

レギオ

中級編

今日の目標

- JOI予選突破/本選で戦える/AtCoderで緑になるために必要なアルゴリズム・データ構造の知識を身につける

概要

- ・ データ構造

プライオリティキューを理解し，使いこなせるようになるう
UnionFindを理解し，使いこなせるようになるう

- ・ アルゴリズム

動的計画法を理解し，使いこなせるようになるう

予選突破/本選/緑に必要なアルゴリズム

- 全探索
 - 順列全探索
 - bit全探索
 - 深さ優先探索
 - 幅優先探索
- 二分探索
- 動的計画法(DP)
 - bitDP
 - 確率DP
- プライオリティキュー
- Union-Find
- imos法
- セグメント木
- 木の直径
- 最短路問題
 - ダイクストラ法
 - ワーシャルフロイド法
- 素数/約数
 - エラトステネスの篩
 - 高速な素数判定
 - 高速な約数列挙
 - 高速な素因数分解
- modの性質
- 繰り返し二乗法

プライオリティキューを使って
最小(大)値を取り出そう

一緒に解いてみよう

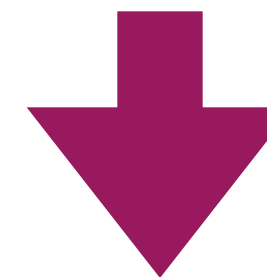
- **Powerful Discount Tickets**

https://atcoder.jp/contests/abc141/tasks/abc141_d

考察しよう

X 円の品物を買う際に Y 枚の割引券を使った場合, その品物を

$\frac{X}{2^Y}$ 円(小数点切り捨て)で購入できる

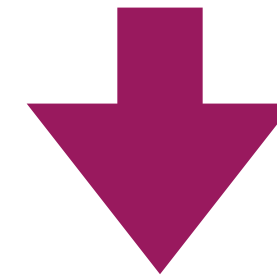


言い換えると

割引券を1枚使うごとに, その品物の値段が半分になっていく

考察しよう

支払う合計金額をなるべく小さくしたい



割引券を使ってなるべく多く引きたい

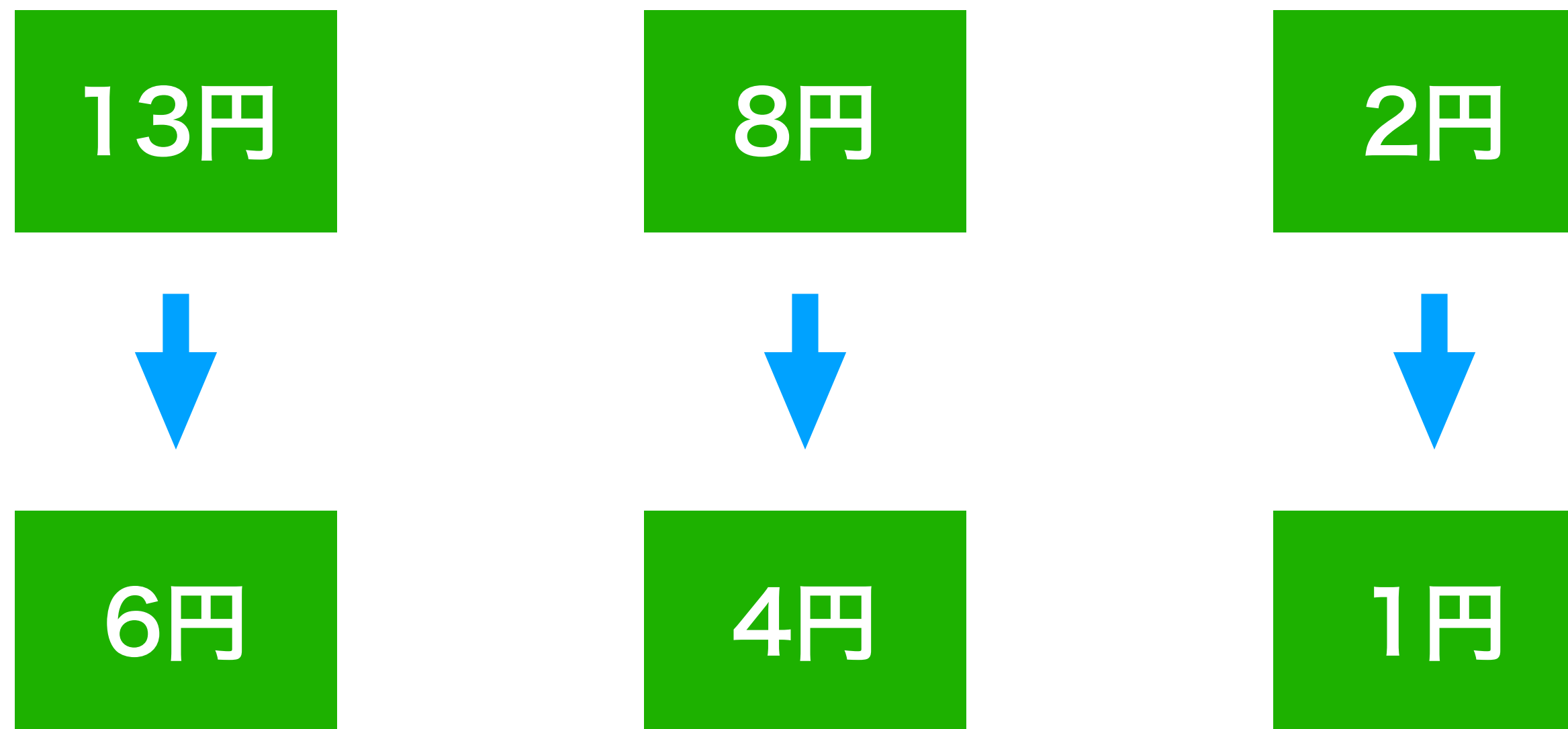
割引券を使うと品物の値段が**半分**になるということは、
より高い品物に割引券を使えばより多く引くことができる！

考察しよう

じゃあ品物を値段が高い順に**ソート**して、**上から順番に**割引券を使えばいい？

入力例1を考えてみよう

じゃあ品物を値段が高い順にソートして，上から順番に割引券を使えばいい？



合計11円！

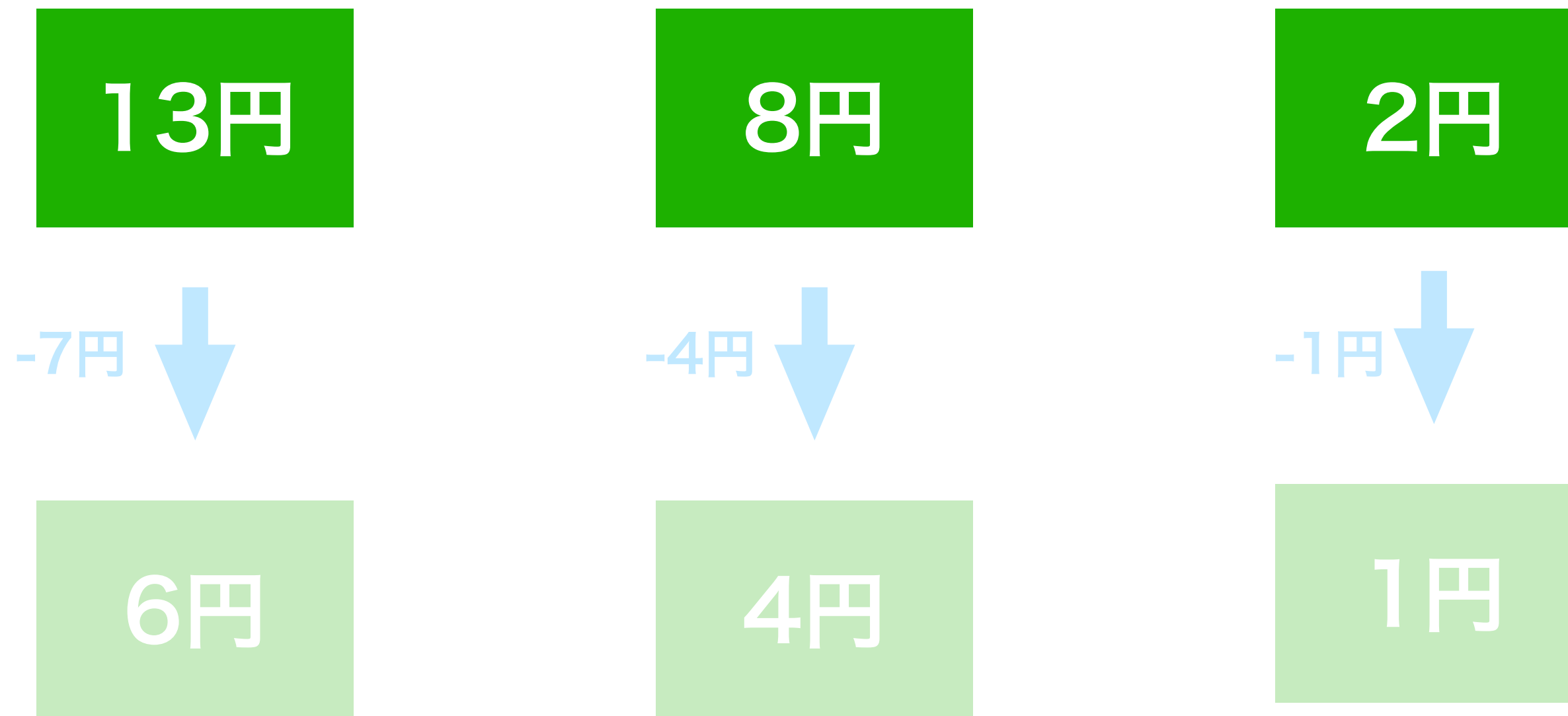
入力例1を考えてみよう

じゃあ品物を値段が高い順にソートして，上から順番に割引券を使えばいい？



入力例1を考えてみよう

なぜ間違っているのか考えよう



入力例1を考えてみよう

なぜ間違っているのか考えよう



入力例1を考えてみよう

なぜ間違っているのか考えよう



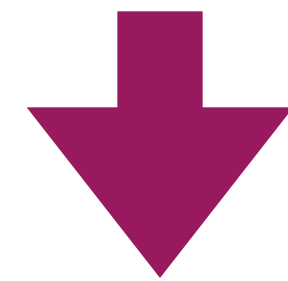
入力例1を考えてみよう

なぜ間違っているのか考えよう



計算量を考えよう

1番高い品物に割引券を使ったあとに、**割引券を使った品物の値段を半分**にして、
また**その中で1番高い品物**に割引券を使うということを繰り返す



つまり

品物の値段の**最大値**を取ってその値を半分にすることを**繰り返して**、
最後に品物の値段の合計を求める

計算量を考えよう

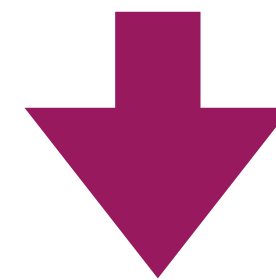
品物の値段の最大値を取ってその値を半分にするを繰り返して,
最後に品物の値段の合計を求める

計算量は？

商品が N 個なので $O(N)$

何回？

割引券が M 枚なので M 回繰り返す



$O(N)$ を M 回行うので、全体の計算量は

$O(NM)$

これは今回の制約 $(1 \leq N, M \leq 10^5)$ において

間に合わない！

プライオリティキュー

- ・ プライオリティキューは、 次の2つの操作が $O(\log N)$ で行えるデータ構造
 - ・ 値の追加
 - ・ 最小(大)値の取り出し

プライオリティキューを使うと？

品物の値段の最大値を取ってその値を半分にすることを繰り返して、
最後に品物の値段の合計を求める

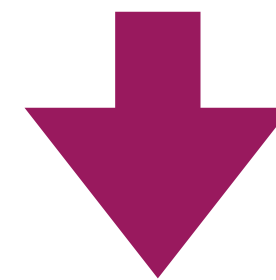
計算量は？

商品が N 個なので $O(\log N)$

$O(\log N)$

割引券が M 枚なので M 回繰り返す

何回？



$O(\log N)$ を M 回行うので、全体の計算量は

$O(M \log N)$

これは今回の制約 $(1 \leq N, M \leq 10^5)$ において

十分間に合う！

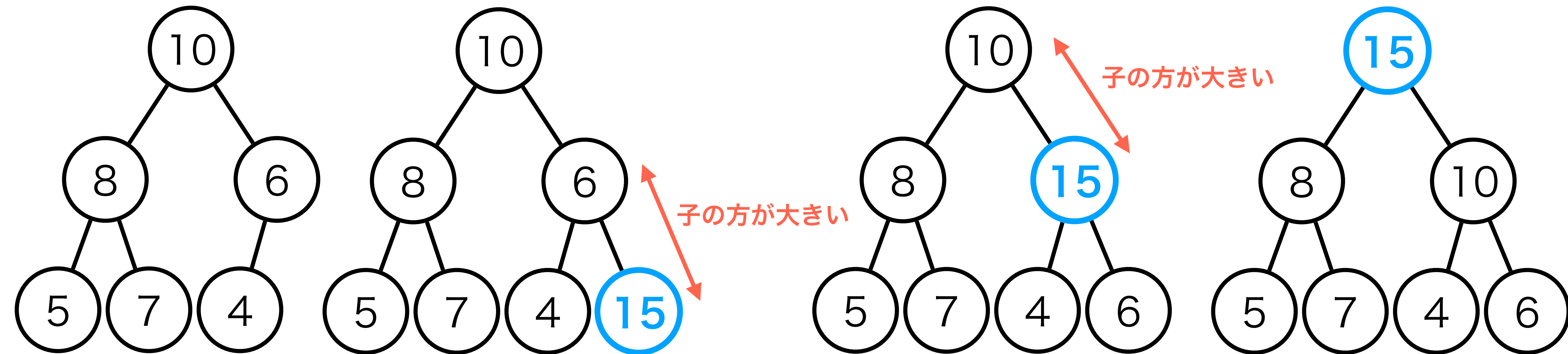
ライブコーディング！

プライオリティキューの仕組み

子の値が親の値より必ず小さい

値の追加

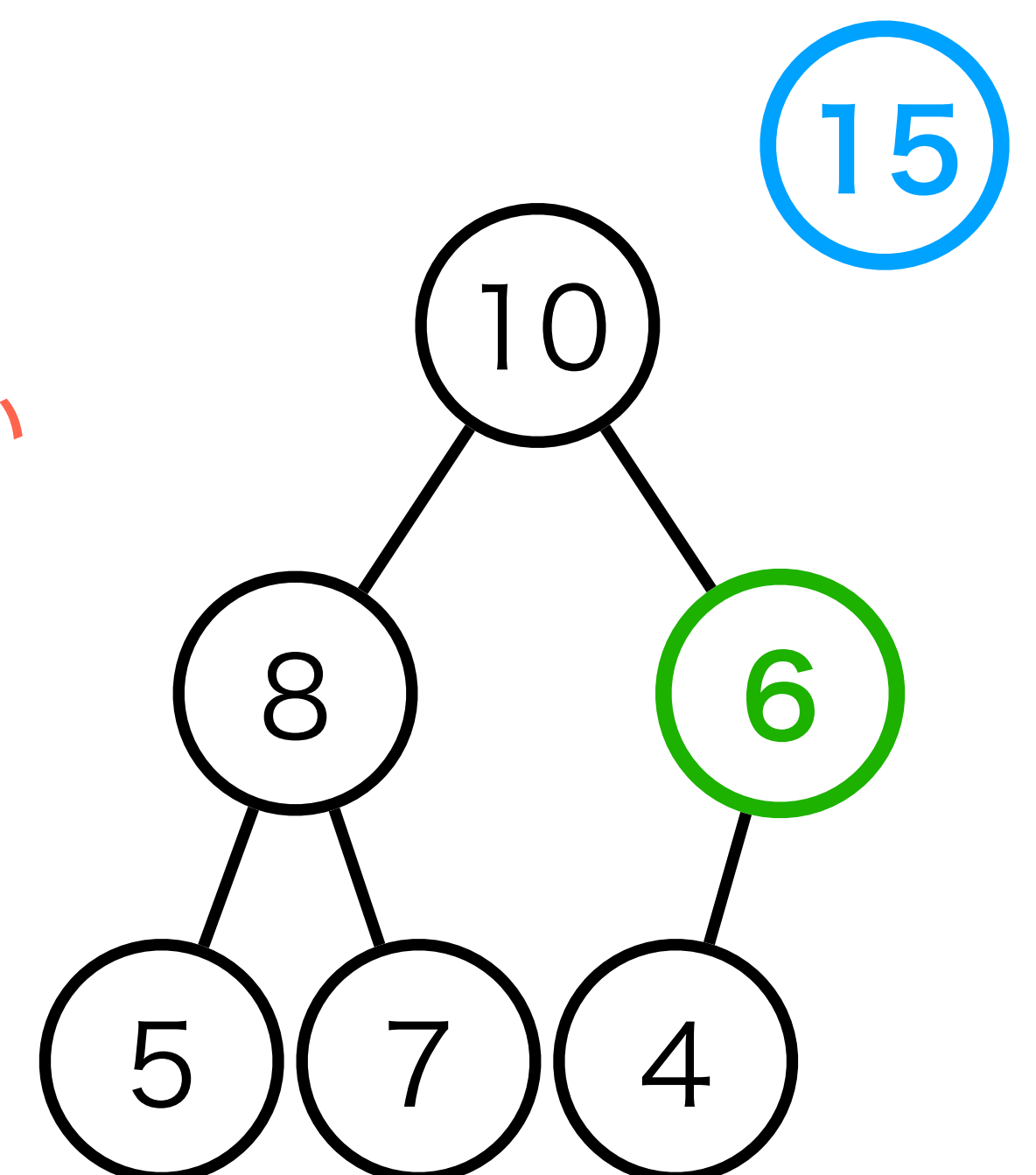
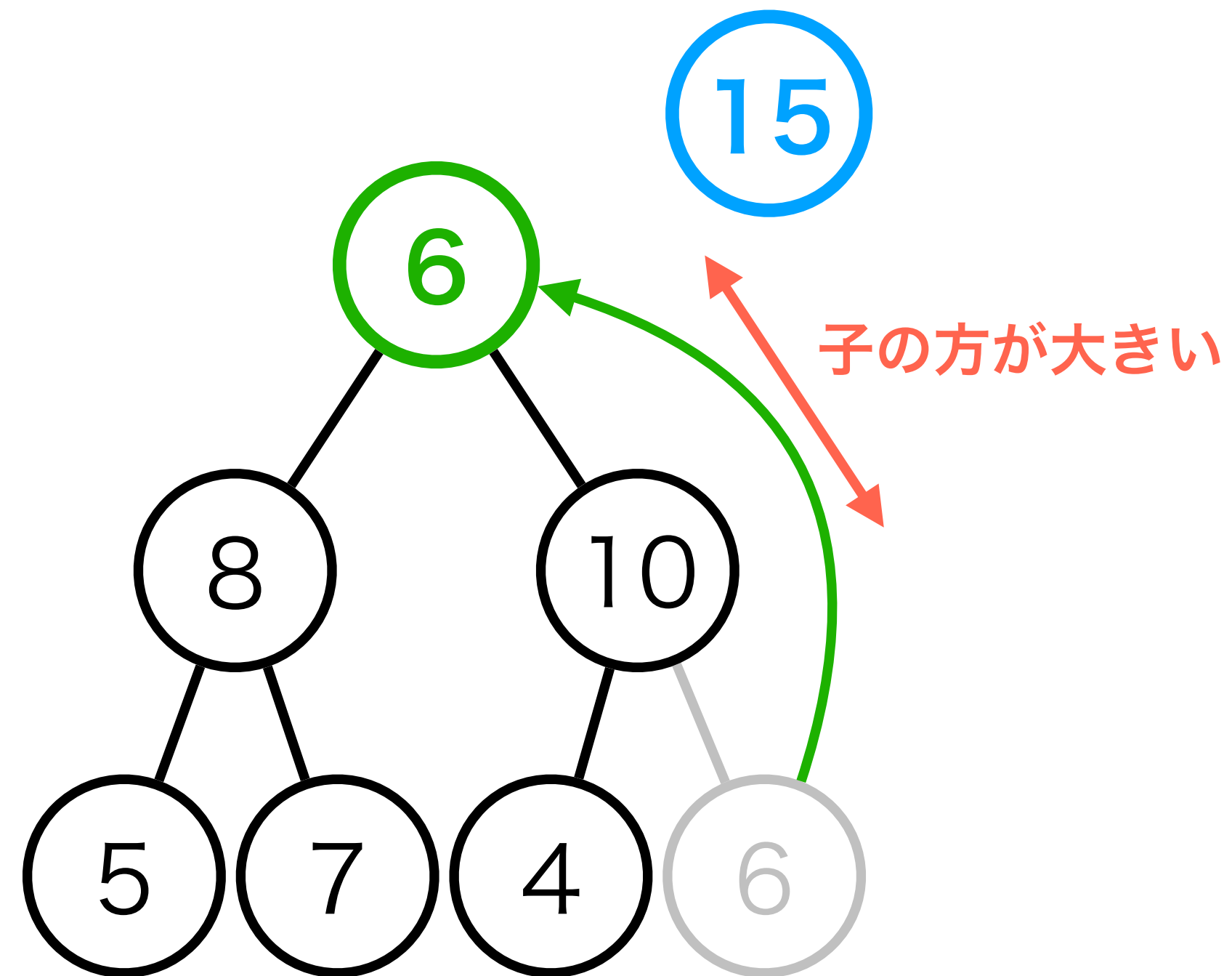
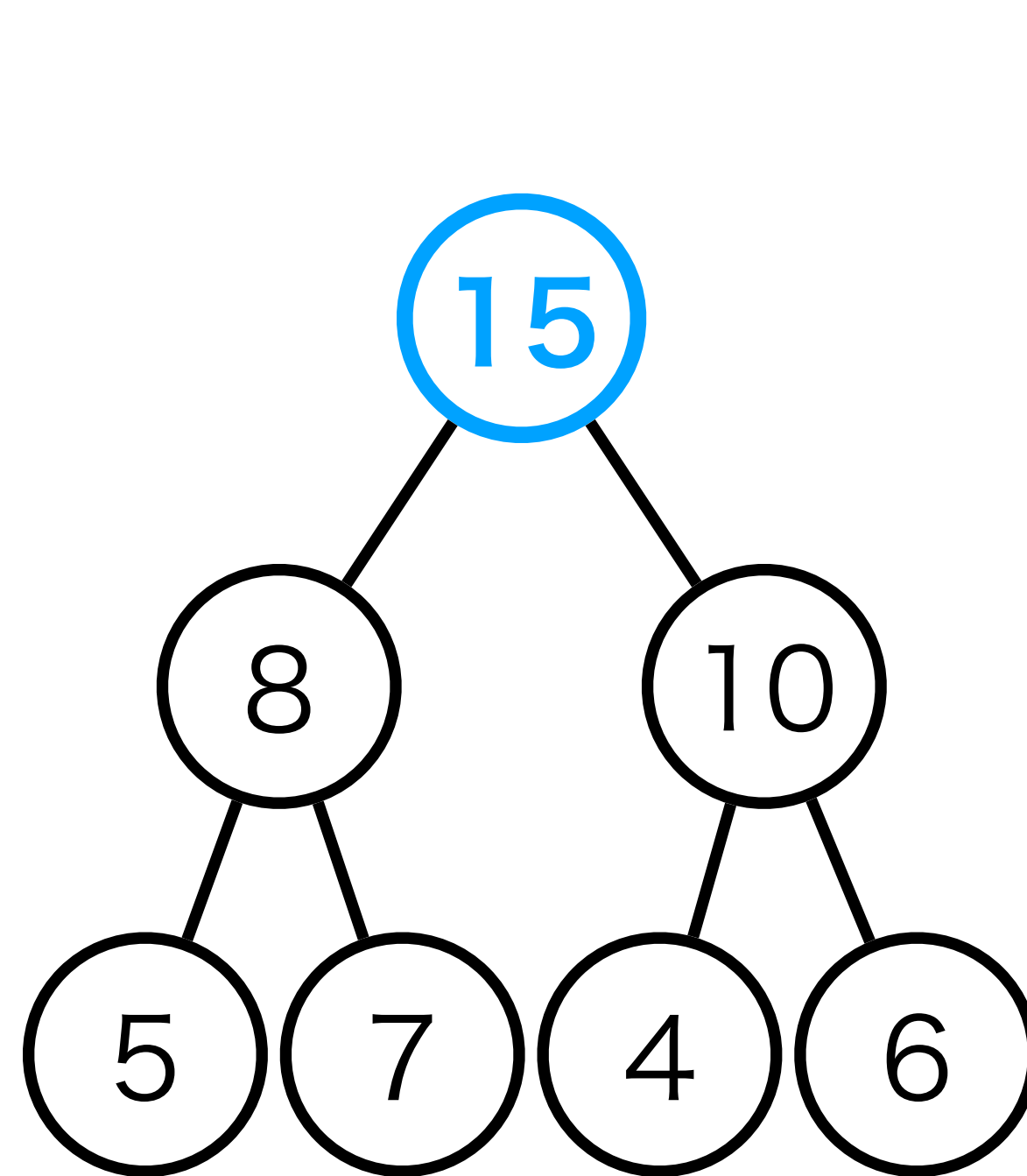
15を追加



プライオリティキューの仕組み

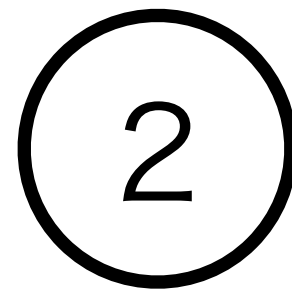
子の値が親の値より必ず小さい

最大値の取り出し

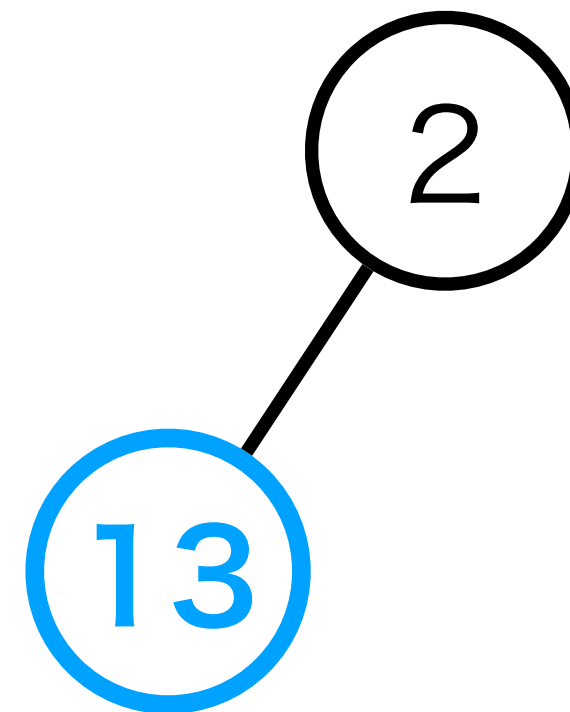


入力例1で試そう

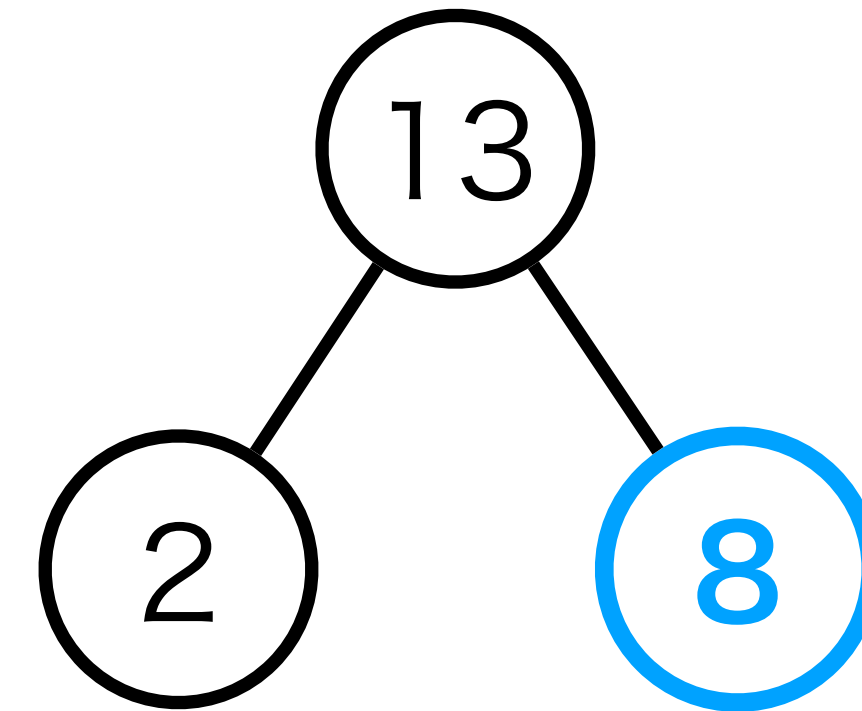
2を追加



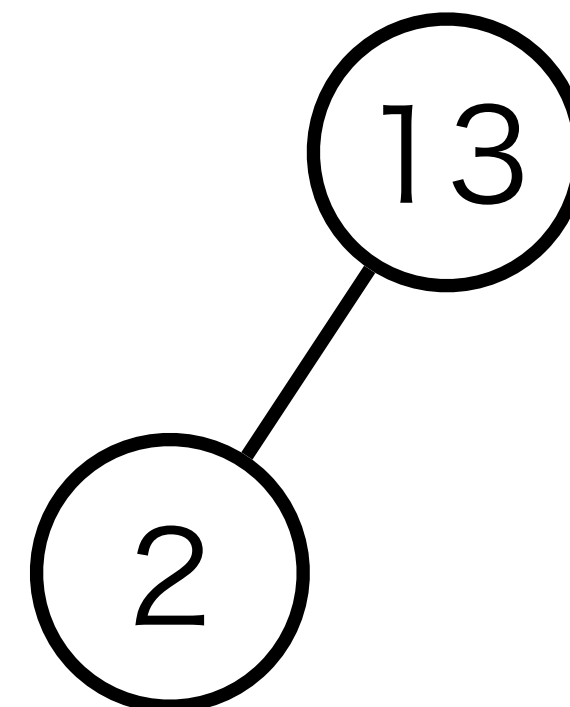
13を追加



8を追加

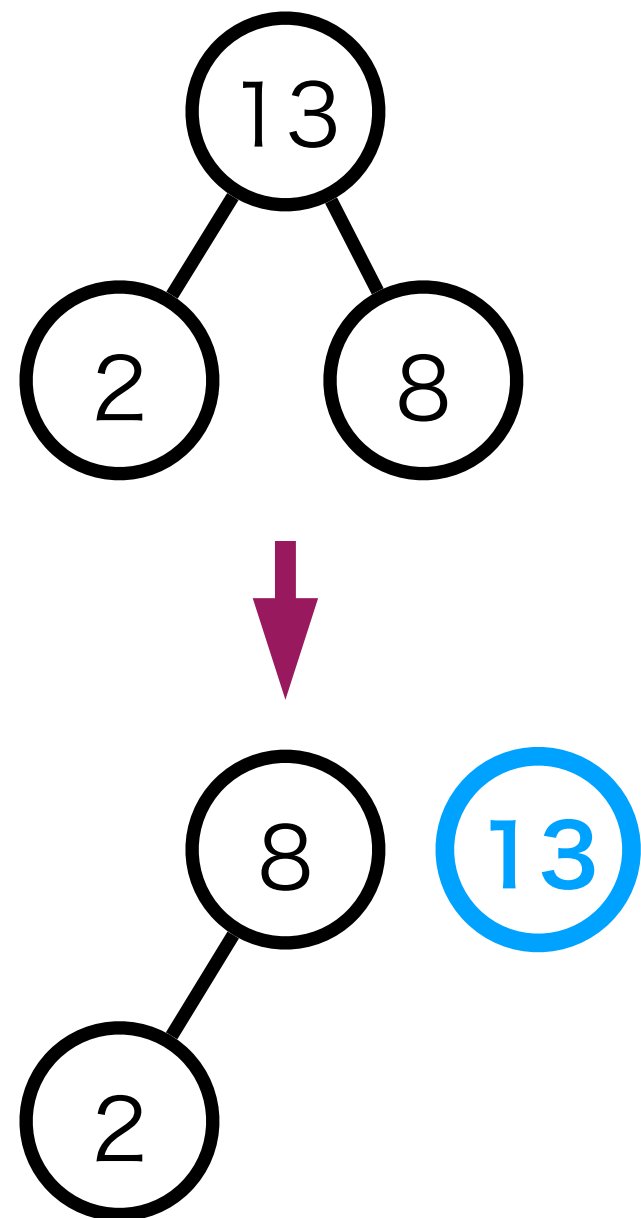


子の値が親の値より大きい

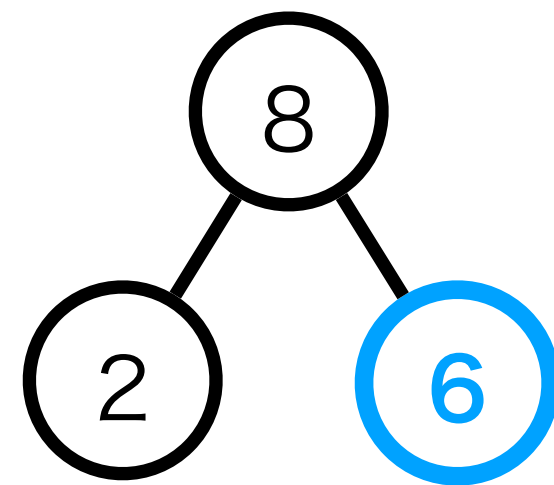


入力例1で試そう

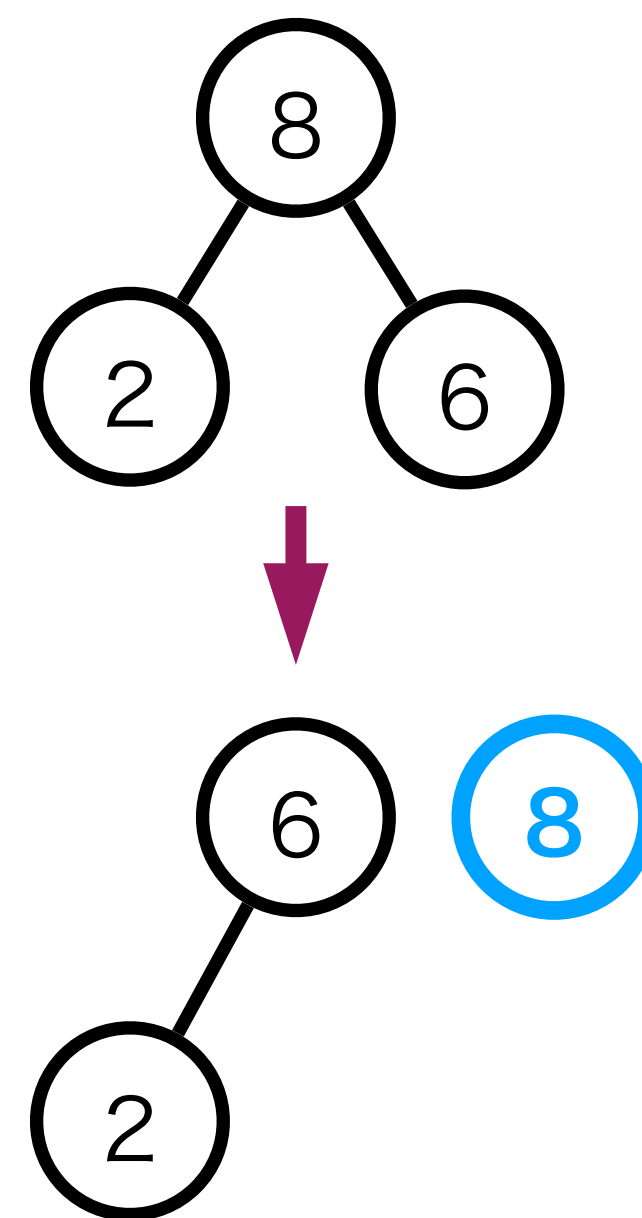
最大値の取り出し



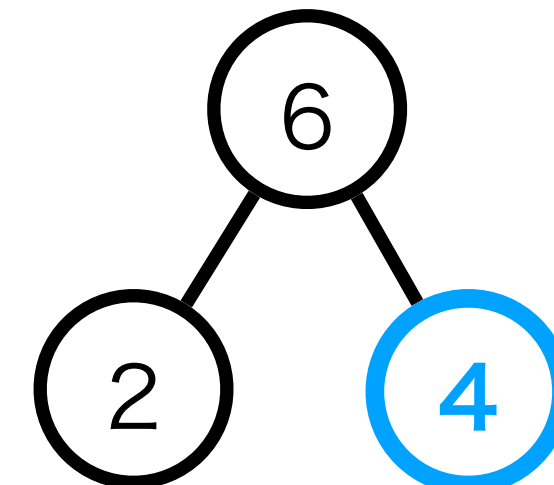
割引きして追加



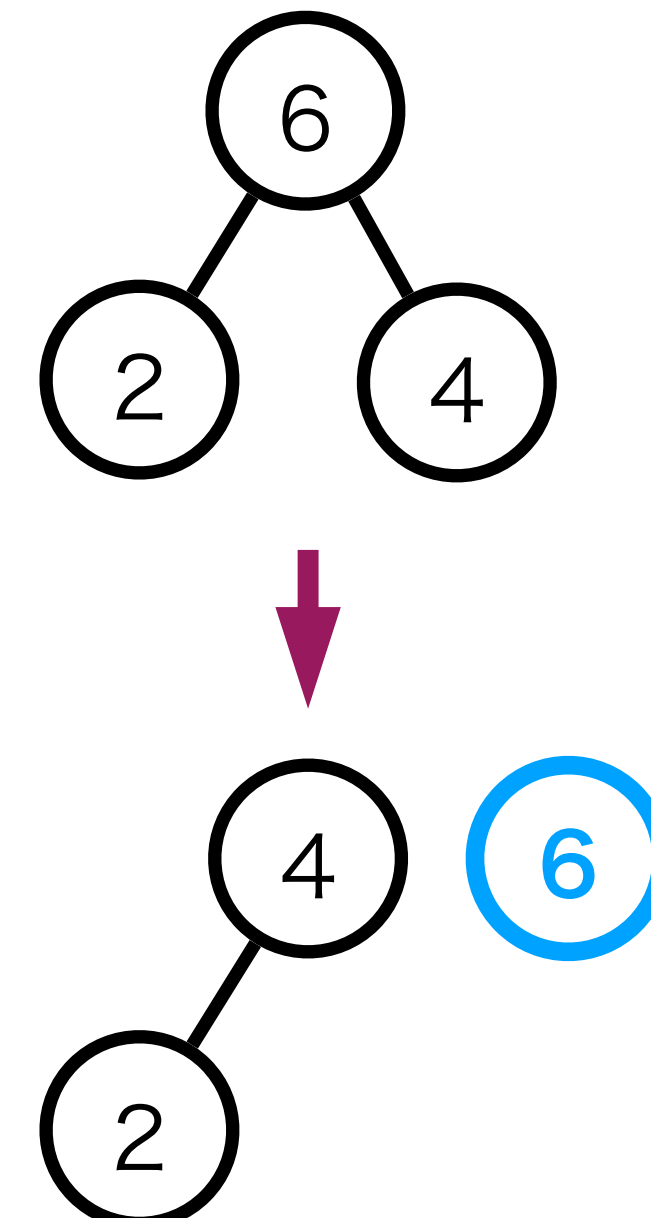
最大値の取り出し



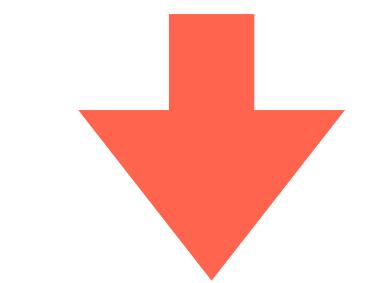
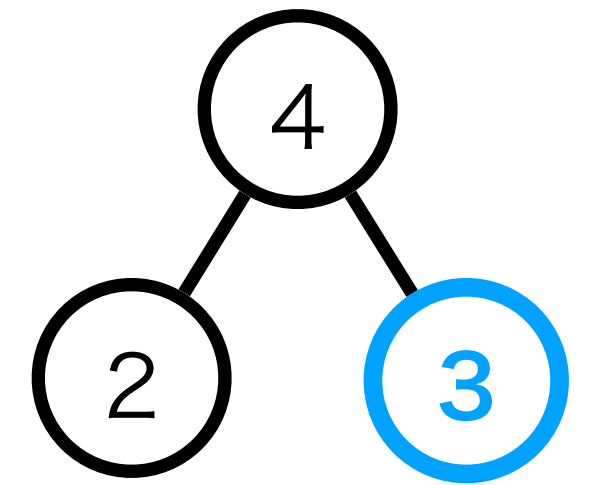
割引きして追加



最大値の取り出し



割引きして追加



合計9円

自分で解いてみよう！

- **Querying Multiset**を自分で解いてみよう！

https://atcoder.jp/contests/abc212/tasks/abc212_d

答え合わせ

ライブコーディング！