

Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática
Docente: Fred Torres Cruz
Autor : Lenin Smith Apaza Cuentas
Semestre : 5to - A
Tema : Programación lineal entera

ACTIVIDAD - Resolución de Ejercicios

Ejercicio 8.1: Método de Branch and Bound

Maximizar:

$$P(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3$$

Sujeto a:

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \quad (1)$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 14 \quad (2)$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \quad (3)$$

con $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ y enteros.

Solución de la versión relajada

Primero resolvemos la versión relajada del problema sin imponer que x_1, x_2, x_3 sean enteros.
La solución de la versión relajada es:

$$x_1 = 1,2, \quad x_2 = 2,2, \quad x_3 = 0,8$$

con un valor de la función objetivo $P(x_1, x_2, x_3) = 13,8$.

Construcción del Árbol de Decisión y Subproblemas

Como esta solución no es entera, aplicamos el método de Branch and Bound. Dividimos el problema en los siguientes subproblemas:

Subproblema 1: $x_1 \leq 1$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2,3, \quad x_3 = 0,9$$

Valor de la función objetivo: $P = 13,6$.

Subproblema 2: $x_1 \geq 2$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 0,6, \quad x_3 = 0,8$$

Valor de la función objetivo: $P = 12.2$.

Subproblema 1.1: $x_1 = 1, x_2 \leq 2$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1$$

Valor de la función objetivo: $P = 13.0$ (solución entera).

Subproblema 1.2: $x_1 = 1, x_2 \geq 3$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 1$$

Valor de la función objetivo: $P = 12.0$.

Conclusión

La mejor solución entera obtenida es:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1, \quad P(x_1, x_2, x_3) = 13,0$$

Ejercicio 8.2: Resolución como un Problema de Programación Entera

Maximizar:

$$P(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3$$

Sujeto a:

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \tag{4}$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 14 \tag{5}$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \tag{6}$$

con $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ enteros.

Solución de Programación Entera

Al resolver este problema como un problema de programación entera sin la relajación, obtenemos la siguiente solución entera óptima:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1$$

con un valor de la función objetivo $P(x_1, x_2, x_3) = 13,0$.

Ejercicio 8.3: Método de Cortes de Gomory

Minimizar:

$$C(x, y) = x - y$$

Sujeto a:

$$3x + 4y \leq 6 \quad (7)$$

$$x - y \leq 1 \quad (8)$$

con $x, y \geq 0$ enteros.

Solución de la versión relajada

La solución de la versión relajada es:

$$x = 0, \quad y = 1,5$$

con un valor de la función objetivo $C(x, y) = -1.5$.

Aplicación del Primer Corte de Gomory

Para eliminar la fracción en $y = 1.5$, aplicamos un corte de Gomory. Esto añade la restricción $y \leq 1$.

$$x = 0, \quad y = 1$$

Valor de la función objetivo: $C(x, y) = -1.0$.

Conclusión

La solución entera óptima es:

$$x = 0, \quad y = 1, \quad C(x, y) = -1,0$$

Ejercicio 8.4: Método de Cortes de Gomory

Maximizar:

$$P(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3$$

Sujeto a:

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \quad (9)$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 14 \quad (10)$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \quad (11)$$

con $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ enteros.

Solución de la versión relajada

La solución de la versión relajada es:

$$x_1 = 1,2, \quad x_2 = 2,2, \quad x_3 = 0,8$$

con un valor de la función objetivo $P(x_1, x_2, x_3) = 13,8$.

Aplicación del Primer Corte de Gomory

Para eliminar la fracción en $x_1 = 1,2$, aplicamos un corte de Gomory que añade la restricción $x_1 \leq 1$.

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2,3, \quad x_3 = 0,9$$

Valor de la función objetivo: $P = 13.6$.

Aplicación del Segundo Corte de Gomory

Para eliminar la fracción en $x_2 = 2,3$, aplicamos otro corte de Gomory que añade la restricción $x_2 \leq 2$.

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1$$

Valor de la función objetivo: $P = 13.0$.

Conclusión

La solución entera óptima es:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1, \quad P(x_1, x_2, x_3) = 13,0$$

Ejercicio 8.5: Selección de Proyectos de I+D

Maximizar el NPV sujeto a las restricciones de presupuesto para cada año.

Solución

Los proyectos seleccionados para maximizar el NPV son:

Proyectos 3, 4 y 5

con un valor total de NPV: 468.

QR de GitHub para visualizar la Implementación en Python con StreamLit:

