



Technical University of Cluj - Napoca  
Computer Science Department

# Procesarea Imaginilor

(An 3, Semestrul 2)

**Curs 5: Operatii morfologice.**



# Definiții

---

**Morfologie matematică**  $\Rightarrow$  unelte pentru modificarea formei sau extragere de componente, reprezentarea și descrierea formei unei regiuni / obiect (contur, skeleton).

**Teorie mulțimilor (set-urilor)**  $\Rightarrow$  Limbajul folosit în morfologia matematică

Fie  $A$  o **mulțime** din  $Z^2$ . Dacă  $a = (a_1, a_2)$  este un element din  $A$ :

$$a \in A.$$

Similar, dacă  $a$  **nu** este un element din  $A$ :

$$a \notin A.$$

Mulțimea fără nici un element:  $\emptyset$ .

Notăție:  $\{ \dots \}$

Elementele mulțimilor pe care le considerăm: pixeli  $b(x, y)$  ai obiectelor imaginii binare



# Relații și operații cu mulțimi

## 1. Incluziunea

$$A \subseteq B$$

## 2. Reuniunea

$$C = A \cup B$$

## 3. Intersecția

$$D = A \cap B$$

## 4. Mulțimi disjuncte (mutual exclusive)

$$A \cap B = \emptyset.$$

## 5. Complementul

$$A^C = \{w \mid w \notin A\}$$

## 6. Diferența

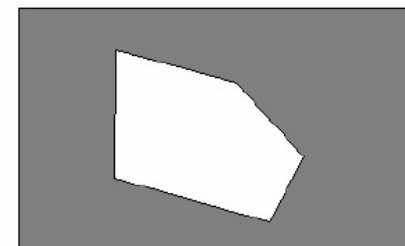
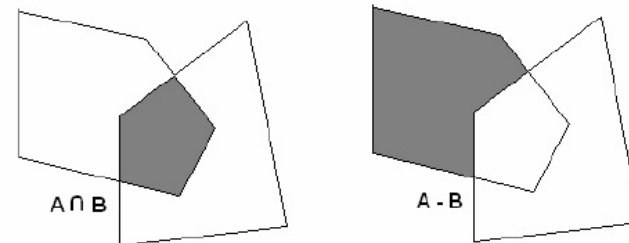
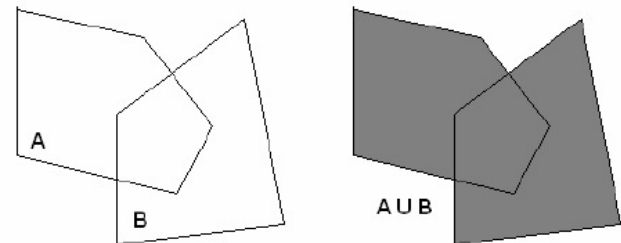
$$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^C$$

## 7. Reflexia (flip orizontal + vertical)

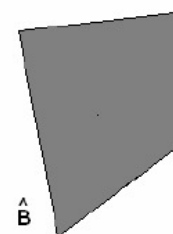
$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ for } b \in B\}$$

## 8. Translația (setului $A$ cu $z = (z_1, z_2)$ )

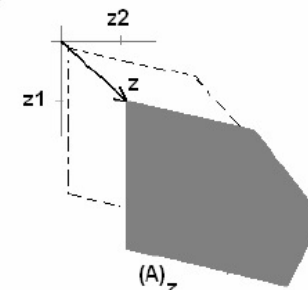
$$(A)_z = \{c \mid c = a + z, \text{ for } a \in A\}$$



$(A)^C$



$A - B$



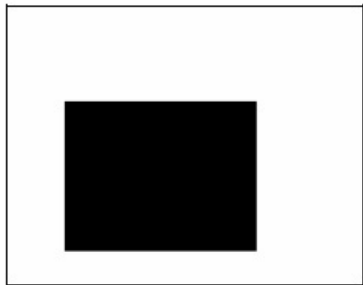
$(A)_z$



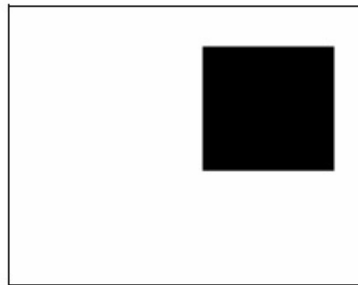
# Operații aritmetice și logice aplicate pe imagini binare

- **Unare:** imagine **op** operand\_scalar
- **Binare:** imagine1 **op** imagine2
- Realizate la nivel de pixel

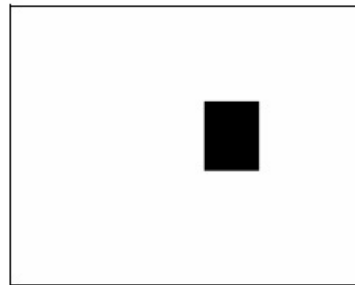
Operații logice: AND, OR, and NOT (COMPLEMENT) + orice alte combinații



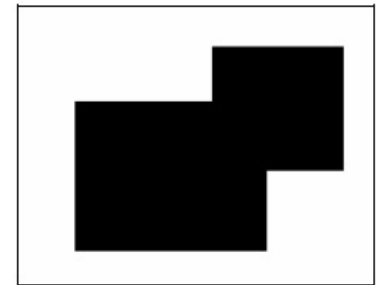
A



B



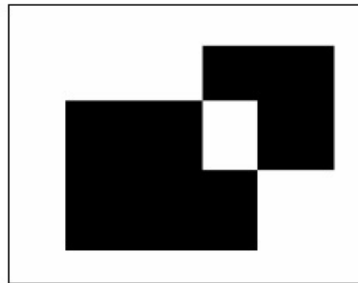
A and B



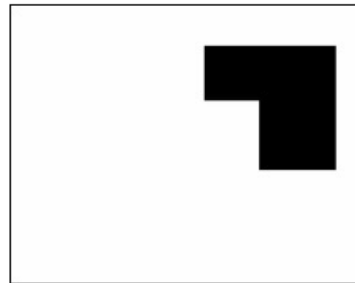
A or B



$\text{not}(A) = A^c$



A xor B



$\text{not}(A) \text{ and } B = B - A$



# Dilatarea și eroziunea

Dilatarea și eroziunea - cele două primitive de bază ale operațiilor morfologice!

$$A, B \subset \mathbb{Z}^2$$

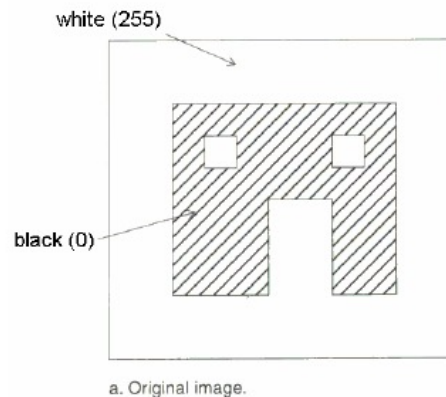
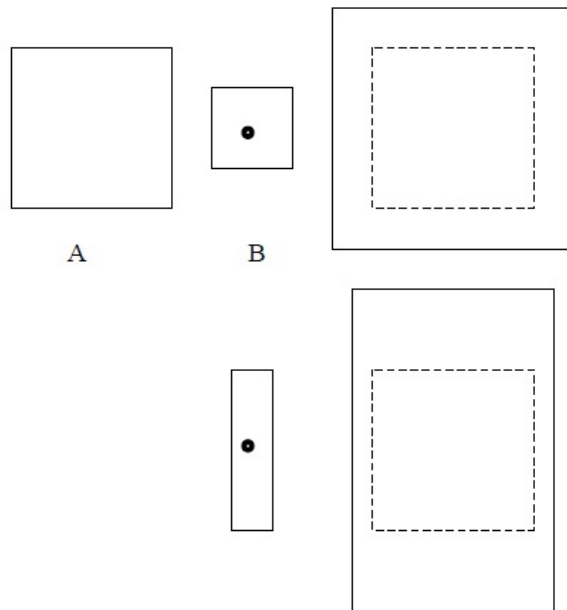
## DILATAREA

Dilatarea  $A$  cu  $B$

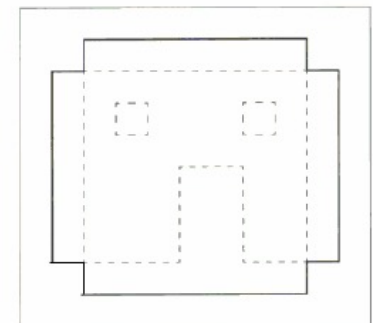
$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\} \quad \text{sau} \quad A \oplus B = \{z | [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A\}$$

$B$  – element structural

:



b. Structural element;  $x$  = origin.



c. Image after dilation; original in dashes.



# Dilatarea și eroziunea

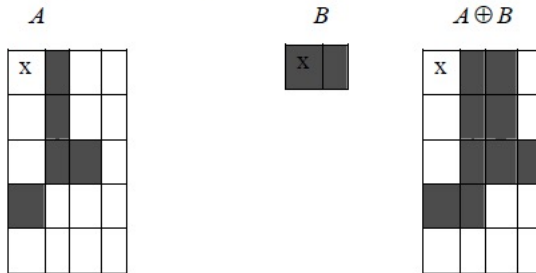
## Alta definiție pt. dilatare

$a=(a_1, a_2, \dots, a_N)$  și  $b=(b_1, b_2, \dots, b_M)$ .

$$A \oplus B = \{z \in Z^2 \mid z=a+b \text{ pt. un } a \in A \text{ și } b \in B\}$$

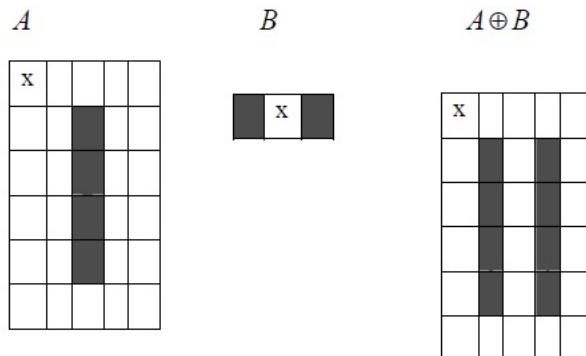
Ex:  $A=\{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0)\};$

$$B=\{(0,0), (0,1)\}$$



$$A \oplus B = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0), (0,2), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1)\}$$

Ex:  $A=\{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2)\};$   $B=\{(0,-1), (0,1)\}$



$$A \oplus B = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3)\}$$



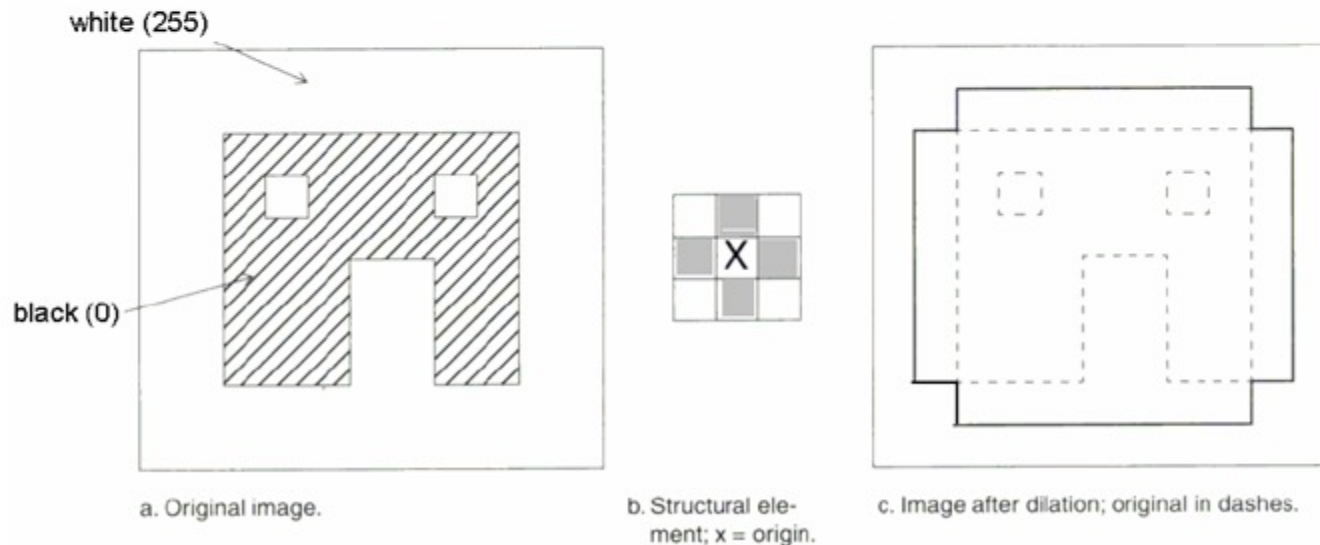
# Dilatarea și eroziunea

## Modalitate practică de aplicare (laborator)

Pixelii destinație sunt inițializați ca pixeli fundal.

Se glisează elementul structural pe imaginea sursă:

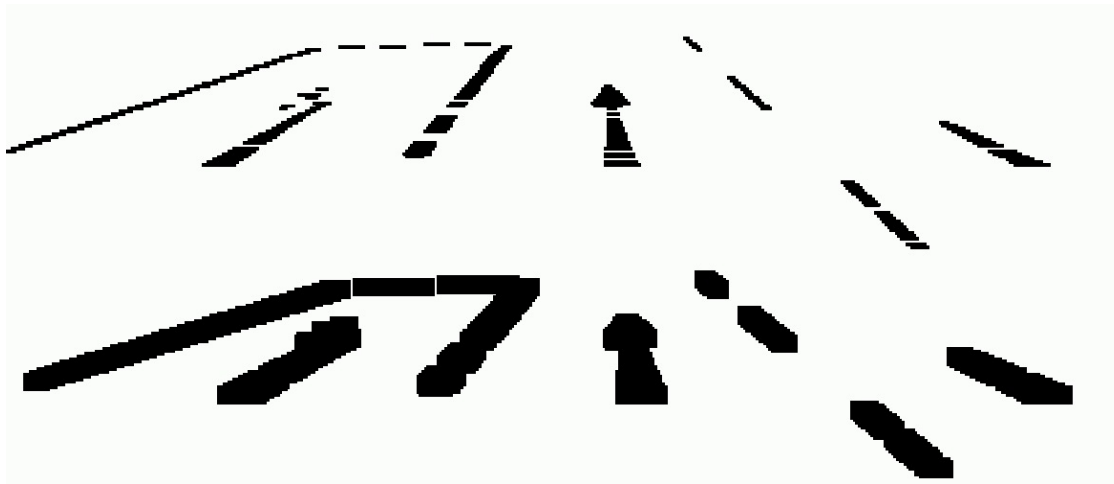
1. Dacă originea elementului structural coincide cu un pixel fundal, nu se face nimic, se trece la pixelul următor
2. Dacă originea elementului structural coincide cu un pixel obiect, pixelii destinație corespunzători elementului structural sunt transformați în pixeli obiect.





# Dilatarea și eroziunea

Aplicațiile dilatării: umplerea golurilor rezultate în urma procesului de binarizare





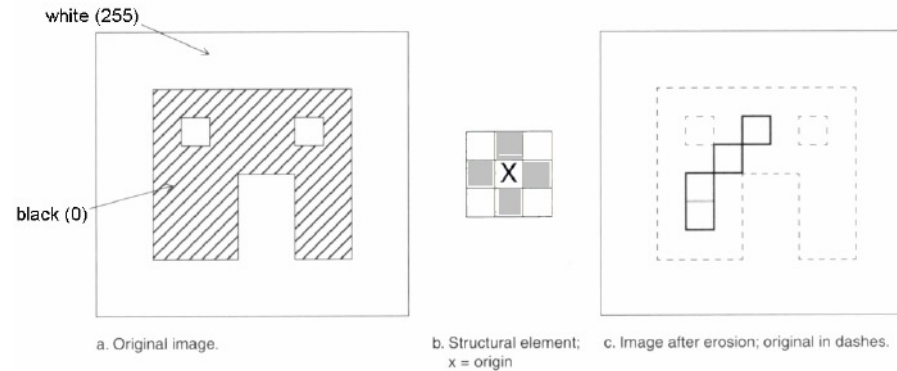
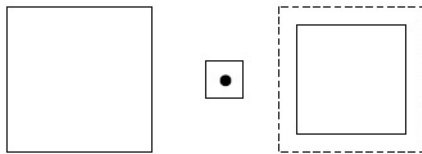


# Dilatarea și eroziunea

## EROZIUNEA

Eroziunea  $A$  cu  $B$

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$



### Alta definiție pt. eroziune

Eroziunea  $\leftrightarrow$  dilatare (duale /complementare)

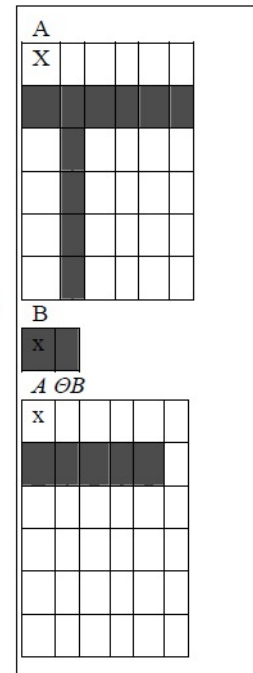
$a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$  și  $b = (b_1, b_2, \dots, b_N)$ .

$$A \ominus B = \{x \in Z^2 \mid x + b \in A \text{ pt. orice } b \in B\}$$

Ex1:  $A = \{(1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1)\}$

$B = \{(0,0), (0,1)\}$

$A \ominus B = \{(1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4)\}$





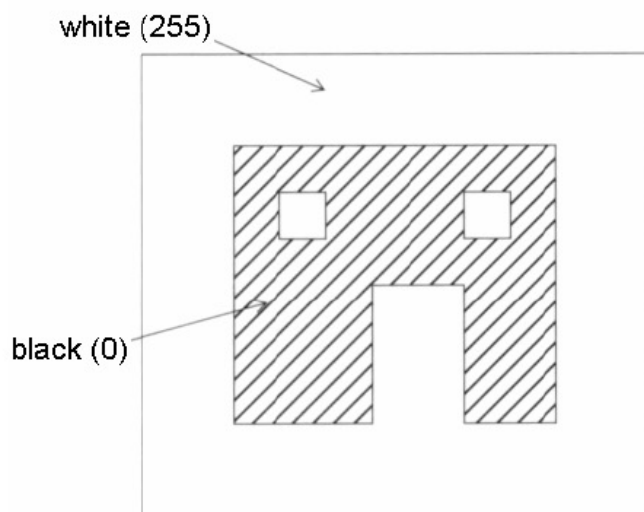
# Dilatarea și eroziunea

## Modalitate practica de aplicare (laborator)

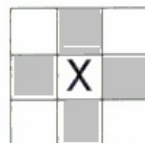
Pixelii destinație sunt inițializați ca pixeli fundal.

Se glisează elementul structural pe imaginea sursă:

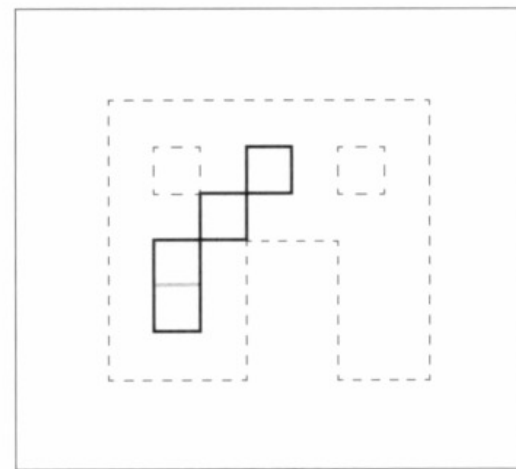
1. Dacă elementul structural acoperă doar puncte obiect, pixelul din imaginea destinație corespunzător poziției elementului structural devine pixel obiect.
2. Dacă elementul structural acoperă cel puțin un punct fundal, pixelul din imaginea destinație rămâne fundal.



a. Original image.



b. Structural element;  
x = origin

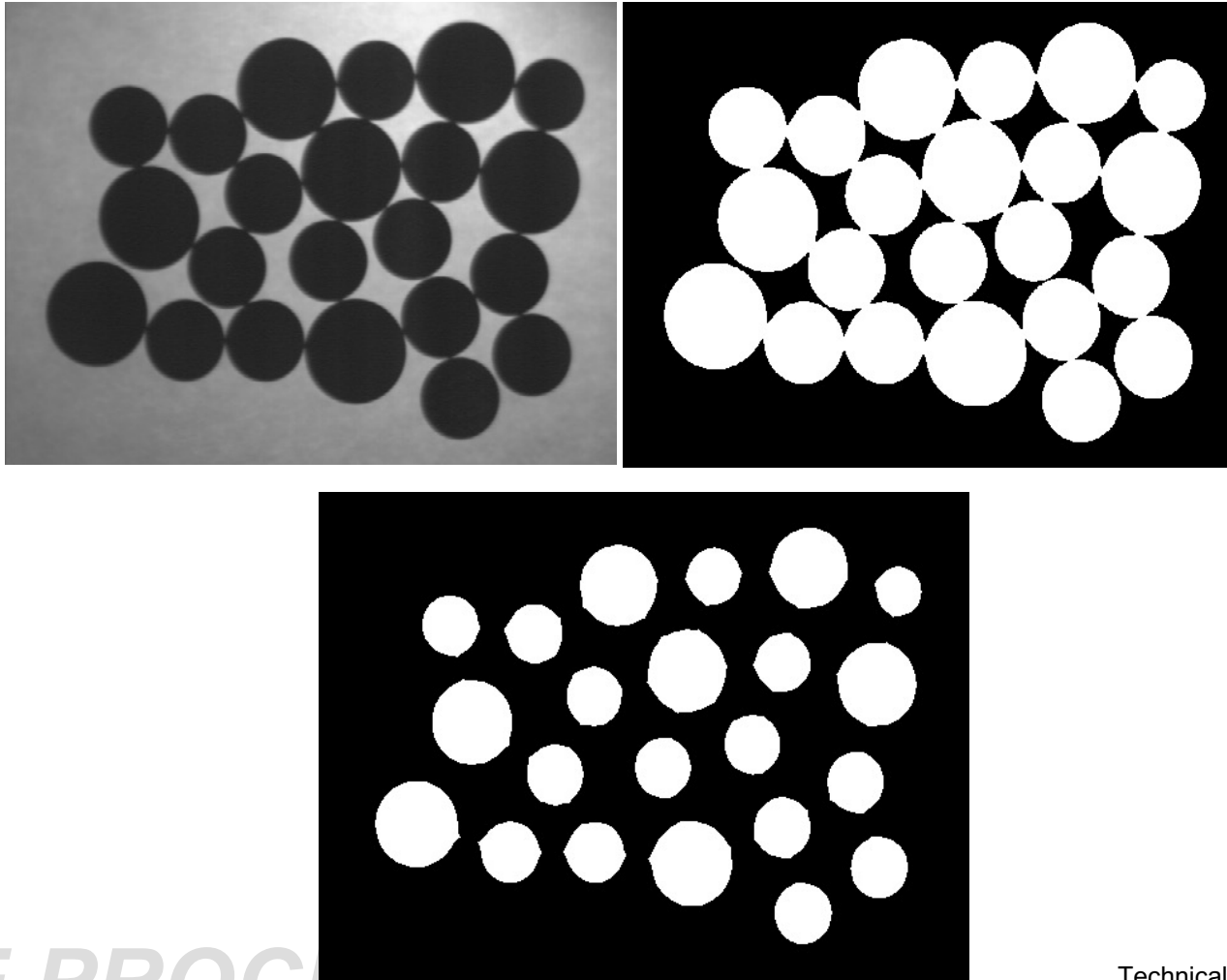


c. Image after erosion; original in dashes.



# Dilatarea și eroziunea

Aplicațiile eroziunii: eliminarea obiectelor zgomot și a conexiunilor false dintre obiecte





# Deschiderea și închiderea

## Deschidere

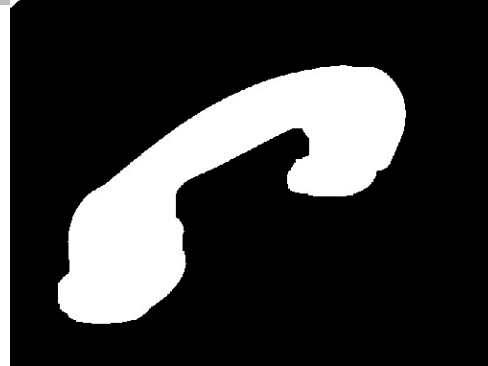
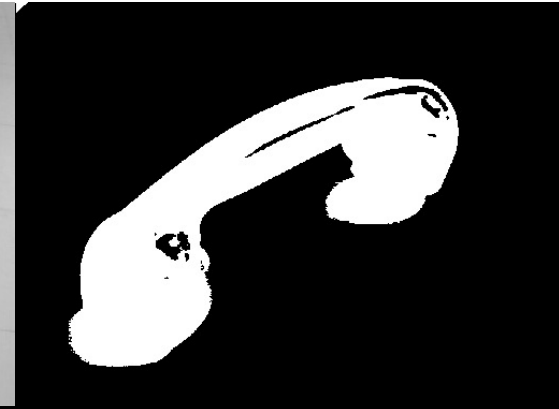
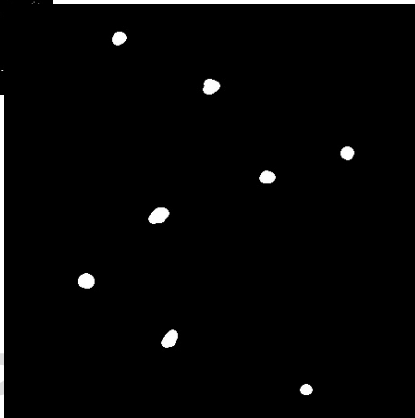
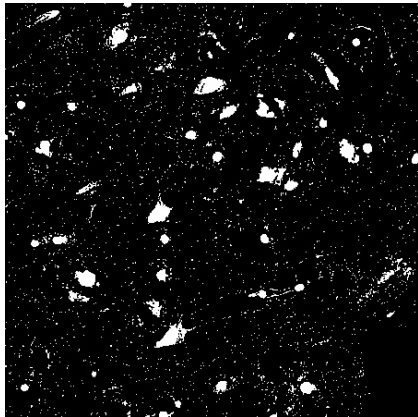
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

**Aplicații:** netezire contur, umplere goluri mici in obiecte, spargere legaturi slabe intre obiecte (istmuri)

## Închidere

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

**Aplicații:** netezire contur, eliminare goluri mici intre obiecte, unire legaturi slabe intre obiecte (istmuri)

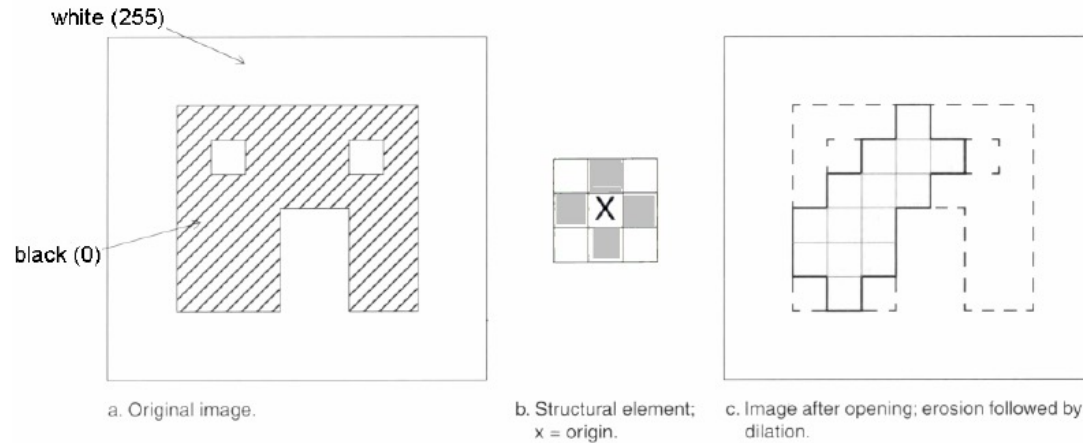




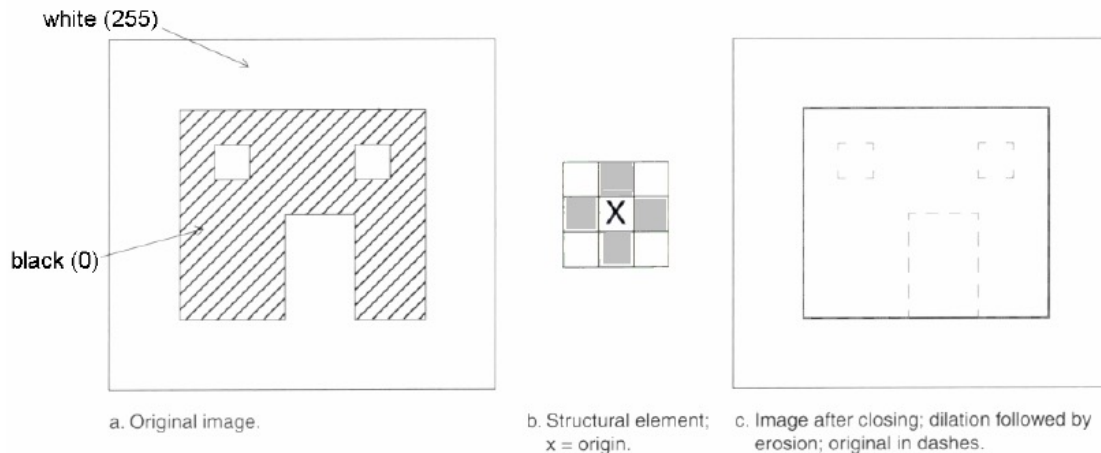
# Deschiderea și închiderea

## Exemple:

### Deschidere



### Închidere





# Proprietati ale operatorilor morfologici

---

$$1. A \oplus B = B \oplus A$$

$$2. (A \ominus B)^C = A^C \oplus B$$

$$3. A \circ B \subseteq A$$

$$4. C \subseteq D \Rightarrow C \circ B \subseteq D \circ B$$

$$5. (A \circ B) \circ B = A \circ B$$

$$6. A \subseteq A \bullet B$$

$$7. C \subseteq D \Rightarrow C \bullet B \subseteq D \bullet B$$

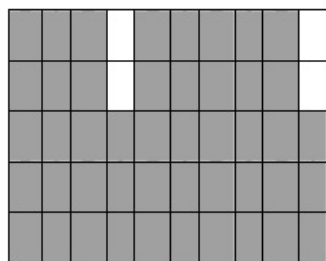
$$8. (A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$$



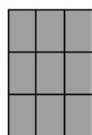
# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază

## EXTRAGERE CONTUR

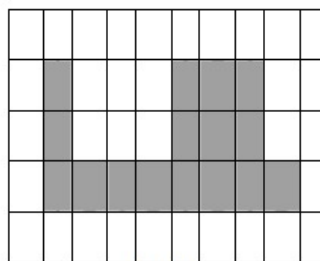
$$\beta^i(A) = A - (A \ominus B) \text{ (contur interior)}$$



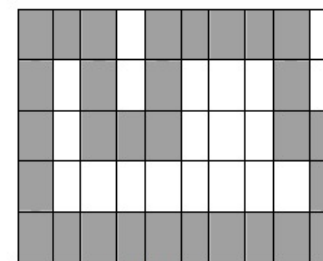
A



B



$A \ominus B$



$\beta^i(A)$

$$\beta^e(A) = (A \oplus B) - A \text{ (contur exterior)}$$

## UMPLERE REGIUNI

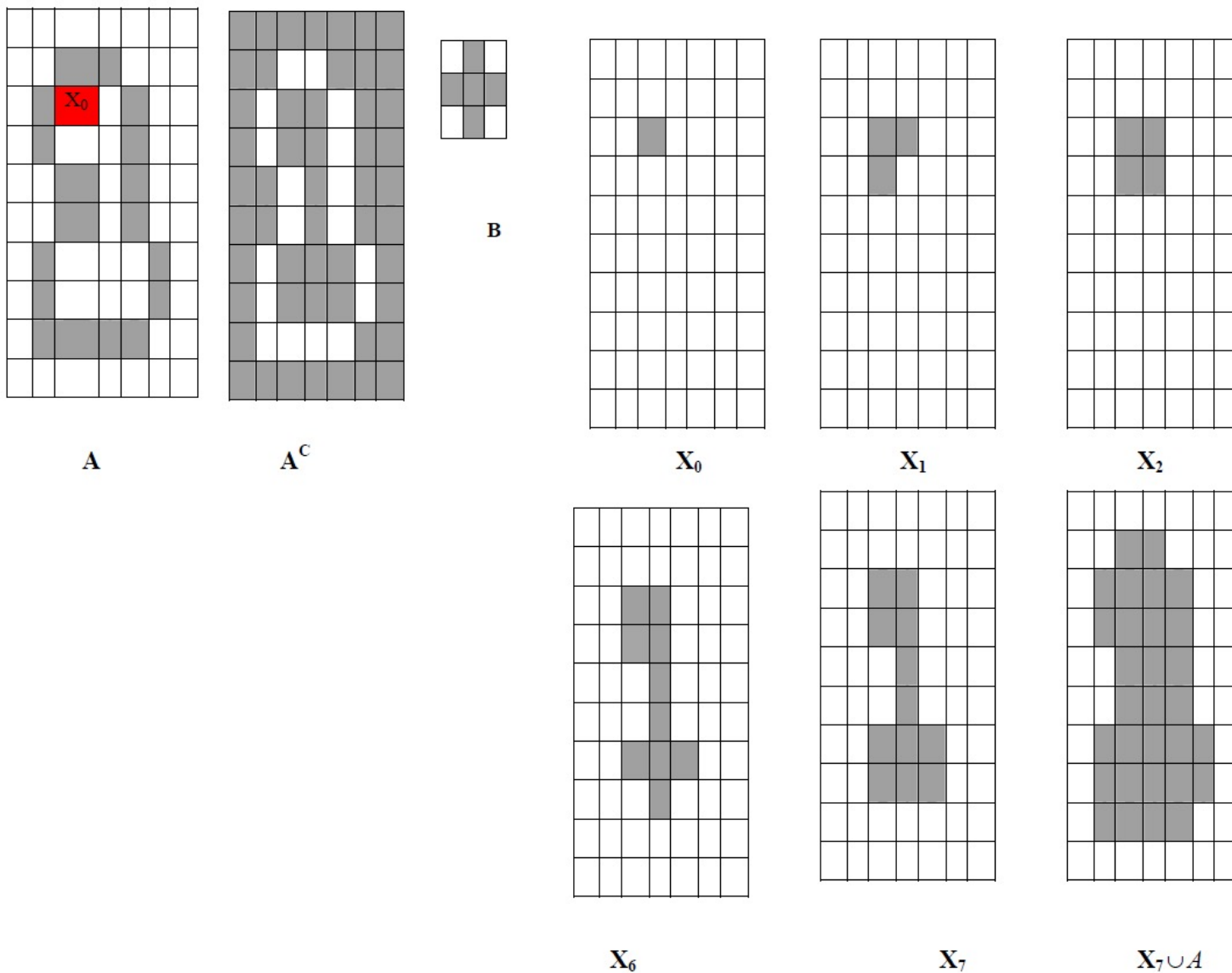
- p in interiorul conturului A (care se dorește a fi umplut in interior cu „1”)

1.  $X_0 = p, (p = '1')$
2.  $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k=1,2,3,$
3. *Daca*  $X_k = X_{k-1} \Rightarrow$  stop. Altfel repeta 2.

Obiectul final (umplut):  $A \cup X_k$



# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază







# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază

## EXTRAGERE COMPONENTE CONEXE (ETICHETARE)

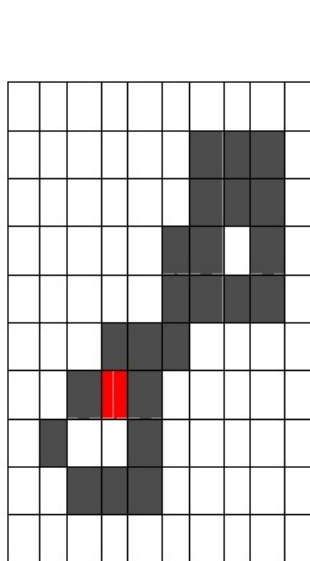
$A = \{ Y_1, Y_2, \dots, Y_n \}$ ,  $Y_i$  – componente conexe

$$Y \subseteq A$$

$$1. p \in Y. X_0 = p$$

$$2. X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad k=1, 2, 3, \dots$$

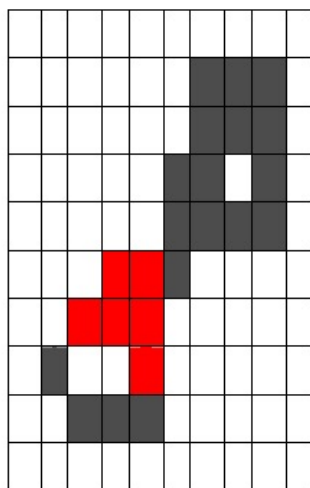
3. Dc.  $X_k = X_{k-1} \Rightarrow \text{stop } (Y = X_k)$ . Altfel repeta 2.



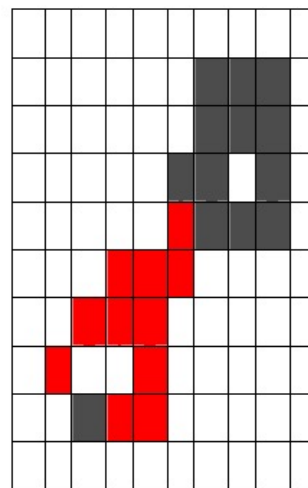
$Y, p$



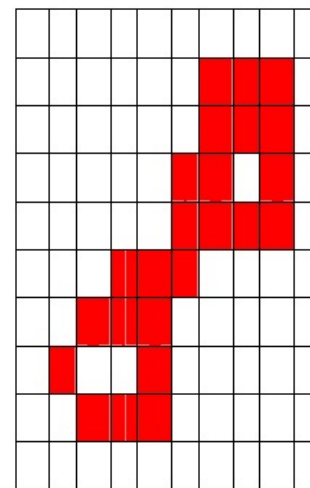
$B$



$X_1$



$X_2$



$X_3 = Y$



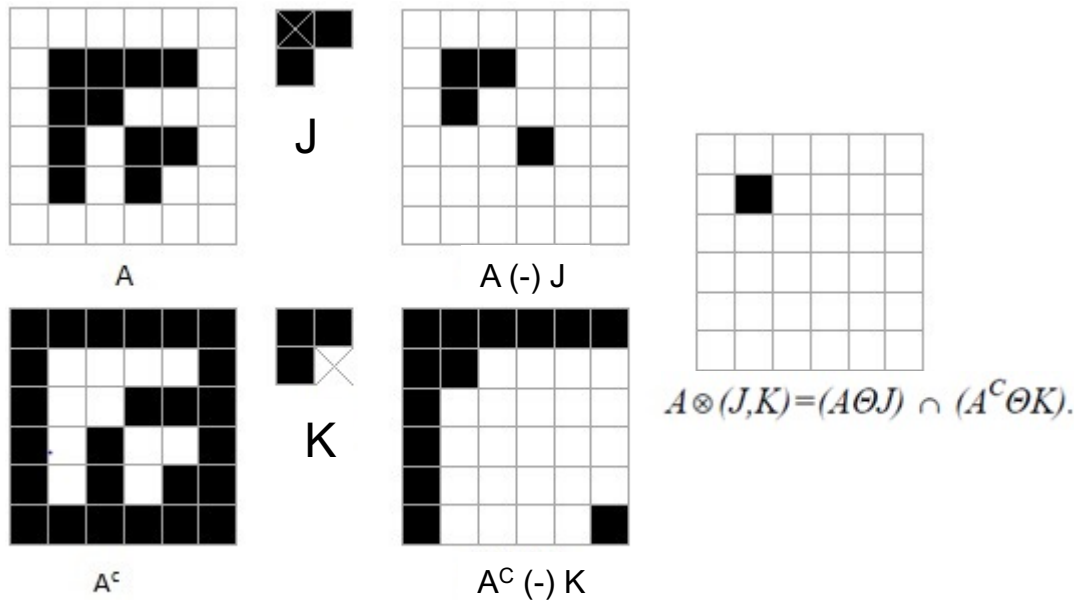
# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază

## TRANSFORMATĂ „HIT-AND-MISS”

Se folosește la selecția unor seturi de pixeli cu proprietăți geometrice specifice: colturi, puncte izolate, puncte de contur, *template matching* (obiecte cu o anumită formă), subțiere, îngroșare etc.

Transformat hit & miss a unui set  $A$  cu elementele structurale  $(J,K)$ :

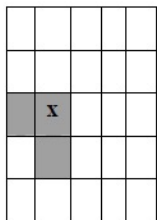
$$A \otimes (J,K) = (A \ominus J) \cap (A^c \ominus K).$$



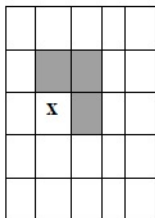


# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază

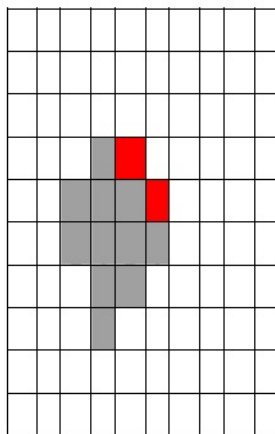
Ex.2: Detecție colțuri



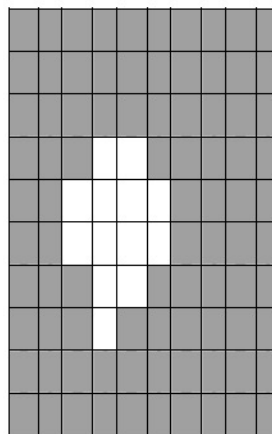
J



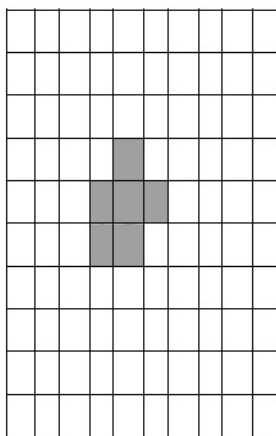
K



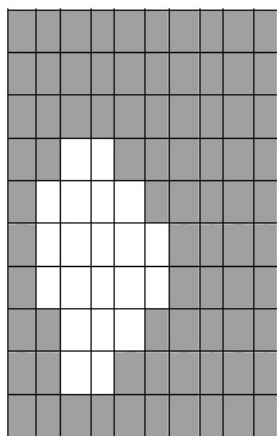
A



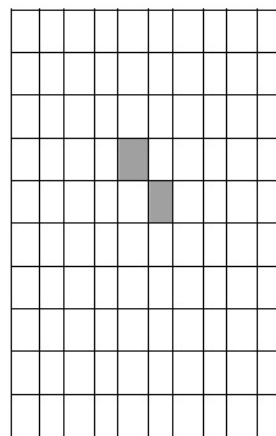
$A^c$



$(A \ominus J)$



$(A^c \ominus K)$

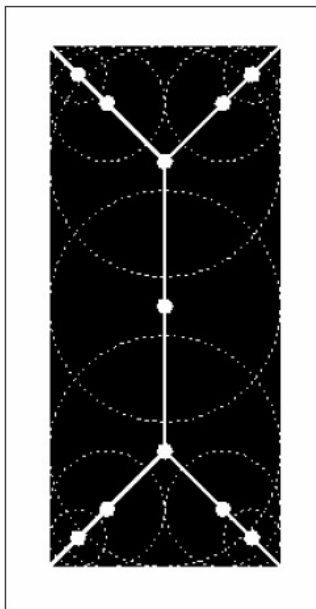


$A \otimes (J,K) = (A \ominus J) \cap (A^c \ominus K)$



# Aplicații ale operatorilor morfologici de bază

## SKELETIZAREA



„Skeletonul” setului A:

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A)$$

$$S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B$$

$$A \ominus kB = (\dots(A \ominus B) \ominus B) \dots \ominus B$$

$$K = \max \{k \mid (A \ominus kB) \neq \Phi\}$$

Reconstrucția setului A:

$$A = \bigcup_{k=0}^K (S_k(A) \oplus kB)$$

K – trebuie să fie cunoscut





# Bibliografie

---

## Referințe:

- [1] Robert M. Haralick, Linda G. Shapiro, *Computer and Robot Vision*, Addison-Wesley Publishing Company, 1993
- [2] Rafael C. Gonzalez, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall, 2002