



Hacettepe Üniversitesi

Fen Fakültesi

İstatistik Bölümü

İST367 İstatistiksel Yöntemler- II

Dönem Ödevi

Bünyamin AKIN – 2210329044

Ünal Giray ERGÜN – 2210329023

Ders Sorumlusu – Prof. Dr. Serpil AKTAŞ ALTUNAY

İçindekiler

Tek Yönlü ANOVA.....	3
Normallik Varsayımının Test Edilmesi (Her bir grup için).....	3
Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi.....	4
Gruplar Arası Farkın Test Edilmesi.....	5
Robust ANOVA.....	5
Tamhane.....	7
Tekrar Ölçümlü ANOVA	9
Normallik Varsayımının Test Edilmesi (Her bir grup için).....	9
Küresellik Varsayımının Test Edilmesi	10
Tekrarlı Ölçümlü Varyans Analizi.....	11
Rastgele Blok Düzeni	13
Normallik Varsayımının Test Edilmesi	13
Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi.....	14
Denemeler Arası Fark Kontrolü.....	14
Bloklar Arası Fark Kontrolü	15
Çok Etkenli Deney Düzeni	16
Normallik Varsayımının Test Edilmesi	17
Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi.....	18
Analiz.....	18

IST 367 İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLER II

DÖNEM ÖDEVİ

Tek Yönlü ANOVA

4 farklı grup arasında fark olup olmadığını %5 anlamlılık düzeyinde test edilir. Hangi grubun farklılık yarattığı araştırılır.

Veri girişi yapılır.

```
library(readxl)
data <- read_excel("static.xlsx")
```

Gruplar arasında fark olup olmadığı tek yönlü varyans analizi ile test edilir. Varyans analizine geçmeden önce normallik ve varyansların homojenliği varsayımının test edilmesi gerekir.

Normallik Varsayımının Test Edilmesi (Her bir grup için)

H_0 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

H_1 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır.

Her bir gruba ait gözlem değerleri $n_j < 50$ ($j=1,2,3,4$) olduğu için Shapiro-Wilk testi yapılır.

```
shapiro_A <- shapiro.test(data$A)
shapiro_B <- shapiro.test(data$B)
shapiro_C <- shapiro.test(data$C)
shapiro_D <- shapiro.test(data$D)
```

Shapiro-Wilk testinin sonucu yorumlanır.

```
print(shapiro_A)

##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data$A
## W = 0.95169, p-value = 0.3411

print(shapiro_B)

##
##  Shapiro-Wilk normality test
## ## data:  data$B
## W = 0.95105, p-value = 0.3313
```

```
print(shapiro_C)

##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$C
## W = 0.93753, p-value = 0.1759

print(shapiro_D)

##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: data$D
## W = 0.92612, p-value = 0.1019
```

Her bir grubun p değeri, $\alpha=0.05$ anlamlılık değerinden büyük olduğu için H_0 reddedilemez.

Grupların %5 anlamlılık düzeyinde normallik varsayımını sağladığı söylenebilir.

Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

$$H_1: \text{En az bir } \sigma_j^2 \text{ diğerlerinden farklıdır (} j = 1,2,3,4 \text{)}$$

Levene testi için gerekli paket çağrılır.

```
library(car)
```

leveneTest() fonksiyonu için veri stack() fonksiyonu ile yeniden şekillendirilir.

```
data_long <- stack(data)
```

Levene testi yapılır.

```
levene_test <- leveneTest(values ~ ind, data = data_long, center=mean)
```

Levene testinin sonuçları yazdırılır.

```
print(levene_test)

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = mean)
##      Df F value  Pr(>F)
## group 3  5.3642 0.001987 **
##      84
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Levene testinin p değeri ($p=0.001$), $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinden küçük olduğu için H_0 reddedilir.

Gruplar arasında %5 anlamlılık düzeyinde grup varyansların homojenliği varsayımı sağlamadığı söylenebilir.

Gruplar Arası Farkın Test Edilmesi

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ (Gruplar arasında fark yoktur.)

$H_1: \text{En az bir } \mu_j \text{ diğerlerinden farklıdır. } (j = 1,2,3,4)$

Ortalamalar arasında fark olup olmadığının incelenmesinde normalliğin sağlanıp homojenliğin sağlanmadığı durumlarda robust testlere başvurulur.

Robust ANOVA

Normallik varsayımının sağlanıp grup varyansların homojenliği varsayımı sağlanmadığında Brown-Forsythe veya Welch robust testleri kullanılabilir.

Robust ANOVA için gerekli paket çağrılır.

```
library(onewaytests)
```

Verimiz ANOVA için yeniden şekillendirilir.

```
data_long <- stack(data)
```

Brown-Forsythe ANOVA testi gerçekleştirilir.

```
out <- bf.test(values ~ ind, data = data_long)

##
##   Brown-Forsythe Test (alpha = 0.05)
## -----
##   data : values and ind
##
##   statistic   : 18.6428
##   num df      : 3
##   denom df    : 70.1656
##   p.value     : 5.362925e-09
##
##   Result      : Difference is statistically significant.
## -----
```

Welch ANOVA testi gerçekleştirilir.

```
# Welch ANOVA
out <- welch.test(values ~ ind, data = data_long)

##
##   Welch's Heteroscedastic F Test (alpha = 0.05)
## -----
##   data : values and ind
##
##   statistic   : 36.04742
##   num df      : 3
##   denom df    : 42.80004
##   p.value     : 8.767509e-12
##
##   Result      : Difference is statistically significant.
## -----
```

p değerleri $< \alpha=0.05$ olduğu için H_0 reddedilir. En az bir grubun %5 anlamlılık düzeyinde ortalama bakımından diğerlerinden farklı olduğu söylenebilir.

Hangi grubun veya grupların farklılık yarattığını görebilmek için çoklu karşılaştırma testlerine (varyansların eşitliğinin sağlanmadığı durumdaki) başvurulur.

Tamhane

$$H_0: \mu_i = \mu_j \quad i, j = 1, 2, 3, 4 (i \neq j)$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j$$

Tamhane testi için gerekli paketler indirilir ve çağrılır.

```
# Tamhane's T2 Test
if(!require('PMCMRplus')) {
  install.packages('PMCMRplus')
  library('PMCMRplus')
}
```

Tek yönlü ANOVA yapılır.

```
anova_result <- aov(values ~ ind, data = data_long)
```

ANOVA'nın sonuçları yazdırılır.

```
summary(anova_result)

##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)    
## ind           3   5029  1676.4    18.64 2.33e-09 ***
## Residuals    84   7553    89.9               
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Tamhane testi gerçekleştirilir ve sonuçları yazdırılır.

```
result <- tamhaneT2Test(anova_result, welch = TRUE)
summary(result)

##
## Pairwise comparisons using Tamhane's T2-test for unequal variances
## data: values by ind
## alternative hypothesis: two.sided
## P value adjustment method: T2 (Sidak)
## H0
##
##          t value    Pr(>|t|)
## B - A == 0   7.024 6.9748e-07 ***
## C - A == 0   7.845 7.2114e-08 ***
## D - A == 0   5.893 1.3542e-05 ***
## C - B == 0   0.397   0.99916
## D - B == 0  -0.967   0.91653
## D - C == 0  -1.393   0.67497
##
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Varyanslar eşit olmadığı durumda kullanılan Tamhane çoklu karşılaştırma sonuçlarına göre; %5 anlamlılık düzeyinde A ile B, A ile C ve A ile D grupları arasında ortalamaları bakımından farklılık olduğu söylenebilir.

Tekrar Ölçümlü ANOVA

Deney, 25 denek üzerinde uygulanmıştır. Denekler, 15, 30 ve 45 dakika sonra gözlemlenmiş ve deneyin zamana bağlı olarak nasıl değişiklik gösterdiği incelenmiştir.

Veri girişi için SPSS programında @15dk, @30dk ve @45dk olmak üzere üç değişken tanımlanmıştır.

Normallik Varsayımının Test Edilmesi (Her bir grup için)

H_0 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

H_1 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır.

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
15dk	.115	25	.200*	.957	25	.364
30 dk	.129	25	.200*	.943	25	.173
45dk	.144	25	.193	.938	25	.136

*. This is a lower bound of the true significance.
a. Lilliefors Significance Correction

Normallik testi sonucunda her bir zamana ait gözlem değerleri $n_j < 50$ ($j=1,2,3,4$) olduğu için

Shapiro-Wilk testinin sonucu yorumlanır. Tüm zamanların p değeri, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinden

büyük olduğu için H_0 reddedilemez. Farklı zamanlarda uygulanan test

sonuçlarının %5 anlamlılık düzeyinde normallik varsayımını sağladığı söylenebilir.

Küresellik Varsayımının Test Edilmesi

$$H_0: Cov(Y_i, Y_j) = 0 \text{ (Kovaryanslar homojendir)}$$

$$H_1: Cov(Y_i, Y_j) \neq 0 \text{ (Kovaryanslar homojen değildir)}$$

Mauchly's Test of Sphericity ^a							
Measure: MEASURE_1							
Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon ^b		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
zaman	.857	3.558	2	.169	.875	.938	.500
Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.							
a. Design: Intercept Within Subjects Design: zaman							
b. May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.							

Mauchly küresellik testinin p değeri($p=0.169$), $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinden büyük olduğu için H_0 reddedilemez. Kovaryansların homojen olduğu %5 anlamlılık düzeyinde söylenebilir.

Tekrarlı Ölçümlü Varyans Analizi

$$H_0: \sum_{j=1}^3 \tau_j = 0 \text{ (Zaman noktaları arasında fark yoktur)}$$

$$H_1: \sum_{j=1}^3 \tau_j \neq 0 \text{ (En az bir zaman noktası diğerlerinden farklıdır)}$$

Tests of Within-Subjects Effects						
Measure: MEASURE_1						
Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
zaman	Sphericity Assumed	2783.931	2	1391.966	7.826	.001
	Greenhouse-Geisser	2783.931	1.749	1591.474	7.826	.002
	Huynh-Feldt	2783.931	1.876	1484.342	7.826	.001
	Lower-bound	2783.931	1.000	2783.931	7.826	.010
Error(zaman)	Sphericity Assumed	8537.082	48	177.856		
	Greenhouse-Geisser	8537.082	41.983	203.348		
	Huynh-Feldt	8537.082	45.013	189.659		
	Lower-bound	8537.082	24.000	355.712		

Küresellik varsayımının sağlanma durumuna göre hangi satırın yorumlanması gerektiğine karar verilir. ε düzeltmesine gerek kalmadan küresellik varsayımı sağlandığı için *Sphericity Assumed* satırı yorumlanır. $p=0.001$, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinden küçük olduğu için H_0 reddedilir. %5 anlamlılık düzeyinde zamanlar arasında ortalama bakımından farklılık olduğu söylenebilir. Farklılığı yaratan grup veya grupların belirlenmesi için çoklu karşılaştırma testi yapılır.

Pairwise Comparisons						
Measure: MEASURE_1						
(I) zaman	(J) zaman	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^b	95% Confidence Interval for Difference ^b	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-12.937 [*]	3.176	.000	-19.493	-6.381
	3	-12.911 [*]	3.649	.002	-20.442	-5.381
2	1	12.937 [*]	3.176	.000	6.381	19.493
	3	.026	4.391	.995	-9.038	9.089
3	1	12.911 [*]	3.649	.002	5.381	20.442
	2	-.026	4.391	.995	-9.089	9.038

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the .05 level.

b. Adjustment for multiple comparisons: Least Significant Difference (equivalent to no adjustments).

Ortalama bakımından 1. Grup (15 dakika) diğerlerinden farklıdır. Yani, deneyin 15 dakika sonundaki etkisinin, 30 dakika ve 45 dakika sonundaki etkisinden farklılık gösterdiği söylenebilir. Deneyin 15 dakika sonunda etkisinin 30 ve 45 dakika sonundaki etkilerinden düşük olduğu söylenebilir.

Estimates				
Measure: MEASURE_1				
zaman	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	14.257	1.597	10.961	17.554
2	27.195	2.788	21.441	32.948
3	27.169	3.021	20.934	33.404

Rastgele Blok Düzeni

Deney, 25 denek üzerinde uygulanmıştır. Veri girişi için SPSS programında Deneme, Blok ve Veri olmak üzere üç değişken tanımlanmıştır.

Normallik Varsayımının Test Edilmesi

H_0 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

H_1 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır.

Tests of Normality						
Deneme		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk	
		Statistic	df	Sig.	Statistic	Sig.
Veri	Deneme 1	,220	5	,200 [*]	,864	,242
	Deneme 2	,321	5	,102	,778	,053
	Deneme 3	,203	5	,200 [*]	,940	,665
	Deneme 4	,201	5	,200 [*]	,915	,499
	Deneme 5	,254	5	,200 [*]	,842	,172
*. This is a lower bound of the true significance.						
a. Lilliefors Significance Correction						

Normallik testi sonucunda her bir zamana ait gözlem değerleri $n_j < 50$ ($j=1,2,3,4,5$) olduğu için Shapiro-Wilk testinin sonucu yorumlanır. Tüm denemelerin p değeri, $\alpha=0.05$ anlamlılık düzeyinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilemez. Deneme verilerinin test sonuçlarının %5 anlamlılık düzeyinde normallik varsayımını sağladığı söylenebilir.

Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2$$

H_1 : En az bir σ_j^2 diğerlerinden farklıdır. ($j = 1,2,3,4,5$)

Test of Homogeneity of Variances			
Veri			
Levene Statistic	df1	df2	Sig.
,491	4	20	,742

Levene testinin p değeri ($p=0,742$), $\alpha=0,05$ anlamlılık düzeyinden büyük olduğu için

H_0 reddedilemez. Verilerin, %5 anlamlılık düzeyinde deneme varyanslarının homojenliği varsayımını sağladığı söylenebilir.

Denemeler Arası Fark Kontrolü

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: Veri					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	110,101 ^a	8	13,763	1,586	,205
Intercept	458,988	1	458,988	52,908	,000
Blok	84,708	4	21,177	2,441	,089
Deneme	25,392	4	6,348	,732	,583
Error	138,802	16	8,675		
Total	707,891	25			
Corrected Total	248,903	24			

a. R Squared = ,442 (Adjusted R Squared = ,164)

H_0 : Denemeler arasında fark yoktur.

H_1 : Denemeler arasında fark vardır.

%5 anlamlılık düzeyinde denemeler arasında fark olmadığı söylenebilir. ($p=0,583 > \alpha=0,05$).

Bloklar Arası Fark Kontrolü

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: Veri					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	110,101 ^a	8	13,763	1,586	,205
Intercept	458,988	1	458,988	52,908	,000
Blok	84,708	4	21,177	2,441	,089
Deneme	25,392	4	6,348	,732	,583
Error	138,802	16	8,675		
Total	707,891	25			
Corrected Total	248,903	24			

a. R Squared = ,442 (Adjusted R Squared = ,164)

H_0 : Bloklar arasında fark yoktur.

H_1 : Bloklar arasında fark vardır.

%5 anlamlılık düzeyinde denemeler arasında fark olmadığı söylenebilir. ($p=0,089 > \alpha=0,05$).

Çok Etkenli Deney Düzeni

Veri girişi için Minitab 18 programında A, B, C ve Değer olmak üzere dört değişken tanımlanmıştır.

	A	B	C	Değer
1	1	1	1	12,64
2	1	1	1	1,77
3	1	1	1	23,74
4	1	1	1	20,30
5	1	1	1	3,03
6	1	1	2	1,06
7	1	1	2	17,73
8	1	1	2	22,70
9	1	1	2	24,60
10	1	1	2	12,15
11	1	2	1	6,06
12	1	2	1	9,59
13	1	2	1	12,73
14	1	2	1	16,37
15	1	2	1	19,71
16	1	2	2	26,72
17	1	2	2	18,24
18	1	2	2	22,21
19	1	2	2	12,36
20	1	2	2	23,22

	A	B	C	Değer
20	1	2	2	23,22
21	1	3	1	4,06
22	1	3	1	23,35
23	1	3	1	8,58
24	1	3	1	17,22
25	1	3	1	13,77
26	1	3	2	1,69
27	1	3	2	22,34
28	1	3	2	20,36
29	1	3	2	24,64
30	1	3	2	10,60
31	1	4	1	19,52
32	1	4	1	20,95
33	1	4	1	22,65
34	1	4	1	11,25
35	1	4	1	6,30
36	1	4	2	7,48
37	1	4	2	12,41
38	1	4	2	29,71
39	1	4	2	29,25
40	1	4	2	12,16

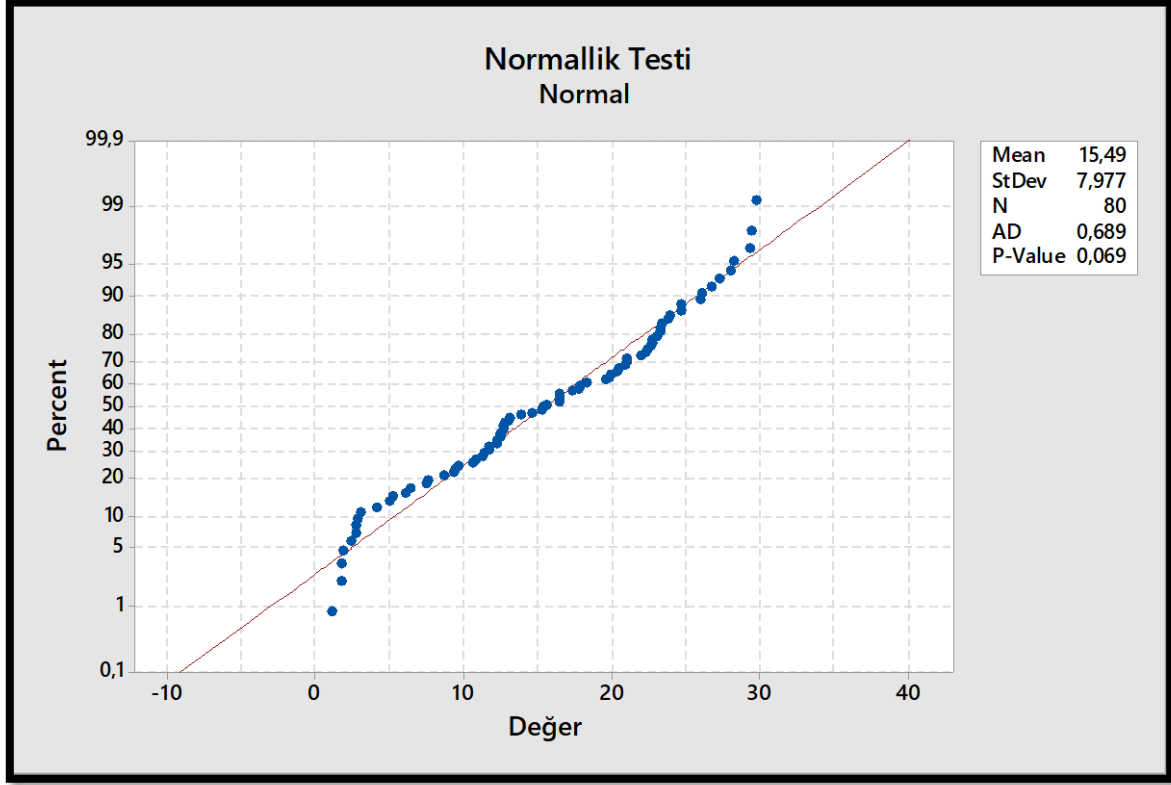
	A	B	C	Değer
40	1	4	2	12,16
41	2	1	1	27,18
42	2	1	1	20,81
43	2	1	1	2,82
44	2	1	1	13,10
45	2	1	1	29,37
46	2	1	2	12,52
47	2	1	2	17,79
48	2	1	2	22,60
49	2	1	2	12,67
50	2	1	2	16,37
51	2	2	1	23,21
52	2	2	1	20,95
53	2	2	1	2,70
54	2	2	1	21,97
55	2	2	1	25,92
56	2	2	2	26,05
57	2	2	2	2,71
58	2	2	2	11,65
59	2	2	2	23,83
60	2	2	2	19,83

	A	B	C	Değer
60	2	2	2	19,83
61	2	3	1	9,41
62	2	3	1	5,18
63	2	3	1	13,00
64	2	3	1	14,54
65	2	3	1	9,26
66	2	3	2	15,59
67	2	3	2	15,24
68	2	3	2	11,31
69	2	3	2	27,92
70	2	3	2	28,23
71	2	4	1	4,92
72	2	4	1	7,54
73	2	4	1	10,74
74	2	4	1	2,33
75	2	4	1	11,68
76	2	4	2	22,97
77	2	4	2	15,35
78	2	4	2	16,46
79	2	4	2	16,40
80	2	4	2	1,67

Normallik Varsayımının Test Edilmesi

H_0 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

H_1 : Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır.



Normallik testi sonucunda, p değeri , $\alpha=0,05$ anlamlılık düzeyinden büyük olduğu için

H_0 reddedilemez. Verilerin %5 anlamlılık düzeyinde normallik varsayımını sağladığı söylenebilir.

Varyansların Homojenliği Varsayımının Test Edilmesi

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_{10}^2$$

H_1 : En az bir σ_j^2 diğerlerinden farklıdır. ($j = 1,2,3,4, \dots, 10$)

Tests		
Method	Test Statistic	P-Value
Bartlett	12,17	0,666

$p=0,666>0,05$ olduğu için H_0 reddedilemez. Varyansların homojen olduğu %5 anlamlılık düzeyinde söylenebilir.

Analiz

Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
A	1	1,65	1,649	0,03	0,873
B	3	115,47	38,492	0,60	0,615
C	1	240,01	240,013	3,77	0,057
A*B	3	258,44	86,146	1,35	0,266
A*C	1	3,83	3,830	0,06	0,807
B*C	3	82,49	27,497	0,43	0,731
A*B*C	3	246,18	82,061	1,29	0,286
Error	64	4079,05	63,735		
Total	79	5027,13			

Factor Information			
Factor	Type	Levels	Values
A	Fixed	2	1; 2
B	Fixed	4	1; 2; 3; 4
C	Fixed	2	1; 2

1. A'nın Etkisi

H_0 : A'nın etkisi önemsizdir.

H_1 : A'nın etkisi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde A'nın etkisinin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,873 > \alpha=0,05$)

2. B'nin Etkisi

H_0 : B'nin etkisi önemsizdir.

H_1 : B'nin etkisi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde B'nin etkisinin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,615 > \alpha=0,05$)

3. C'nin Etkisi

H_0 : C'nin etkisi önemsizdir.

H_1 : C'nin etkisi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde B'nin etkisinin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,057 > \alpha=0,05$)

4. A-B Etkileşimi

H_0 : A – B'nin etkileşimi önemsizdir.

H_1 : A – B'nin etkileşimi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde A-B'nin etkileşiminin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,266 > \alpha=0,05$)

5. A-C Etkileşimi

H_0 : A – C'nin etkileşimi önemsizdir.

H_1 : A – C'nin etkileşimi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde A-C'nin etkileşiminin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,807 > \alpha=0,05$)

6. B-C Etkileşimi

H_0 : B – C'nin etkileşimi önemsizdir.

H_1 : B – C'nin etkileşimi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde B-C'nin etkileşiminin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,731 > \alpha=0,05$)

7. A-B-C Etkileşimi

H_0 : A – B – C'nin etkileşimi önemsizdir.

H_1 : A – B – C'nin etkileşimi önemlidir.

%5 anlamlılık düzeyinde B-C'nin etkileşiminin önemli olmadığı söylenebilir. ($p=0,286 > \alpha=0,05$)