung und Turbulenz

Komponenten der Luftbewegung Die Luftbewegung besteht aus einem mittleren Wind ("mean flow"), Wellen und Turbulenzen. Der horizontale Transport (e.g. von Feuchte, Impuls, Wärme, Partikeln) wird hauptsächlich durch den mittleren Wind bewirkt, der Vertikaltransport hingegen hauptsächlich durch Turbulenzen, welche thermisch oder mechanisch initiiert werden. Turbulente Elemente sind Luftpakete mit größtenteils einheitlichen thermodynamischer Charakteristik. Der turbulente Austausch ist deutlich effektiver als molekulare Diffusion. Die turbulente Intensität ist das Verhältnis aus Perturbation und mittlerem Wind (Formel 1).

$$I = \sigma_M / \overline{M} \quad (1)$$

Energietransfer Energie wird kaskadenartig in kleinere Skalen transferiert. Die kleinsten Turbulenzen lösen sich schließlich auf und geben dabei Wärme ab. Die Transformation kin. Energie in Wärme ist sehr klein und in Energiebilanzgleichung vernachlässigter (2 W/m²) [Foken, 2017].

Taylor's „frozen turbulence“-Hypothese (1938) Die Annahme eingefrorener Eddies erlaubt den Schluss von mittlerer Horizontal-Windgeschwindigkeit M und typischer Dauer eines Eddies P auf den Eddy-Durchmesser λ (Formel 2).

$$P = \lambda / M \quad (2)$$

Begründet liegt diese Annahme darin, dass sich turbulente Elemente nur wenig ändern, wenn sie im "mean flow" advektiv herangetragen werden. Voraussetzung ist, dass die relative (bezogen auf den "mean wind") turbulente Intensität gering ist ($I < 0.5$). Dies findet man z.B. in der initial sub-range → hohe Autokorrelation in der turbulenten Fluktuation

Typischer Verlauf des Turbulenzspektrums Das Turbulenzspektrums beschreibt die spektrale Energiedichte über der Wellenlänge bzw. Frequenz. Aus dem Spektrum gehen die Anteile kinetischer Energie an der Gesamtenergie durch bestimmte Eddy-Größen hervor. Der typische Verlauf besitzt mehrere makrometeorologische Peaks (1a, 4d, 1d), welche aus jährlichen, synoptischen und tageszeitlichen Schwankungen resultieren und einen mikrometeorologischen Peak (1min; 0,001 - 10 Hz) sowie eine spektrale Lücke bei ca. 30-60min. Da atmosphärische Prozesse über viele Skalen reichen, ist meist eine logarithmische skalierte x-Achse sinnvoll. Die Kenntnis des Spektrums ist von Bedeutung bei Sensorauswahl, Messstrategien und der Modellparametrisierung.

dimensionslose Frequenz Für den Vergleich von Windgeschwindigkeiten unterschiedlicher Messhöhen, wird die Frequenz auf der x-Achse häufig normiert (Formel 3: f =Frequenz, z =Höhe, u =Windgeschwindigkeit) [Foken, 2017].

$$n = f \frac{z}{u} \quad (3)$$

Kolmogorov's -5/3-Gesetz Es besagt, dass der Abfall der Kurve des Spektrums zw. größeren und kleineren turbulenten Elementen -5/3 beträgt.

zeitliche Mittelung von Atmosphärenvariablen Eine zeitliche Mittelung ist plausibel, wenn eine spektrale Lücke besteht. Sie gibt das Mittelungsfenster vor, welches abh. von Standort und Wetterlage ist, aber meist bei ca. 30 - 60 min liegt. Das Mittel der Variable A (abh. von Zeit t und Raum s) kann als Summe der N Zeitschritte (Formel 4) oder Integral über das Zeitintervall P (Formel 5) berechnet werden.

$${}^s\overline{A(s)} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} A(t, s) \quad (4)$$

$${}^s\overline{A(s)} = \frac{1}{P} \int_{t=0}^P A(t, s) dt \quad (5)$$

Korrelation und Kovarianz Die Kovarianz $\overline{a'b'}$ ist ein Maß für die gemeinsame Beziehung zweier Variablen. Der Korrelationskoeffizient (Formel 6) ist normiert mit dem Produkt der Standardabweichungen und besitzt den Wertebereich -1 ... +1.

$$r_{ab} = \frac{\overline{a'b'}}{\sigma_a \sigma_b} \quad (6)$$

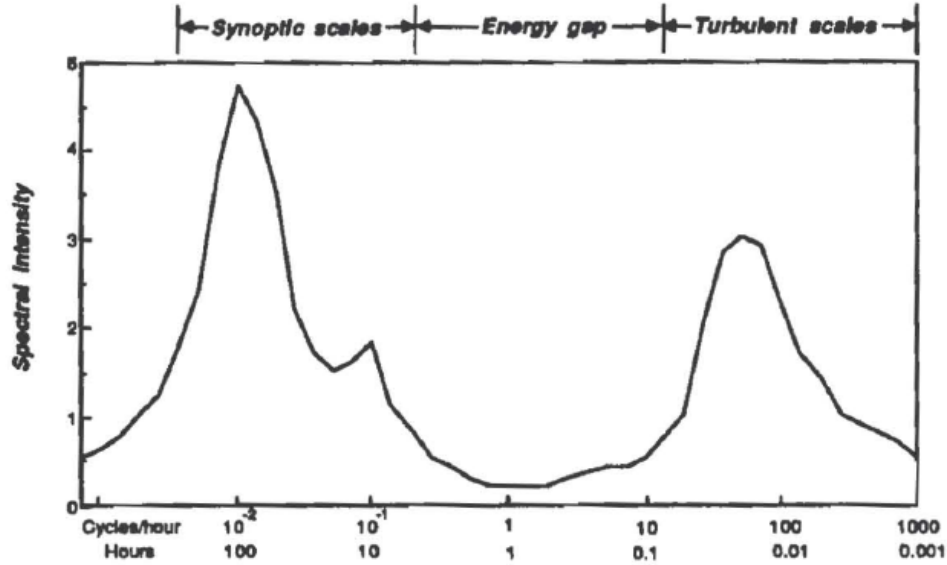


Fig. 2.2 Schematic spectrum of wind speed near the ground estimated from a study of Van der Hoven (1957).

Abbildung 1: Typischer Verlauf des Turbulenzspektrums [Stull, 1988]

Mittel und Perturbation der Bewegung Besteht eine spektrale Lücke, welche eine zeitliche Mittelung zulässt, können Messwerte in einen mittleren und turbulenten Anteil aufgeteilt werden ($w = \bar{w} + w'$). Analog können sowohl kinetische Energie, als auch Wärmeflüsse in eine mittlere und eine fluktuierende Komponente aufgeteilt werden. Die gesamte kin. Energie kann in MKE (mittlerer Wind) und TKE (Turbulenzen) unterteilt werden. Beide Formeln beziehen sich auf eine Einheitsmasse.

$$MKE/m = 0,5(\bar{U} + \bar{V} + \bar{W}) \quad (7)$$

$$TKE/m = 0,5(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (8)$$

Der Wärmestrom kann in Advektionsfluss (Ost-West Wärmefluss, Nord-Süd-Wärmefluss, vertikal: Formel 9) und Eddy-Fluss (Ost-West Wärmefluss, Nord-Süd-Wärmefluss, vertikal: Formel 10) partitioniert werden.

$$\bar{U} \cdot \bar{\theta}; \bar{V} \cdot \bar{\theta}; \bar{W} \cdot \bar{\theta} \quad (9)$$

$$\overline{u'\theta'}; \overline{v'\theta'}; \overline{w'\theta'} \quad (10)$$

Es handelt sich um kinematische Wärmeflüsse $Q_H [K \frac{m}{s}]$, welche aus dem Wärmefluss $\tilde{Q}_H [\frac{J}{ms}]$ und der spez. Wärme von Luft $\rho_{air} C_{p_{air}} = 1,216 * 10W/m$ abgeleitet ist: $Q_H = \frac{\tilde{Q}_H}{\rho_{air} C_{p_{air}}}$.

3 Methodik

3.1 Fourier-Analyse

1. **Aufbereitung der Zeitreihe (zur Reduzierung von Unstetigkeiten):** Die Fouriertransformation impliziert, dass sich der Datensatz unendlich lang periodisch wiederholt, was natürlicherweise nicht der Fall ist. Bei Verlängerung der Messreihe in beide Richtungen können Unstetigkeitsstelle am Beginn und Ende des Messzeitraums entstehen. Zur Reduktion der Unstetigkeiten bestehen verschiedene Ansätze. Einerseits kann der Trend von der Zeitreihe subtrahiert werden, andererseits können die Grenzen des Messzeitraumes abgerundet werden, indem die ersten und letzten 10 % der Daten mit trigonometrischen Termen skaliert werden (Formel 11, Stull [1988]). Die Daten sollten jedoch so wenig wie möglich durchgeführt werden, da sie Unsicherheiten erzeugen. Eine notwendige Korrektur ist allerdings das Füllen von Datenlücken, da die FFT-Algorithmen vollständige, äquidistante Zeitreihen benötigen.

$$W(k) = \begin{cases} \sin^2(5\pi k/N) & \text{für } 0 \leq k \leq 0,1N \\ 1 & \text{sonst} \\ \cos^2(5\pi k/N) & \text{für } 0,9N \leq k \leq N \end{cases} \quad (11)$$

2. **Berechnung der Fourier-Terme:** Bei der Fouriertransformation wird die meteorologische Zeitreihe (z.B. von Windgeschwindigkeiten) als Summe von trigonometrischen Funktionen dargestellt (Fourierreihe, Formel 12).

$$F_A(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{A(k)}{N} \right] \cdot e^{-i2\pi nk/N} \quad (12)$$

Mithilfe der Eulerschen Formel (Formel 13) können Exponentialfunktion und trigonometrische Funktion umgewandelt werden (Formel 14).

$$e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x) \quad (13)$$

$$F_A(n) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A(k) \cdot \cos(2\pi nk/N) - \frac{-i}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A(k) \cdot \sin(2\pi nk/N) \quad (14)$$

Für n Datenpunkte resultieren n komplexe Zahlen, welche bereits in sämtlichen Programmiersprachen (auch in inverser Form) implementiert sind: R (<https://www.rdocumentation.org/packages/stats/versions/3.6.2/topics/fft>), Python (<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.fft.fft.html#numpy.fft.fft>), C++ (<http://www.fftw.org/>). FFT steht für Fast Fourier Transform und beschreibt die Laufzeitverbesserung der „normalen Fouriertransformation“ von $O(N^2)$ Operationen auf $O(\frac{3N}{2} \log_2 N)$ Operationen.

3. **Reduktion der Fourier-Terme:** Dies betrifft Wellenlängen, welche die Messdauer überschreiten und Wellenlängen, welcher kleiner als die der Nyquist-Frequenz sind. Die Nyquist-Frequenz $n_f = N/2$ ist die Frequenz, welche gerade noch von N Datenpunkten aufgelöst werden kann, da jede Welle von mindestens 2 Datenpunkten getragen werden muss, um sie korrekt darzustellen [Stull, 1988].
4. **Berechnung des Quadrats der Norm** Für jeden komplexen Fourier-Term wird das Quadrat der Norm berechnet (Formel 15). $|F_A(n)|^2$ entspricht dem Anteil der Gesamtvarianz, welche durch die Frequenz n entsteht.

$$|F_A(n)|^2 = [F_{real}(n)]^2 + [F_{imag}(n)]^2 \quad (15)$$

5. **Berechnung der gesamten Varianz** Die Summe dieser Terme von $n=1$ bis $N-1$ entspricht der gesamten Varianz der Zeitreihe (Formel 16). Die Frequenz $n=0$ entspricht dem Mittelwert, welcher keinen Beitrag zur Varianz leistet und daher nicht mit einbegriffen ist.

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (A_k - \bar{A})^2 = \sum_{n=1}^{N-1} |F_A(n)|^2 \quad (16)$$

6. **Diskretes Spektrum:** Da die Frequenzen $> n_f$ die komplex konjugierte Version der ersten $N/2$ Terme sind, wird die spektrale Intensität/ Energie $E_A(n)$ mit dem Faktor 2 skaliert (Ausnahme: n_f bei geradem N).

$$\text{Wenn } N \text{ ungerade: } E_A(n) = 2|F_A(n)|^2 \text{ für } n=1 \dots n_f \quad (17)$$

$$\text{Wenn } N \text{ gerade: } E_A(n) = 2|F_A(n)|^2 \text{ für } n=1 \dots n_f-1 \quad (18)$$

7. **Spektrale Dichte:** Integriert man die spektrale Dichte $S_A(n)$ über alle Frequenzen, erhält man die gesamte Varianz σ_A^2 der Variablen A (Formel 19). Die spektrale Dichte einer Wellenlänge kann mit der Klassenbreite Δn über Formel 20 angenähert werden.

$$\sigma_A^2 = \int_n S_A(n) dn \quad (19)$$

$$S_A(n) = \frac{E_A(n)}{\Delta n} \quad (20)$$

8. Darstellung des Spektrums

- diskretes Spektrum: x-Achse: Frequenz n (log); y-Achse: E_A (Einheit²)
- kontinuierlicher Graph: x-Achse: Frequenz n (log); y-Achse: S_A ((Einheit/Frequenz)²)

4 Umsetzung

4.1 Messgeräte

4.1.1 expe

Tabelle 1: Attribute der Loggingdateien

				Mod					
	Date	Time	Module Address	Module Command	Value1	Value2	Value3	Value4	
0	Datum	Zeit	Modul	SensorID	XX	T [°C*100]	r.F. [%*1000]	p [Pa]	
2	Datum	Zeit	Modul	SensorID	XX	T [°C*100]	r.F. [%*1000]	XX	
1	Datum	Zeit	Modul	SensorID	XX	Altitude	Latitude	Longitude	

Sensor 0: https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/BST-BME280_DS001-10.pdf

4.1.2 Sonic

TODO

4.2 Messstandorte

1. Ermischstraße
2. Gustav-Adolf-Straße

Räumliches Spektrum: verschiedene Messorte zur selben Messzeit

Zeitliches Spektrum: verschiedene Messzeiten am selben Messort

4.3 Wetterlagen

Autochthone Witterung definiert der DWD als „Eigenbürtige, durch lokale und regionale Einflüsse bestimmte Witterung, die durch ausgeprägte Tagesgänge der Lufttemperatur, der Luftfeuchte und der Strahlung gekennzeichnet ist.“ [DWD, 2023]. Typische Wetterlagen sind warme Sommertage ohne Niederschlag, mit antizyklonaler Strömung (z.B. ein zentrales Hoch über Europa, Omega-Lage) und schwachem Wind, sodass sich lokale, kleinräumige Windsysteme ungestört ausbilden können. Mit der Zeit transformiert sich die Luftmasse entsprechend der lokalen Gegebenheiten [DWD, 2023].

4.4 Fourier-Analyse

Softwareumgebung, Rechenzeit, ...

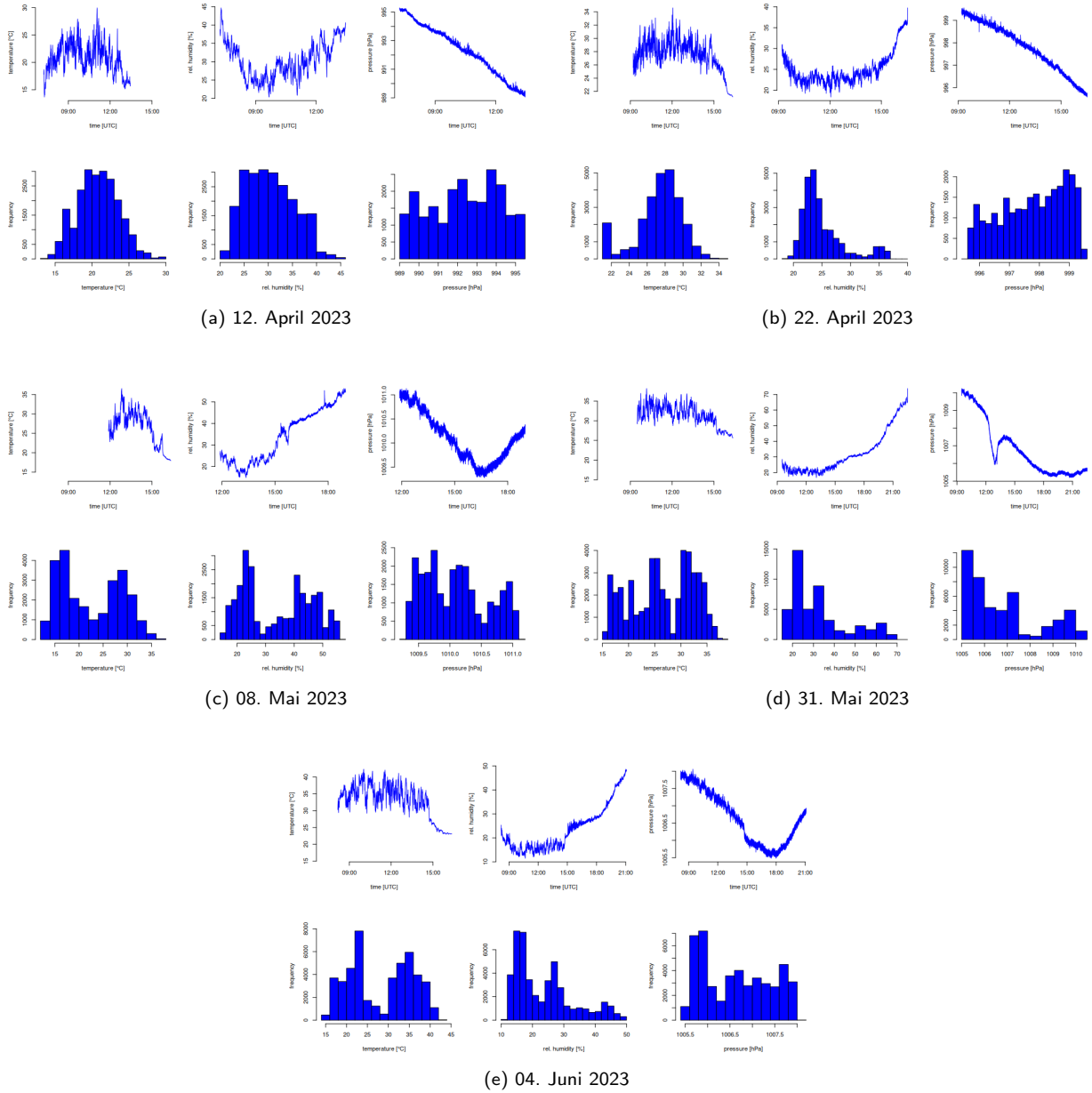
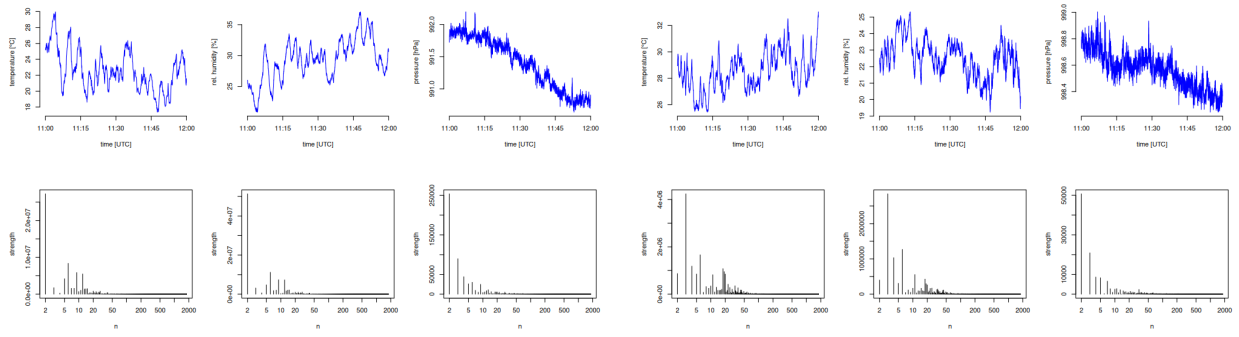
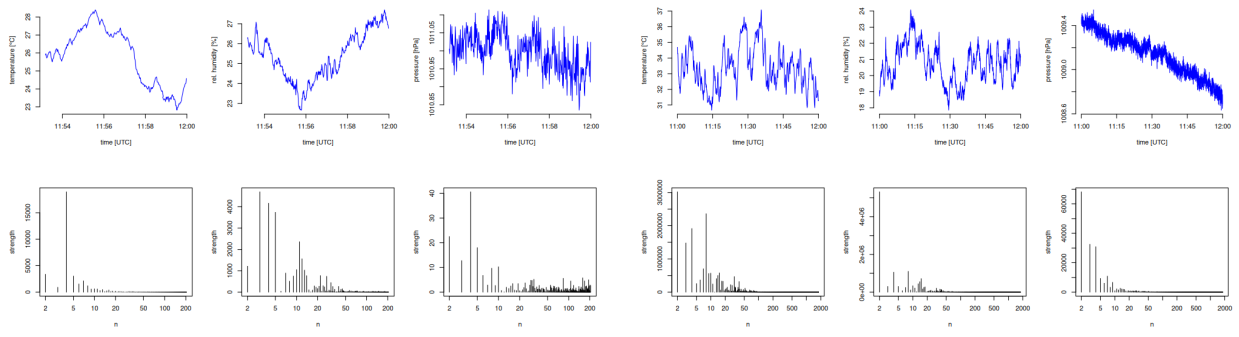


Abbildung 2: Zeitreihen und empirische Häufigkeitsverteilungen von Temperatur, rel. Feuchte und Druck



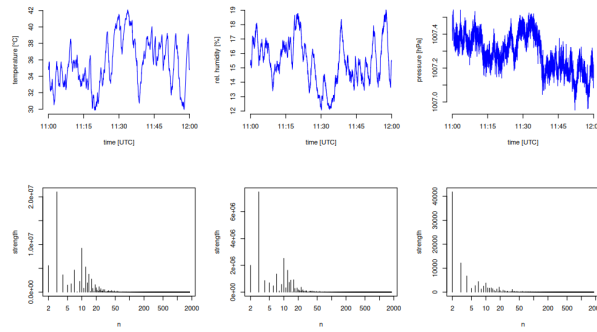
(a) 12. April 2023

(b) 22. April 2023



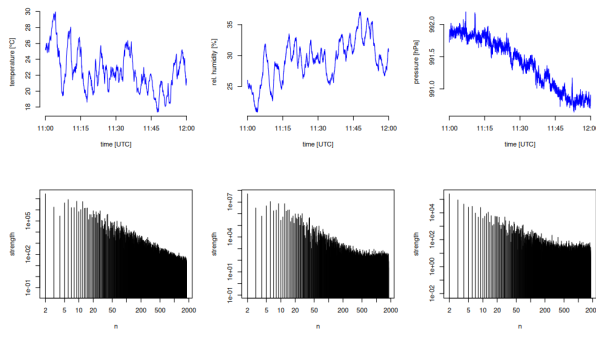
(c) 08. Mai 2023

(d) 31. Mai 2023

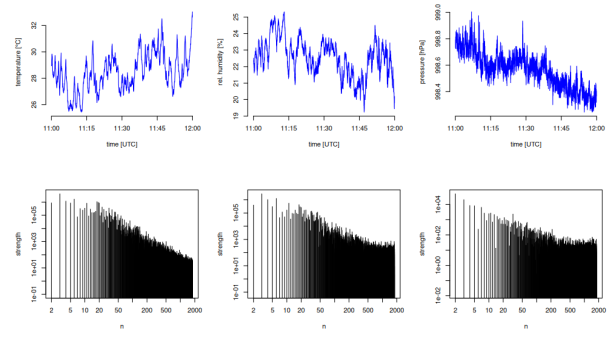


(e) 04. Juni 2023

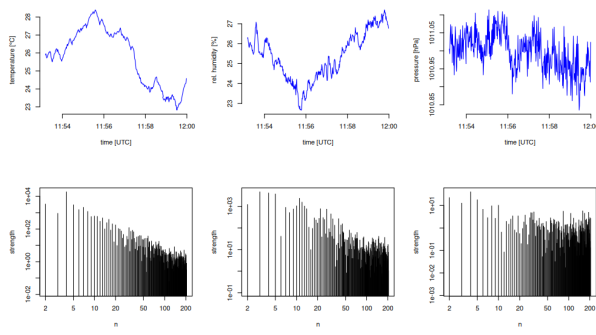
Abbildung 3: Zeitreihen und empirische Turbulenzspektren von Temperatur, rel. Feuchte und Druck



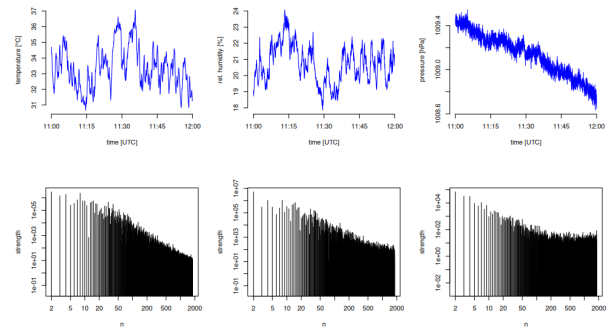
(a) 12. April 2023



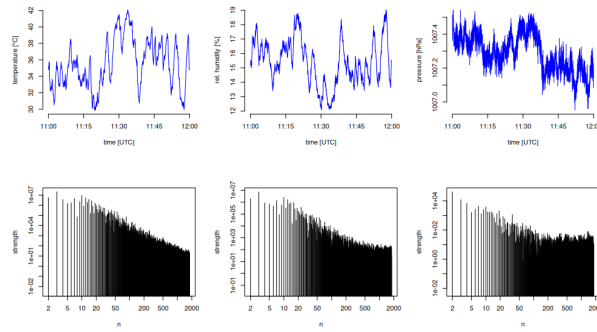
(b) 22. April 2023



(c) 08. Mai 2023



(d) 31. Mai 2023



(e) 04. Juni 2023

Abbildung 4: Zeitreihen und empirische Turbulenzspektren (doppel-log) von Temperatur, rel. Feuchte und Druck

5 Ergebnisse der Frequenzanalyse

5.1 Messung Ermischstraße

5.2 Messung Gustav Adolf Straße

5.3 weiterführende Messung im Sommer?

Literatur

- DWD, 2023. Deutscher Wetterdienst. Wetter- und Klimalexikon. URL: <https://www.dwd.de/DE/service/lexikon/Functions/glossar.html;jsessionid=5F4A909F8A7EB3471F80B14A187D4381.live21071?lv2=100072&lv3=100304>. Letzter Zugriff 08.06.2023.
- T. Foken. *Micrometeorology*. Springer Berlin Heidelberg, 2017. doi: 10.1007/978-3-642-25440-6. URL <https://doi.org/10.1007/978-3-642-25440-6>.
- R. Stull. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic, 1988. ISBN : 978-90-277-2769-5, 670 pp.