

二分探索を使って
高速に探索しよう

予選突破/本選/緑に必要なアルゴリズム

- 全探索
 - 順列全探索
 - bit全探索
 - 深さ優先探索
 - 幅優先探索
- 二分探索
- 動的計画法(DP)
 - bitDP
 - 確率DP
- プライオリティキュー
- Union-Find
- imos法
- セグメント木
- 木の直径
- 最短路問題
 - ダイクストラ法
 - ワーシャルフロイド法
- 素数/約数
 - エラトステネスの篩
 - 高速な素数判定
 - 高速な約数列挙
 - 高速な素因数分解
- modの性質
- 繰り返し二乗法

年齢を探索しよう



50歳ですか？

No

51歳ですか？

No

52歳ですか？

No

53歳ですか？

No

54歳ですか？

No

わしは50歳から100歳
までのどれかじゃ

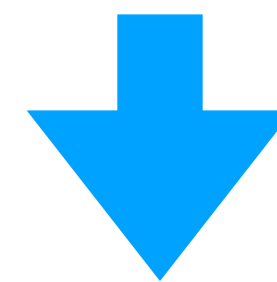


いつまでかかるんじゃ…

全探索の計算量

探索する範囲のサイズが N のとき、答えを見つけ出すのにかかる計算量は？

- ・ 年齢が当たるまで繰り返し質問する



計算量は $O(N)$

年齢を探索しよう



50~100歳か
75歳以上ですか？

Yes

75~100歳か
88歳以上ですか？

Yes

88~100歳か
94歳以上ですか？

No

88~93歳か
91歳以上ですか？

No

88~89歳か
89歳ですか？

Yes

わしは50歳から100歳
までのどれかじゃ

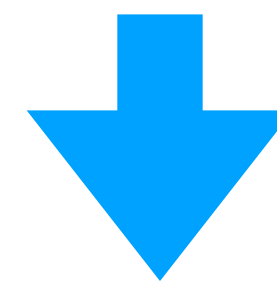


たった5回で当てよかったか！

二分探索の計算量

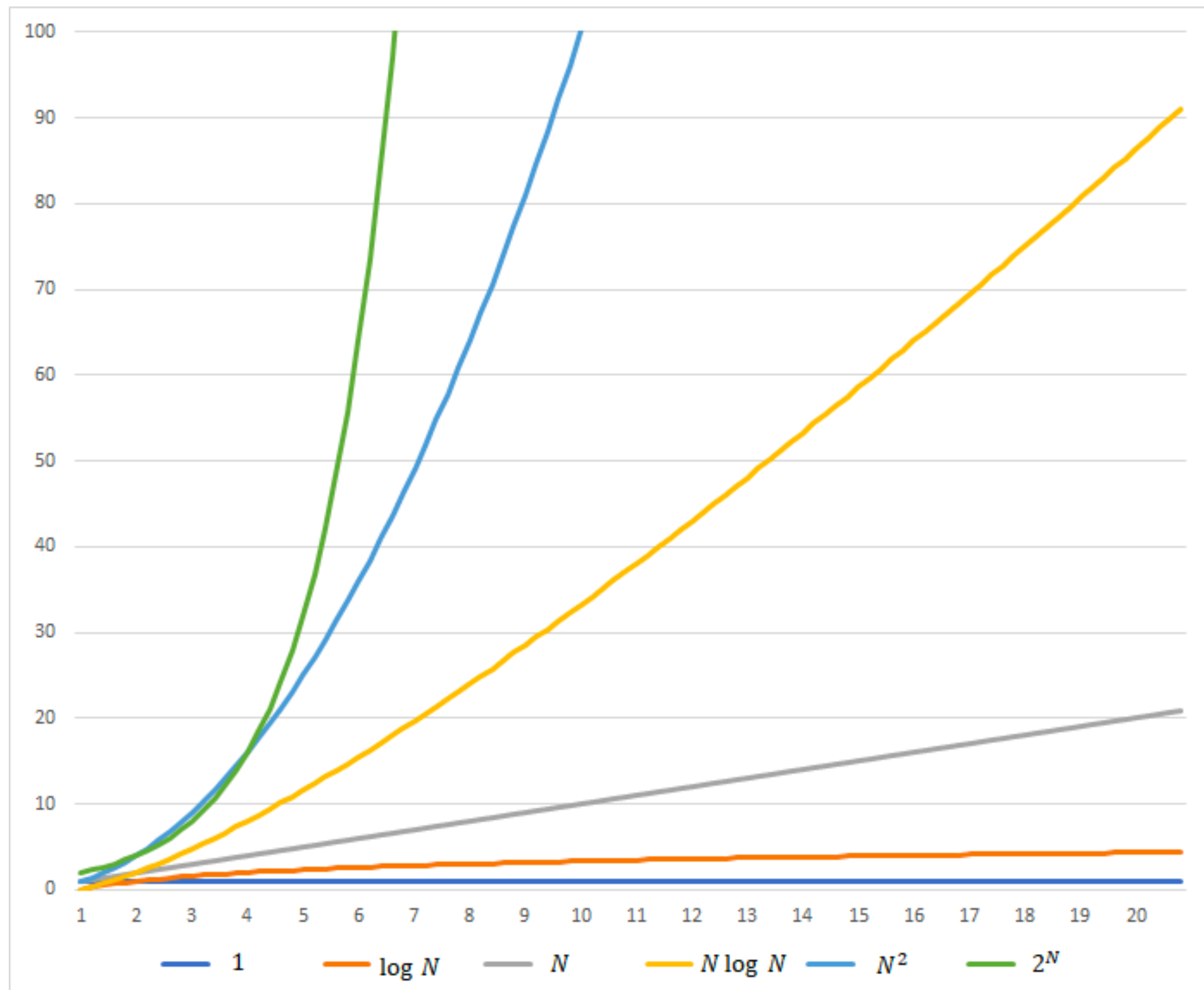
探索する範囲のサイズが N のとき、答えを見つけ出すのにかかる計算量は？

- ・ 1回の比較で探索する範囲は半分になる
- ・ 探索する範囲のサイズが 1 になったらそれが答え



二分探索の計算量は $O(\log N)$

$O(\log N)$ ってどれくらい？



$$\log 10^5 \approx 17$$

$$\log 10^9 \approx 30$$

$$\log 10^{18} \approx 60$$

とても小さい！

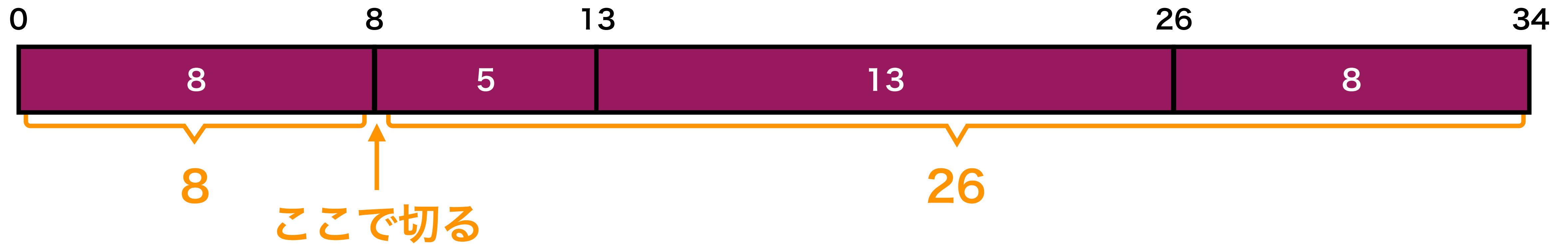
(https://atcoder.jp/contests/apg4b/tasks/APG4b_w)

一緒に解いてみよう！

- **Yokan Party**と一緒に解いてみよう！

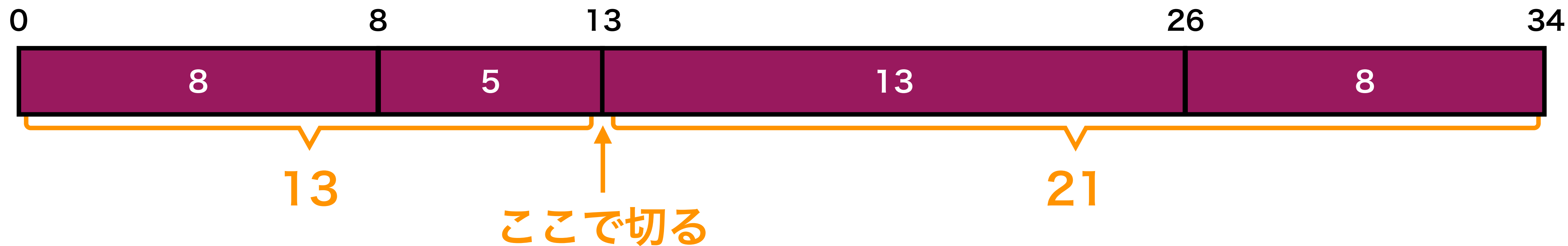
https://atcoder.jp/contests/typical90/tasks/typical90_a

入力例1を考えてみよう



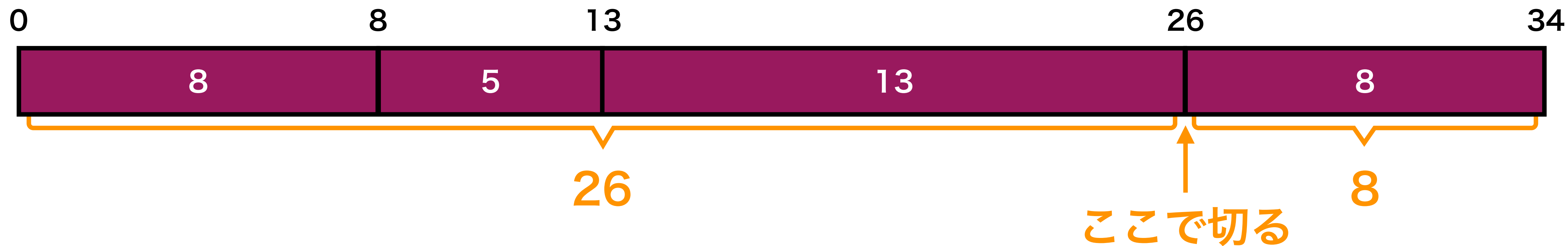
最も短いようかんは8 → スコア8達成

入力例1を考えてみよう



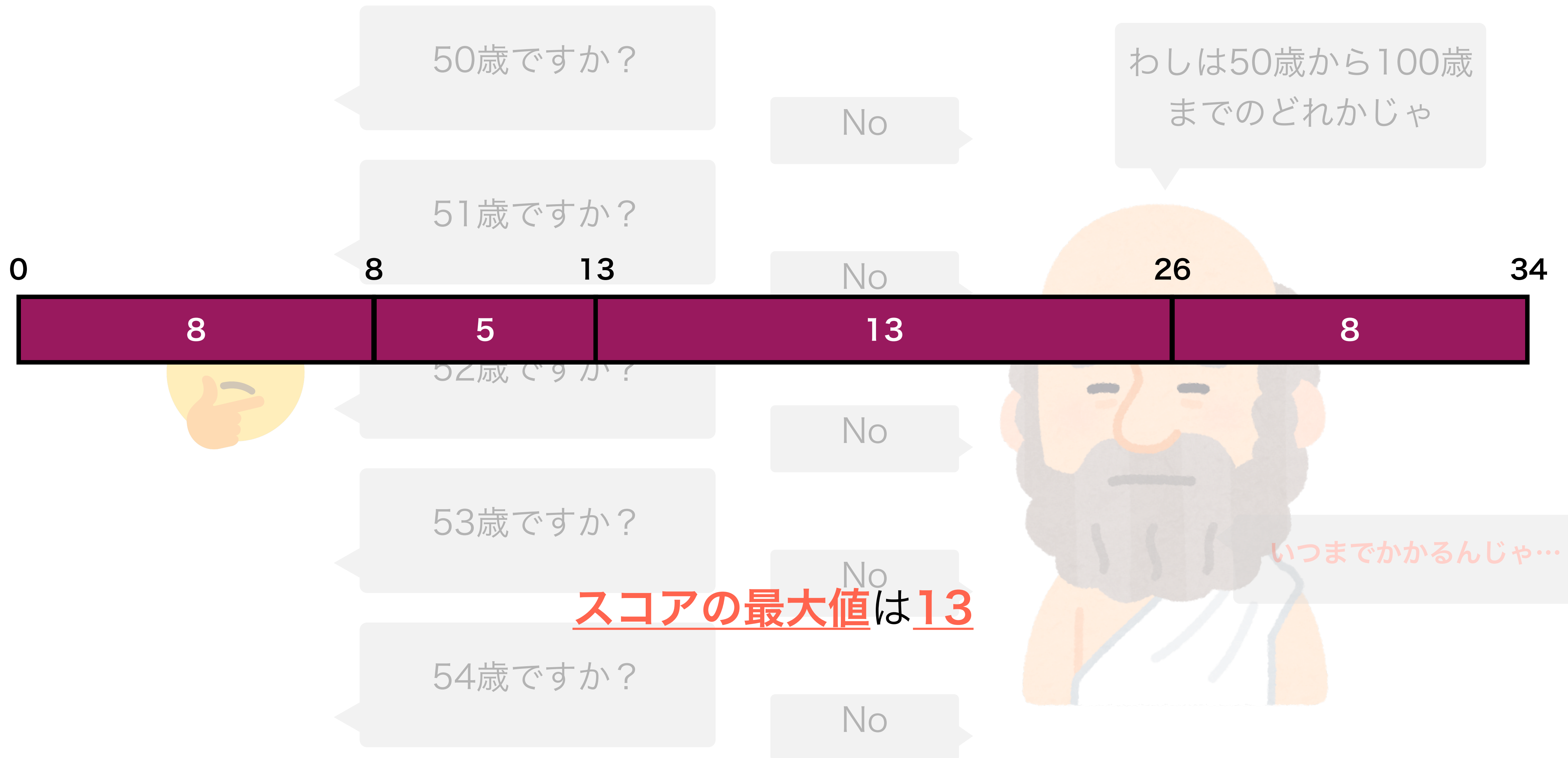
最も短いようかんは13 → スコア13達成

入力例1を考えてみよう



最も短いようかんは8 → スコア8達成

入力例1を考えてみよう



切れ目2つ選ぶ場合



	切れ目1	切れ目2	...	切れ目N
切れ目1	X			
切れ目2	X	X		
...	X	X	X	
切れ目N	X	X	X	X

$$\frac{N \times (N - 1)}{2} \text{通り}$$

$$\rightarrow O(N^2)$$

思い出そう



50~100歳か
75歳以上ですか？

Yes

75~100歳か
88歳以上ですか？

Yes

88~100歳か
94歳以上ですか？

No

88~93歳か
91歳以上ですか？

No

88~89歳か
89歳ですか？

Yes

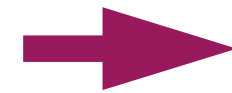
わしは50歳から100歳
までのどれかじゃ



たった5回で当てよかったか！

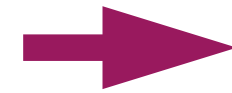
この問題に言い換えると？

x 歳以上ですか？



この問題に言い換ええると？

x 歳以上ですか？



スコア x 以上を達成
できますか？

スコア x 以上を達成できますか？

スコア13(以上)を達成できるか？という判定問題を考えよう



スコア x 以上を達成できますか？

どこで切ればいいのかを考えよう



左端から見ていき、ようかんの長さが
初めて13以上になった場所で切る

スコア x 以上を達成できますか？

あるスコアを達成することができるかを判定する関数を書いてみよう

```
/**
 * 入力で与えられたスコアを達成することができるかを調べる関数
 * @param score 達成できるかを調べたいスコア
 * @return 達成できる場合はtrue, できない場合はfalseを返す
 */
bool score_check(vector<int> &a, int n, int l, int k, int score) {

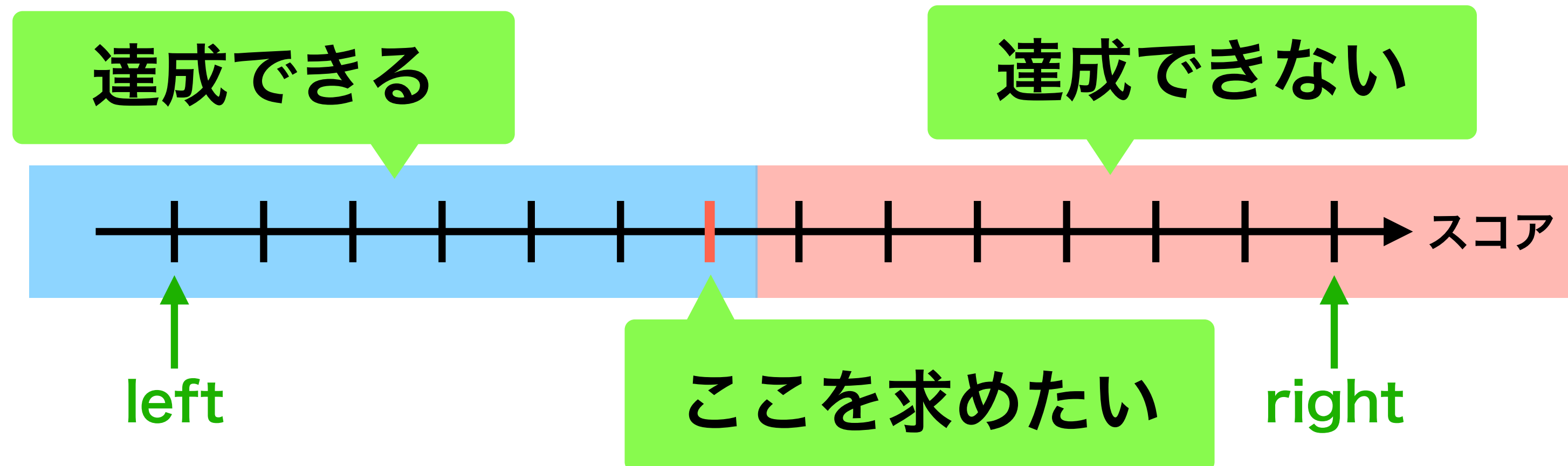
    //ここを書こう！

}
```

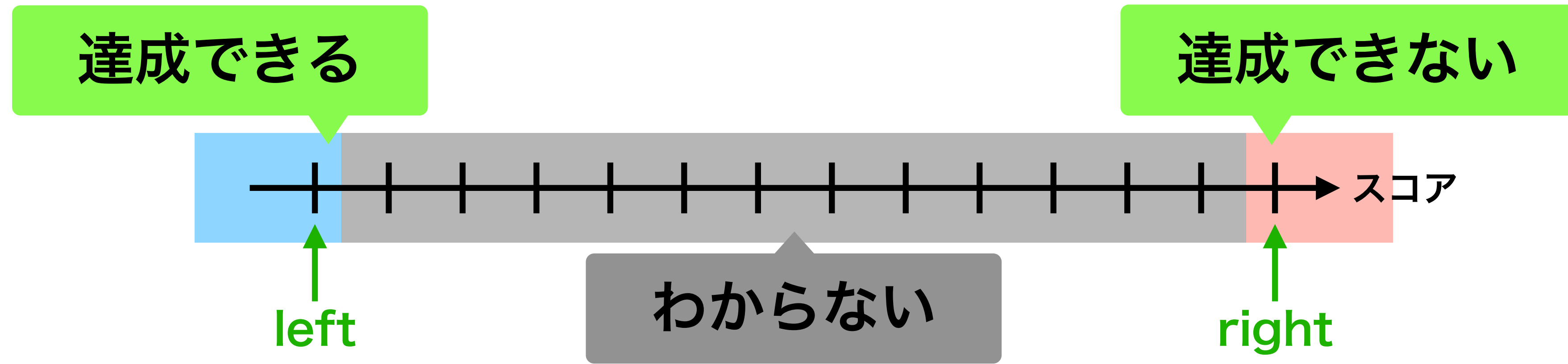
二分探索

条件を満たす最大の値を見つける

あるスコアを達成できるという条件



二分探索



“わからない”の中のどこかに
境目がある

二分探索

達成できる

達成できない

mid

left

right

スコア

スコア_{mid}以上を達成できますか？

達成できる

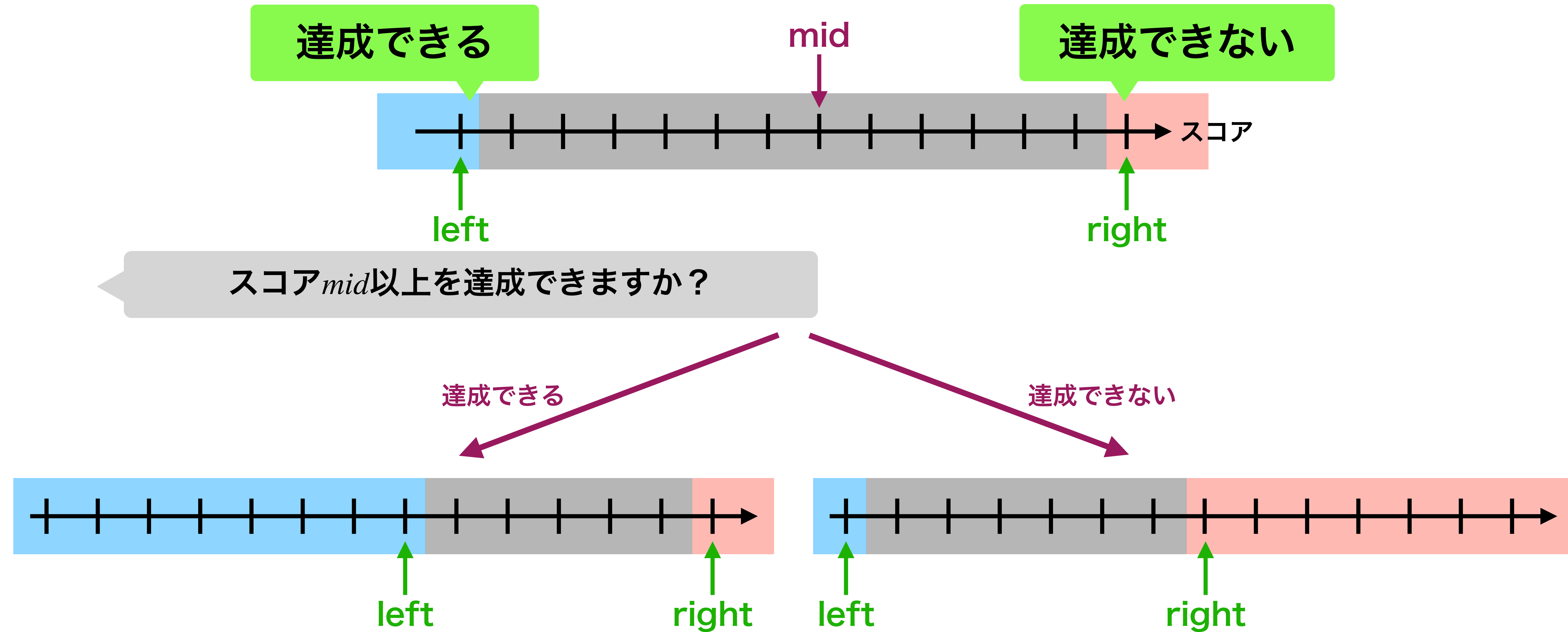
達成できない

left

right

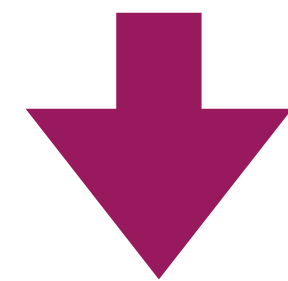
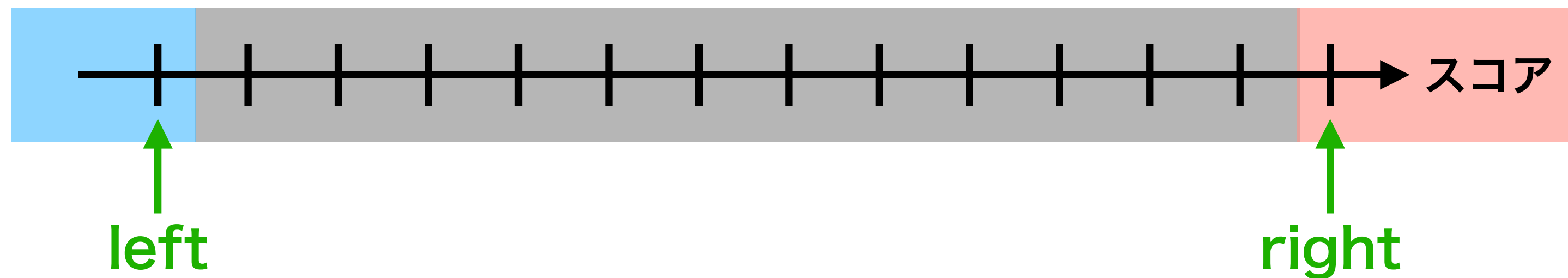
left

right

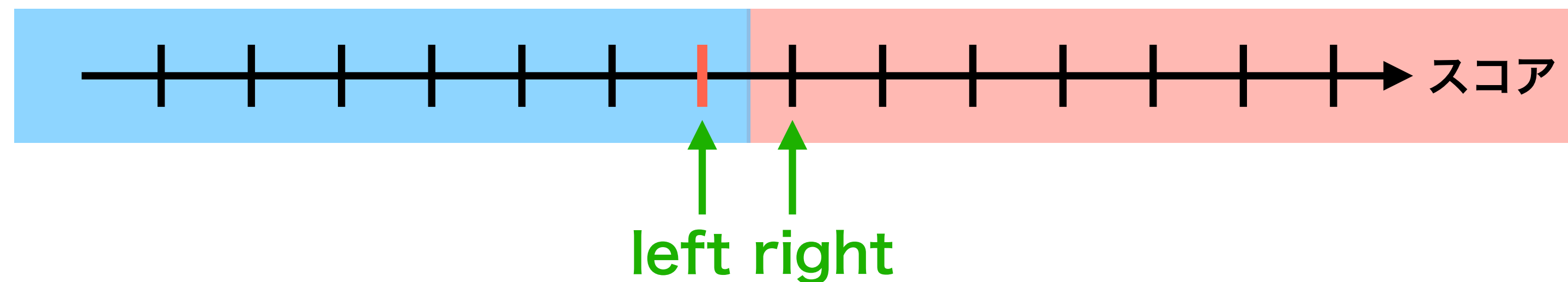


二分探索

初期状態



終了状態



leftとrightの差が1になるまで
範囲を狭める

計算量は？

達成できるスコアの最大値を二分探索するのに $O(\log L)$

そのスコアを達成できるかを判定するのに $O(N)$

よって、プログラムの計算量は $O(N \log L)$ であり、

これは今回の制約において 十分高速！

ライブコーディング！

自分で解いてみよう！

- **Widespread**を自分で解いてみよう！

https://atcoder.jp/contests/abc063/tasks/arc075_b

答え合わせ

ライブコーディング！

休憩！（15分）

二分探索は習得できましたか？