

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

Bakalářská práce

BRNO 2017

LENKA HELDOVÁ



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY



Název práce na titulní list

Bakalářská práce

Lenka Heldová

Vedoucí práce: Plné jméno včetně titulů Brno 2017

Bibliographic Entry

Author:	Lenka Heldová Faculty of Science, Masaryk University Department of Mathematics and Statistics
Title of Thesis:	Title of Thesis
Degree Programme:	Degree programme
Field of Study:	Field of Study
Supervisor:	Plné jméno včetně titulů
Academic Year:	2016/2017
Number of Pages:	?? + ??
Keywords:	Keyword; Keyword; Keyword; Keyword; Keyword; Keyword; Keyword; Keyword; Keyword

Abstrakt

V této bakalářské/diplomové/rigorózní práci se věnujeme ...

Abstract

In this thesis we study ...

Místo tohoto listu vložte kopii oficiálního (podepsaného) zadání práce.

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl(-a) poděkovat ...

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno xx. měsíce 20xx

.....
Lenka Heldová

Pod'akovanie

Na tomto místě bych chtěl(-a) poděkovat ...

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno xx. měsíce 20xx

.....
Lenka Heldová

Obsah

Úvod	ix
Kapitola 1. Perfcake	1
1.1 O nástroji	1
1.2 Použitie	2
1.3 Výstup	3
1.3.1 Dáta	3
1.3.2 Grafy	5
Kapitola 2. Matematická teória	6
2.1 Regresná analýza	6
2.2 Jadrové odhady	7
2.2.1 Jadrová funkcia	7
2.2.2 Šírka vyhladzovacieho okna	8
2.2.3 Typy jadrových odhadov	8
Závěr	10
Příloha	13
Seznam použité literatury	16

Úvod

Test interpunkce:

Žlut' oučký kůň úpěl d' ábelské ódy
ěščřžýáíél' t' ňď' úů

Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky.

Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky. Toto je nějaký úvodní text, ve kterém se obvykle popisuje struktura práce, cíle a případně i výsledky.

Quisque facilisis auctor sapien. Pellentesque gravida hendrerit lectus. Mauris rutrum sodales sapien. Fusce hendrerit sem vel lorem. Integer pellentesque massa vel augue. Integer elit tortor, feugiat quis, sagittis et, ornare non, lacus. Vestibulum posuere pellentesque eros. Quisque venenatis ipsum dictum nulla. Aliquam quis quam non metus eleifend interdum. Nam eget sapien ac mauris malesuada adipiscing. Etiam eleifend neque sed quam. Nulla facilisi. Proin a ligula. Sed id dui eu nibh egetas tincidunt. Suspendisse arcu.

Maecenas dui. Aliquam volutpat auctor lorem. Cras placerat est vitae lectus. Curabitur massa lectus, rutrum euismod, dignissim ut, dapibus a, odio. Ut eros erat, vulputate ut, interdum non, porta eu, erat. Cras fermentum, felis in porta congue, velit leo facilisis odio, vitae consectetur lorem quam vitae orci. Sed ultrices, pede eu placerat auctor, ante ligula rutrum tellus, vel posuere nibh lacus nec nibh. Maecenas laoreet dolor at enim. Donec molestie dolor nec metus. Vestibulum libero. Sed quis erat. Sed tristique. Duis pede leo, fermentum quis, consectetur eget, vulputate sit amet, erat.

Donec vitae velit. Suspendisse porta fermentum mauris. Ut vel nunc non mauris pharetra varius. Duis consequat libero quis urna. Maecenas at ante. Vivamus varius, wisi sed

egestas tristique, odio wisi luctus nulla, lobortis dictum dolor ligula in lacus. Vivamus aliquam, urna sed interdum porttitor, metus orci interdum odio, sit amet euismod lectus felis et leo. Praesent ac wisi. Nam suscipit vestibulum sem. Praesent eu ipsum vitae pede cursus venenatis. Duis sed odio. Vestibulum eleifend. Nulla ut massa. Proin rutrum mattis sapien. Curabitur dictum gravida ante.

Phasellus placerat vulputate quam. Maecenas at tellus. Pellentesque neque diam, dignissim ac, venenatis vitae, consequat ut, lacus. Nam nibh. Vestibulum fringilla arcu mollis arcu. Sed et turpis. Donec sem tellus, volutpat et, varius eu, commodo sed, lectus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Quisque enim arcu, suscipit nec, tempus at, imperdiet vel, metus. Morbi volutpat purus at erat. Donec dignissim, sem id semper tempus, nibh massa eleifend turpis, sed pellentesque wisi purus sed libero. Nullam lobortis tortor vel risus. Pellentesque consequat nulla eu tellus. Donec velit. Aliquam fermentum, wisi ac rhoncus iaculis, tellus nunc malesuada orci, quis volutpat dui magna id mi. Nunc vel ante. Duis vitae lacus. Cras nec ipsum.

Morbi nunc. Aliquam consectetur varius nulla. Phasellus eros. Cras dapibus porttitor risus. Maecenas ultrices mi sed diam. Praesent gravida velit at elit vehicula porttitor. Phasellus nisl mi, sagittis ac, pulvinar id, gravida sit amet, erat. Vestibulum est. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur id sem elementum leo rutrum hendrerit. Ut at mi. Donec tincidunt faucibus massa. Sed turpis quam, sollicitudin a, hendrerit eget, pretium ut, nisl. Duis hendrerit ligula. Nunc pulvinar congue urna.

Nunc velit. Nullam elit sapien, eleifend eu, commodo nec, semper sit amet, elit. Nulla lectus risus, condimentum ut, laoreet eget, viverra nec, odio. Proin lobortis. Curabitur dictum arcu vel wisi. Cras id nulla venenatis tortor congue ultrices. Pellentesque eget pede. Sed eleifend sagittis elit. Nam sed tellus sit amet lectus ullamcorper tristique. Mauris enim sem, tristique eu, accumsan at, scelerisque vulputate, neque. Quisque lacus. Donec et ipsum sit amet elit nonummy aliquet. Sed viverra nisl at sem. Nam diam. Mauris ut dolor. Curabitur ornare tortor cursus velit.

Morbi tincidunt posuere arcu. Cras venenatis est vitae dolor. Vivamus scelerisque semper mi. Donec ipsum arcu, consequat scelerisque, viverra id, dictum at, metus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut pede sem, tempus ut, porttitor bibendum, molestie eu, elit. Suspendisse potenti. Sed id lectus sit amet purus faucibus vehicula. Praesent sed sem non dui pharetra interdum. Nam viverra ultrices magna.

Aenean laoreet aliquam orci. Nunc interdum elementum urna. Quisque erat. Nullam tempor neque. Maecenas velit nibh, scelerisque a, consequat ut, viverra in, enim. Duis magna. Donec odio neque, tristique et, tincidunt eu, rhoncus ac, nunc. Mauris malesuada malesuada elit. Etiam lacus mauris, pretium vel, blandit in, ultricies id, libero. Phasellus bibendum erat ut diam. In congue imperdiet lectus.

Aenean scelerisque. Fusce pretium porttitor lorem. In hac habitasse platea dictumst. Nulla sit amet nisl at sapien egestas pretium. Nunc non tellus. Vivamus aliquet. Nam adipiscing euismod dolor. Aliquam erat volutpat. Nulla ut ipsum. Quisque tincidunt auctor augue. Nunc imperdiet ipsum eget elit. Aliquam quam leo, consectetur non, ornare sit amet, tristique quis, felis. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque interdum quam sit amet mi. Pellentesque mauris dui, dictum a, adipiscing ac, fermentum sit amet, lorem.

Ut quis wisi. Praesent quis massa. Vivamus egestas risus eget lacus. Nunc tincidunt,

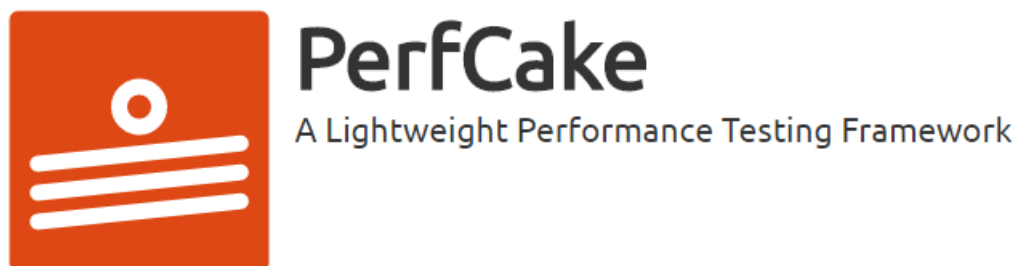
risus quis bibendum facilisis, lorem purus rutrum neque, nec porta tortor urna quis orci. Aenean aliquet, libero semper volutpat luctus, pede erat lacinia augue, quis rutrum sem ipsum sit amet pede. Vestibulum aliquet, nibh sed iaculis sagittis, odio dolor blandit augue, eget mollis urna tellus id tellus. Aenean aliquet aliquam nunc. Nulla ultricies justo eget orci. Phasellus tristique fermentum leo. Sed massa metus, sagittis ut, semper ut, pharetra vel, erat. Aliquam quam turpis, egestas vel, elementum in, egestas sit amet, lorem. Duis convallis, wisi sit amet mollis molestie, libero mauris porta dui, vitae aliquam arcu turpis ac sem. Aliquam aliquet dapibus metus.

Vivamus commodo eros eleifend dui. Vestibulum in leo eu erat tristique mattis. Cras at elit. Cras pellentesque. Nullam id lacus sit amet libero aliquet hendrerit. Proin placerat, mi non elementum laoreet, eros elit tincidunt magna, a rhoncus sem arcu id odio. Nulla eget leo a leo egestas facilisis. Curabitur quis velit. Phasellus aliquam, tortor nec ornare rhoncus, purus urna posuere velit, et commodo risus tellus quis tellus. Vivamus leo turpis, tempus sit amet, tristique vitae, laoreet quis, odio. Proin scelerisque bibendum ipsum. Etiam nisl. Praesent vel dolor. Pellentesque vel magna. Curabitur urna. Vivamus congue urna in velit. Etiam ullamcorper elementum dui. Praesent non urna. Sed placerat quam non mi. Pellentesque diam magna, ultricies eget, ultrices placerat, adipiscing rutrum, sem.

Kapitola 1

Perfcake

Táto kapitola sa venuje nástroju na testovanie výkonu Perfcake, jeho použitiu a typu dát, ktoré generuje.



Obr. 1.1: Perfcake

1.1 O nástroji

Perfcake je open-source framework vyvíjaný spoločnosťou Red Hat. Ako sa píše na oficiálnej stránke tohto nástroja, je to generátor zat'áženia s cieľom byť minimalistický a ľahko ovládateľný, poskytujúci stabilné výsledky, majúci minimálny vplyv na testovaný systém, byť nezávislý na platforme, umožňujúci vysokú priepustnosť a používajúci komponentový dizajn.

Perfcake vie vytvoriť niekoľko možností zat'áženia, môže:

- vytvoriť prednastavený počet správ,
- poslať toľko správ koľko je testovaný softvér schopný za určitú časovú jednotku spracovať,
- sa opatrne pokúsiť o maximálny možný výkon testovaného softvéru.

Užívateľ má niekoľko možností reportovania výsledkov, ako napríklad výpis na konzolu, súbor logov alebo tiež CSV formát. Nástroj tiež poskytuje viac možností výsledkov,

vrátane priemernej priepustnosti alebo veľkosti spotrebovanej pamäte cieľovej JVM (Java virtual machine) s možnosťou regresnej analýzy za účelom odhalenia úniku pamäte.

Jeden s problémov podobných testovacích nástrojov je prípad, kedy testovaný softvér zlyhá a vzápätí odošle chybovú správu. Pre tento prípad sú v nástroji Perfcake zabudované validátory, ktoré dokážu takúto správu rozpoznať a nezaviesť tým chybové správy do výsledku výkonu softvéru. Podobné softvéry, ktoré takéto validácie neprevádzajú potom vytvárajú veľmi skreslený výsledok.

1.2 Použitie

Pre spustenie nástroja Perfcake je potrebné vytvoriť XML(eXtensible Markup Language) súbory, takzvané scenáre (scenarios). V týchto súboroch sú definované testovacie bloky, ktoré obsahujú cieľový softvér, typ zaťaženia, typ výstupu, typ protokolu, dobu trvania. . .

Validátory sa konfigurujú spolu s podobou správ, ktoré má nástroj odosielať na cieľový softvér. Takáto validácia sa rovnako ako scenáre, píše vo formáte XML.

```
1 <?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
2 <scenario xmlns="urn:perfcake:scenario:5.0">
3   <run type="{perfcake.run.type:time}"
4     value="{perfcake.run.duration:30000}" />
5   <generator class="DefaultMessageGenerator"
6     threads="{perfcake.thread.count:100}" />
7   <sender class="HttpSender">
8     <target>http://{server.host}/post</target>
9     <property name="method" value="POST" />
10  </sender>
11  <reporting>
12    <reporter class="IterationsPerSecondReporter">
13      <destination class="ConsoleDestination">
14        <period type="time" value="1000" />
15      </destination>
16    </reporter>
17  </reporting>
18  <messages>
19    <message uri="plain.txt" />
20  </messages>
21 </scenario>
```

Obr. 1.2: Scenár

Pre jednoduchú ukážku si uvedieme príklad. Máme vyvinutý softvér, ktorý asynchrónne spracováva správy prichádzajúce pomocou POST metódy a HTTP protokolu. Následne tieto správy spracúva (validuje, vytvára záznamy do databázy, generuje reporty, ...) a po úspešnom spracovaní pošle potvrdzujúcu správu späť. Na obrázku 1.2 sa nachádza scenár pre jednoduchý testovací blok, ktorý by sme mohli na takýto nami vytvorený softvér použiť. Zo scenára je možné vidieť, že tento test bude bežať 3000 ms = 3 sekundy, generuje správy použitím 100 vlákien, ktoré posíla pomocou HTTP protokolu a metódy POST. Text správy je špecifikovaný v súbore "plain.txt" a výsledky sú zaznamenávané na

konzolu, každú 1 sekundu. Ako reporter je použitý “IterationsPerSecondReporter” a teda sa každú sekundu zapíše koľko správ bolo softvérom za tú sekundu spracované. Veľmi podobným scenárom by sme mohli testovať, koľko softvér používa pamäte, stačilo by zmeniť atribút reporter na “MemoryUsageReporter”. Týmto spôsobom sa veľmi ľahko odhaľujú úniky pamäte. Scenáre sa púšťajú pomocou nástroja Maven alebo pomocou shell skriptu.

1.3 Výstup

Ako bolo uvedené v prvej podkapitole, Perfcake má viac možností východných súborov. Okrem číselných výstupov má užívateľ tiež možnosť vykreslenia grafu.

1.3.1 Dáta

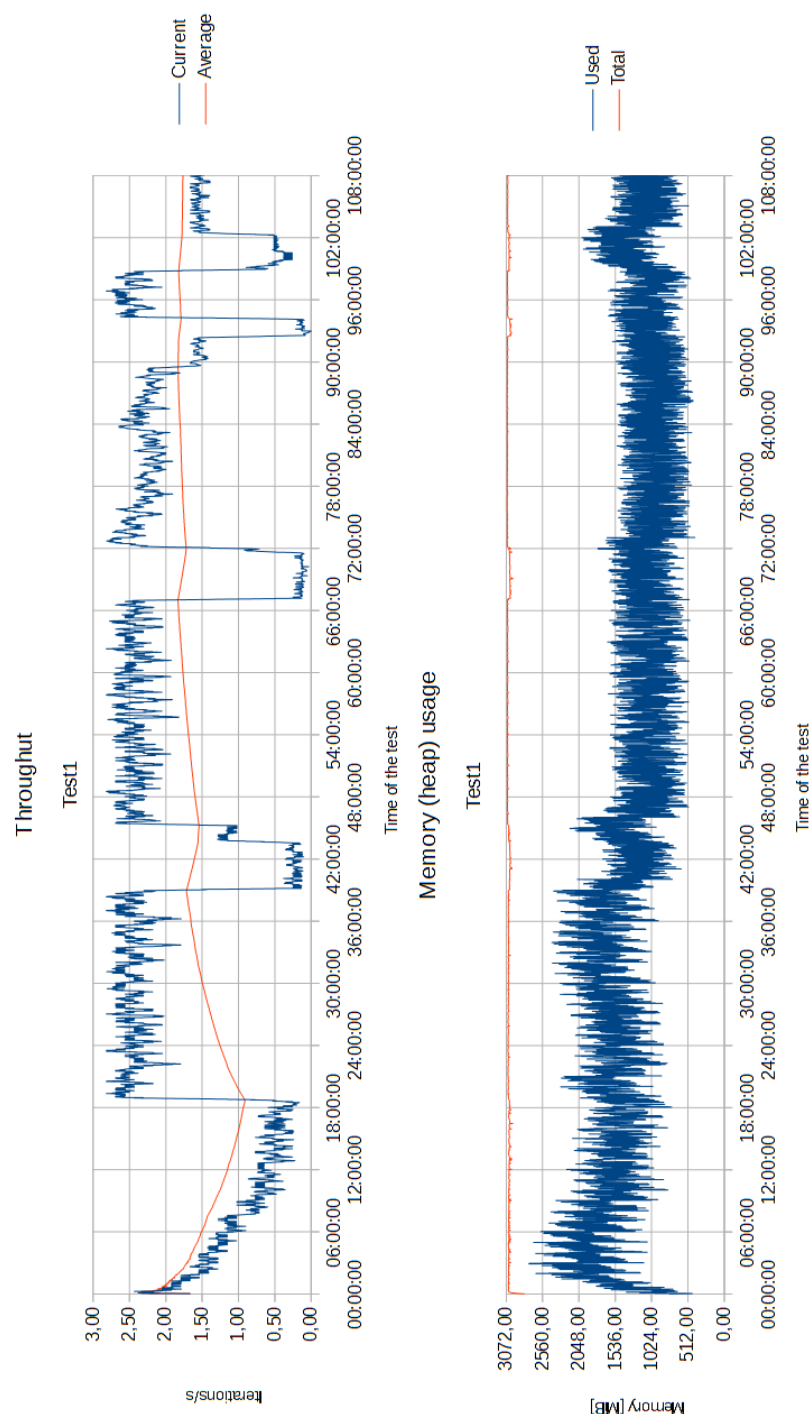
Pri vytváraní algoritmu na optimalizáciu dát pre potreby vykresľovania do grafov, bude používaný formát súboru CSV.

<i>Throughput</i>			<i>Memory</i>		
Time	Current	Average	Time	Used	Total
00:01:00	1,67	1,67	00:01:00	777,30	2817,06
00:02:00	1,67	1,67	00:02:00	528,81	2835,94
00:03:00	2,22	2,22	00:03:00	450,90	2901,19
00:04:00	2,08	2,08	00:04:00	585,94	2911,63
00:05:00	2,33	2,33	00:05:00	979,96	2953,00
00:06:00	2,22	2,22	00:06:00	855,63	2960,25
00:07:00	2,38	2,38	00:07:00	1193,20	2992,13
00:08:00	2,29	2,29	00:08:00	1175,80	3001,75
00:09:00	2,22	2,22	00:09:00	1197,66	3009,88
00:10:00	2,17	2,17	00:10:00	831,64	3013,38
00:11:00	2,27	2,27	00:11:00	1380,88	3019,63
00:12:00	2,22	2,22	00:12:00	815,44	3031,56
00:13:00	2,18	2,18	00:13:00	950,54	3035,38
00:14:00	2,26	2,26	00:14:00	726,44	3036,44
00:15:00	2,44	2,33	00:15:00	659,87	3042,88
00:16:00	2,18	2,19	00:16:00	715,86	3042,88
00:17:00	2,18	2,16	00:17:00	909,47	3042,44
00:18:00	2,05	2,13	00:18:00	1016,83	3042,31
00:19:00	2,14	2,19	00:19:00	697,72	3043,13
00:20:00	2,05	2,17	00:20:00	844,43	3043,75

Tabuľka 1.1: Dáta

Tabuľka 1.1 ukazuje dáta vygenerované nástrojom Perfcake za 20 minút, testovala sa priepustnosť softvéru a využitie pamäte. V praxi ale tie testy bežia aj niekoľko hodín a

teda tabuľky môžu dosahovať tisíce záznamov. Ukladať a následne spracovať také množstvo dát je pamäťovo aj časovo náročné a preto budem hľadať algoritmus, ktorý zmenší objem dát a zároveň neznehodnotí informáciu z nich vyplývajúcu, pri vykreslení do grafov.



Obr. 1.3: Grafy

1.3.2 Grafy

Pomocou grafu vieme často do mozgu preniesť oveľa viac informácií. Na obrázku 1.3 sú znázornené grafy z testov, ktoré bežali 108 hodín a ktorých časť dát sme si ukázali v tabuľke 1.1. Pre analýzu výsledku nie sú potrebné tak presné grafy, väčšinou je dôležitá hodnota okolo ktorej dáta v určitej časti grafu konvergujú, alebo či hodnoty veľmi “skáču”. V bakalárskej práci budú tieto grafy porovnávané s grafmi, ktoré budú vykreslené z dát, na ktoré sa použije optimalizačný algoritmus.

Kapitola 2

Matematická teória

V tejto kapitole uvedieme potrebné znalosti z matematickej teórie, ktoré sú potrebné pre zostrojenie optimalizačných algoritmov, ktorými sa budeme zaoberať v nasledujúcich kapitolách. Budú použité definície a pojmy zo zdrojov ...

2.1 Regresná analýza

Pre pevné hodnoty nezávisle premennej X (v našom prípade čas) máme k dispozícii namerané hodnoty závisle premennej Y (priepustnosť, použitá pamäť, ...). Takýmito dvojicami bodov $(x_i, Y_i), i = 1, \dots, n$ chceme preložiť vhodnú krivku, tak aby boli odfiltrované výkyvy a bolo možné lepšie poznať štruktúru dát. Táto krivka sa nazýva *regresná krivka* a jej príslušný regresný vzťah zapisujem v tvare

$$Y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

kde m je neznáma regresná funkcia a $\varepsilon_i, i = 1, \dots, n$, sú chyby merania. Cieľom regresnej analýzy je nájsť vhodnú aproximáciu \hat{m} neznámej funkcie m . Hľadanie tejto regresnej krivky sa tiež nazýva *vyhladzovanie* a je možné použiť dva spôsoby odhadu, *parametricky* a *neparametricky*:

- *Parametrický prístup* - predpokladá, že regresná funkcia je nejakého predpísaného tvaru. Odhadnutá regresná funkcia bude teda určitého tvaru a bude ju popisovať množina parametrov - to je dôvod pre názov *parametrický*.
- *Neparametrický prístup* - nepredpokladá predpísaný tvar regresnej funkcie. Tento prístup sa vyhýba parametrizácii a tvar funkcie sa odhaduje priamo z dát. Predpokladá sa jedine istá hladkosť hľadanej funkcie.

Jedna z najjednoduchších neparametrických metód je *metóda kľzavých priemerov*. Pre odhad hodnoty Y_i sa používa priemer niekoľkých hodnôt $Y_j, j \in [i - h, i + h]$ v centrovanom okolí príslušného bodu x_i .

Konkrétne,

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i I(x_i \in [x-h, x+h])}{\sum_{i=1}^n I(x_i \in [x-h, x+h])}. \quad (2.2)$$

Jadrové odhady sa považujú za zovšeobecnenie *metódy kľavých priemerov*.

2.2 Jadrové odhady

Pri odhadovaní regresnej funkcie pomocou jadrových odhadov, sa taktiež používajú vážené hodnoty Y v centrovanom okolí príslušného bodu x_i . Váhy hodnôt Y sú závislé na vzdialenosti príslušných x bodov od konkrétneho x_i , bližšie hodnoty - väčšia váha. Toto nám pomáha dosiahnuť *jadrová funkcia*. Okrem jadrovej funkcie, alebo jadra, je ďalším dôležitým parametrom tejto metódy je šírka vyhladzovacieho okna h . Vzorec pre jadrové odhady vo všeobecnosti, môžeme zapísať nasledovne

$$\hat{m}(x, h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x) Y_i, \quad (2.3)$$

kde $K_h(x)$ je váhová funkcia s vyhladzovacím parametrom h a môže mať tvar

$$K_h(x - x_i) = \frac{1}{h} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (2.4)$$

kde K je jadrová funkcia.

2.2.1 Jadrová funkcia

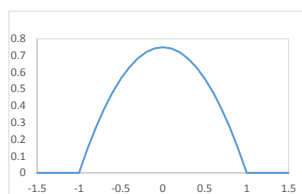
Jadrová funkcia determinuje tvar vyhladzovacej funkcie. Na obrázku 2.1 môžeme vidieť niekoľko najpoužívanejších jadrových funkcií. Na vyjadrenie

$$I_{[-1,1]}(x) \begin{cases} 1 & x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{inak.} \end{cases} \quad (2.5)$$

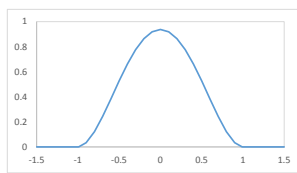
sa používa *indikátorová funkcia* $I_{[-1,1]}(x)$.

Vo všeobecnosti hocijaká integrovateľná, obmedzená funkcia, ktorá spĺňa kritériá 2.6 môže byť jadrom.

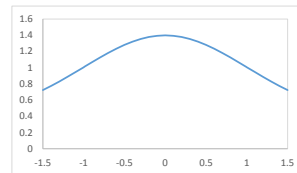
$$\begin{aligned} a) \int K(z) dz &= 1 & b) \int z K(z) dz &= 0 \\ c) \int z^2 K(z) dz &< \infty & d) K(x) &\geq 0 \text{ pre všetky } x. \end{aligned} \quad (2.6)$$



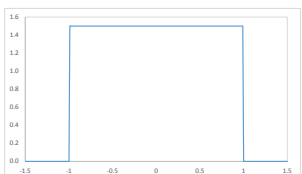
(a) Epanečnikovo jadro



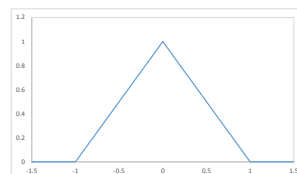
(b) Kvadratické jadro



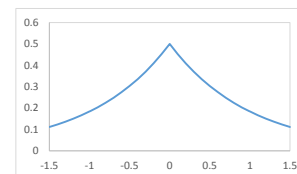
(c) Gaussovo jadro



(d) Obdĺžnikové jadro



(e) Trojuholníkové jadro



(f) Nepomenované jadro

Obr. 2.1: Rôzne tvary jadrových funkcií:

$$\begin{aligned} \text{a) } K(x) &= \frac{3}{4}(1-x^2)I_{[-1,1]}, & \text{b) } K(x) &= \frac{15}{16}(1-x^2)^2I_{[-1,1]}, & \text{c) } K(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, \\ \text{d) } K(x) &= \frac{1}{2}I_{[-1,1]}, & \text{e) } K(x) &= (1-|x|)I_{[-1,1]}, & \text{f) } K(x) &= \frac{1}{2}e^{-|x|} \end{aligned}$$

2.2.2 Šírka vyhladzovacieho okna

Šírka vyhladzovacieho okna alebo aj vyhladzovací parameter h udáva šírku vyhladzovacej funkcie a teda aj silu vyhladenia.

Malá šírka vyhladzovacieho okna znamená, že odhad závisí na úzkom okolí bodu x_i a teda odhad do veľkej miery reprodukuje pôvodné dáta. Naopak ak zvolíme vysokú hodnotu h , aj veľmi vzdialené hodnoty majú vysoký dopad na odhad, čo vedie k “prehladeniu” a pri dostatočne veľkej šírke h až k priemeru dát. Spomínané rozdieli v šírke vyhladzovacieho okna môžeme vidieť na obrázku 2.2. Pre ilustráciu vplyvu vyhladzovacieho parametra sú použité Nadaraya-Watsonove odhady, ktoré sú popísané v nasledujúcej podkapitole.

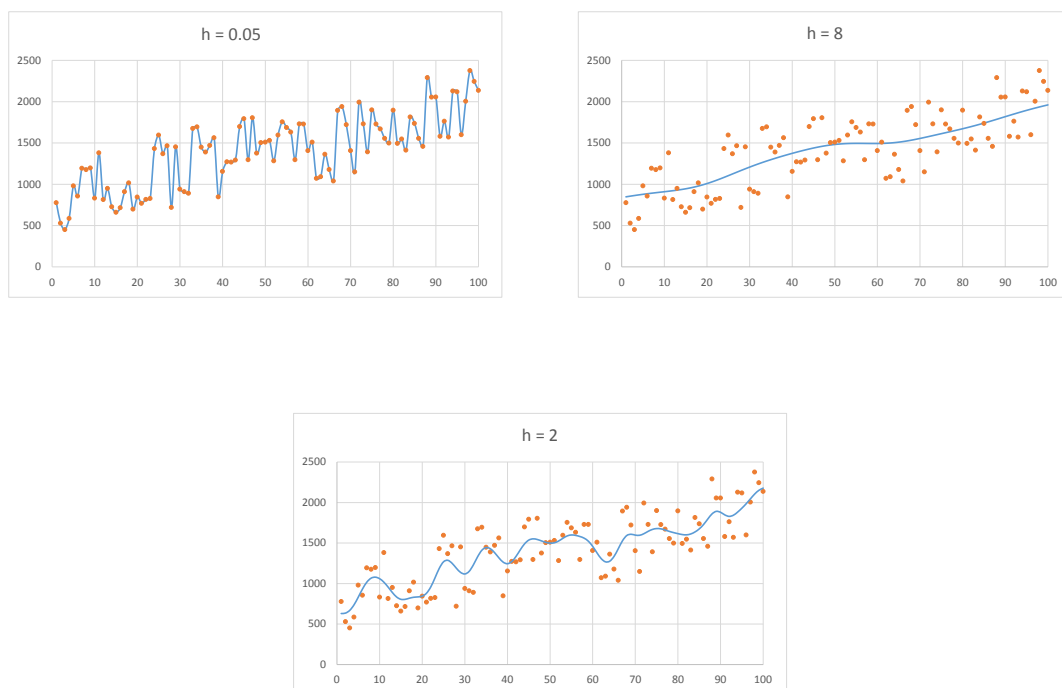
2.2.3 Typy jadrových odhadov

V tejto podkapitole si uvedieme konkrétne typy jadrových odhadov, ktoré sú uvedené v zdrojoch ...

Medzi najznámejšie jadrové odhady patria:

- **Nadaraya-Watsonove odhady**

$$\hat{m}_{MW}(x;h) = \frac{\sum_{i=1}^n K_h(x-x_i)Y_i}{\sum_{i=1}^n K_h(x-x_i)},$$



Obr. 2.2: Porovnanie šírky vyhladzovacieho okna, bodky sú pôvodné dáta, súvislá čiara odhadnutá regresná funkcia

- **Gasser-Müllerove odhady**

$$\hat{m}_{GM}(x; h) = \sum_{i=1}^n Y_i \int_{s_{i-1}}^{s_i} K_h(t - x) dt,$$

kde $s_0 = 0, s_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, s_n = 1$.

- **Priestley-Chaove odhady**

$$\hat{m}_{PCH}(x; h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) Y_i$$

Závěr

Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr.

Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr. Zde můžete napsat závěr.

Quisque facilisis auctor sapien. Pellentesque gravida hendrerit lectus. Mauris rutrum sodales sapien. Fusce hendrerit sem vel lorem. Integer pellentesque massa vel augue. Integer elit tortor, feugiat quis, sagittis et, ornare non, lacus. Vestibulum posuere pellentesque eros. Quisque venenatis ipsum dictum nulla. Aliquam quis quam non metus eleifend interdum. Nam eget sapien ac mauris malesuada adipiscing. Etiam eleifend neque sed quam. Nulla facilisi. Proin a ligula. Sed id dui eu nibh egestas tincidunt. Suspendisse arcu.

Maecenas dui. Aliquam volutpat auctor lorem. Cras placerat est vitae lectus. Curabitur massa lectus, rutrum euismod, dignissim ut, dapibus a, odio. Ut eros erat, vulputate ut, interdum non, porta eu, erat. Cras fermentum, felis in porta congue, velit leo facilisis odio, vitae consectetur lorem quam vitae orci. Sed ultrices, pede eu placerat auctor, ante ligula rutrum tellus, vel posuere nibh lacus nec nibh. Maecenas laoreet dolor at enim. Donec molestie dolor nec metus. Vestibulum libero. Sed quis erat. Sed tristique. Duis pede leo, fermentum quis, consectetur eget, vulputate sit amet, erat.

Donec vitae velit. Suspendisse porta fermentum mauris. Ut vel nunc non mauris pharetra varius. Duis consequat libero quis urna. Maecenas at ante. Vivamus varius, wisi sed egestas tristique, odio wisi luctus nulla, lobortis dictum dolor ligula in lacus. Vivamus aliquam, urna sed interdum porttitor, metus orci interdum odio, sit amet euismod lectus felis et leo. Praesent ac wisi. Nam suscipit vestibulum sem. Praesent eu ipsum vitae pede cursus venenatis. Duis sed odio. Vestibulum eleifend. Nulla ut massa. Proin rutrum mattis sapien. Curabitur dictum gravida ante.

Phasellus placerat vulputate quam. Maecenas at tellus. Pellentesque neque diam, dignissim ac, venenatis vitae, consequat ut, lacus. Nam nibh. Vestibulum fringilla arcu mollis arcu. Sed et turpis. Donec sem tellus, volutpat et, varius eu, commodo sed, lectus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Quisque enim arcu, suscipit nec, tempus at, imperdiet vel, metus. Morbi volutpat purus at erat. Donec dignissim, sem id semper

tempus, nibh massa eleifend turpis, sed pellentesque wisi purus sed libero. Nullam lobortis tortor vel risus. Pellentesque consequat nulla eu tellus. Donec velit. Aliquam fermentum, wisi ac rhoncus iaculis, tellus nunc malesuada orci, quis volutpat dui magna id mi. Nunc vel ante. Duis vitae lacus. Cras nec ipsum.

Morbi nunc. Aliquam consectetur varius nulla. Phasellus eros. Cras dapibus porttitor risus. Maecenas ultrices mi sed diam. Praesent gravida velit at elit vehicula porttitor. Phasellus nisl mi, sagittis ac, pulvinar id, gravida sit amet, erat. Vestibulum est. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur id sem elementum leo rutrum hendrerit. Ut at mi. Donec tincidunt faucibus massa. Sed turpis quam, sollicitudin a, hendrerit eget, pretium ut, nisl. Duis hendrerit ligula. Nunc pulvinar congue urna.

Nunc velit. Nullam elit sapien, eleifend eu, commodo nec, semper sit amet, elit. Nulla lectus risus, condimentum ut, laoreet eget, viverra nec, odio. Proin lobortis. Curabitur dictum arcu vel wisi. Cras id nulla venenatis tortor congue ultrices. Pellentesque eget pede. Sed eleifend sagittis elit. Nam sed tellus sit amet lectus ullamcorper tristique. Mauris enim sem, tristique eu, accumsan at, scelerisque vulputate, neque. Quisque lacus. Donec et ipsum sit amet elit nonummy aliquet. Sed viverra nisl at sem. Nam diam. Mauris ut dolor. Curabitur ornare tortor cursus velit.

Morbi tincidunt posuere arcu. Cras venenatis est vitae dolor. Vivamus scelerisque semper mi. Donec ipsum arcu, consequat scelerisque, viverra id, dictum at, metus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut pede sem, tempus ut, porttitor bibendum, molestie eu, elit. Suspendisse potenti. Sed id lectus sit amet purus faucibus vehicula. Praesent sed sem non dui pharetra interdum. Nam viverra ultrices magna.

Aenean laoreet aliquam orci. Nunc interdum elementum urna. Quisque erat. Nullam tempor neque. Maecenas velit nibh, scelerisque a, consequat ut, viverra in, enim. Duis magna. Donec odio neque, tristique et, tincidunt eu, rhoncus ac, nunc. Mauris malesuada malesuada elit. Etiam lacus mauris, pretium vel, blandit in, ultricies id, libero. Phasellus bibendum erat ut diam. In congue imperdiet lectus.

Aenean scelerisque. Fusce pretium porttitor lorem. In hac habitasse platea dictumst. Nulla sit amet nisl at sapien egestas pretium. Nunc non tellus. Vivamus aliquet. Nam adipiscing euismod dolor. Aliquam erat volutpat. Nulla ut ipsum. Quisque tincidunt auctor augue. Nunc imperdiet ipsum eget elit. Aliquam quam leo, consectetur non, ornare sit amet, tristique quis, felis. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque interdum quam sit amet mi. Pellentesque mauris dui, dictum a, adipiscing ac, fermentum sit amet, lorem.

Ut quis wisi. Praesent quis massa. Vivamus egestas risus eget lacus. Nunc tincidunt, risus quis bibendum facilisis, lorem purus rutrum neque, nec porta tortor urna quis orci. Aenean aliquet, libero semper volutpat luctus, pede erat lacinia augue, quis rutrum sem ipsum sit amet pede. Vestibulum aliquet, nibh sed iaculis sagittis, odio dolor blandit augue, eget mollis urna tellus id tellus. Aenean aliquet aliquam nunc. Nulla ultricies justo eget orci. Phasellus tristique fermentum leo. Sed massa metus, sagittis ut, semper ut, pharetra vel, erat. Aliquam quam turpis, egestas vel, elementum in, egestas sit amet, lorem. Duis convallis, wisi sit amet mollis molestie, libero mauris porta dui, vitae aliquam arcu turpis ac sem. Aliquam aliquet dapibus metus.

Vivamus commodo eros eleifend dui. Vestibulum in leo eu erat tristique mattis. Cras at elit. Cras pellentesque. Nullam id lacus sit amet libero aliquet hendrerit. Proin placerat,

mi non elementum laoreet, eros elit tincidunt magna, a rhoncus sem arcu id odio. Nulla eget leo a leo egestas facilisis. Curabitur quis velit. Phasellus aliquam, tortor nec ornare rhoncus, purus urna posuere velit, et commodo risus tellus quis tellus. Vivamus leo turpis, tempus sit amet, tristique vitae, laoreet quis, odio. Proin scelerisque bibendum ipsum. Etiam nisl. Praesent vel dolor. Pellentesque vel magna. Curabitur urna. Vivamus congue urna in velit. Etiam ullamcorper elementum dui. Praesent non urna. Sed placerat quam non mi. Pellentesque diam magna, ultricies eget, ultrices placerat, adipiscing rutrum, sem.

Morbi sem. Nulla facilisi. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Nulla facilisi. Morbi sagittis ultrices libero. Praesent eu ligula sed sapien auctor sagittis. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Donec vel nunc. Nunc fermentum, lacus id aliquam porta, dui tortor euismod eros, vel molestie ipsum purus eu lacus. Vivamus pede arcu, euismod ac, tempus id, pretium et, lacus. Curabitur sodales dapibus urna. Nunc eu sapien. Donec eget nunc a pede dictum pretium. Proin mauris. Vivamus luctus libero vel nibh.

Fusce tristique risus id wisi. Integer molestie massa id sem. Vestibulum vel dolor. Pellentesque vel urna vel risus ultricies elementum. Quisque sapien urna, blandit nec, iaculis ac, viverra in, odio. In hac habitasse platea dictumst. Morbi neque lacus, convallis vitae, commodo ac, fermentum eu, velit. Sed in orci. In fringilla turpis non arcu. Donec in ante. Phasellus tempor feugiat velit. Aenean varius massa non turpis. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae;

Aliquam tortor. Morbi ipsum massa, imperdiet non, consectetur vel, feugiat vel, lorem. Quisque eget lorem nec elit malesuada vestibulum. Quisque sollicitudin ipsum vel sem. Nulla enim. Proin nonummy felis vitae felis. Nullam pellentesque. Duis rutrum feugiat felis. Mauris vel pede sed libero tincidunt mollis. Phasellus sed urna rhoncus diam euismod bibendum. Phasellus sed nisl. Integer condimentum justo id orci iaculis varius. Quisque et lacus. Phasellus elementum, justo at dignissim auctor, wisi odio lobortis arcu, sed sollicitudin felis felis eu neque. Praesent at lacus.

Vivamus sit amet pede. Duis interdum, nunc eget rutrum dignissim, nisl diam luctus leo, et tincidunt velit nisl id tellus. In lorem tellus, aliquet vitae, porta in, aliquet sed, lectus. Phasellus sodales. Ut varius scelerisque erat. In vel nibh eu eros imperdiet rutrum. Donec ac odio nec neque vulputate suscipit. Nam nec magna. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Nullam porta, odio et sagittis iaculis, wisi neque fringilla sapien, vel commodo lorem lorem id elit. Ut sem lectus, scelerisque eget, placerat et, tincidunt scelerisque, ligula. Pellentesque non orci.

Etiam vel ipsum. Morbi facilisis vestibulum nisl. Praesent cursus laoreet felis. Integer adipiscing pretium orci. Nulla facilisi. Quisque posuere bibendum purus. Nulla quam mauris, cursus eget, convallis ac, molestie non, enim. Aliquam congue. Quisque sagittis nonummy sapien. Proin molestie sem vitae urna. Maecenas lorem. Vivamus viverra consequat enim.

Příloha

Sem můžete přidat přílohu. Pokud chcete “Přílohy”, tak upravte definici záhlaví v souboru sci.muni.thesis.sty, viz příkaz \HlavickaPriloha.

Quisque facilis auctor sapien. Pellentesque gravida hendrerit lectus. Mauris rutrum sodales sapien. Fusce hendrerit sem vel lorem. Integer pellentesque massa vel augue. Integer elit tortor, feugiat quis, sagittis et, ornare non, lacus. Vestibulum posuere pellentesque eros. Quisque venenatis ipsum dictum nulla. Aliquam quis quam non metus eleifend interdum. Nam eget sapien ac mauris malesuada adipiscing. Etiam eleifend neque sed quam. Nulla facilisi. Proin a ligula. Sed id dui eu nibh egestas tincidunt. Suspendisse arcu.

Maecenas dui. Aliquam volutpat auctor lorem. Cras placerat est vitae lectus. Curabitur massa lectus, rutrum euismod, dignissim ut, dapibus a, odio. Ut eros erat, vulputate ut, interdum non, porta eu, erat. Cras fermentum, felis in porta congue, velit leo facilis odio, vitae consectetur lorem quam vitae orci. Sed ultrices, pede eu placerat auctor, ante ligula rutrum tellus, vel posuere nibh lacus nec nibh. Maecenas laoreet dolor at enim. Donec molestie dolor nec metus. Vestibulum libero. Sed quis erat. Sed tristique. Duis pede leo, fermentum quis, consectetur eget, vulputate sit amet, erat.

Donec vitae velit. Suspendisse porta fermentum mauris. Ut vel nunc non mauris pharetra varius. Duis consequat libero quis urna. Maecenas at ante. Vivamus varius, wisi sed egestas tristique, odio wisi luctus nulla, lobortis dictum dolor ligula in lacus. Vivamus aliquam, urna sed interdum porttitor, metus orci interdum odio, sit amet euismod lectus felis et leo. Praesent ac wisi. Nam suscipit vestibulum sem. Praesent eu ipsum vitae pede cursus venenatis. Duis sed odio. Vestibulum eleifend. Nulla ut massa. Proin rutrum mattis sapien. Curabitur dictum gravida ante.

Phasellus placerat vulputate quam. Maecenas at tellus. Pellentesque neque diam, dignissim ac, venenatis vitae, consequat ut, lacus. Nam nibh. Vestibulum fringilla arcu mollis arcu. Sed et turpis. Donec sem tellus, volutpat et, varius eu, commodo sed, lectus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Quisque enim arcu, suscipit nec, tempus at, imperdiet vel, metus. Morbi volutpat purus at erat. Donec dignissim, sem id semper tempus, nibh massa eleifend turpis, sed pellentesque wisi purus sed libero. Nullam lobortis tortor vel risus. Pellentesque consequat nulla eu tellus. Donec velit. Aliquam fermentum, wisi ac rhoncus iaculis, tellus nunc malesuada orci, quis volutpat dui magna id mi. Nunc vel ante. Duis vitae lacus. Cras nec ipsum.

Morbi nunc. Aliquam consectetur varius nulla. Phasellus eros. Cras dapibus porttitor risus. Maecenas ultrices mi sed diam. Praesent gravida velit at elit vehicula porttitor. Phasellus nisl mi, sagittis ac, pulvinar id, gravida sit amet, erat. Vestibulum est. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur id sem elementum leo rutrum hendrerit. Ut at mi. Donec tincidunt faucibus massa. Sed turpis quam, sollicitudin a, hendrerit

eget, pretium ut, nisl. Duis hendrerit ligula. Nunc pulvinar congue urna.

Nunc velit. Nullam elit sapien, eleifend eu, commodo nec, semper sit amet, elit. Nulla lectus risus, condimentum ut, laoreet eget, viverra nec, odio. Proin lobortis. Curabitur dictum arcu vel wisi. Cras id nulla venenatis tortor congue ultrices. Pellentesque eget pede. Sed eleifend sagittis elit. Nam sed tellus sit amet lectus ullamcorper tristique. Mauris enim sem, tristique eu, accumsan at, scelerisque vulputate, neque. Quisque lacus. Donec et ipsum sit amet elit nonummy aliquet. Sed viverra nisl at sem. Nam diam. Mauris ut dolor. Curabitur ornare tortor cursus velit.

Morbi tincidunt posuere arcu. Cras venenatis est vitae dolor. Vivamus scelerisque semper mi. Donec ipsum arcu, consequat scelerisque, viverra id, dictum at, metus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut pede sem, tempus ut, porttitor bibendum, molestie eu, elit. Suspendisse potenti. Sed id lectus sit amet purus faucibus vehicula. Praesent sed sem non dui pharetra interdum. Nam viverra ultrices magna.

Aenean laoreet aliquam orci. Nunc interdum elementum urna. Quisque erat. Nullam tempor neque. Maecenas velit nibh, scelerisque a, consequat ut, viverra in, enim. Duis magna. Donec odio neque, tristique et, tincidunt eu, rhoncus ac, nunc. Mauris malesuada malesuada elit. Etiam lacus mauris, pretium vel, blandit in, ultricies id, libero. Phasellus bibendum erat ut diam. In congue imperdiet lectus.

Aenean scelerisque. Fusce pretium porttitor lorem. In hac habitasse platea dictumst. Nulla sit amet nisl at sapien egestas pretium. Nunc non tellus. Vivamus aliquet. Nam adipiscing euismod dolor. Aliquam erat volutpat. Nulla ut ipsum. Quisque tincidunt auctor augue. Nunc imperdiet ipsum eget elit. Aliquam quam leo, consectetur non, ornare sit amet, tristique quis, felis. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque interdum quam sit amet mi. Pellentesque mauris dui, dictum a, adipiscing ac, fermentum sit amet, lorem.

Ut quis wisi. Praesent quis massa. Vivamus egestas risus eget lacus. Nunc tincidunt, risus quis bibendum facilisis, lorem purus rutrum neque, nec porta tortor urna quis orci. Aenean aliquet, libero semper volutpat luctus, pede erat lacinia augue, quis rutrum sem ipsum sit amet pede. Vestibulum aliquet, nibh sed iaculis sagittis, odio dolor blandit augue, eget mollis urna tellus id tellus. Aenean aliquet aliquam nunc. Nulla ultricies justo eget orci. Phasellus tristique fermentum leo. Sed massa metus, sagittis ut, semper ut, pharetra vel, erat. Aliquam quam turpis, egestas vel, elementum in, egestas sit amet, lorem. Duis convallis, wisi sit amet mollis molestie, libero mauris porta dui, vitae aliquam arcu turpis ac sem. Aliquam aliquet dapibus metus.

Vivamus commodo eros eleifend dui. Vestibulum in leo eu erat tristique mattis. Cras at elit. Cras pellentesque. Nullam id lacus sit amet libero aliquet hendrerit. Proin placerat, mi non elementum laoreet, eros elit tincidunt magna, a rhoncus sem arcu id odio. Nulla eget leo a leo egestas facilisis. Curabitur quis velit. Phasellus aliquam, tortor nec ornare rhoncus, purus urna posuere velit, et commodo risus tellus quis tellus. Vivamus leo turpis, tempus sit amet, tristique vitae, laoreet quis, odio. Proin scelerisque bibendum ipsum. Etiam nisl. Praesent vel dolor. Pellentesque vel magna. Curabitur urna. Vivamus congue urna in velit. Etiam ullamcorper elementum dui. Praesent non urna. Sed placerat quam non mi. Pellentesque diam magna, ultricies eget, ultrices placerat, adipiscing rutrum, sem.

Morbi sem. Nulla facilisi. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Nulla facilisi. Morbi sagittis ultrices libero. Praesent eu

ligula sed sapien auctor sagittis. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Donec vel nunc. Nunc fermentum, lacus id aliquam porta, dui tortor euismod eros, vel molestie ipsum purus eu lacus. Vivamus pede arcu, euismod ac, tempus id, pretium et, lacus. Curabitur sodales dapibus urna. Nunc eu sapien. Donec eget nunc a pede dictum pretium. Proin mauris. Vivamus luctus libero vel nibh.

Fusce tristique risus id wisi. Integer molestie massa id sem. Vestibulum vel dolor. Pellentesque vel urna vel risus ultricies elementum. Quisque sapien urna, blandit nec, iaculis ac, viverra in, odio. In hac habitasse platea dictumst. Morbi neque lacus, convallis vitae, commodo ac, fermentum eu, velit. Sed in orci. In fringilla turpis non arcu. Donec in ante. Phasellus tempor feugiat velit. Aenean varius massa non turpis. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae;

Aliquam tortor. Morbi ipsum massa, imperdiet non, consectetur vel, feugiat vel, lorem. Quisque eget lorem nec elit malesuada vestibulum. Quisque sollicitudin ipsum vel sem. Nulla enim. Proin nonummy felis vitae felis. Nullam pellentesque. Duis rutrum feugiat felis. Mauris vel pede sed libero tincidunt mollis. Phasellus sed urna rhoncus diam euismod bibendum. Phasellus sed nisl. Integer condimentum justo id orci iaculis varius. Quisque et lacus. Phasellus elementum, justo at dignissim auctor, wisi odio lobortis arcu, sed sollicitudin felis felis eu neque. Praesent at lacus.

Vivamus sit amet pede. Duis interdum, nunc eget rutrum dignissim, nisl diam luctus leo, et tincidunt velit nisl id tellus. In lorem tellus, aliquet vitae, porta in, aliquet sed, lectus. Phasellus sodales. Ut varius scelerisque erat. In vel nibh eu eros imperdiet rutrum. Donec ac odio nec neque vulputate suscipit. Nam nec magna. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Nullam porta, odio et sagittis iaculis, wisi neque fringilla sapien, vel commodo lorem lorem id elit. Ut sem lectus, scelerisque eget, placerat et, tincidunt scelerisque, ligula. Pellentesque non orci.

Etiam vel ipsum. Morbi facilisis vestibulum nisl. Praesent cursus laoreet felis. Integer adipiscing pretium orci. Nulla facilisi. Quisque posuere bibendum purus. Nulla quam mauris, cursus eget, convallis ac, molestie non, enim. Aliquam congue. Quisque sagittis nonummy sapien. Proin molestie sem vitae urna. Maecenas lorem. Vivamus viverra consequat enim.

Seznam použité literatury

- [1] S. J. Monaquel a K. M. Schmidt, *On M -functions and operator theory for non-self-adjoint discrete Hamiltonian systems*, v „Special Issue: 65th birthday of Prof. Desmond Evans“, J.Comput. Appl. Math. **208** (2007), č. 1, 82–101.
- [2] M. Murata, *Positive solutions and large time behaviors of Schrödinger semigroups, Simon's problem*, J. Funct. Anal. **56** (1984), č. 3, 300–310.
- [3] J. Qi a S. Chen, *Strong limit-point classification of singular Hamiltonian expressions*, Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), č. 6, 1667–1674 (elektronicky).
- [4] Z. Pospíšil, *An inverse problem for matrix trigonometric and hyperbolic functions on measure chains*, v „Colloquium on Differential and Difference Equations — CDDE 2002“ (Brno, 2002), Folia Fac. Sci. Natur. Univ. Masaryk. Brun. Math. **13**, str. 205–211, Masarykova univerzita, Brno, 2003.
- [5] R. Šimon Hilscher a P. Zemánek, *Friedrichs extension of operators defined by linear Hamiltonian systems on unbounded interval*, v „Equadiff 12“, Proceedings of the Conference on Differential Equations and their Applications (Brno, 2009), J. Diblík, O. Došlý, P. Drábek a E. Feistauer, editoři, Math. Bohem. **135** (2010), č. 2, 209–222.
- [6] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [7] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [8] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [9] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [10] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [11] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [12] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.

- [13] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.
- [14] W. T. Reid, *Sturmian Theory for Ordinary Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1980. ISBN 0-387-90542-1.

