



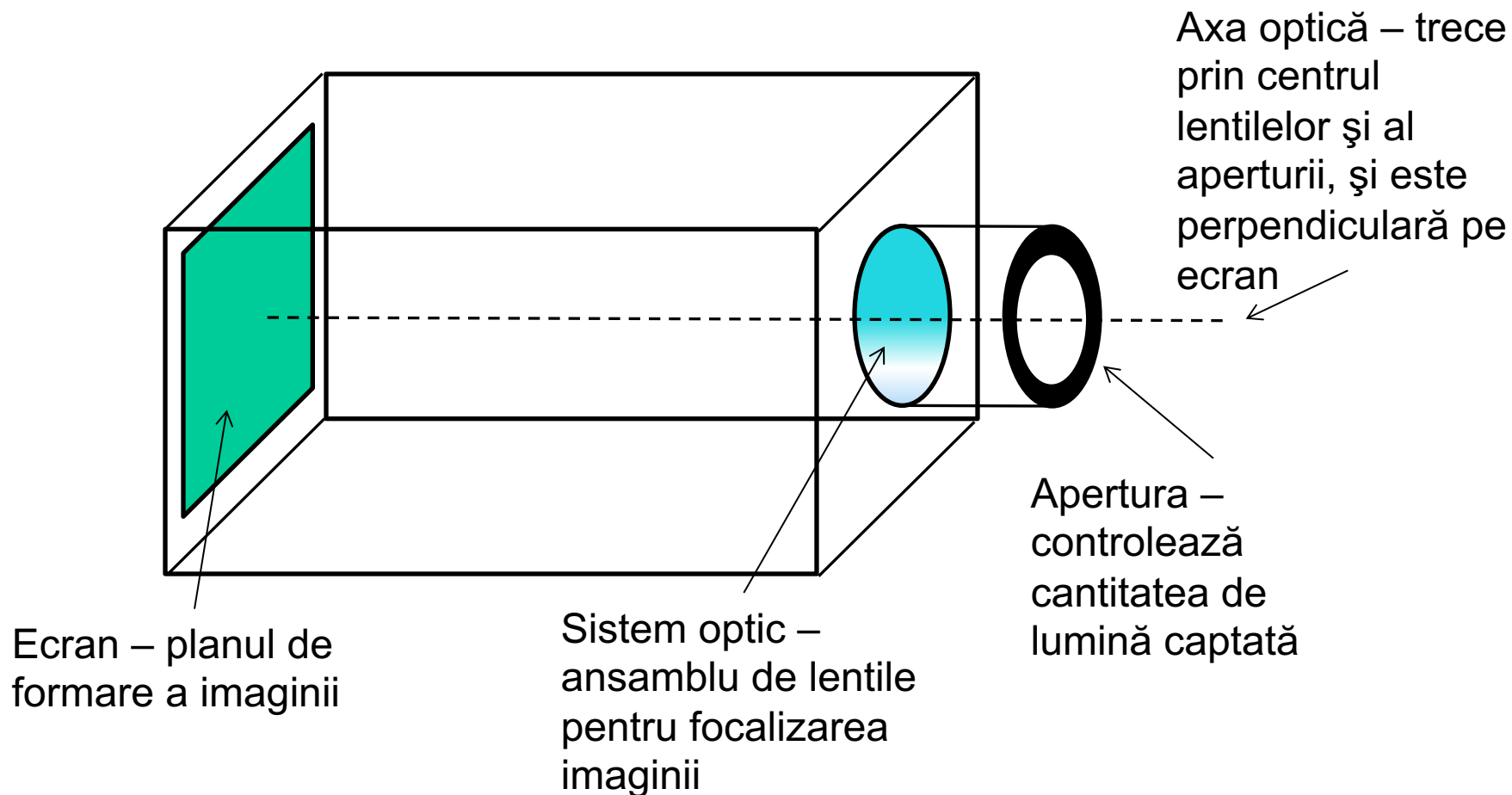
Technical University of Cluj - Napoca
Computer Science Department

Procesarea Imaginilor

(An 3, semesterul 2)

Curs 2: Modelul camerei. Procesul de formare a imaginilor

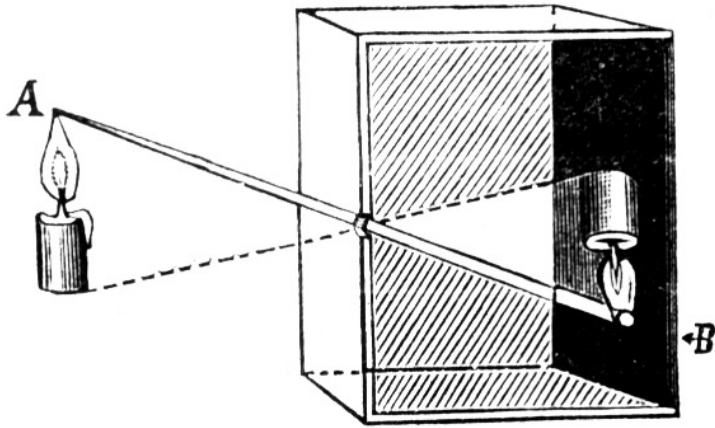
Elementele unei camere de luat vederi



PROCESAREA IMAGINILOR

Camera obscură

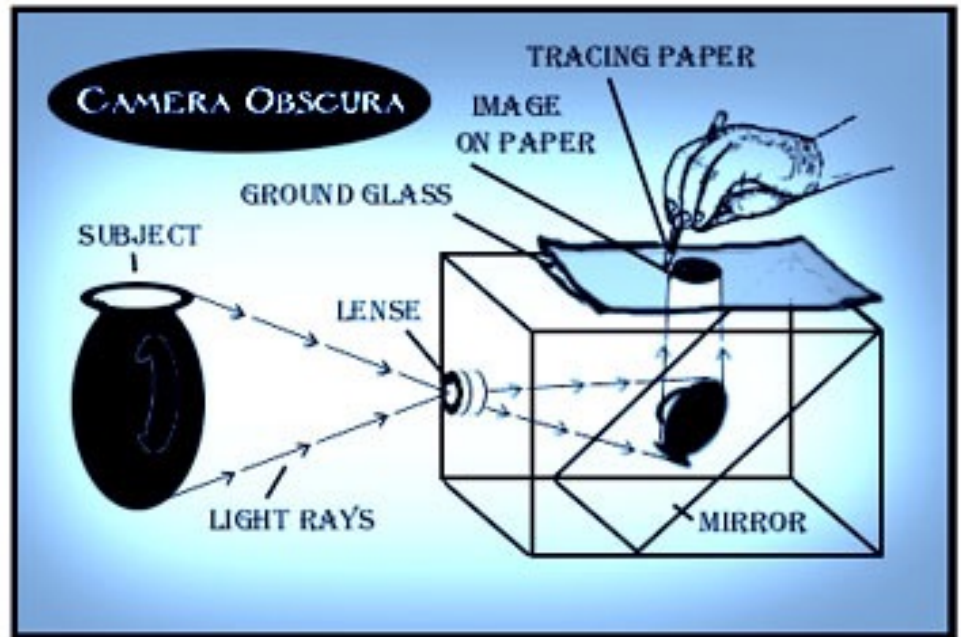
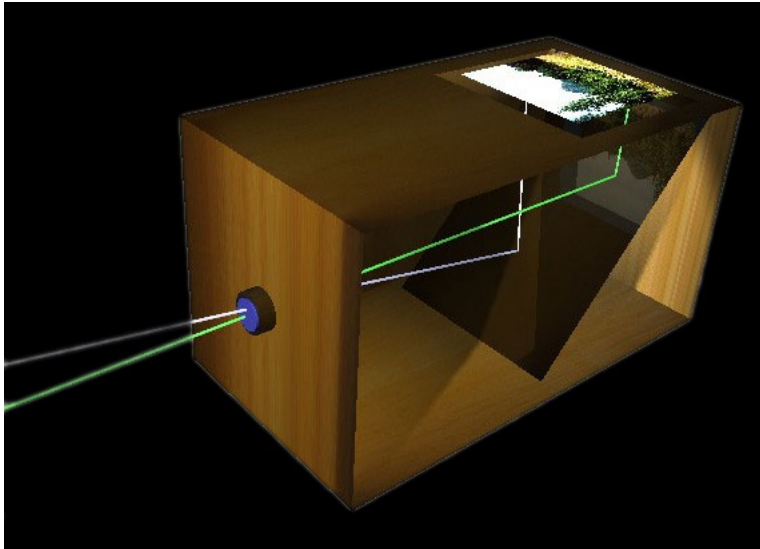
- O cutie sau o cameră, unde lumina pătrunde printr-un orificiu foarte mic.
- Se poate considera că un punct din exteriorul camerei este unit cu un punct de pe peretele opus orificiului printr-o singură rază de lumină.
- Se creează o imagine răsturnată a scenei exterioare



PROCESAREA IMAGINILOR

Lentile și oglinzi

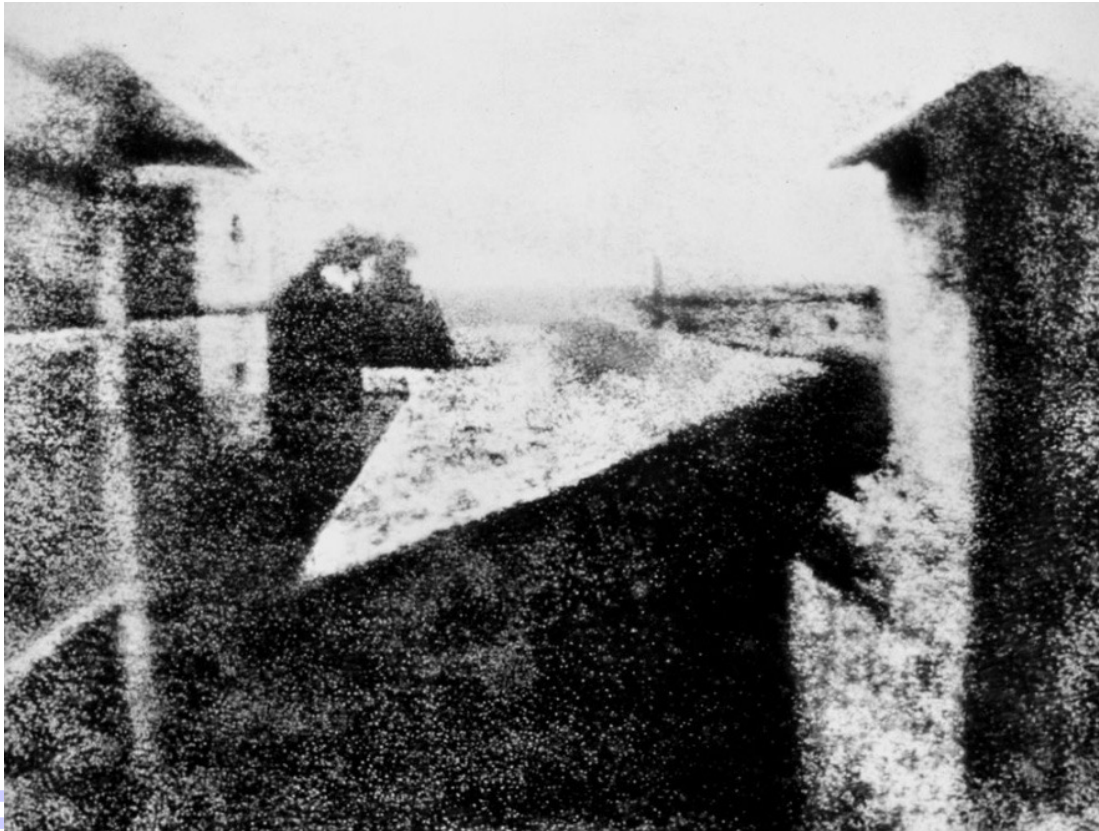
- Adaugarea unei lentile a permis captarea mai bună a luminii
- Prin folosirea oglinzilor se poate direcționa imaginea spre un alt perete, pentru o ușurință mai mare a procesului de desenare



PROCESAREA IMAGINILOR

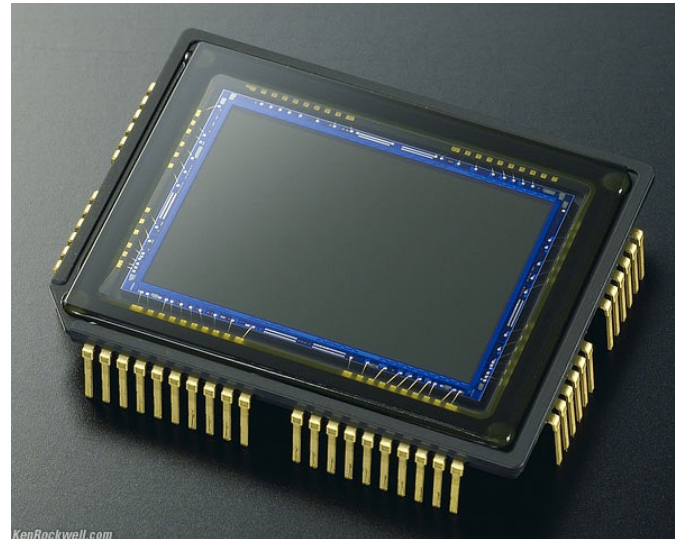
Prima fotografie

- Realizata în 1826 de omul de știință francez Joseph Nicéphore Niépce. El a numit procesul “heliografie”.
- Pe peretele unei camere obscure a fost montată o placă acoperită cu bitum, iar timpul de expunere a fost de 8 ore.



Camerele moderne

- Sistem optic complex, pentru eliminarea aberațiilor (cromatice, de sfericitate, etc).
- Diferite tipuri de senzori electronici pentru captarea imaginii



PROCESAREA IMAGINILOR

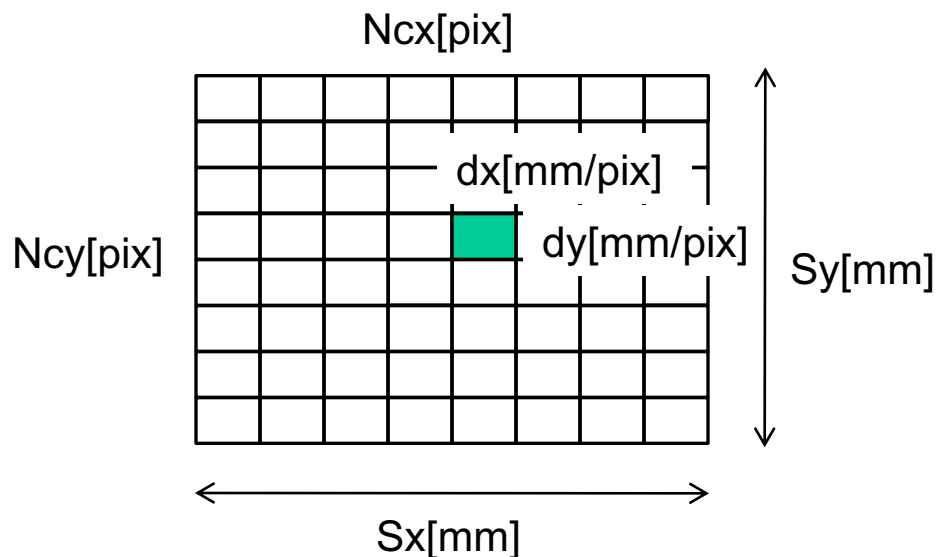
Dimensiuni ale senzorilor electronici

| Sensor Name | Medium Format | Full Frame | APS-H | APS-C | 4/3 | 1" | 1/1.63" | 1/2.3" | 1/3.2" |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Sensor Size | 53.7 x 40.2mm | 36 x 23.9mm | 27.9x18.6mm | 23.6x15.8mm | 17.3x13mm | 13.2x8.8mm | 8.38x5.59mm | 6.16x4.62mm | 4.54x3.42mm |
| Sensor Area | 21.59 cm ² | 8.6 cm ² | 5.19 cm ² | 3.73 cm ² | 2.25 cm ² | 1.16 cm ² | 0.47 cm ² | 0.28 cm ² | 0.15 cm ² |
| Crop Factor | 0.64 | 1.0 | 1.29 | 1.52 | 2.0 | 2.7 | 4.3 | 5.62 | 7.61 |
| Image |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Example |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



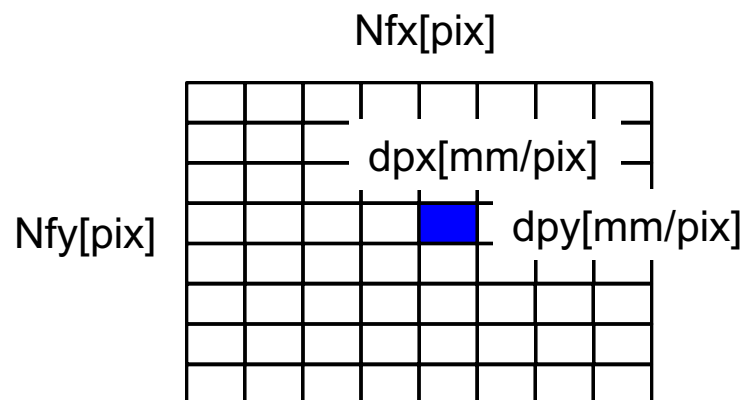
PROCESAREA IMAGINILOR

Parametrii senzorului și ai imaginii



- S_x – lățimea senzorului în mm (a se vedea slide anterior)
- S_y – înălțimea senzorului în mm
- N_{cx} – numărul de elemente senzoriale (pixeli) pe orizontală
- N_{cy} – numărul de elemente senzoriale (pixeli) pe verticală
- dx – distanța dintre centrele a două elemente senzoriale pe orizontală (“lățimea pixelului”), $dx = S_x / N_{cx}$
- dy – distanța dintre centrele a două elemente senzoriale pe verticală (“înălțimea pixelului”), $dy = S_y / N_{cy}$

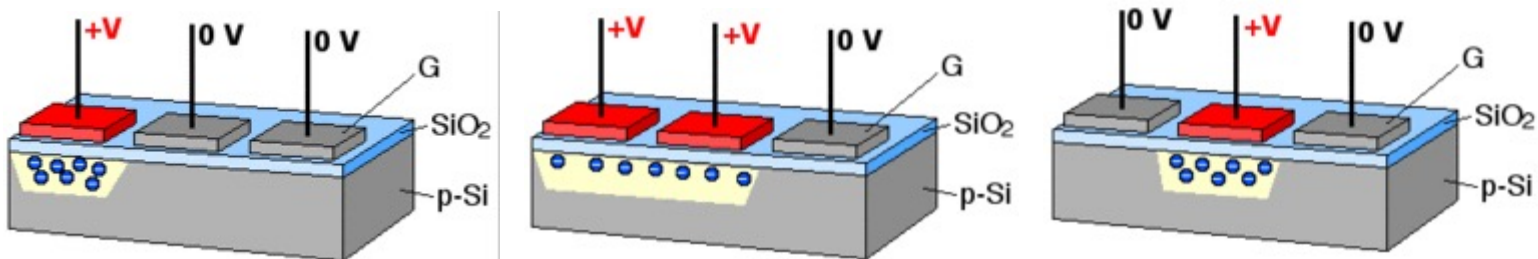
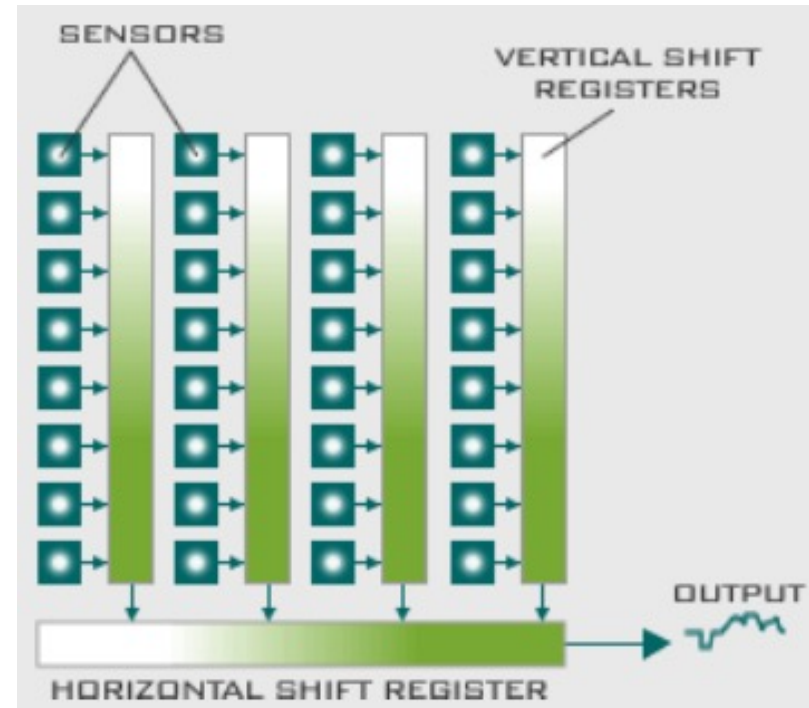
Parametrii senzoriului și ai imaginii



- Nfx – numărul de pixeli în direcția orizontală, eșantionați din semnalul dat de elementele senzoriale
- Nfy – numărul de pixeli în direcția verticală
- dpx – dimensiunea orizontală efectivă a unui pixel din memorie
$$dpx = dx * Ncx / Nfx$$
- dpy – dimensiunea verticală efectivă a unui pixel din memorie
$$dpy = dy * Ncy / Nfy$$
- Ncx / Nfx , Ncy / Nfy – factori de scalare/eșantionare

Tipuri de senzori

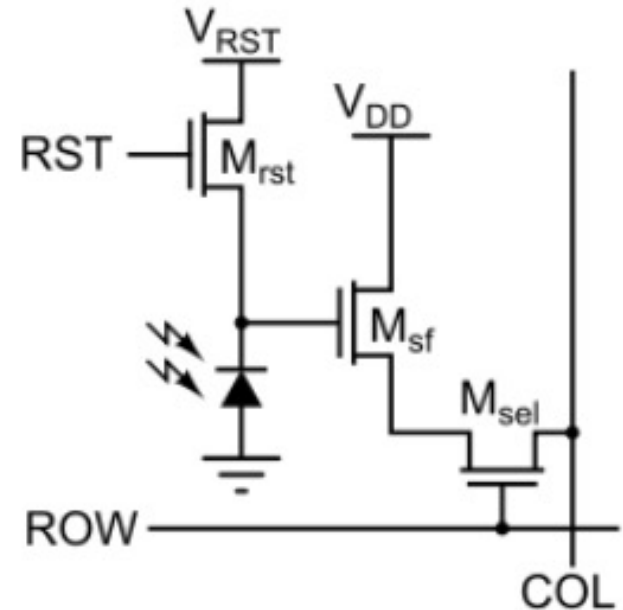
- CCD – Charge Coupled Device
- Fiecare celulă (senzor) convertește energia luminoasă în sarcină electrică, în faza de expunere (integrare)
- După expunere, sarcinile colectate sunt transferate între celulele vecine, spre ieșire.
- Ieșirea finală este amplificată și digitizată



PROCESAREA IMAGINILOR

Tipuri de senzori

- CMOS – Complementary Metal-Oxide-Semiconductor, numit și Active Pixel Sensor (APS)
- Fiecare pixel conține un element fotosensibil (de exemplu o fotodiodă), și un circuit de amplificare
- Citirea se poate face fără distrugerea sarcinii
- Reset este folosit pentru a șterge sarcina, și deci pentru a începe efectiv o perioadă de expunere



CCD

- Densitate mare a pixelilor
- Sensibilitate mare la lumină
recomandă CCD pentru preluarea imaginilor în condiții de iluminare scăzută
- Discriminare mai bună a nuanțelor (dynamic range)
- Zgomot scăzut
- Proces de fabricație complex, duce la costuri mari
- Supraexpunerea unui pixel poate afecta pixelii vecini (bleeding)
- Un pixel defect poate afecta un întreg rând / coloană

vs

CMOS

- Conversia A/D integrată pe senzor – viteză mai mare
- Consum mai mic de energie (până la 100 ori)
- Pot integra funcții precum auto expunere, selecție regiune, codificarea culorilor, compresie, direct pe chip
- Procesul de fabricație este mai simplu (similar cu cel al unui microprocesor), deci senzorul e mai ieftin
- Zgomot mai mare
- Progresul tehnologic aduce CMOS aproape de performanța CCD

PROCESAREA IMAGINILOR

Transferul imaginilor – format analogic sau digital

Standarde dedicate de transmisie digitala:

- GigaE Vision: 1Gbps, (Gigabit Ethernet protocol), Cabluri low cost (CAT5e or CAT6), 100m distanta
- Camera Link: 1.2Gbps (base) ... 3.6Gbps (full)
- RS 422 / EIA-644 (LVDS): 655Mbps
- USB 2.0: 480 Mbps
- IEEE 1394: 400 Mbps / 800 Mbps
- USB 1.1 :12 mbps

Diagram 9: Equivalence between analog composite and digital video

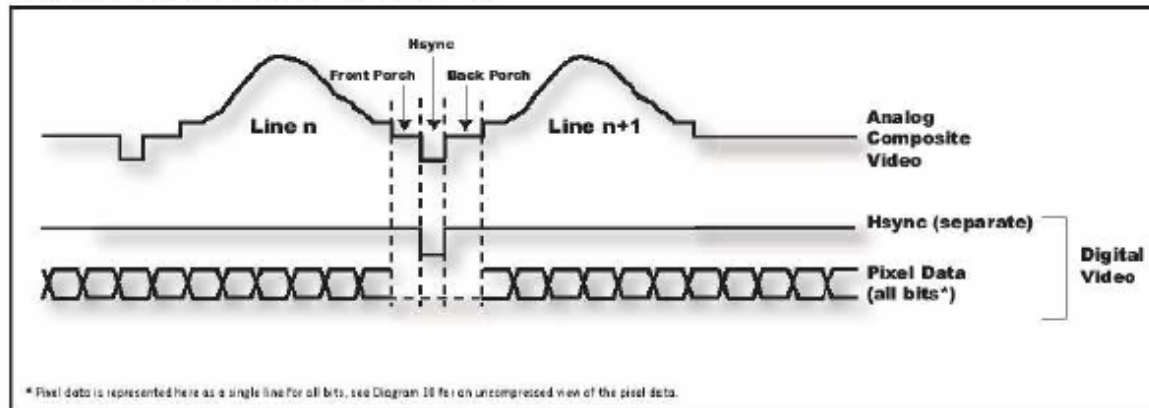
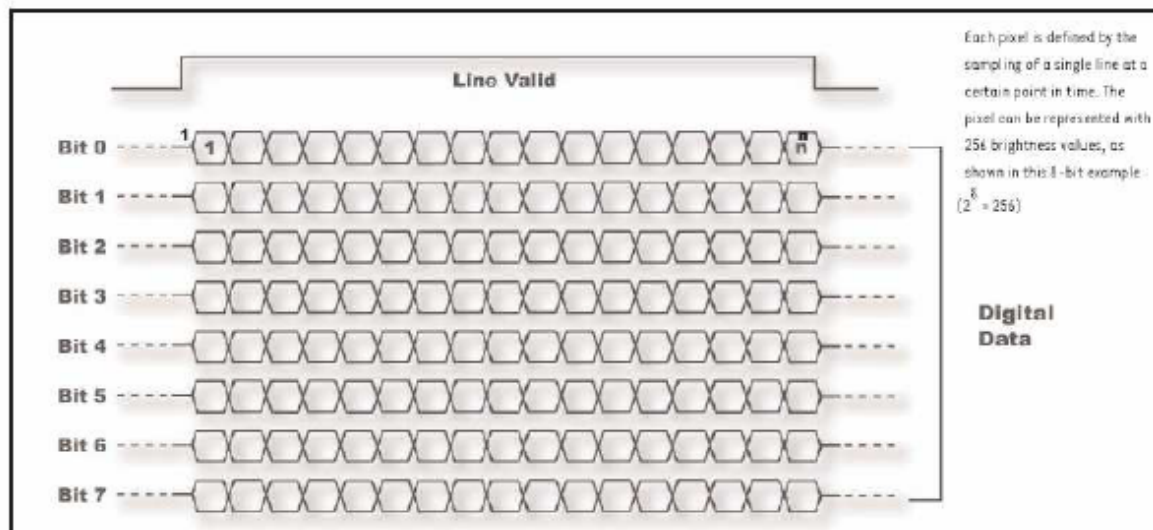


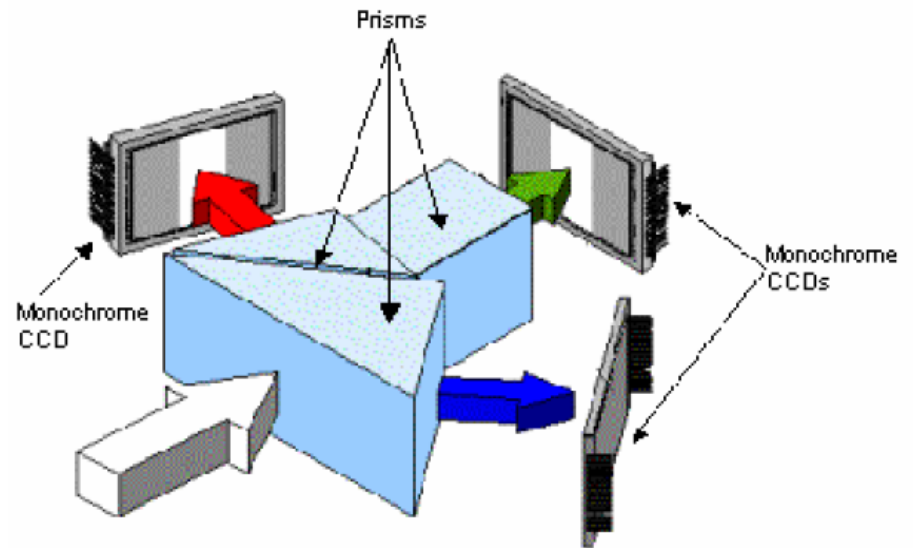
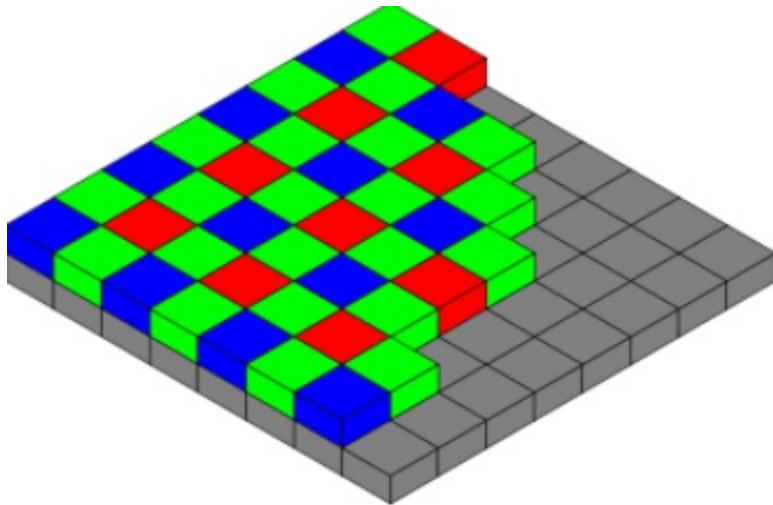
Diagram 10: 8-bit digital video.



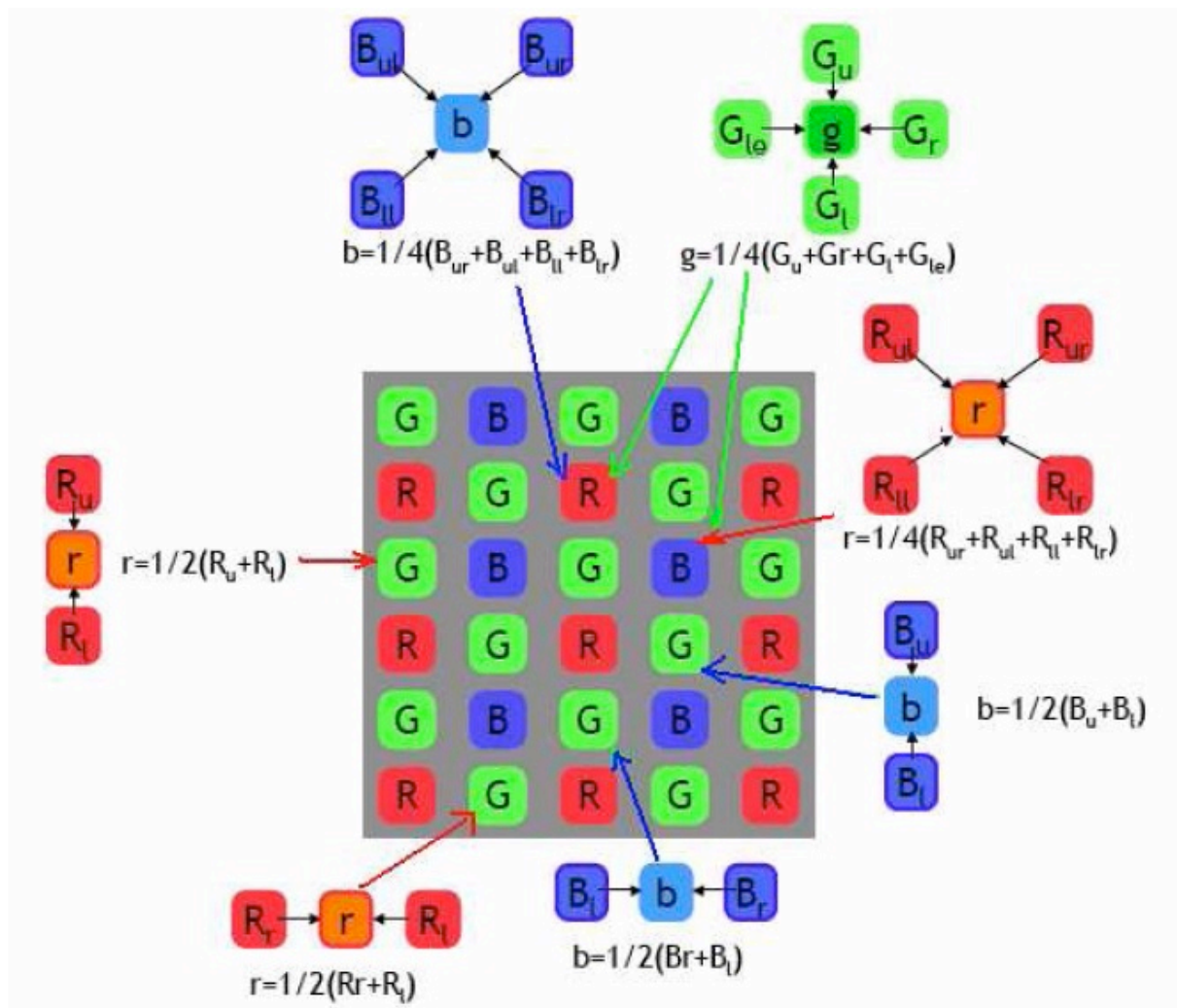
PROCESAREA IMAGINILOR

Senzori color

- Orice culoare poate fi exprimată ca o combinație de trei componente, Roșu, Verde și Albastru (RGB)
- Pentru a percepe culoarea, se folosesc filtre RGB în combinație cu senzorii CCD sau CMOS, care sunt monocromi.
- Filtrele lasă să treacă doar un interval restrâns de frecvențe, corespunzător culorilor filtrelor.
- Soluții: modelul Bayer, sau folosirea a trei senzori.



Decodificarea modelului Bayer



PROCESAREA IMAGINILOR

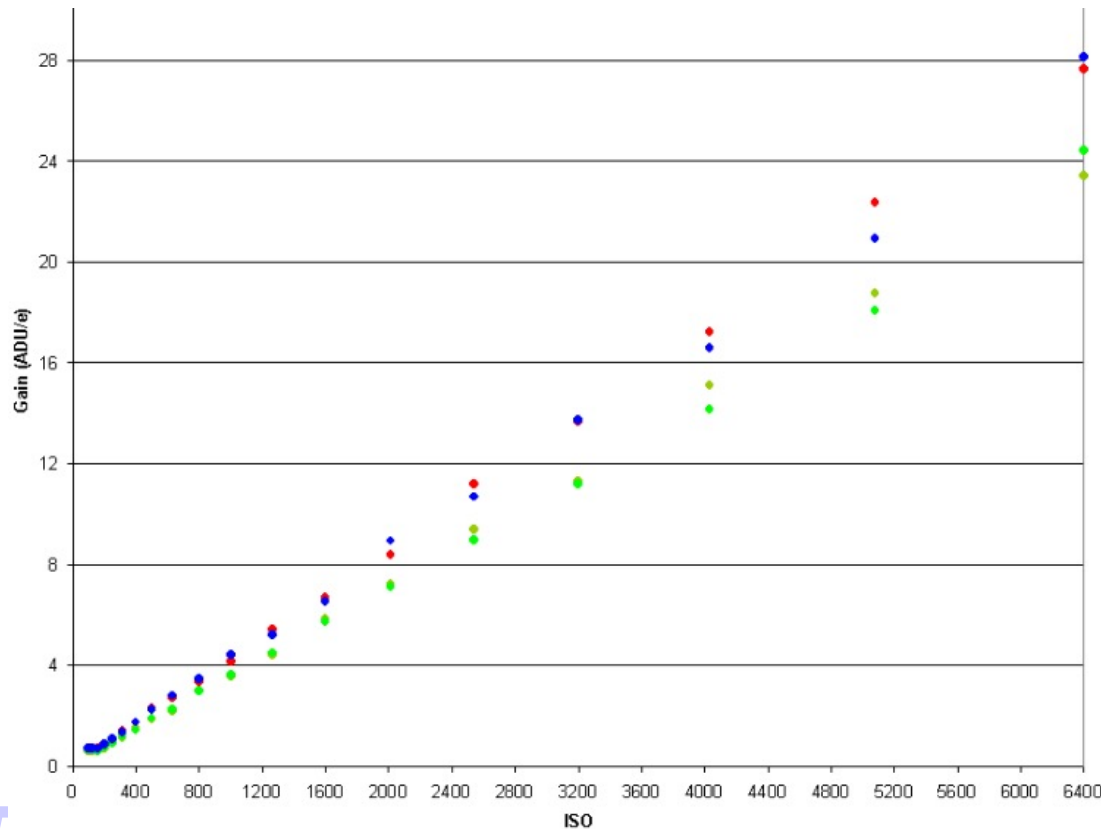
Expunerea senzorului

- Timpul de expunere reprezintă timpul în care elementele fotosensibile convertesc și acumulează energia luminoasă.
- Luminozitatea imaginii este direct proporțională cu expunerea.
- Dacă este fotografiată o scenă în mișcare, o expunere lungă va avea ca rezultat o imagine neclară (“motion blur”).
- Dacă scena e foarte luminoasă, o expunere prea lungă duce la saturație (toata imaginea va fi albă).
- Controlul expunerii: mecanic sau electronic.

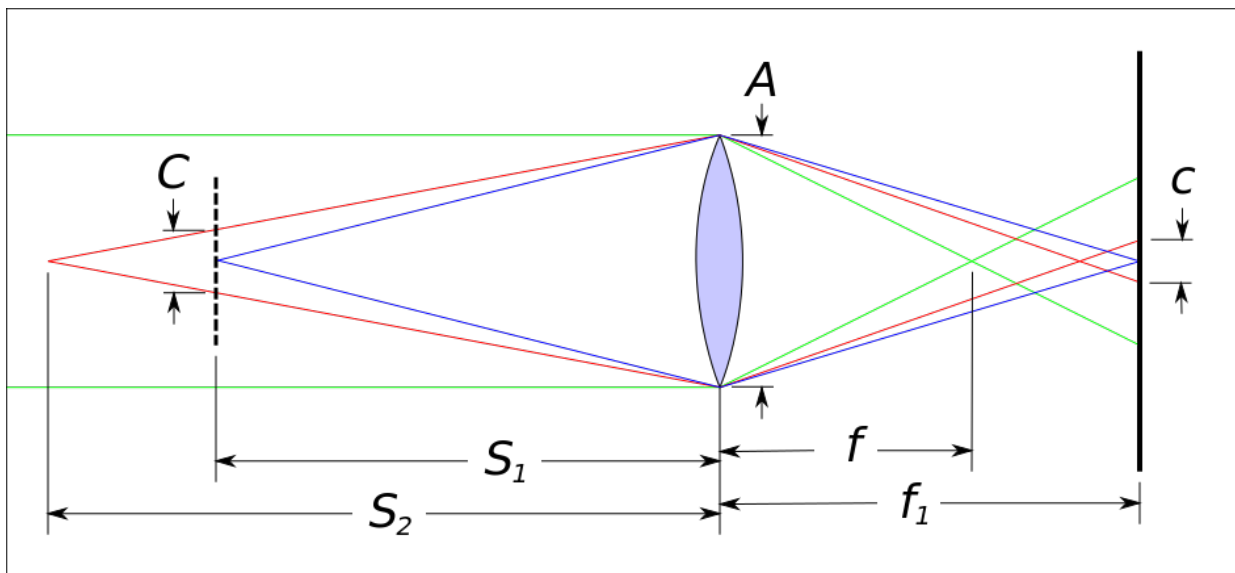


Amplificarea (sensibilitatea) senzorului

- Majoritatea camerelor video și a aparatelor foto permit reglarea amplificării semnalului analogic înainte de conversia digitală.
- Amplificarea mărește sensibilitatea la lumină, dar amplifică și zgomotul.
- Amplificarea (Gain) este în relație directă cu numărul ISO de la camerele foto digitale.



Focalizarea imaginii

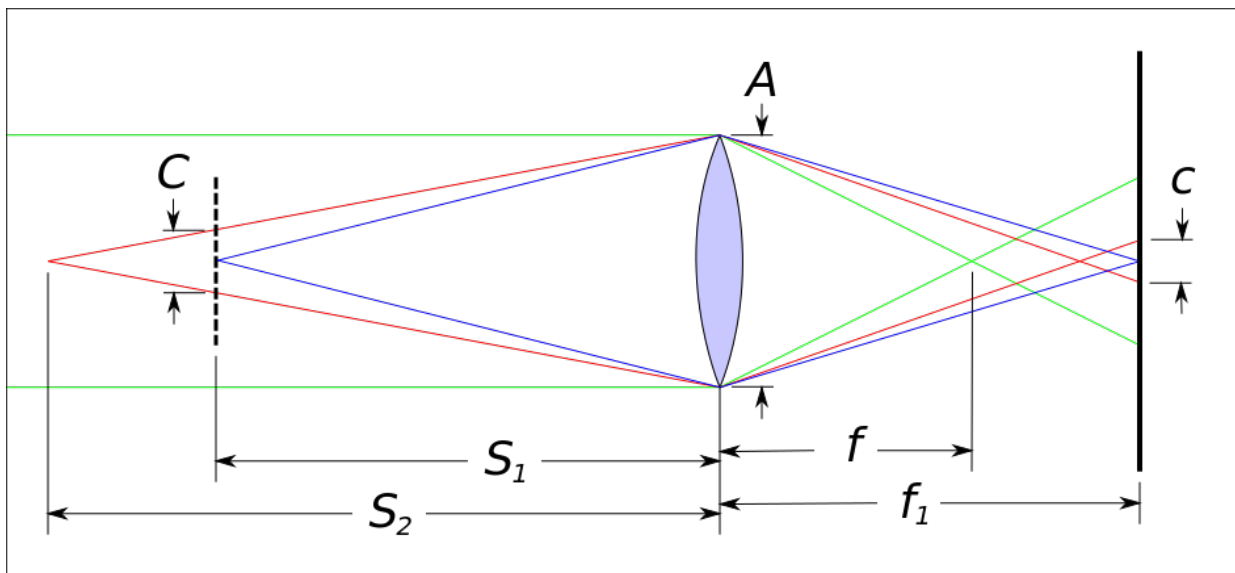


$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{f}$$

- Pentru o lentilă cu distanța focală f , aflată la o distanță f_1 de planul imagine, distanța la care obiectele se află în focus este S_1 .
- Obiect în focus: un punct de pe obiect se proiectează într-un singur punct din imagine.
- Dacă obiectele din scenă se află la distanța S_2 , diferită de S_1 , un punct de pe obiect se proiectează în mai multe puncte din imagine -> cerc de confuzie (c)

PROCESAREA IMAGINILOR

Focalizarea imaginii



Magnificare

Apertură

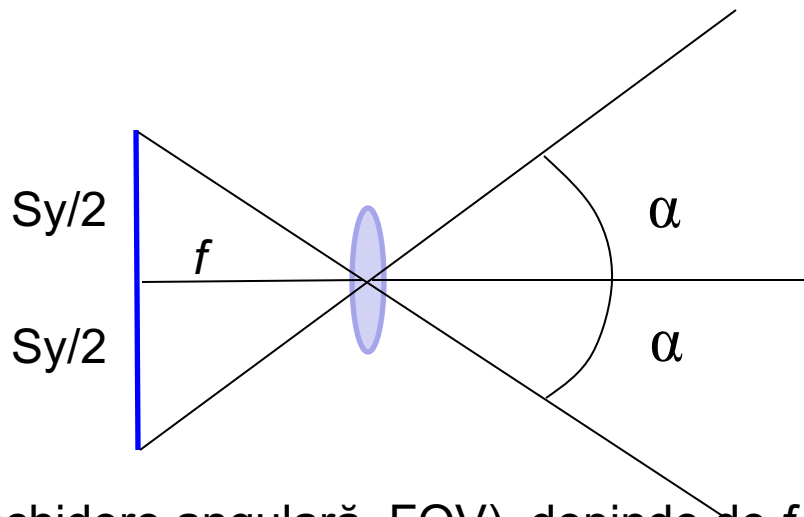
$$c = A \frac{|S_2 - S_1|}{S_2} \frac{f}{S_1 - f}$$

- O imagine este acceptabil focalizată dacă obiectele de interes sunt la o distanță S_2 care produce un cerc de confuzie de diametru mai mic decât dimensiunea elementului fotosensibil (pixel)
- Intervalul de distanțe S_2 pentru care $c < 1$ pixel este numit adâncime de focalizare ("depth of field")
- Adâncimea de focalizare depinde de apertură și magnificare
- O apertura foarte mică \rightarrow DoF infinit \rightarrow toată scena e focalizată

PROCESAREA IMAGINILOR

Distanța focală și câmpul vizual (Field of View)

- Distanța focală: distanța dintre focar și centrul lentilei
- Poate fi considerată, în anumite situații, egală cu distanța dintre centrul lentilei și planul imagine



- Câmp vizual (deschidere angulară, FOV), depinde de f și de dimensiunea senzorului

$$\tan \alpha = \frac{Sy}{2f} \qquad VFOV = 2\alpha = 2 \tan^{-1} \left(\frac{Sy}{2f} \right)$$

- VFOV – deschidere verticală, HFOV – deschidere orizontală, FOV - diagonal

Distanța focală echivalentă 35 mm

- Din motive istorice, distanța focală se exprimă uneori ca distanța focală a unei camere foto cu film de 35 mm, ce produce aceeași deschidere angulară (FOV)

$$f_{35} = \frac{D_{35}}{D} f$$

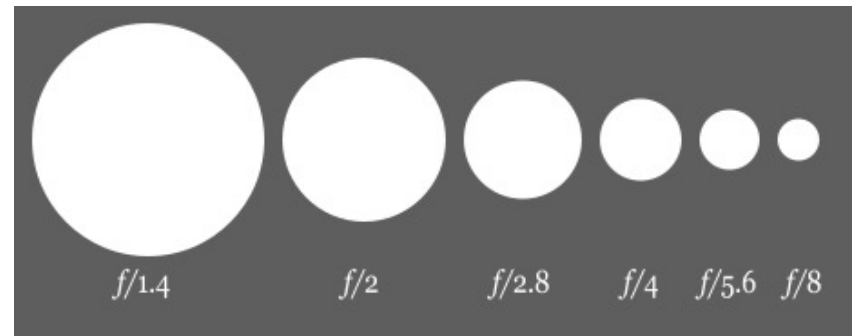
- D_{35} – diagonala filmului de 35 mm (43.27 mm)
- D – diagonala reală a senzorului
- Raportul dintre D_{35} și D se mai numește factor de scalare (crop factor)

Exemplu:

- Camera telefonului Samsung Galaxy S5:
- Distanța focală $f = 4.8$ mm
- Diagonală senzor: 6.35 mm
- Crop factor: 6.81
- Distanța focală echivalentă 35mm: $f_{35} = 32$ mm

Apertura

- Deschiderea prin care lumina pătrunde în camera foto
- Se poate regla de obicei prin diafragmă
- Se specifică de obicei prin “f-număr” (f-number), raportul dintre distanța focală și diametrul aperturii – cu cât f-number e mai mare, cu atât apertura e mai mică
- Numerele f sunt de obicei în serie geometrică cu pasul $1.41 (\sqrt{2})$, pentru o reducere a luminii captate cu un factor de 2

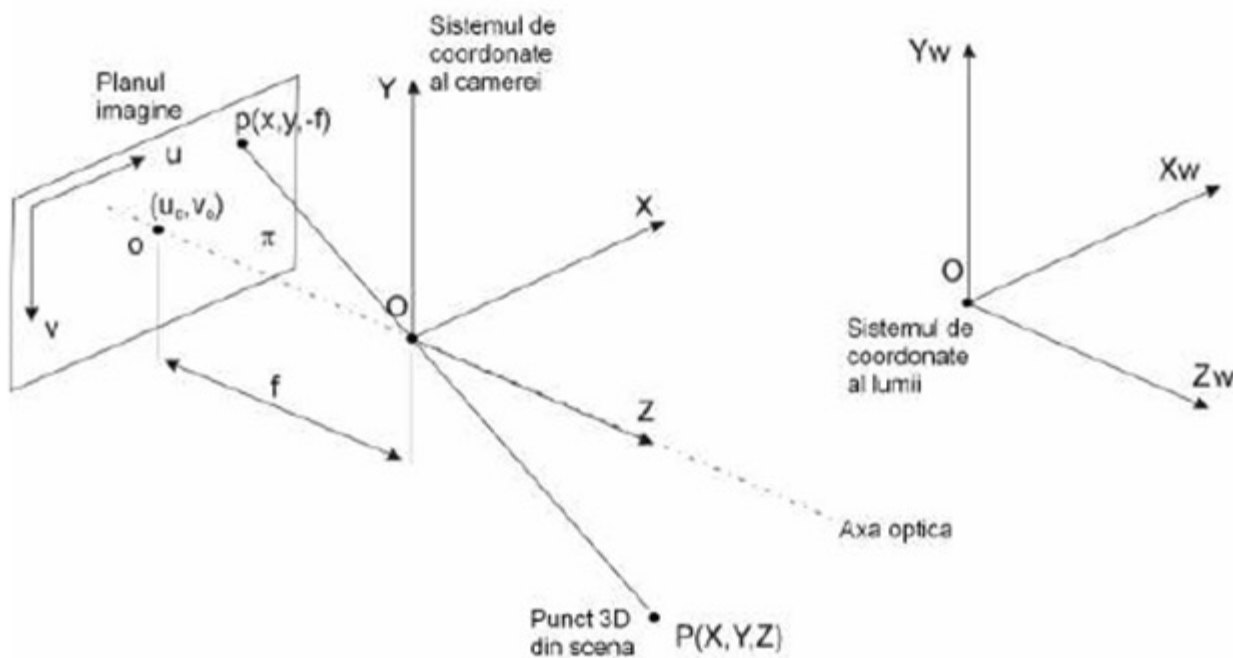


- Apertură mare -> imagine luminoasă, posibil saturație, interval de focalizare îngust
- Apertură mică -> imagine întunecată, posibil sub-saturație, interval de focalizare larg

PROCESAREA IMAGINILOR

Modelul perspectivă (“pin-hole”) al camerei

- Apertura (diafragma) sunt approximate cu un punct (centrul de proiecție) – pentru fiecare punct din scenă va trece o singură rază
- Fiecare punct din scenă este focalizat
- Model teoretic pentru aproximarea camerelor reale



Ecuatiile fundamentale

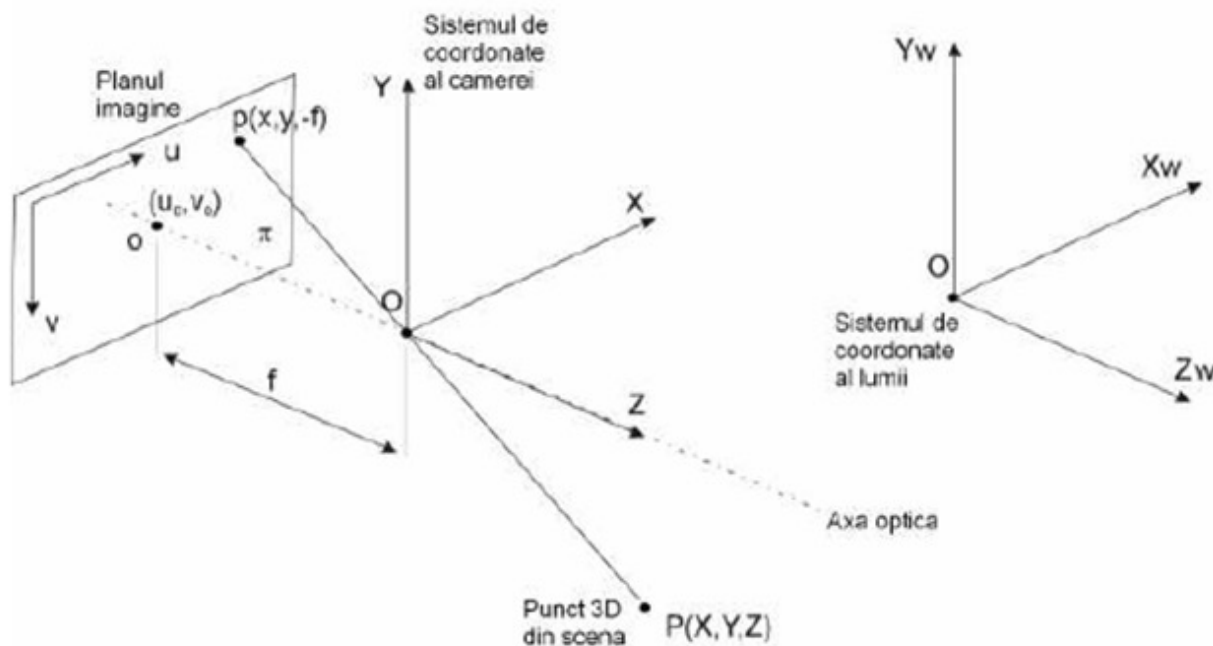
$$\begin{cases} x = f \cdot \frac{X_c}{Z_c} \\ y = f \cdot \frac{Y_c}{Z_c} \end{cases}$$

- $[X_c, Y_c, Z_c]$ – coordonatele punctului 3D **P** în sistemul de coordonate al camerei
- $[x, y, -f]$ - coordonatele punctului imagine **p** în sistemul de coordonate al camerei

PROCESAREA IMAGINILOR

Parametrii intrinseci ai camerei perspective

- Parametrii intrinseci descriu proprietățile optice și geometrice ale camerei – caracteristicile interne ale camerei
 - Distanța focală** – distanța dintre centrul optic și planul imagine, f
 - Punctul principal** – coordonatele centrului real al imaginii, intersecția dintre axa optică și planul imagine (coordonate în pixeli, în imagine): (u_0, v_0) .
 - Coeficienții de distorsiune radială și tangențială ai obiectivului** – exprimă neliniaritățile proprii unei camere reale, față de modelul teoretic al camerei.



PROCESAREA IMAGINILOR

Proiecția

- Transformarea dintre coordonatele 3D $[X_c, Y_c, Z_c]$ (unități metrice) în coordonate imagine $[u, v]$ (pixeli)

1. Transformarea $P=[X_c, Y_c, Z_c]^T$ în $p=[x, y, -f]^T$, folosind ecuațiile fundamentale

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} x_N \\ y_N \end{bmatrix}$$

x_N, y_N – coordonate normalizate cu $1/Z$

2. Transformarea coordonatelor x, y din unități metrice în coordonate imagine (pixeli)

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u \cdot x \\ D_v \cdot y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$$

- D_u, D_v – coeficienți de transformare din unități metrice în pixeli

$$D_u = 1 / \text{dpx} \quad D_v = 1/\text{dpy}$$

Ecuția de proiecție

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x_N \\ y_N \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matricea internă a camerei

$$A = \begin{bmatrix} f_X & 0 & u_0 \\ 0 & f_Y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

PROCESAREA IMAGINILOR

Proiecția

- Distanța focală exprimată în pixeli
$$f_x = f / \text{dpx}$$
$$f_y = f / \text{dpy}$$
- De obicei, $f_x = f_y$. Dacă distanțele f_x și f_y nu sunt egale, înseamnă că pixelul nu este pătrat
 - Senzorul are distanțe inegale între pixeli pe verticală și pe orizontală, sau
 - Imaginea este scalată inegal pe verticală față de orizontală (exemplu: la scalarea unei imagini cu aspect ratio 16:9 la un aspect ratio 4:3)
- Prin folosirea distanțelor focale exprimate în pixeli, nu mai este nevoie de cunoașterea dimensiunilor metrice ale senzorului, sau distanța focală reală a lentilei – toate calculele se pot face în pixeli !

Proiecția inversă

- Matricea de proiecție este inversabilă:

$$\begin{bmatrix} x_N \\ y_N \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

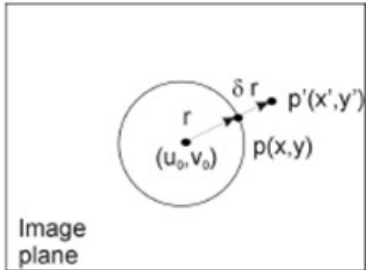
- Fără cunoașterea lui Z, coordonatele X și Y nu se pot determina decât relativ:

$$\begin{bmatrix} x_N \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix}$$

- Un pixel din imagine determină o dreaptă în spațiul 3D
- Pentru determinarea coordonatelor exacte ale punctului P, este nevoie de intersecția a două drepte – două imagini, luate cu două camere – stereoviziune!

Distorsiunea lentilelor

- Abateri ale lentilelor reale de la modelul perspectivă
- Distorsiunea radială – datorată curburii lentilelor



$$\begin{bmatrix} \partial x^r \\ \partial y^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4 + \dots) \\ y \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4 + \dots) \end{bmatrix}$$

$$r^2 = x^2 + y^2;$$

k_1, k_2, \dots - coeficienții de distorsiune radială

- Distorsiunea tangențială – datorită nealinierii lentilelor

$$\begin{bmatrix} \partial x^t \\ \partial y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2p_1 \cdot xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 \cdot xy \end{bmatrix}$$

p_1, p_2 – sunt coeficienții de distorsiune tangentiala.

- Transformarea punctului din planul imagine $p(x, y)$ în coordonate pixeli (u, v) devine:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u \cdot (x + \partial x^r + \partial x^t) \\ D_v \cdot (y + \partial y^r + \partial y^t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$$

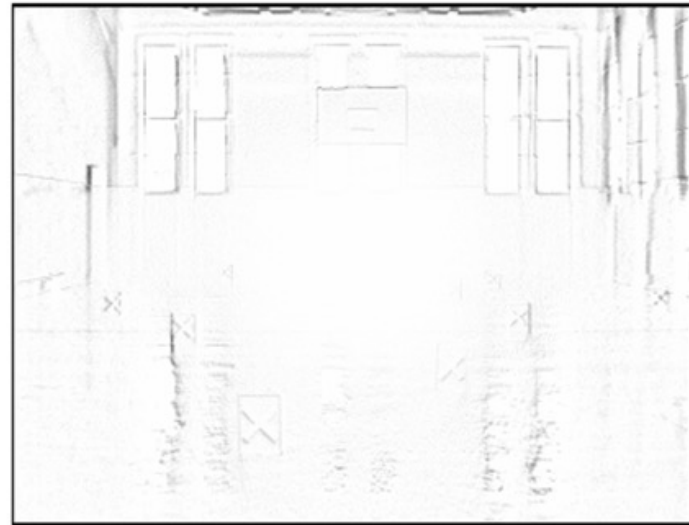
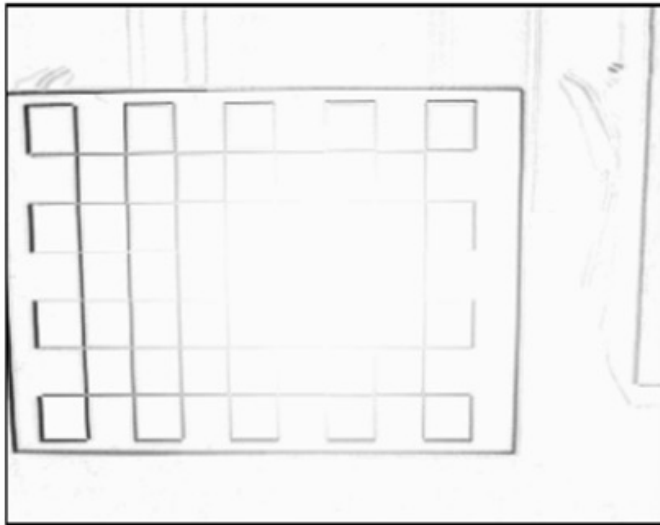
- Ecuația de proiecție devine neliniară!

PROCESAREA IMAGINILOR

Distorsiunea lentilelor

- Efectul se manifestă prin deplasarea poziției punctelor proiectate pe imagine de-a lungul unor direcții radiale (mai pronunțat) sau tangențiale (de obicei mai puțin pronunțat). Acest efect este neglijabil pentru pixelii centrali, și crește spre periferia imaginii.

$$\begin{bmatrix} \partial x \\ \partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial x^r + \partial x^t \\ \partial y^r + \partial y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4) + 2p_1 \cdot xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ y \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4) + p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 \cdot xy \end{bmatrix}$$

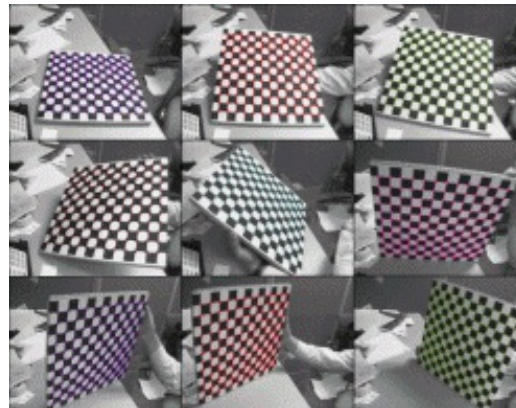


Efectul distorsiunii – diferența dintre imaginea cu distorsiuni și imaginea cu distorsiunea eliminată

PROCESAREA IMAGINILOR

Corecția distorsiunilor lentilelor

- O ecuație de proiecție neliniară este greu de utilizat.
- **Soluția:** transformarea imaginii, pentru a putea utiliza modelul fără distorsiuni.
- **Primul pas:** determinarea coeficienților de distorsiune, folosind unelte de calibrare (de exemplu: http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_doc/ - Camera Calibration Toolbox for Matlab)



- Exemplu de coeficienți pentru lentile Pentax Cosmicar cu diferite distanțe focale

| Distanța focală [mm] | Coeficienți de distorsiune | | | |
|-------------------------|----------------------------|---------|--------|---------|
| | k_1 | k_2 | p_1 | p_2 |
| 16 mm | -0.1420 | -0.1190 | 0.0004 | 0.0014 |
| 8.5 mm | -0.2070 | 0.2780 | 0.0018 | -0.0011 |
| 6.5 mm | -0.2100 | 0.1200 | 0.0020 | 0.0007 |

PROCESAREA IMAGINILOR

Corecția distorsiunilor lentilelor

- Principiul care stă la baza algoritmului de corecție a distorsiunilor este existența unei corespondențe biunivoce între pixelii imaginii cu distorsiuni

$$(x', y') = (x + \partial x, y + \partial y)$$

și pixelii imaginii fără distorsiuni, (x, y) .

Algoritmul de corecție

Pentru fiecare pixel (u, v) din imaginea destinație D

- Se calculează coordonatele (x, y) în planul imagine:

$$\begin{cases} x = \frac{u - u_0}{f_x} \\ y = \frac{v - v_0}{f_y} \end{cases}$$

- Se calculează coordonatele în imaginea distorsionată S: $(x', y') = (x + \partial x, y + \partial y)$
- Se calculează coordonatele în pixeli în imaginea distorsionată S:

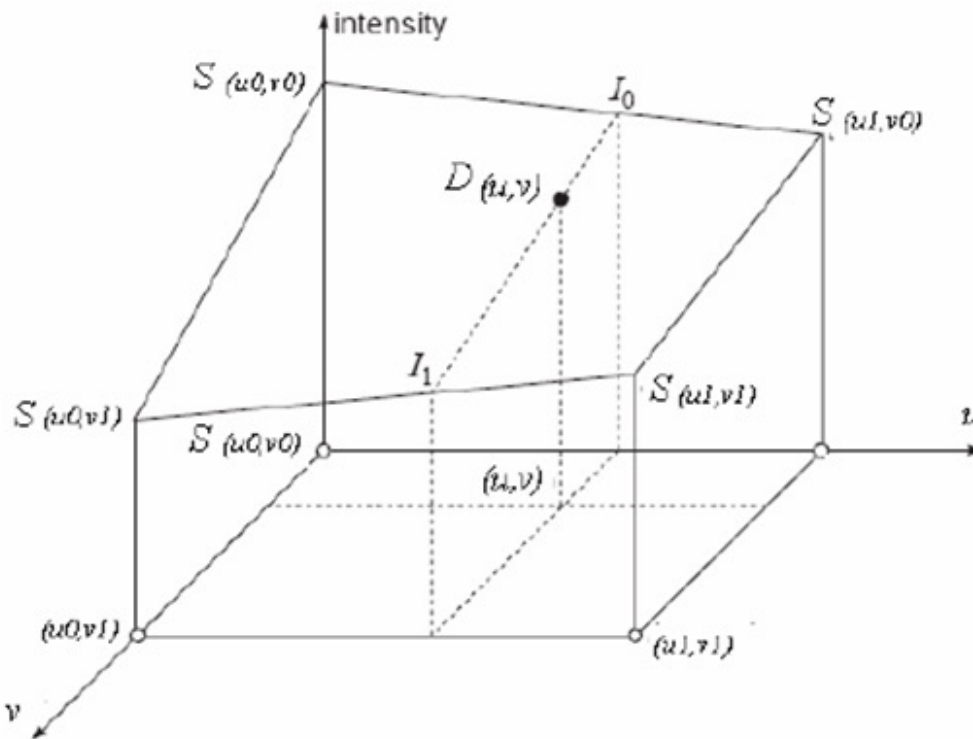
$$\begin{cases} u' = u_0 + x' \cdot f_x \\ v' = v_0 + y' \cdot f_y \end{cases}$$

- Se atribuie pixelului destinație valoarea pixelului sursă din poziția găsită:

$$D(u, v) = S(u', v')$$

Corecția distorsiunilor lentilelor

- (u,v) sunt numere întregi, dar (u', v') vor fi numere reale (floating point). Pentru atribuirea pixelilor sursă imaginii destinație, se va face conversia la întreg, și acest lucru va cauza o pierdere de calitate – imagine destinație pixelată.
- Pentru conservarea calității, se poate folosi interpolare biliniară – se ține cont de valoarea pixelilor vecini coordonatelor reale obținute, ponderată cu distanța.

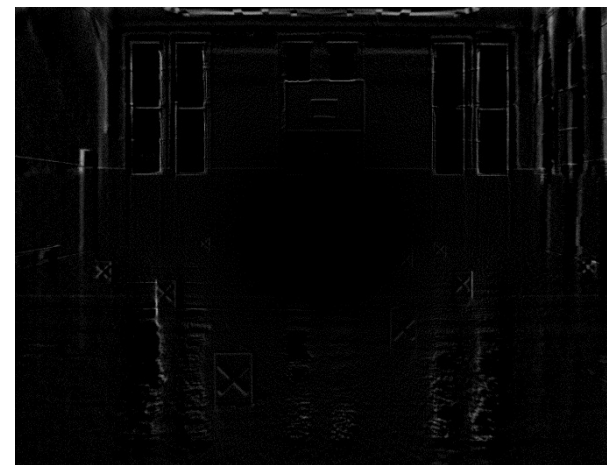
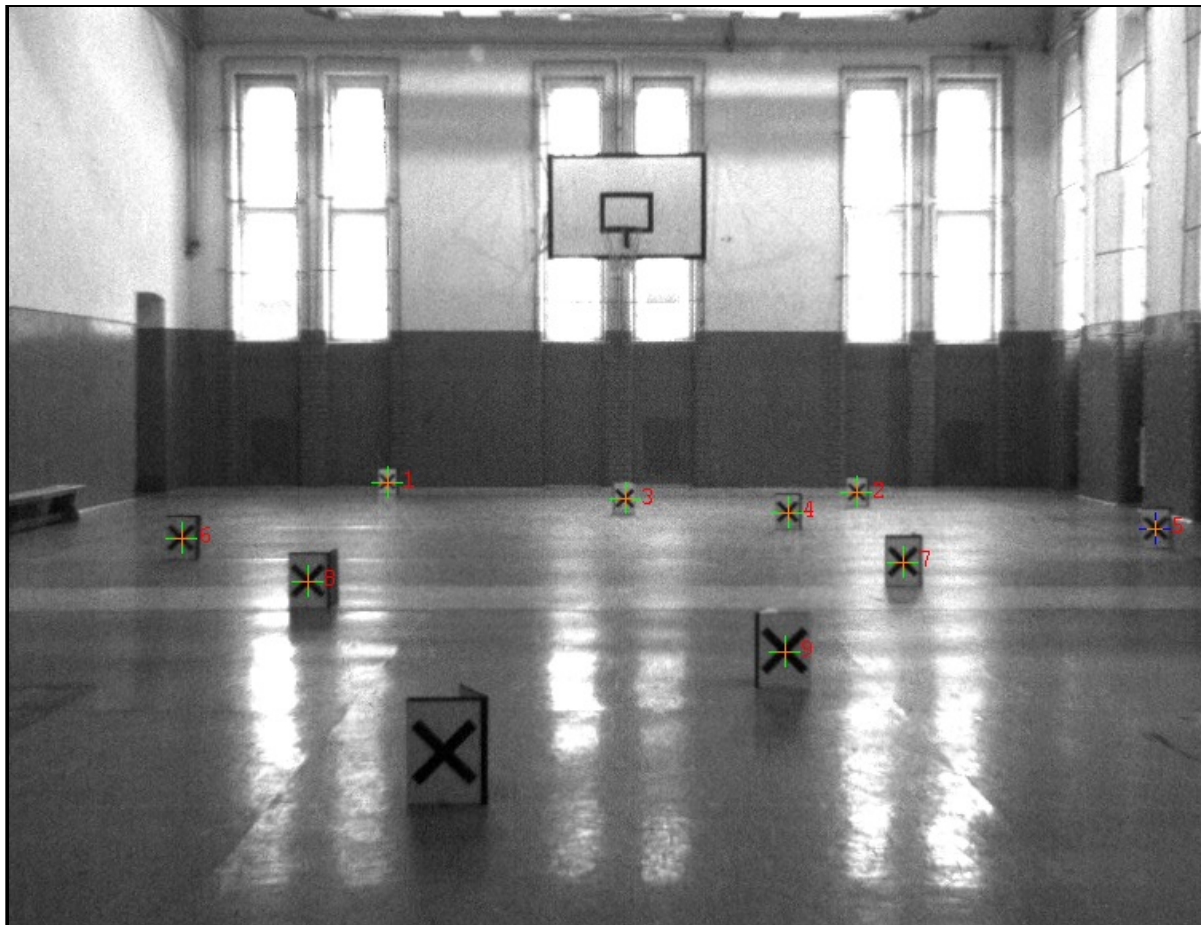


$$\begin{aligned}u_0 &= \text{int}(u'); \\v_0 &= \text{int}(v'); \\u_1 &= u_0 + 1; \\v_1 &= v_0 + 1; \\I_0 &= S(u_0, v_0) * (u_1 - u') \\&\quad + S(u_0, v_1) * (u' - u_0); \\I_1 &= S(u_0, v_1) * (u_1 - u') \\&\quad + S(u_1, v_1) * (u' - u_0); \\D(u, v) &= I_0 * (v_1 - v') + I_1 * (v' - v_0);\end{aligned}$$

PROCESAREA IMAGINILOR

Corecția distorsiunilor lentilelor - exemplu

8.5 mm lens, CCD camera



Imagine diferență

Imagine corectată

PROCESAREA IMAGINILOR

Corecția distorsiunilor lentilelor - OpenCV

```
void cv::undistort (InputArray src,  
                  OutputArray dst,  
                  InputArray cameraMatrix,  
                  InputArray distCoeffs,  
                  InputArray newCameraMatrix = noArray()  
)
```

cameraMatrix – matricea A

distCoeffs : conține (k1,k2,p1,p2)

Parametrii se calibrează folosind imagini cu model tablă de șah, folosind funcții OpenCV similare cu cele din Caltech Toolbox

https://docs.opencv.org/3.4/d4/d94/tutorial_camera_calibration.html

Parametrii extrinseci

- Parametrii extrinseci redau poziția și orientarea sistemului de coordonate 3D asociat camerei față de sistemul de coordonate 3D asociat lumii.
- Sunt necesari pentru a transforma coordonatele unui punct din sistemul de coordonate al lumii în sistemul de coordonate al camerei, și invers.
- Vectorul de translație:

$$\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T$$

- Vectorul de rotație \mathbf{r} , care dă matricea de rotație \mathbf{R}

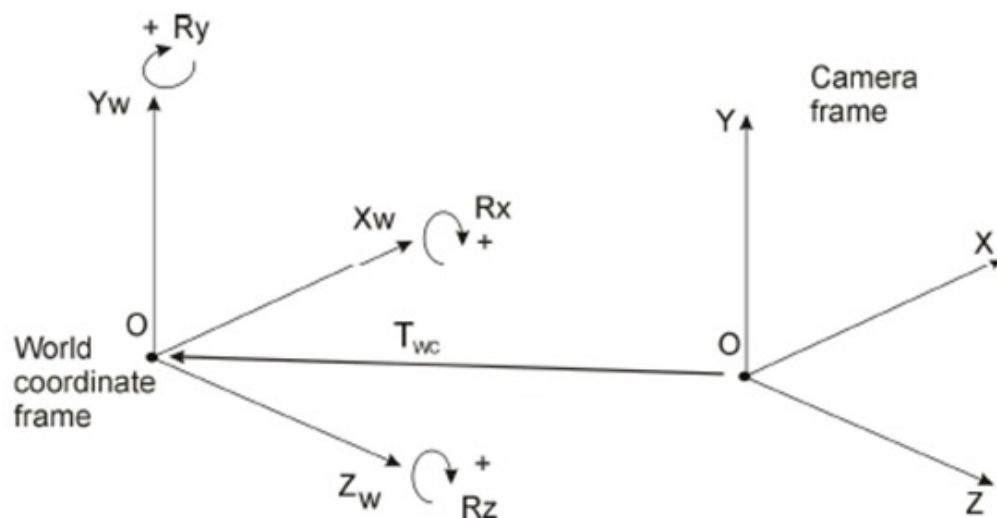
$$\mathbf{r} = [\theta, \psi, \gamma]^T \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_z = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z$$

Transformarea din sistemul lumii în sistemul camerei

- Coordonatele punctului 3D în sistemul lumii (WRF): $\mathbf{XX}_W = [X_W, Y_W, Z_W]^T$
- Coordonatele punctului 3D în sistemul camerei (CRF): $\mathbf{XX}_C = [X_C, Y_C, Z_C]^T$



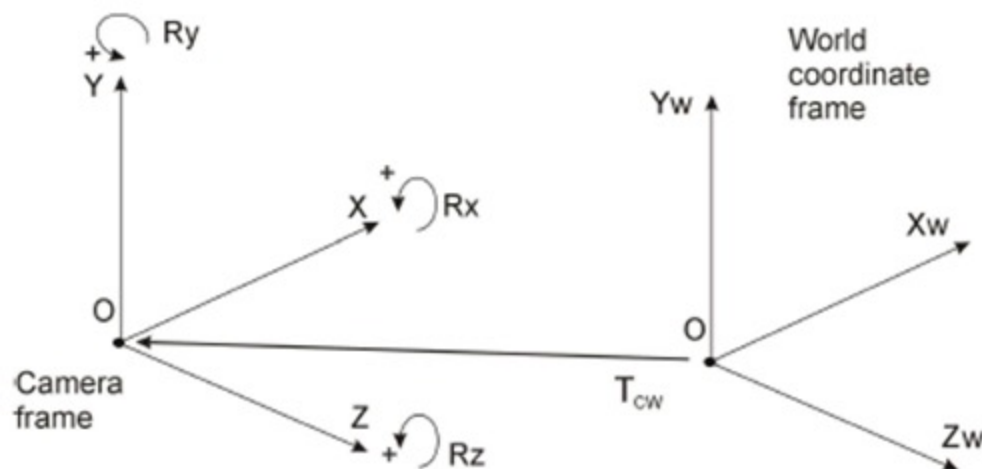
- Transformarea WRF – CRF:

$$\mathbf{XX}_C = \mathbf{R}_{WC} \cdot \mathbf{XX}_W + \mathbf{T}_{WC}$$

- \mathbf{T}_{WC} – vectorul de translație din sistemul lumii în sistemul camerei (poziția originii sistemului lumii în sistemul camerei)
- \mathbf{R}_{WC} – matricea de rotație din sistemul lumii în sistemul camerei

Transformarea din sistemul camerei în sistemul lumii

$$\mathbf{XX}_W = \mathbf{R}_{WC}^{-1} \cdot (\mathbf{XX}_C - \mathbf{T}_{WC})$$



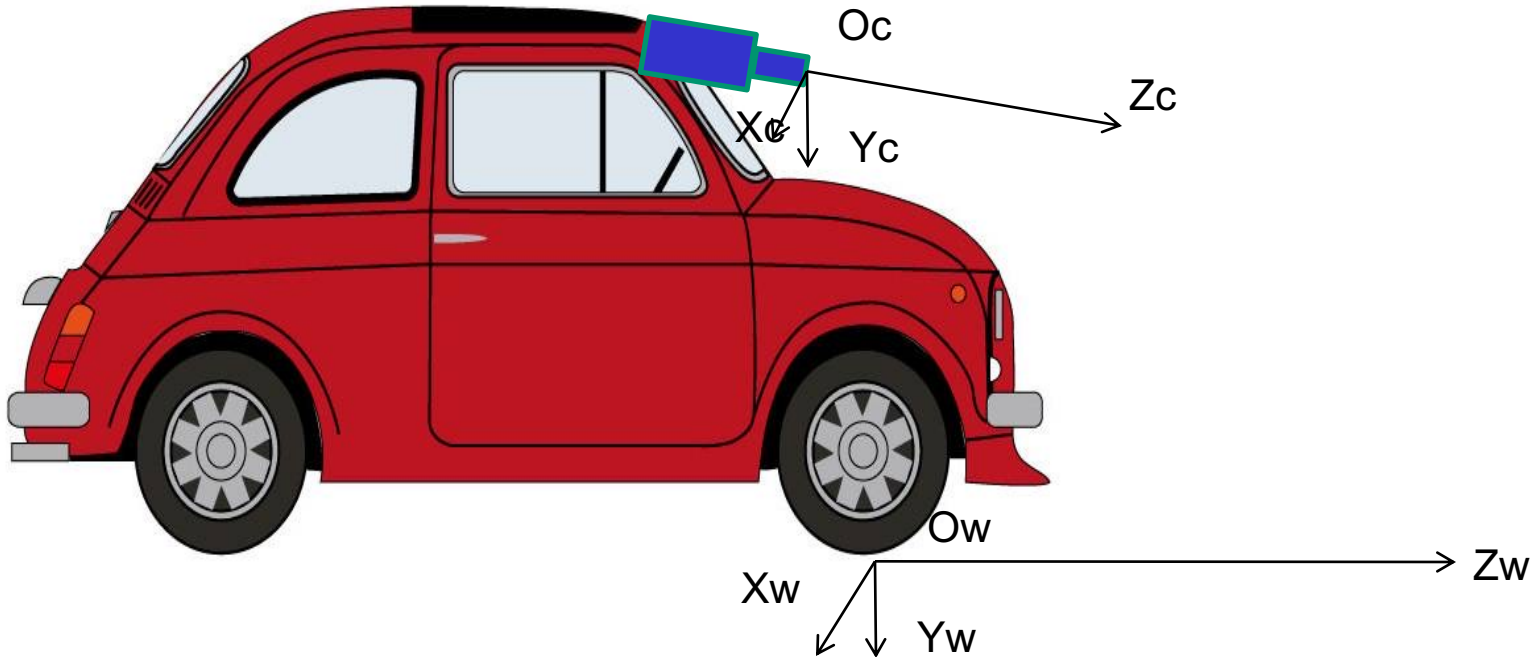
- Matricea de rotație este ortogonală:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} = \mathbf{1} \Rightarrow \mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$$

- Se poate scrie: $\mathbf{XX}_W = \mathbf{R}_{WC}^T \cdot (\mathbf{XX}_C - \mathbf{T}_{WC}) = \mathbf{R}_{CW} \mathbf{XX}_C + \mathbf{T}_{CW}$
- \mathbf{T}_{CW} - vectorul de translație din sistemul camerei în sistemul lumii (poziția originii sistemului camerei în sistemul lumii)
- \mathbf{R}_{CW} - matricea de rotație din sistemul camerei în sistemul lumii

Exemplu

- Sistemul camerei vs sistemul lumii, în domeniul vehiculelor autonome



- Unghiurile de rotație ale camerei în jurul axelor lumii:**
 - În jurul axei X_w – înclinare, tangaj (pitch, tilt) - θ
 - În jurul axei Y_w – girație, azimut (yaw) - ψ
 - În jurul axei Z_w – rotire, rulu (roll) - γ

PROCESAREA IMAGINILOR

Transformarea din sistemul lumii în coordonate pixel

- Matricea de proiecție include parametrii intrinseci și parametrii extrinseci – transformarea completă.

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} \cdot [\mathbf{R}_{WC} \mid \mathbf{T}_{WC}]$$

- Algoritmul de proiecție**
- Pentru un punct în sistemul lumii, de coordonate (X_W, Y_W, Z_W) , se calculează:

$$s \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \mathbf{P} \cdot \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Coordonatele din imagine se obțin ca:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s / z_s \\ y_s / z_s \end{bmatrix}$$