

# Lời giải bài toán sa thải nhân viên

## Bước 1 — Nhập dữ liệu

- Nhập số lượng nhân viên  $n$  và khối lượng công việc tối đa  $m$ .
- Nhập khối lượng công việc của từng nhân viên  $w[i]$  (với  $i = 1..n$ ).
- Với mỗi nhân viên, lưu danh sách các nhân viên dưới quyền vào mảng (dạng danh sách kề của cây/đồ thị).

## Bước 2 — Định nghĩa độ phức tạp

- Với mỗi nhân viên  $i$ , định nghĩa  $phuctap[i] = w[i] + g[i].size()$  ( $g[i].size()$  là số lượng nhân viên trực tiếp dưới quyền của  $i$ ).

## Bước 3 — Duyệt cây theo DFS (từ lá lên)

- Duyệt DFS theo thứ tự hậu tự (xử lý tất cả con của  $u$  trước khi xử lý  $u$ ) để đảm bảo  $phuctap$  của các con đã cố định khi xử lý cha.

## Bước 4 — Sắp xếp cấp dưới

- Tại mỗi nhân viên  $u$ , lấy danh sách các cấp dưới  $v \in g[u]$  đã được xử lý, sắp xếp theo  $phuctap[v]$  tăng dần.

## Bước 5 — Áp dụng quy tắc sa thải tham lam cho từng $u$

- Duyệt theo thứ tự  $phuctap[v]$  tăng dần:
  - Với mỗi  $v$ , kiểm tra điều kiện sa thải:  
 $phuctap[u] + phuctap[v] - 1 \leq m$
  - Nếu thỏa, sa thải  $v$ :
    - Cập nhật  $phuctap[u] += phuctap[v] - 1$
    - Tăng biến đếm  $res$  (tổng số nhân viên bị sa thải)
  - Lặp lại cho cấp dưới tiếp theo cho tới khi không thể sa thải thêm mà vẫn giữ  $phuctap[u] \leq m$ .

## Bước 6 — Lặp cho toàn bộ cây

- Áp dụng Bước 3–5 cho mọi nhánh (tới khi DFS xong toàn bộ cây từ gốc — CEO).

## Bước 7 — Kết quả

- Biến  $res$  sau khi DFS toàn bộ cây là số nhân viên có thể sa thải tối đa mà vẫn giữ hệ thống hợp lệ (theo ràng buộc  $m$ ).

### Phân tích độ phức tạp

- Mỗi nút được xử lý một lần trong DFS.
- Tại mỗi nút, sắp xếp danh sách cấp dưới (tổng kích thước các danh sách là  $O(n)$ ), do đó chi phí sắp xếp tổng cộng là  $O(n \log n)$  trong trường hợp xấu.
- Tổng độ phức tạp:  **$O(n \log n)$** .

### Ghi chú biến

- $n$  — số nhân viên.
- $m$  — khối lượng công việc tối đa cho mỗi nhân viên (hệ số ràng buộc).
- $w[i]$  — workload của nhân viên  $i$ .
- $g[i]$  — danh sách cấp dưới trực tiếp của  $i$ .
- $phuctap[i]$  — độ phức tạp hiện tại của  $i$ .
- $res$  — tổng số nhân viên đã sa thải.