

Lời giải bài tập tham lam

Nhóm : 14

Thành Viên:

- Đặng Phú Duy : 24520010
- Mai Quốc Anh : 24520002

Lớp : CS112.Q11.KHTN

Mô hình hóa bài toán :

- Ta thực hiện mô hình hóa bài toán thành một cái cây, nếu đỉnh u là quản lý của đỉnh v thì u sẽ là cha của v trên cây.
- Bài toán trở thành tìm cách loại bỏ nhiều đỉnh nhất trên cây sao cho sau khi bỏ thì các đỉnh còn lại phải đảm bảo $c[u] \leq m$
- Khi ta loại bỏ đỉnh v có cha là u , ta có công thức của $c[u]$ mới : $c[u] = c[u] + c[v] - 1$

Nhận xét :

- Để giải được bài này, ta cần rút ra một nhận xét : Với mỗi cây con gốc u , chiến lược chọn tối ưu nhất luôn là cố gắng gộp càng được càng nhiều nhất các nút con của u vào u .
- **Chứng minh** nhận xét trên :
 - Giải sử ta có một tập S là gồm tập các đỉnh cực đại có thể được loại bỏ mà vẫn giữ nguyên tính chất của đề bài. (Tập tối ưu của đề bài)
 - Ta đang xét trên một cây con gốc u và nó có thể gộp được đỉnh v là con trực tiếp của nó.
 - Nếu trong tập S không tồn tại u , u vẫn được giữ nguyên, do đó ta chắc chắn sẽ phải nên gộp v vào u .
 - Nếu trong tập S có tồn tại u và không tồn tại v , ta có thể thực hiện gộp v vào u , khi đó trong tập S , ta thực hiện thay thế u bằng v và đương nhiên độ

dài tập S cũng không thay đổi.

- Nếu trong tập S có tồn tại u và tồn tại v, ta chắc chắn phải gộp v vào u vì loại bỏ v chắc chắn tối ưu.
- Ta còn rút ra thêm một nhận xét tham lam rằng nếu trong cây con gốc u gọi các $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ là tập các con có thể gộp vào u thì ta nên chọn gộp các nhánh con theo $c[v]$ lớn nhất.
- **Chứng minh** nhận xét trên :
 - Ta có v_1, v_2 đều chỉ được tính là một nút con nên nếu nếu $c[v_1] < c[v_2]$ thì nút con v_1 sẽ có thể ưu tiên được chọn hơn nút con v_2 .
 - Vì nếu chọn nút con v_1 , không gian ta sẽ được cộng vào $(c[v_1] - 1)$, ít hơn v_2 (không gian cộng vào là $(c[v_2] - 1)$), do đó ta sẽ có nhiều không gian hơn để chọn các nút con tiếp theo.

Lời giải

- Ta thực hiện duyệt cây, với mỗi cây con ta sẽ gọi hàm xử lý đến các nút con của nó trước.
- Ta thực hiện xét cây con gốc u, ta cố gắng thực hiện gom nhiều nhất đỉnh con có thể vào u.
- Thứ tự gom các đỉnh con sẽ là thứ tự tăng dần của các đỉnh sắp xếp theo $c[v]$.
- Đồng thời ghi nhận lại số đỉnh đã được gom vào.

Độ Phức Tạp

- Trong lời giải, ta chỉ cần duyệt qua cây nên độ phức tạp là $O(N)$
- Với mỗi nút trên cây, ta cần sắp xếp nút con theo thứ tự tăng dần của $c[v]$. Tổng độ phức tạp cho việc sắp xếp là $O(N \log N)$
- Vậy độ phức tạp tổng của bài toán là $O(N \log N)$.