北京理工大學
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

AI 计算机学院

《人工智能与计算科学》

人工智能的数据基础——二进制基础

主讲教师：冯恺宇

目录

CONTENT

计算机中基于“实现计算”的数制及其转换

计算机中的0和1

十进制： 思维方式和人非常接近，但要找到具有10种稳定状态的元件来对应十进制的10个数是困难的

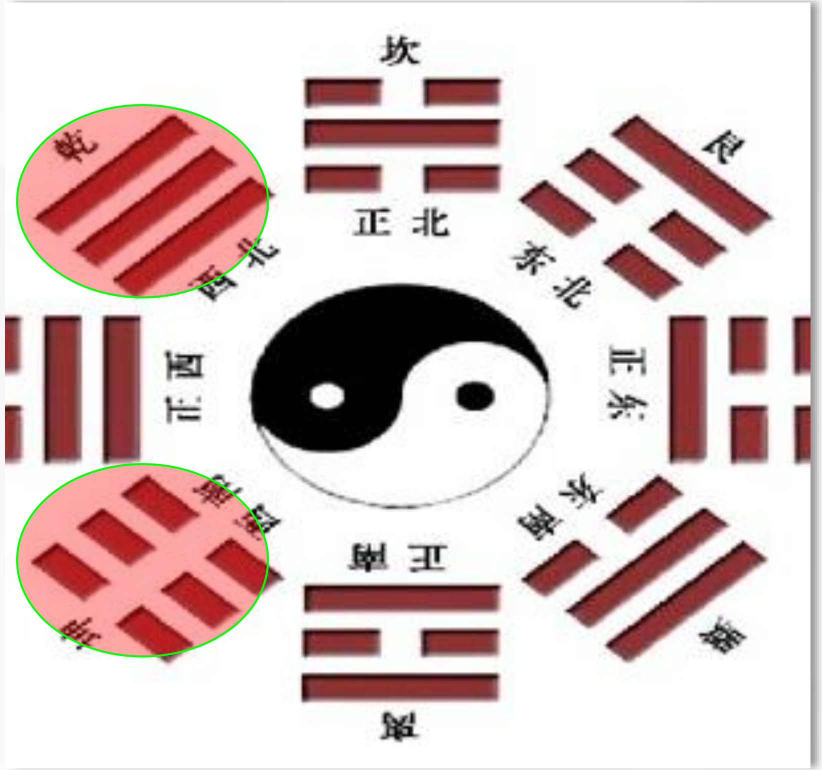
而具有两种稳定状态的元件却非常容易找到

比如“1”是表示高电平，“0”表示低电平

“1”表示接通状态，“0”表示断开状态

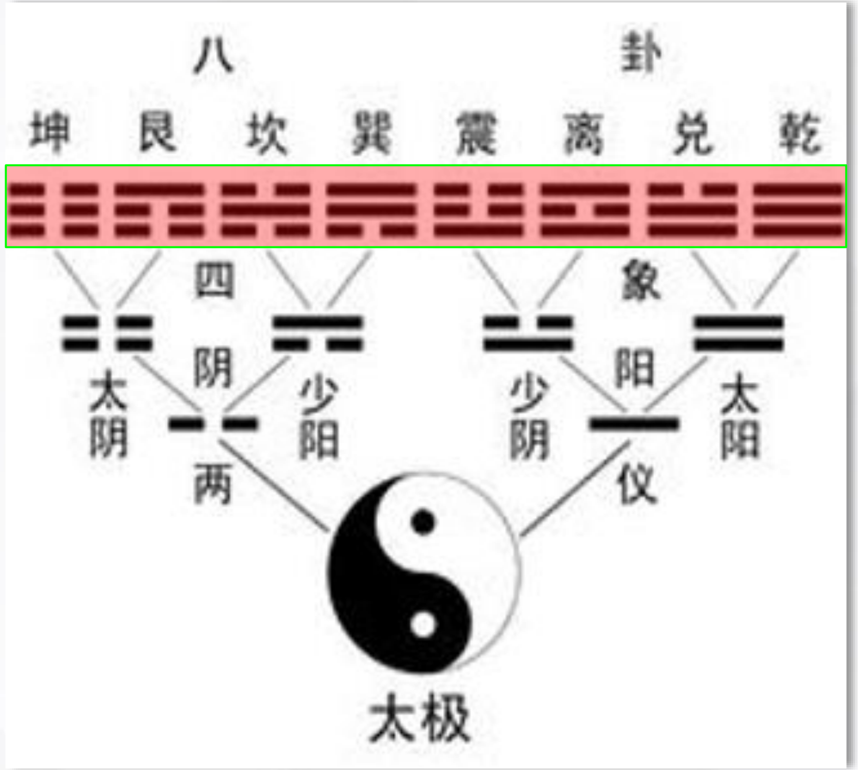
计算机中的二进制

八卦图与二进制



两仪生四象

四象如何生八卦?



八卦符号：乾☰，兑☱，离☲
震☳，巽☴，坎☵，艮☶，坤☷
八卦符号：

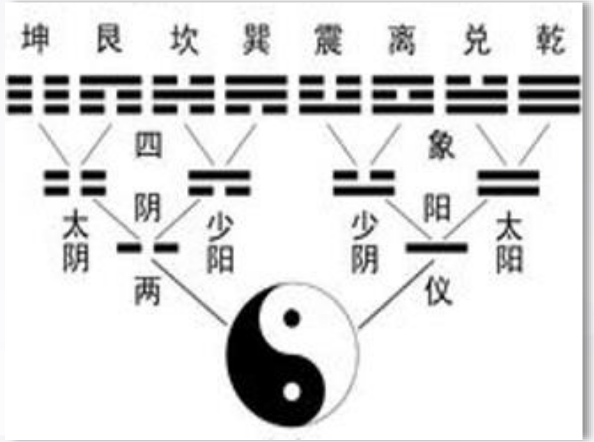
每卦又有三爻, 代表天、地、人**三种才,**
则有： $2^3=8$ 种组合

取两种符号有： $2^2=4$ 种不同组合为四象
（太阴，少阳，少阴，太阳）

符号化

八卦图与二进制

北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY



形式化方法

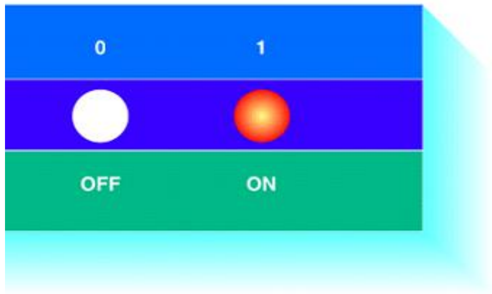
用组合的阴阳爻符号来表达特定的信息

其中贯穿着**二进制**、**编码**的重要思想

卦名	卦形	二进制代码
坤	☷	000
艮	☶	001
坎	☵	010
巽	☴	011
震	☳	100
离	☲	101
兑	☱	110
乾	☰	111

八卦-二进制代码对应表

八卦图与二进制



1 使用0、1 两个数字符号
容易实现

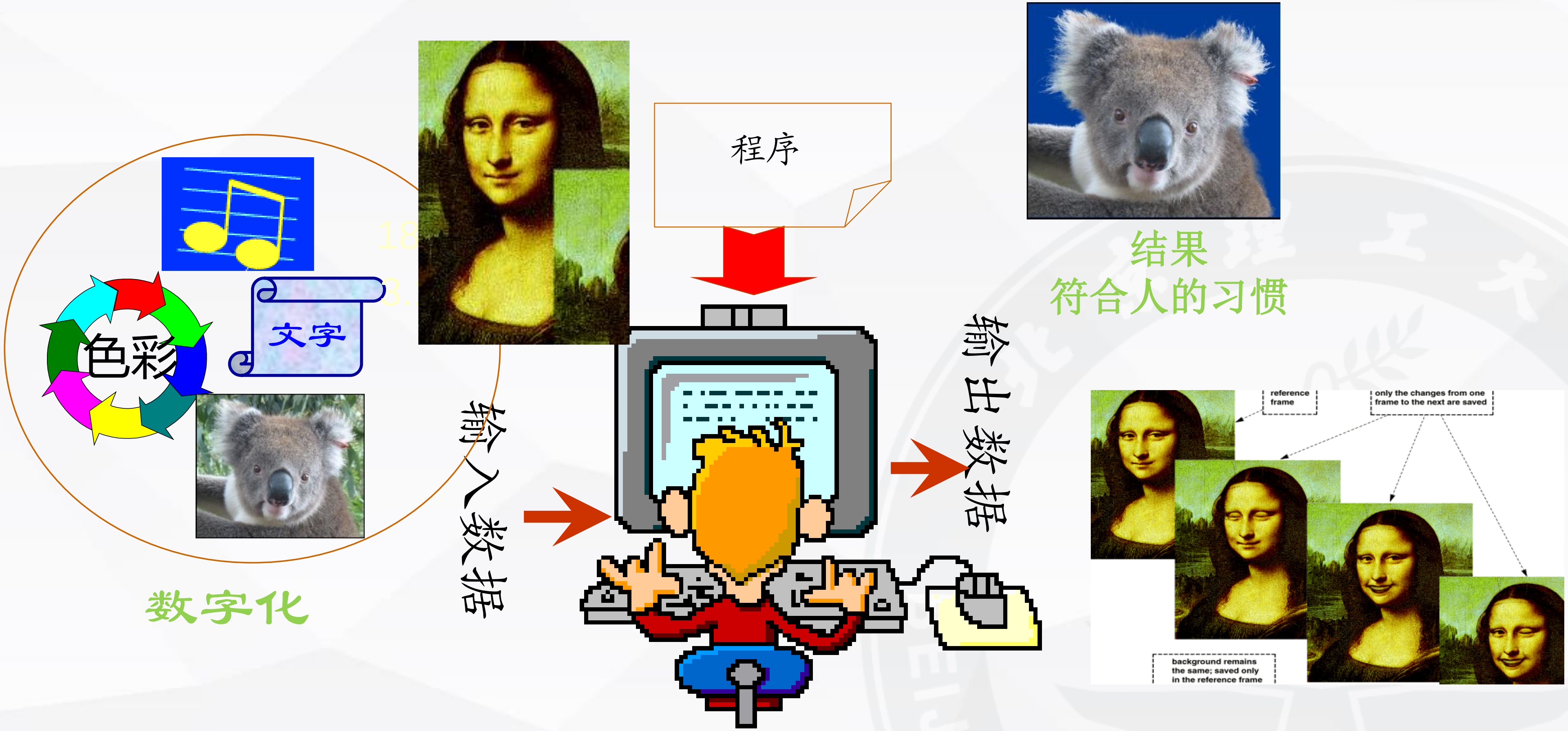
求和
0+0=0
1+0=0+1=1
1+1=10

2 运算规则简单
逢2进一

求积
0 × 0=0
1 × 0=0 × 1=0
1 × 1=1

3 计算机中存储的状态更加
稳定可靠

问题导入：为什么要用二进制？



方便物理实现
运算控制简单

2.1.2 各种数制表示

二进位制有致命的弱点，那就是数字的书写特别冗长

为了解决这个问题，在计算机的理论和应用中还使用两种辅助的进位制八进位制和十六进位制

十进制：

100000

6位

二进制：

11000011010100000

17位

2.1.2 各种数制表示

基本概念 — 数制

人们在生产实践和日常生活中，创造了多种表示数的方法，这些数的表示规则称为数制

基本概念 — 基数

一个数制所包含的数字符号的个数称为该数制的基数

数制： 数的表示系统

基数： 数制所包含的符号的个数

基本概念 — 位值

由位置决定的值叫“位值”或“权”如：10^1；10^0；10^{-1}；8^1；8^0；8^{-1}；

$(45.6)_{10}$ 和 $(52.6)_8$ 两数谁大？

$(4\ 5\ .\ 6)_{10}$

$4\times10^1+5\times10^0+6\times10^{-1}$

$(5\ 2\ .\ 6)_8$

$5\times8^1 + 2\times8^0 + 6\times8^{-1} = 42.75$

“权”

$$(S)_R=\sum_{i=-m}^{n} K_i\times R^i \quad Ki\in\{0,1,\ldots\ldots,R-1\}$$

n=整数位数-1；m=小数位数

计算机中基于“实现计算”的数制及其转换

不同数制数的表示：

$(1001)_2 \leftrightarrow$ 1001B

二进制数 Binary

$(1001)_8 \leftrightarrow$ 1001O(Q)

八进制数 Octal

$(1001)_{10} \leftrightarrow$ 1001D

十进制数 Decimal

$(1001)_{16} \leftrightarrow$ 1001H

十六进制数 Hexadecimal

$$(N)_r$$

N：数值

r：数制（基数） $\begin{cases} 2 \\ 8 \\ 10 \\ 16 \end{cases}$

2. 常用数据

（1）十进制数

逢十进一

- 基数为10 ⟷ 由十个数字组成

  0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

- 一个完整的十进制数的值可以由每位所表示的值相加，权为10^i（$i=-m \sim n$，m、n为自然数）。例如十进制数7802.41 可以用如下形式表示。

- $(7802.41)_{10}=7\times10^3+8\times10^2+0\times10^1+2\times10^0+4\times10^{-1}+1\times10^{-2}$

计算机中基于“实现计算”的数制及其转换

各种数制的特征

3307 是几进制数?

1 2 3 4 5

4x? 10 • 十进制
4x? 8 • 八进制
4x? 16 • 十六进制

- 二进制 数字符号：0、1；逢二进一
例：0+1=1， 1+1=10
- 八进制 数字符号：0、1、2、3、4、5、6、7；逢八进一
例： 7+1=10， 77+1=100。
- 十六进制 0、1、…、9、A、B、C、D、E、F；逢十六进一
例： 3F+1=40， AFF+1=B00。

不同进制的表示方法

数制	基数	位权	进位规则
十进制	10（0~9）	10i	逢十进一
二进制	2（0、1）	2i	逢二进一
八进制	8（0~7）	8i	逢八进一
十六进制	16（0~9、A~F）	16i	逢十六进一
r进制	r	ri	逢r进一

请思考：既然计算机采用二进制，那要八进位制、十六进位制有什么用？是给机器用还是给人用？

四种计数制的编码及其对应关系

十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

逢二进一

逢十进一

逢八进一
3位二进制数对应1位八进制数

逢十六进一
4位二进制数对应1位十六进制数

RET

2.1.3 数制间转换

分为两类：非十进制数转换为十进制
十进制数转换为非十进制

1. 非十进制数转换为十进制数

按权展开法

$(666.66)_{10}$

60　　6/100

基本概念 — 数值的按权展开

$$(256.12)_{10}=2\times10^{2}+5\times10^{1}+6\times10^{0}+1\times10^{-1}+2\times10^{-2}$$

权

$$(101.01)_{2}=1\times2^{2}+0\times2^{1}+1\times2^{0}+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$

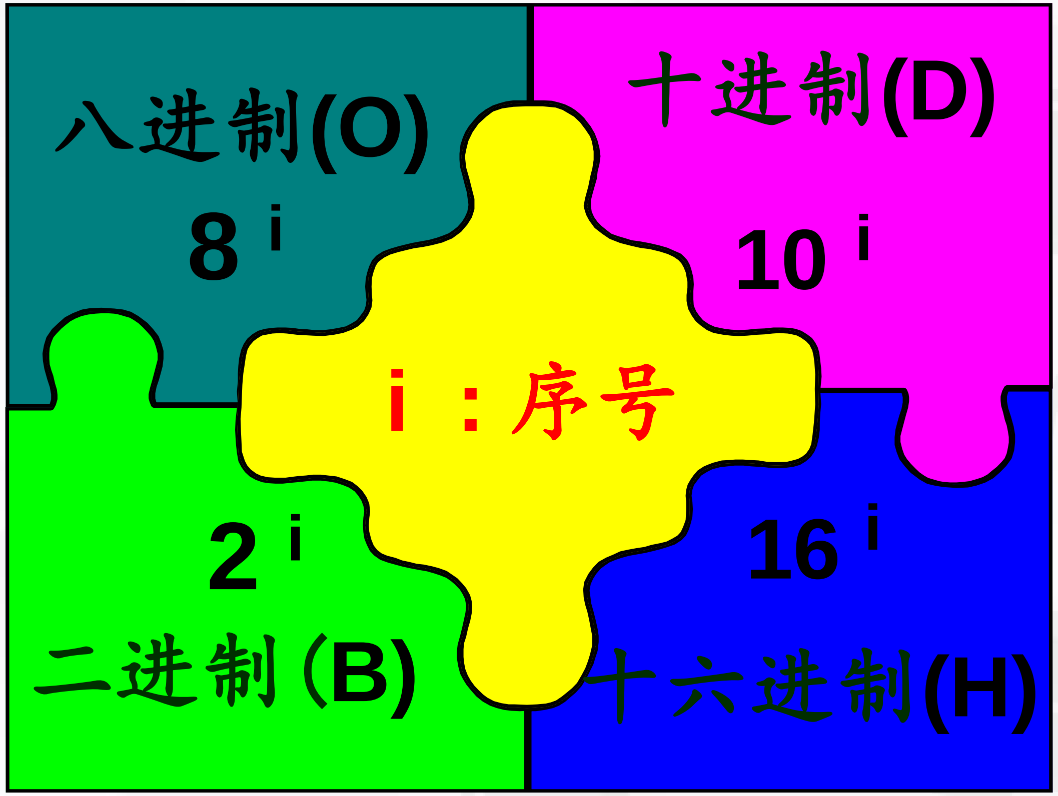
任何一个数值，都是各位数字本身的值与其权之积的总和

计算机中基于“实现计算”的数制及其转换

不同数制下的权

整数：
从右向左
i =0,1,2,3 ……

小数：
从左向右
i = -1,-2,-3……



数值的按权展开 $(1234)_{10}=1\times10^3+2\times10^2+3\times10^1+4\times10^0$

权

$(1234)_8=1\times8^3+2\times8^2+3\times8^1+4\times8^0$

任何一个数值,都是各位数字本身的值与其权之积的总和

按权展开法

1. 二进制→十进制(整数部分)

$(1\,0\,0\,1\,0\,1\,1)_2 = (\;?\;)_{10}$

数值	1	0	0	1	0	1	1
权值	2^6 64	2^5 32	2^4 16	2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1

$$1\times2^6+0\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=75$$

二进制→十进制(小数部分)　$(0.1010)_2=(\ ?\ )_{10}$

数值	1	0	1	0
权值	2^{-1} 0.5	2^{-2} 0.25	2^{-3} 0.125	2^{-4} 0.0625

结果:

$$(0.1010)_2=1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+0\times2^{-4}=(0.625)_{10}$$

二进制各位的权值

权值相加

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.	1	1	1
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
1024				64			8						
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

$$(101.01)_2 = (\ ?\ )_{10}$$

八进制数 → 十进制数

按权展开法

? $(304.1)_8 = (196.125)_{10}$

$$(304.1)_8 = 3\times8^2 + 0\times8^1 + 4\times8^0 + 1\times8^{-1}$$
$$= 192 + 4 + 0.125$$
$$= (196.125)_{10}$$

十六进制数 ⟶ 十进制数

? $(5CA)_{16} = ($ 1482 $)_{10}$

按权展开法

$$(5CA)_8 = 5\times16^2 + 12\times16^1 + 10\times16^0$$
$$= 1280 + 192 + 10$$
$$= (1482)_{10}$$

十进制数 (整数) ➡ 二进制数

$(75)_{10} = (\quad ? \quad)_2$

$75 \div 2 = 37$ …………余 1

$37 \div 2 = 18$ …………余 1

$18 \div 2 = 9$ …………余 0

$9 \div 2 = 4$ …………余 1

$4 \div 2 = 2$ …………余 0

$2 \div 2 = 1$ …………余 0

$1 \div 2 = 0$ …………余 1

所以：$(75)_{10} = (1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1)_2$

不断除以基数2，
倒序取余数

十进制整数可以精确转换为二进制整数

十进制→二进制(小数部分)

$(0.6531)_{10} = (\quad ? \quad)_2$

$0.6531 \times 2 = 1.3062$ …… 1
$0.3062 \times 2 = 0.6124$ …… 0
$0.6124 \times 2 = 1.2248$ …… 1
$0.2248 \times 2 = 0.4496$ …… 0
$0.4496 \times 2 = 0.8992$ …… 0
……

$(0.6531)_{10} \approx (0.10100)_2$

不断乘以基数2，
正序取整数部分进位

注意：一般情况十进制小数不能用有限位二进制表示，实际计算时，根据精度要求取m位

计算机中基于“实现计算”的数制及其转换

十进制数 → 二进制数

整数除以2倒取余数

小数乘以2正取整数

$$(49.58)_{10} = (110001.100\ )_2$$

2	49	
2	24	1
2	12	0
2	6	0
2	3	0
2	1	1
	0	1

	0.58
	× 2
1	.16
	× 2
0	.32
	× 2
0	.64

所有的十进制整数都能准确地转换成二进制整数，十进制小数**不一定**能精确地转换成二进制小数

二 - 八 - 十六进制数间的转换

二进制数 → 八进制数

$2^3=8$

?

$(11101010011.10111)_2 = (3523.56)_8$

以小数点为界，分别向左、向右每三位一组进行分割，不足三位补0。写出每三位对应的八进制数。

八进制数 → 二进制数

?

$(3740.562)_8 = (11111100000.10111001)_2$

二进制数 → 十六进制数

$2^4 = 16$

(111101010011.10111)$_2$ = (F53.B8)$_{16}$

十六进制数 → 二进制数

(2AF.C5)$_{16}$ = (1010101111.11000101)$_2$

八进制数 ⇄ 十六进制数

【例2-4】~【例2-7】 P20

【思考与练习】

R进制数与十进制数的相互转换

1. R进制数转换为十进制数

按R^n权值展开法

2. 十进制数转换为R进制数

整数除以R倒取余数

小数乘以R正取整数