

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet

NASLOV RADA na HR
(ne duži od dva retka, najviše 80 znakova)

Diplomski rad

Ime i prezime studenta

Split, mjesec GOD.

U ovom dijelu idu zahvale ako ih želite pisati. Ako niste namjeravali pisati takav sadržaj, treba pobrisati sadržaj unutar vitičastih zagrada i stranica će nestati.

Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet
Odjel za fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

NASLOV RADA na HR (ne duži od dva retka, najviše 80 znakova)

Ime i prezime studenta

[Pobrišite ovu liniju i sve dijelove koji se ne odnose na vaš studij!]

Sveučilišni preddiplomski studij Fizika / Matematika i fizika / Fizika / Inženjerska fizika,
termodinamika i mehanika

Sveučilišni diplomski studij Fizika, smjer Biofizika / Fizika okoliša / Računarska fizika

Sveučilišni diplomski studij Fizika / Matematika i fizika / Fizika i informatika, nastavnički smjer
Sveučilišni diplomski studij Inženjerska fizika, usmjerenje Termodinamički uređaji / Mehanički sustavi

Sažetak:

Sažetak je najvažniji dio pisanog dijela rada jer je to dio rada koji se prvi čita i na osnovu njega čitatelj odlučuje zanima li ga pogledati ostatak rada. Sažetak u jednom paragrafu opisuje temu o kojoj se radi u ovom radu, zašto je ona od općeg interesa, što je čini zanimljivom i što se očekuje u budućnosti. Važno je napomenuti i kako smo došli do podataka koje navodimo u radu te na kraju dati i rečenicu ili dvije o našim glavnim zaključcima. Preporuka je da se sažetak piše zadnji i njegovom osmišljavanju se posveti znatno više vremena nego običnom tekstu u radu. Sažetak mora sadržavati između 100 i 150 riječi ako je rad pisan na hrvatskom, dok za rad na engleskom treba napisati 1 – 2 stranice proširenog sažetka na hrvatskom jeziku.

Ključne riječi: napisati između 4 i 7 ključnih riječi

Rad sadrži: 42 stranice, 18 slika, 1 tablicu, 7 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

Mentor: prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ime i Prezime

Neposredni voditelj: prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ime i Prezime

Ocjenjivači: prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ime i Prezime,
prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ime i Prezime,
prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ime i Prezime

Rad prihvaćen: DAN. MJ. GOD.

Rad je pohranjen u Knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

Basic documentation card

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

NASLOV RADA na EN
(ne duži od dva retka, najviše 80 znakova)

Ime i prezime studenta

[Pobrišite ovu liniju i sve dijelove koji se ne odnose na vaš studij!]

University undergraduate study programme Physics / Mathematics and Physics / Physics and
Informatics / Engineering Physics, Thermodynamics and Mechanics

University graduate study programme Physics, orientation Biophysics / Environmental Physics /
Computational Physics

University graduate study programme Physics / Mathematics and Physics / Physics and Informatics,
orientation Education

University graduate study programme Engineering Physics, orientation Thermodynamic devices /
Mechanical systems

Abstract:

100 – 150 riječi za rad pisan na engleskom ili prijevod sažetka za rad pisan na hrvatskom jeziku.

Keywords: write between 4 and 7 keywords

Thesis consists of: 42 pages, 18 figures, 1 tables, 7 references. Original language: Croatian.

Supervisor: Prof. / Asoc. Prof. / Assist. Prof. Dr. Ime i Prezime

Leader: Prof. / Asoc. Prof. / Assist. Prof. Dr. Ime i Prezime

Reviewers: Prof. / Asoc. Prof. / Assist. Prof. Dr. Ime i Prezime,
Prof. / Asoc. Prof. / Assist. Prof. Dr. Ime i Prezime,
Prof. / Asoc. Prof. / Assist. Prof. Dr. Ime i Prezime

Thesis accepted: Month day, Year

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Teorijski uvod	2
2.1	Standardni model	2
2.1.1	Fermioni	2
2.1.2	Bozoni	3
2.2	Lagrangian SM-a	4
2.2.1	Baždarna invarijantnost	4
2.2.2	Spontano kršenje simetrije	6
2.3	Higsov bozon	7
2.3.1	Mehanizam produkcije Higsovog bozona	8
2.3.2	Mehanizmi raspada Higsovog bozona	9
2.4	Kanal raspada $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\mu$	10
3	LHC sudarivač i CMS eksperiment	11
3.1	Povijest CERN-a	11
3.2	LHC	11
3.3	CMS	12
3.3.1	Sistem okidača	13
3.3.2	Rekonstrukcija čestica	14
4	Analiza kanala raspada $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\mu$	15
4.1	Podaci i Montecarlo simulacije	15
4.2	Statistička analiza	18
4.2.1	PDF	18
4.2.2	Likelihood	19
4.3	ROOT i RooFit	30
4.4	Ukupni model	30
5	Rezultati	33
5.1	Statističke i sistematske pogreške	34
5.2	Usporedba s rezultatima CMS-a i ATLAS-a	35
6	Zaključak	36
A	Naslov	39
A.1	Kompleksnije funkcionalosti	40
B	Napomene o literaturi	41

1 Uvod

Glavna tema ovog diplomskog rada je mjerenje mase Higgsovog bozona s najnovijim podacima prikupljenim s CMS eksperimentom u periodu od 2015. do 2018.godine. Objasnit ćemo teoretsku pozadinu Higgsovog bozona kako se uklapa u standardni model čestične fizike i zašto je tako poseban. Opisati ćemo načine produkcije i detekcije Higgsovog bozona koji se koriste u CMS eksperimentu u CERN-u. Za naše istraživanje koristit ćemo se računalnim simulacijama kako bi što preciznije konstruirali funkciju koja opisuje raspodjelu podataka na kojim provodimo mjerenje. Konačno prikazati ćemo dobivene rezultate uz odgovarajuće statističke i sistematske pogreške.

2 Teorijski uvod

2.1 Standardni model

Standardni model (SM) elementarnih čestica je teorija koja opisuje elektroslabo i jako međudjelovanje čestica [1]. Unatoč tome što ne sadrži opis gravitacijskog međudjelovanja, trenutno je najbolja teorija koja opisuje međudjelovanje subatomske čestice. Elementarne čestice u SM-u podijeljene su u dvije osnovne skupine: fermioni i bozoni.

TRI GENERACIJE TVARI (fermioni):

	1	2	3		
masa →	≈2.3 MeV/c ²	≈1.275 GeV/c ²	≈173.07 GeV/c ²	0	≈126 GeV/c ²
naboj →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
	u gore	c začarani	t vrh	g gluon	H Higgsov bozon
KVARKOVI					
	≈4.8 MeV/c ²	≈95 MeV/c ²	≈4.18 GeV/c ²	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	d dolje	s čudni	b dno	γ foton	
	0.511 MeV/c ²	105.7 MeV/c ²	1.777 GeV/c ²	91.2 GeV/c ²	
	-1	-1	-1	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	e elektron	μ muon	τ tau	Z Z bozon	
LEPTONI					
	<2.2 eV/c ²	<0.17 MeV/c ²	<15.5 MeV/c ²	80.4 GeV/c ²	
	0	0	0	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
	ν_e elektron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W bozon	
					BAŽDARNI BOZONI

Slika 1: Tablica elementarnih čestica u standardnom modelu

2.1.1 Fermioni

Fermioni su čestice spina 1/2 koje izgrađuju materiju i može ih se podijeliti u dvije podskupine: kvarkove i leptone, a svaka od podskupina može se podijeliti u tri generacije. Svaki element veće generacije ima i veću masu s izuzetkom neutrina čija masa još nije točno izmjerena.

Kvarkovi

Do otkrića kvarkova, fizičari su znali samo za električni naboj koji je cjelobrojni višekratnik elementarnog naboja te se smatralo da je kvant elementarnog naboja jednak naboju elektrona, no sada vjerujemo da je kvant jednak naboju kvarka [2]. Ipak zbog povijesnih razloga ostali

smo pri staroj notaciji pa tako elektron ima električni naboj $-e$, proton $+e$, jezgra helija $+2e$ i tako dalje. Kvarkovi, ovisno o vrsti, imaju samo dio elementarnog naboja: $+2/3e$ ili $-1/3e$. No, budući da kvarkovi ne postoje samostalno, već dolaze uvijek u kombinaciji dva ili tri kvarka, u prirodi nikad nije zapaženo postojanje čestice s nabojem manjim od jednog elementarnog naboja. Čestice sastavljene od 3 kvarka nazivamo barionima, dok mezonima nazivamo čestice sastavljene od para kvarka i antikvarka. Sva tvar (materija) u svemiru sastoji se od atoma, dakle od protona i neutrona, stoga su gornji i donji kvarkovi najviše zastupljeni kvarkovi u svemiru. Ostali kvarkovi su puno masivniji (masa kvarkova raste kako idemo od prve prema drugoj i trećoj generaciji) i puno rjeđi. Međutim, ranije u evoluciji svemira tvar je bila daleko energičnija, stoga su masivniji kvarkovi bili mnogo češći i imali su značajnu ulogu u reakcijama koje su se dogodile.

Leptoni

Od leptona najpoznatiji je elektron, stoga su leptoni najviše i proučavani budući da se svojstva elektrona zrcale u mionu i tau leptonu [2]. Ova tri leptona imaju isti električni naboj i malo toga, osim mase, razlikuje elektron od miona i tau leptona. Jedina očita razlika je u tome što se mion i tau lepton mogu raspadati na druge čestice (iz prve i druge generacije leptona i njihove antičestice), dok je elektron stabilna čestica. Isto kao i kod kvarkova, masa leptona se povećava kako idemo prema višoj generaciji. Ostala 3 leptona se nazivaju neutrimi jer su električki neutralni. Leptoni, za razliku od kvarkova, postoje u prirodi kao zasebne čestice. Leptoni druge generacije su rjeđi, ali ih se može naći u prirodi. Mione je lako proizvesti u laboratorijskim pokusima. Osim po masi, vrlo su slični elektronima. Zbog velike mase su nestabilni pa se raspadaju na elektrone i neutrina. Članovi treće generacije nisu viđeni u nikakvim prirodnim procesima, barem ne u ovom stadiju evolucije svemira. Mnogo ranije, kada je svemir bio topliji i kada su čestice imale daleko više energije, leptoni treće generacije su često nastajali u prirodnim reakcijama. Danas se tau lepton može promatrati samo u laboratorijskim pokusima, dok tau neutrino nije izravno viđen u pokusima već se njegovo prisustvo daje zaključiti iz određenih reakcija.

2.1.2 Bozoni

Za razliku od fermiona koji izgrađuju materiju, bozoni su čestice međudjelovanja i njihov spin je cjelobrojan. Skupini baždarnih bozona, spina 1, pripadaju fotoni, gluoni, W-bozoni i Z-bozoni, dok Higgsov bozon spada u skalarne bozone i njegov spin je 0.

Fotoni

Foton je osnovni djelić energije elektromagnetskog zračenja i on je elementarna čestica koja je posrednik u prenošenju elektromagnetskog međudjelovanja [3]. U vakuumu se foton giba

58 brzinom svjetlosti, a nema masu, električni naboj, ni energiju mirovanja.

59 **W i Z bozoni**

60 W i Z bozoni su elementarne čestice prijenosnici slabe nuklearne sile, odgovorne za raspade
61 protona u neutrone i obrnuto [4]. Za razliku od ostalih baždarnih bozona, mase mirovanja su
62 im različite od nule, a iznose 80,4 i 91,2 GeV/c², što je gotovo 100 puta više od mase protona,
63 zbog čega im je djelovanje ograničeno na atomsku jezgru.

64 **Gluoni**

65 Gluon je elementarna čestica bez mase, koja prenosi jako međudjelovanje i veže kvarkove u
66 hadrone [5]. Međudjelovanje kvarkova prenosi se emisijom i apsorpcijom gluona, slično kao
67 što se elektromagnetsko međudjelovanje prenosi fotonima.

68 Valja naglasiti da i svaka čestica ima svoju antičesticu suprotnog kvantnog broja i najčešće
69 joj simbol isti kao čestica samo s povlakom.

70 **2.2 Lagrangian SM-a**

SM teoretski možemo opisati objedinjenjem dvije teorije: kvantna elektrodinamika (eng. Quantum Electrodynamics QED) i kvantna kromodinamika (eng. Quantum Chromodynamics QCD). Sva tri međudjelovanja koja opisuje SM funkcioniraju u posredstvu nekog baždarnog bozona. Lagrangian SM-a je simetričan s obzirom na baždarnu grupu [6]:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (2.1)$$

71 QCD teorija opisuje jako međudjelovanje i bazirana je na $SU(3)$ grupi, dok QED objašnjava
72 elektroslabo međudjelovanje i simetrična je $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ grupi [6].

73 **2.2.1 Baždarna invarijantnost**

Neka su električno i magnetsko polje opisani preko vektorskih i skalarnih potencijala na idući način [7]:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.3)$$

Ako za potencijale vrijede baždarne transformacije [7]:

$$\phi \rightarrow \phi + \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} - \nabla\psi \quad (2.5)$$

to znači da električno i magnetsko polje nisu jedinstveno opisani, no baždarne transformacije su ih očuvale. Ako zapisujemo preko četverovektora potencijala i operatora diferencijala, baždarna transformacija se može zapisati kao:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha \quad (2.6)$$

gdje e označava električni naboj [7].

Lagrangian elektromagnetskog međudjelovanja

Ako Maxwellovu jednadžbu za slobodno elektromagnetsko (EM) polje zapišemo u Lorentz kovarijantnom obliku:

$$\partial_\mu F_{\mu\nu} = 0 \quad (2.7)$$

gdje je $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ tenzor jakosti EM polja, tada primjenjujući baždarne transformacije vidimo da tenzor ostaje ne promijenjen, stoga zaključujemo da je baždarno invarijantan što znači da su Maxwellove jednadžbe baždarno invarijantne [7]. Uvedimo sada Lagrangian za slobodno elektromagnetsko polje:

$$L_{EM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\nu\mu} \quad (2.8)$$

Baždarne transformacije na tom Lagrangianu se mogu opisati Abelovom grupom $U(1)$. Kada govorimo o Abelovoj grupi mislimo na matematički objekt linearne algebre čiji elementi zadovoljavaju svojstva: zatvorenosti, asocijativnosti, postojanje neutralnog elementa, postojanje inverznog elementa i komutativnosti. Ta grupa simetrije $U(1)$ ima jedan generator i to predstavlja postojanje jedne čestice medijatora elektromagnetne sile (fotona) [7]. Ukupni baždarno invarijantni Lagrangian za QED je dan kao:

$$L_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\nu\mu} + \bar{\psi}x[i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) - m]\psi(x) \quad (2.9)$$

Lagrangian elektroslabog međudjelovanja

Isti princip baždarne invarijantnosti koji vrijedi za QED može se primijeniti na elektroslabo međudjelovanje koje zapravo objedinjuje dvije teorije međudjelovanja elektromagnetsko i slabo nuklearno [6]. Ono obuhvaća $U(1)$ grupu koja opisuje EM međudjelovanja i $SU(2)_L$ grupu koja opisuje isospin slabog međudjelovanja. Grupa simetrije $SU(2)_L \times U(1)$ ima 4 generatora što zapravo predstavlja 4 čestice medijatora, 3 za slabo međudjelovanje (W^+ , W^- i Z bozon), te 1 čestica za elektromagnetsko međudjelovanje (foton).

Lagrangian elektroslabog međudjelovanja možemo zapisati kao [6]:

$$\begin{aligned}
 L_{EW} = & \bar{L}i\gamma^\mu\partial_\mu L + \bar{\psi}'_R i\gamma^\mu\partial_\mu \psi'_R \\
 & -g_w \bar{L}\gamma^\mu \frac{\sigma_i}{2} L W_\mu^i - g \bar{L}\gamma^\mu \frac{Y}{2} L B_\mu - g \bar{\psi}'_R \gamma^\mu \frac{\sigma_i}{2} \psi'_R B_\mu \\
 & -\frac{1}{4} W^{\mu\nu}_i W_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Lagrangian jakog međudjelovanja

Na sličan način kao i za elektroslabo međudjelovanje, grupa simetrije $SU(3)$ ima 8 generatora tj. 8 čestica međudjelovanja u jakoj sili (gluoni) [6]. Lagrangian takvog međudjelovanja dan je sa:

$$L_{QCD} = \bar{\psi}_i (i(\gamma^\mu D_\mu)_{ij} - m\delta_{ij}) \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \tag{2.11}$$

2.2.2 Spontano kršenje simetrije

Problem koji smo naveli u prošlom odlomku je vrlo elegantno riješen s tzv. BEH (Brout-Englert-Higgs) mehanizmom. To je zapravo mehanizam koji W i Z bozonima daje masu kada međudjeluju s nevidljivim poljem kojeg sada nazivamo Higgsovo polje [9]. Odmah nakon velikog praska iznos Higgsovog polje je bilo 0, no kako se svemir hladio i temperatura pala ispod kritične vrijednosti, polje je spontano raslo i kao posljedica toga u međudjelovanju s česticama davalo im masu. Kada se to ne bi događalo, ne bi ni bilo moguće razlučiti između 3 generacije elementarnih čestica jer po svim ostalim svojstvima su jednaki osim po masi. Što više čestica međudjeluje s poljem to teža postaje. Čestice poput fotona ne međudjeluju s poljem stoga ni nemaju masu. Sam koncept Higgsovog mehanizma je veoma sličan efektu feromagnetizma u kojem zbog jakog međudjelovanja magnetskih momenata atoma dolazi do kolektivnog magnetskog uređenja tzv. spontane magnetizacije. U vanjskom magnetskom polju, feromagnetične tvari postaju inducirani magneti koje zatim to polje privlači. Naravno intuitivno je jasno i da za Higgsovo polje postoji čestica Higgsov bozon koji možemo zamisliti kao nekakvu pobudu u polju, kao npr. val na površini mora [9].

Lagrangian Higgsovog polja

Očigledno je kako i za Higgsovo polje postoji Lagrangian [6]:

$$\begin{aligned}
 L_{Higgs} = & \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \mu^2 h^2 \\
 & + \frac{g_w^2 v^2}{4} W^-_\mu W^{+\mu} + \frac{g_w^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_w} Z_\mu Z^\mu \\
 & + \frac{g_w^2 v^2}{2} h W^-_\mu W^{+\mu} + \frac{g_w^2}{4} h^2 W^-_\mu W^{+\mu} + \frac{g_w^2 v}{4 \cos^2 \theta_w} h Z_\mu Z^\mu + \frac{g_w^2}{8 \cos^2 \theta_w} h^2 Z_\mu Z^\mu \\
 & + \frac{\mu^2}{v} h^3 + \frac{\mu^2}{4v^2} h^4
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Važno je naglasiti da je masa Higgsovog bozona ($m_H = \sqrt{|\mu|}$) slobodan parametar koji se ne može odrediti direktno iz teorije, već se mora izmjeriti. Također BEH mehanizam se iskoristio i za proširenje SM-a s baždarno invarijantnim Yukavinim članom koji je zadužen za davanje mase fermionima. On je zadan kao:

$$L_{Yukawa} = \sum_f -m_f \bar{\psi} \psi \left(1 + \frac{h}{v}\right) + \sum_{f'} -m_{f'} \bar{\psi}' \psi' \left(1 + \frac{h}{v}\right) \tag{2.13}$$

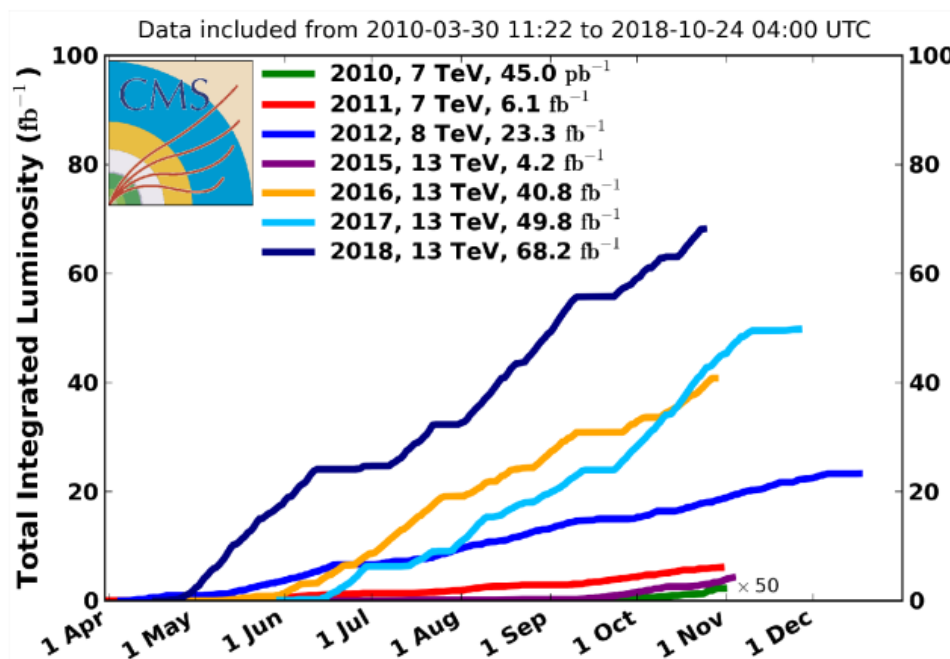
gdje prva suma ide po gornjem tipu fermiona, a druga po donjem tipu fermiona.

Konačni Lagrangian SM-a možemo pisati kao sumu jednadžbi 2.11, 2.10, 2.12 i 2.13 [6]:

$$L_{SM} = L_{QCD} + L_{EW} + L_{Higgs} + L_{Yukawa} \tag{2.14}$$

2.3 Higgsov bozon

Teoretski model koji smo opisali u prošlom poglavlju je predložen još 70-ih godina prošlog stoljeća, no eksperimentalno je dokazan tek 2012. godine. 4. srpnja te godine CMS i ATLAS eksperiment su objavili nepobitne dokaze o posljednjem velikom koraku koji je upotpunio SM kojeg poznajemo i dan danas [6]. Nakon izbacivanja prvih rezultata, znanstvenici iz europske organizacije za nuklearna istraživanja (fra. Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, CERN) nastavili su nadograđivati Veliki Hadronski Sudarač (eng. Large hadron collider, LHC) te su dobivali sve pouzdanije i točnije rezultate. Najbolji primjer koliko se eksperiment razvio prikazuje slika 2 koja pokazuje porast luminoziteta tijekom godina istraživanja, odnosno koliko se sudara dogodi u akceleratoru.



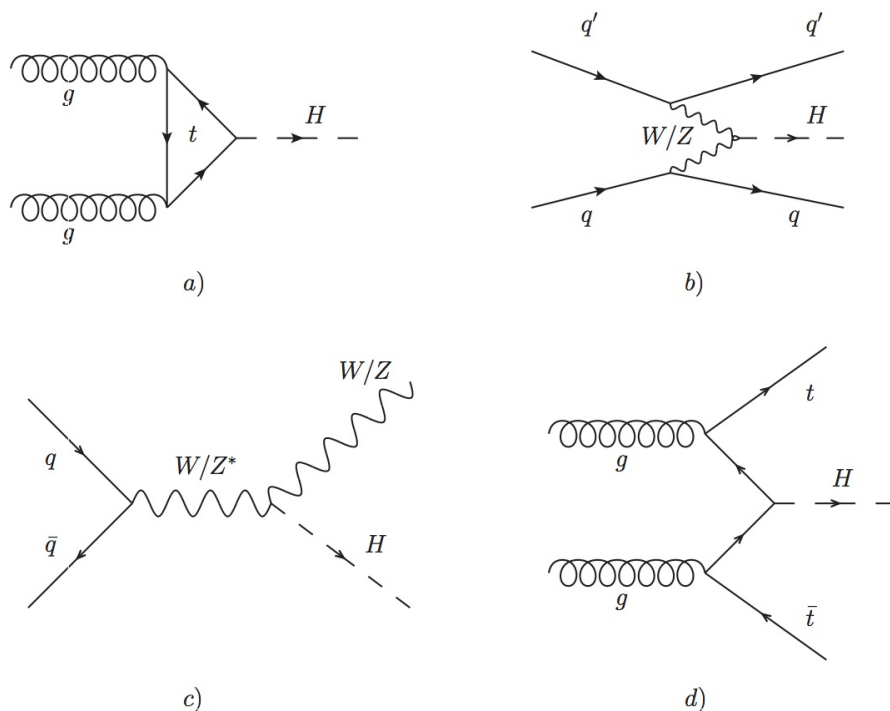
Slika 2: Luminozitet u ovisnosti o godinama.

2.3.1 Mehanizam produkcije Higgsovog bozona

Govoreći o SM-u neizbježno je spomenuti i Feynmanove dijagrame. To su grafičke ilustracije matematičkih izraza koje opisuju ponašanje i međudjelovanje subatomske čestice, a uveo ih je američki fizičar Richard Feynman 50-ih godina 20. stoljeća. Oni će nam pomoći pri opisu glavnih mehanizama produkcije tj. nastajanja Higgsovog bozona. Iako postoji više načina za nastajanje Higgsova bozona mi ćemo se koncentrirati samo na one koji su mogući u LHC-u. [6]

Gluon fuzija

Gluon fuzija je proces u kojem se dva gluona udružuju u međukoraknu petlju kvarkova, a potom iz te petlje nastaje Higgsov bozon [6]. Taj proces je najčešći, što je pokazano najvećim udarnim presjekom od svih ostalih načina produkcije. Razlog tome leži u činjenici da je luminozitet gluona jako velik u proton-proton sudarima visoke energije koje LHC može proizvesti.



Slika 3: a) Gluon fuzija, b) Vektor bozon fuzija, c) Procesi s pridruženom proizvodnjom W ili Z bozona, d) Procesi s pridruženom produkcijom $t\bar{t}$ para

Ostali načini proizvodnje

Vektor boson fuzija je drugi najčešći način produkcije Higgsovog bozona, ali udarni presjek tog procesa je manji za čak jedan red veličine od gluon fuzije [6]. Ovaj proces se događa kada dva fermiona izmjene virtualne W ili Z bozone koji se trenutno udružuju i prelaze u Higgsov bozon. Eksperimentalno gledajući ovaj proces je veoma bitan za znanstvenike jer iz njega se vrlo jasno mogu prepoznati popratni visoko energizirani jetovi s velikom invarijantnom masom.

Procesi s pridruženom proizvodnjom W ili Z bozona su treći najučestaliji način produkcije Higgsovog bozona. U tom procesu se fermion i antifermion sudare i proizvedu W ili Z bozon koji nakon toga izrači Higgsov bozon. Kao izlaz u tom procesu vidimo Higgsov bozon koji je popraćen sa leptonskim ili hadronskim česticama koji su proizvod W ili Z bozona.

Procesi s pridruženom proizvodnjom $t\bar{t}$ para su najrjeđi od svih procesa. U ovom procesu dva gluona u sudaru se raspadaju u dva para kvarkova i anti kvarkova i tada kvark iz jednog para produkta i antikvark iz drugog para se udružuju u Higgsov bozon. Za posljedicu ovog procesa vidimo izračeni par preostalih kvark i antikvark čestica.

2.3.2 Mehanizmi raspada Higgsovog bozona

U teoriji kvantne fizike vrijedi pravilo "ako se čestica može raspasti na lakše čestice to će i učiniti". Higgsov bozon nije iznimka. Kao što se Higgsov bozon može proizvesti na više načina tako i postoje razne varijacije u njegovom raspadu. Za Higgsove mase $125\text{Gev}/c^2$ SM

predviđa se vrijeme života od otprilike $1.6 \cdot 10^{-22}$ s [6]. To znači da kad se Higgs proizvede u sudaru, dok dođe do detektora već će se raspasti i kao takvog ga ne možemo prepoznati. Iz tog razloga mi promatramo čestice i njihova svojstva koje nastaju u raspadu Higgsova bozona. Na temelju tih svojstva određujemo karakteristike Higgsova bozona.

Jedan od takvih načina raspada je i cijepanje Higgsova bozona u fermion anti-fermion par. Generalno pravilo je da će se Higgs prvo raspasti na teže fermione pa tek onda na lakše, jer je masa fermiona proporcionalna jačini veze s Higgsom. Po toj logici najčešći raspad bi bio na gornji (eng. top), anti-top kvark, no ipak za takav raspad bila bi potrebna energija od $346 \text{ GeV}/c^2$. Iz tog razloga Higgs mase $125 \text{ GeV}/c^2$ se raspada na donji (eng. bottom) anti-bottom kvark par i to se događa u 57.7% situacija. Drugi najčešći u kategoriji fermion-antifermion je raspad na tau lepton anti-tau lepton par i to se događa u 6.3% slučajeva.

Druga kategorija raspada Higgsova bozona je u masivne baždarne bozone. U 21.5% slučajeva raspada se u par W bozona, a onda se isti mogu raspasti u kvark anti-kvark par ili pak u nabijen lepton i neutrino. Takav raspad W bozona je jako teško razlučiti od pozadine, a raspad u leptone je gotovo nemoguće rekonstruirati zbog slabe detekcije neutrina. Ljepši raspad je pak raspad u parove Z bozona i to se događa samo u 2.6% slučajeva, i par se poslije raspada u leptone koje je lako detektirati.

Raspad na ne masene baždarne bozone (gluone i fotone) je također moguć, no takav raspad sadrži i međukoraknu petlju virtualnih kvarkova. U 8.6% slučajeva dogodit će se raspad na gluone, dok najrjeđi od svih je raspad na fotone u samo 0.86%. No unatoč tome što je jako rijedak, jako je značajan jer se količina gibanja i energija može mjeriti jako precizno što daje izrazito točne rezultate pri rekonstrukciji Higgsovog bozona.

2.4 Kanal raspada $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\mu$

Od svih navedenih tipova raspada u ovom diplomskom radu baviti ćemo se samo onim u kojem se Higgsov bozon raspada na par Z bozona, a potom i oni u 4 muona [6]. No ipak ako pronađemo 4 muona ne znači da smo pronašli Higgsov bozon odnosno da su oni nastali iz Higgsovog bozona. Razlog tome leži u činjenici da parovi Z bozona mogu nastati i iz drugih reakcija koje predviđa SM, poput fuzije gluona ili anihilacije kvark antikvark para. Unatoč tome što samo 0.0124% svih sudara gdje se pojavi Higgs mase $125 \text{ GeV}/c^2$ rezultira ovim kanalom raspada jedan je od najznačajnijih. Razlog tome je što možemo napraviti potpunu rekonstrukciju objekata finalnog stanja čak i za jako malo energije. Rezolucija momenata za elektrone i muone je jako dobra i stoga je moguće jako precizno mjeriti masu Higgsovog bozona i možda najvažnije, omjer signala i pozadine je odličan čak 2:1 što znači da i kad umanjimo pozadinu i pritom izbrišemo signale, ostat će nam dovoljno signala za zdravu analizu. Ovaj kanal nam je također jako koristan jer uz samo mjerenje mase Higgsova bozona, moguće je mjeriti i jačinu signala, parnost elektrona, pouzdan udarni presjek, parove anomalija ili pak tražiti masivnije

Higgsove bozone.

3 LHC sudarivač i CMS eksperiment

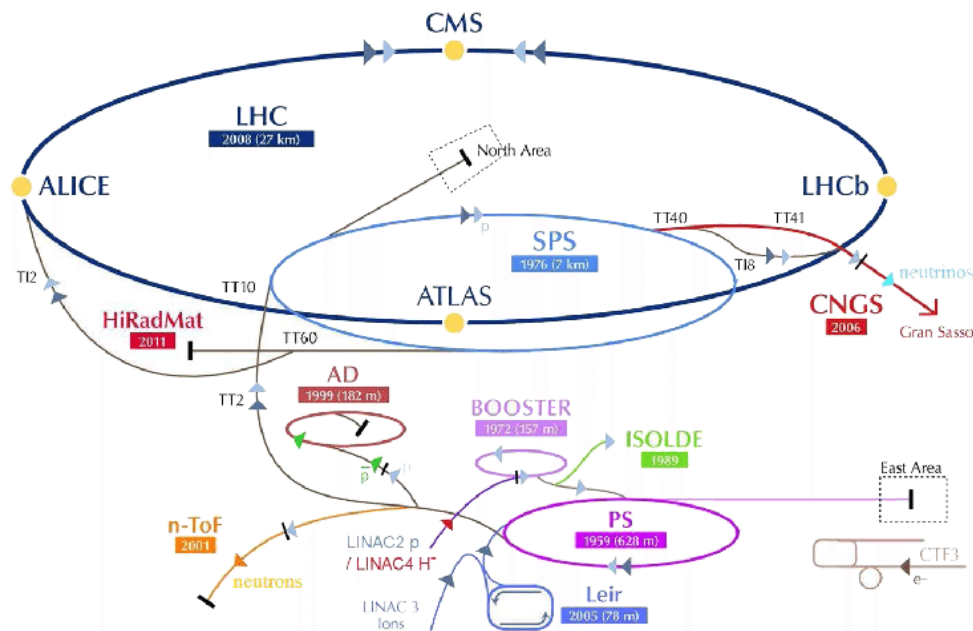
3.1 Povijest CERN-a

CERN organizacija osnovana je 29. rujna 1954. godine od strane 12 zemalja Zapadne Europe. Izvorno, CERN je bio akronim za francuske riječi Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, no danas institut nosi naziv Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire. Ipak radi branda i povijesnih razloga zadržan je akronim CERN. Laboratorij je izvorno bio namijenjen istraživanju jezgre atoma, ali se ubrzo nakon toga prebacio na istraživanje međudjelovanja subatomske čestice. Danas, CERN je najveći laboratorij za fiziku visokih energija na svijetu. Nalazi se na sjeverozapadnoj strani Ženeve na Francusko-Švicarskoj granici i sastavljena je od 23 članice država svijeta. Glavna zadaća CERN-a je omogućavanje provođenja eksperimenata u fizici visokih energija s ubrzivačima čestica i ostalom infrastrukturom koja bi nezavisnim znanstvenicima bila jako skupa i teško dostupna. Iako je u CERN-u izvedeno mnogo uspješnih eksperimenata, ovo su glavna postignuća u bogatoj povijesti njegova rada [10]:

- 1973. Otkriće neutralnih struja
- 1983. Otkriće W i Z bozona
- 1989. Utvrđivanje broja neutrinjskih vrsta
- 1995. Prvo stvaranje atoma antivodika
- 1999. Otkriće izravnog CP-narušenja
- 2010. Izolacija 38 atoma antivodika
- 2011. Održavanje antivodika više od 15 minuta
- 2012. Otkriće Higgsovog bozona

3.2 LHC

LHC je najveći i najmoćniji ubrzivač čestica na svijetu. Pušten je u pogon 10. rujna 2008. godine kada je zamijenio dotadašnje sustave Protonskog Sinkotona (eng. Proton Synchrotron, PS) i Super Protonskog Sinkotona (eng. Super Proton Synchrotron, SPS) prikazane na slici 4.



Slika 4: Schema LHC-a u CERN-u

Unutar samog ubrzivača, prije nego se sudare, putuju dvije visoko energizirane zrake čestica koje se gibaju brzinom bliskoj brzini svjetlosti [11]. Zrake putuju unutar dvije odvojene cijevi u suprotnim smjerovima, a same cijevi su pod visokim vakuumom. Zrake su dovedene do brzine svjetlosti sa snažnim magnetskim poljem supravodljivih elektromagneta, koji su izgrađeni od zavojnica specijalnog materijala koji se ohladi na -271.3°C te omogućuje bez otporni tok struje, tj. omogućuje da se ne gubi nikakva energija. Iz tog razloga, cijeli akcelerator je umrežen u sistem tekućeg helija. Tisuće magneta raznih oblika i veličina usmjeravaju zrake kako bi točno prije sudara, zrake bile na istoj poziciji s većom vjerojatnošću udarnog presjeka. Radi dobivanja osjećaja možemo reći da je taj sustav toliko precizan kao da ispalimo dvije igle na 10 km udaljenosti i želimo da se sudare. Sami sudari se događaju u 4 različita detektora ATLAS, CMS, ALICE i LHCb.

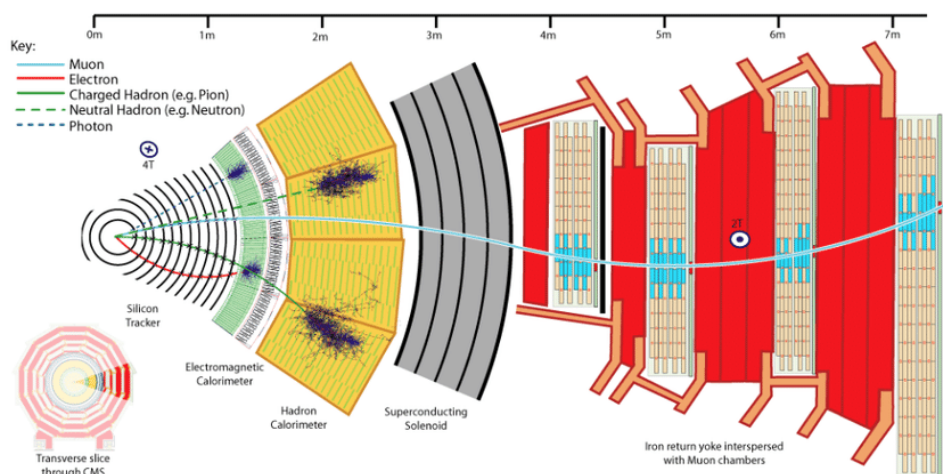
3.3 CMS

Kompaktni muonski solenoid (eng. Compact Muon Solenoid, CMS) jedan je od 4 detektora koja postoje u LHC-u i ovo su njegove glavne karakteristike:

- kompaktnost – relativno je malen s obzirom na svoju masu
- muonski – napredni sustav za detekciju muona
- solenoid – supravodljivi solenoid

Kako je masa Higgsovog bozona slobodan parametar u SM-u, moralo je se tražiti u širokom energetsom rasponu od 100 GeV do 1 TeV. To je značilo da je detektor morao biti sposoban

rekonstruirati i identificirati objekte u finalnom stanju nakon raspada iz Higgsovog bozona. Također detektor je morao biti dovoljno brz da analizira sve bitne događaje u sudarima, ali isto tako da preživi visoku radijaciju koja se događa u istim. Detektor se nalazi 100 m ispod malog francuskog sela Cessy. 21 metar dug, 15 metara širok te 15 metara visok, CMS je kao veliki filter sa strukturom luka. Svaki sloj je zadužen za mjerenje i zaustavljanje različite vrste čestica. Detektor je izgrađen oko velikog magnetnog solenoida u obliku cilindra koji je ohlađen na $-268.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ i generira polje od 4 T, što je oko 100 puta jače od magnetskog polja Zemaljske kugle. Čestice nastale u sudaru (slika 5) prvo prolaze kroz tracker sistem koji detektira putanju elektrona. Cijeli tracker se nalazi pod jakim magnetskim poljem od 4T kojim se može vrlo precizno zakriviti elektron i izvući njegova svojstva poput količine gibanja. Izvan trackera nalazi se elektromagnetski kalorimetar (eng. Electromagnetic Calorimeter, ECAL) koji namjenjen za detekciju i zaustavljanje fotona i elektrona. Idući sloj je hadronski kalorimetar (eng. Hadronic Calorimeter, HCAL) zadužen za detekciju i zaustavljanje hadrona i nešto je slabijeg magnetskog polja od otprilike 3.8T. Sve to obavijeno je supravodljivim solenoidom zaduženim za generiranje tako snažnih magnetskih polja. Konačno, 4 sloja muonskih detektora i željeznih barijera služe za detekciju i zaustavljanje muona pod magnetskim poljem od 2T.



Slika 5: Schema CMS detektora u CERN-u

3.3.1 Sistem okidača

Pri maksimalnom opterećenju u CMS-u se sudari događaju svakih 25ns i nije moguće zabilježiti svaki od sudara [6]. Zato je razvijen sustav okidača da bi zabilježili samo one događaje visokih energija koji su nam posebno važni. Sustav je sastavljen od 3 koraka, gdje je L1 kompletno hardverski, dok su L2 i L3 softverski i objedinjeni su u visoko razinski okidač (eng. High level trigger, HLT). L1 razinski okidač spusti frekvenciju sudara koje prihvaćamo sa 40MHz na samo 100kHz. Kako ne bi miješao čestice iz dva različita sudara dozvoljen je odmak od samo $4\text{ }\mu\text{s}$. Ako je uvjet zadovoljen šalje se na obradu u HLT sustav, a ako ne sudar se odbacuje. Zbog

hardverske ograničenosti L1 sustav funkcionira samo na kalorimetrima i muonskim komorama. Ako prođe L1 sustav okidača, sudar dolazi na softversku obradu koja zahtjeva ispunjavanje raznih uvjeta kao npr. postojanje dva izolirana elektrona. U konačnici finalni ispis je samo 1kHz frekvencije.

3.3.2 Rekonstrukcija čestica

Kao što smo već naveli, neke čestice imaju kratki vijek života i nemoguće ih je direktno detektirati. Iz tog razloga potrebno je napraviti rekonstrukciju čestica nastalih u procesu raspada naše željene čestice. Svaka čestica koja se detektira može nastati iz više elemenata i glavni cilj kod rekonstrukcije je povezati različite čestice u različitim detektorima s istom izvornom česticom. Rekonstrukcija se može razbiti u 3 grube kategorije: praćenje tragova, algoritam klastera i algoritma čestičnog toka (eng. Particle-flow, PL). Praćenje tragova se odvija tako da se promatra trag čestice koja prolazi kroz magnetsko polje. Znajući snagu tog magnetskog polja možemo znati i svojstva dane čestice. Tracker može rekonstruirati putanje visoko-energiziranih muona, elektrona i hadrona. Također od trackera se očekuje da bude dovoljno precizan do na $10\text{ }\mu\text{m}$, ali opet toliko nježan da ne utječe na samu česticu [12]. Svrha algoritma klastera u kalorimetru je detektiranje i mjerenje energije i putanje stabilne neutralne čestice, odvajanje neutralnih čestica od nabijenih hadronskih deposita energije, te rekonstrukcija i identifikacija elektrona s popratnim zakočnim zračenjem fotona. PF algoritam objedinjuje cijelu rekonstrukciju u jednu cijelinu, no radi kompleksnosti ovog algoritma mi ćemo u ovom diplomskom opisati samo praćenje tragova muona i njihovu rekonstrukciju.

S PF algoritmom možemo rekonstruirati 3 različita tipa muonskih kandidata:

- Muoni koji stoje sami za sebe
- Globalni muoni
- Muoni tragova

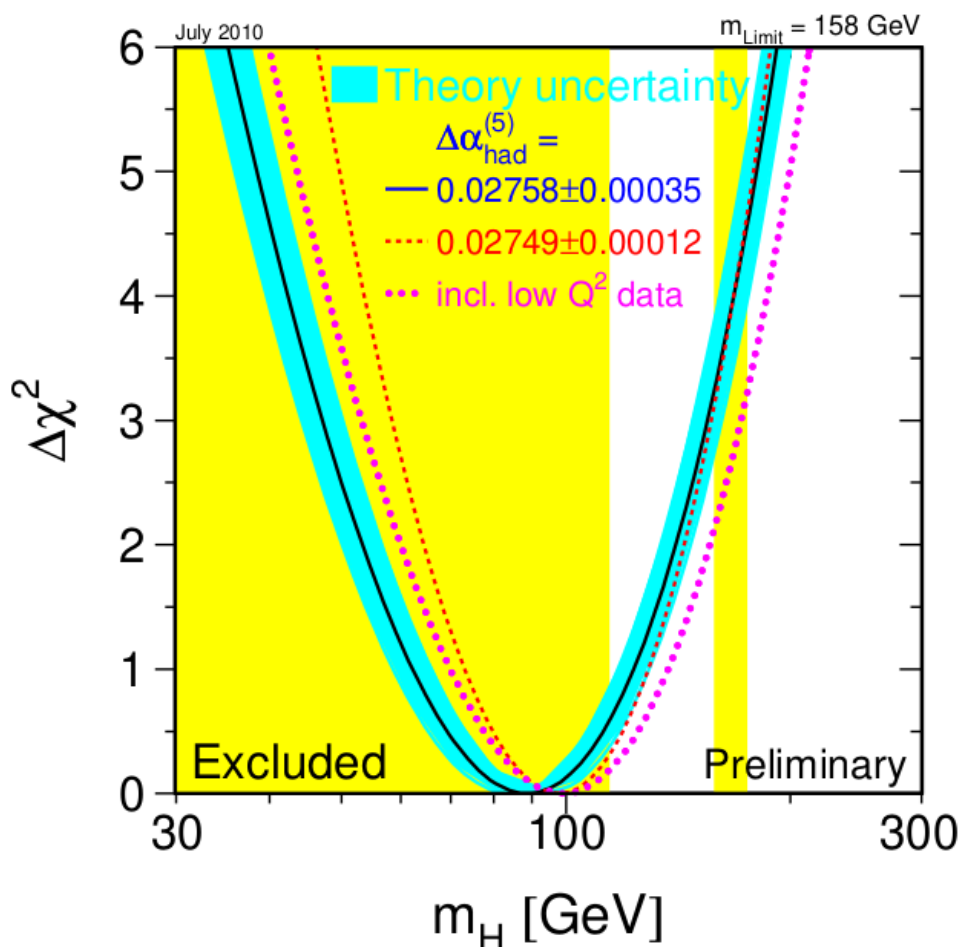
Čak 99% rekonstruiranih muona su globalni ili muoni tragova [6]. Globalni muoni popravljaju rezoluciju momenata, a muoni tragova popravljaju učinkovitost muona s niskom količinom gibanja koji ne uspiju u potpunosti prijeći cijeli CMS detektor. Globalni muoni i muoni tragova koji imaju isti trag se povezuju u jednog kandidata. Muoni koji stoje sami za sebe inače imaju lošiju rezoluciju momenata i veću mješavinu kozmičkih miona nego globalni i muoni tragova. Naboj i količina gibanja PF muona se uzima iz fita tragova ako je količina gibanja manja od 200 GeV. Iznad te vrijednosti količina gibanja se uzima prema najmanjoj chi-square vjerojatnosti iz fita za različite tragove. Naravno da pri ovakvoj rekonstrukciji može doći do pogreške i druge čestice se rekonstruira kao muone i onda oni predstavljaju pozadinu.

4 Analiza kanala raspada $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\mu$

Kako bi što bolje opisali svojstva Higgsovog bozona u SM-u jako je bitno da odredimo koje ćemo događaje promatrati proizvedene u CMS detektoru [6]. Proces odabira događaja u ovoj analizi fokusira se na dobivanje što više signala Higgsovog bozona sa što manje pozadine. Također veoma bitan korak ove analize je odabir opservabli kojima možemo odijeliti signal i pozadinu. Govoreći o pozadini postoje dvije vrste: reducibilna i ireducibilna pozadina. Ireducibilna pozadina ima isto finalno stanje kao i signal, no nastala je iz drugog procesa SM-a. Npr. Za naš kanal $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\mu$, procesi ireducibilne pozadine bi bili $gg \rightarrow ZZ$ i $qq \rightarrow ZZ$ te bi se Z bozoni raspadali na 4 muona. Za razliku od ovakvih procesa koje nije teško simulirati, problem stvaraju procesi s reducibilnom pozadinom. To su procesi u kojem su finalni objekti krivo protumačeni u detektoru kao muoni nastali iz Z bozona. Dominantni izvori takvih događaja su Z bozoni i jetovi, gdje npr. Heavy flavour jetovi proizvode sekundarne leptone ili gdje se raspadanje nabijenih hadrona preklapa s raspadom piona i onda tumačimo to kao leptone. Važno je promatrati sve moguće raspade, a onda sve objединiti statističkom analizom u kojoj preko likelihooda mjerimo neki parametar od interesa poput mase Higgsovog bozona.

4.1 Podaci i Montecarlo simulacije

Kao što smo već spomenuli u prošlom poglavlju, SM ne može predvidjeti masu Higgsovog bozona. Taj problem je znanstvenicima, prije otkrića Higgsovog bozona, zadavao probleme jer je cijela teorija SM-a počivala na činjenici da Higgs postoji i da ima nekakvu masu. Ipak, ustrajući u svojoj namjeri, da dokažu postojanje Higgsa, iz teorije začete još 50-ih godina prošlog stoljeća znanstvenici su promatrali mase W bozona i top kvarka. Prema SM-u te čestice dolaze u mehanizmima produkcije Higgsa, a analizirajući mase tih čestica suzilo se područje u kojima se traži Higgsov bozon [14].



Slika 6: Vjerojatnost postojanja Higgsova prikazan je kao funkcija χ^2 u ovisnosti o masi Higgsovog bozona

U radu iz 2003. godine [15] znanstvenici su eksperimentalnim mjerenjima odbacili hipotezu o postojanju mase Higgsovog bozona ispod 114 GeV, dok je 2011. odbačeno i postojanje mase Higgsovog bozona u intervalu od 158 do 173 GeV [16]. Uzimajući u obzir takva ograničenja konstruirala se likelihood funkcija najizglednije mase Higgsovog bozona, koju ćemo kasnije detaljnije opisati. Kako predviđanje standardnog modela nije apsolutno, već ovisi i o drugim parametrima, na slici 6 su prikazane i parabole koje predstavljaju pogreške eksperimentalnih mjerenja tih parametara. Iako je najvjerojatnija vrijednost mase Higgsovog bozona u minimumu parabola, gore navedenim saznanjima, novo najizglednije područje pronalaska mase Higgsovog bozona postalo je interval od 114 do 158 GeV. Upravo takva saznanja su dovela znanstvenike da godinu dana kasnije dođu do najvažnijeg fizikalnog otkrića 21. stoljeća.

MonteCarlo simulacije

Idući ključni korak u potrazi za masom Higgsovog bozona i dokazivanju teorije SM-a, bile su izrade računalnih MonteCarlo simulacija. MC simulacije su računalni algoritmi koji se temelje na uzorkovanju slučajnih brojeva kako bi opisali nekakav problem koji može biti deter-

minističke prirode [13]. One su idealan način za simuliranje stvarnih procesa koji se zbivaju u detektoru i gotovo jedini način za dokazivanje fizikalne teorije ovakve vrste. Kao što su i realni procesi podijeljeni u nekoliko koraka, tako i MC simulacije moramo razdvojiti u različite etape. Prvi korak je simulacija proton-proton sudara. Teorija SM-a za p-p sudar nam daje vjerojatnosti nastanka pojedinih elementarnih čestica. U našem konkretnom slučaju, simulirao se sudar protonskih zraka energiziranih na 13Tev. Kako neke elementarne čestice ne mogu egzistirati zasebno, poput gluona i kvarkova, idući potrebnim korakom je hadronizacija istih, te simuliranje jet-ova i čestičnog pljuska nastalog pri sudaru protonskih zraka. Kako protone ne šaljemo u kontinuiranom slijedu, već ih grupiramo u nakupine, pri prolasku jedne nakupine kraj druge može doći do tzv. preklapajućih nakupinskih međudjelovanja (eng. Pile up interactions) [18]. U tim procesima dolazi do zanimljivih, ali ne željenih procesa koji mogu omesti detektor. Zato je bitno simulirati i te događaje, kako ne bi došli do krivog zaključka o vjerojatnosti odvijanja procesa prema SM-u. Nakon kreiranja događaja s odgovarajućim vjerojatnostima, potrebno je simulirati detektiranje istih. Trenutno najbolja platforma za simuliranje prolaska čestice kroz materiju je paket GEANT4 [19]. Software razvijen 1998. godine, osim simuliranja detektora koji koristimo u čestičnoj fizici, koristi se u astrofizici pa čak i u medicini. Posljednji korak MC simulacija je imitacija HLT-a i rekonstrukcija događaja s istim algoritmima koji se koriste i za prave podatke. Također, za razliku od stvarnih podataka gdje su signalni i pozadinski podaci izmiješani, s MonteCarlo simulacijama možemo vrlo elegantno odvojeno analizirati pozadine i signale. Svi oni su izgenerirani programskim paketom PYTHIA [20].

Zbog kompleksnosti izrada ovakvih MC simulacija, u ovom radu smo dobili već generirane podatke.

Signalni podaci

Signalne procese koje smo razmatrali u ovom istraživanju su gluon-gluon fuzija ($gg \rightarrow H$), te vektor bozon fuzija. Zbog male signifikantnosti na ukupni signal, ostale procese (WH , ZH , ttH , bbH) u produkciji Higgsovog bozona smo zanemarili.

Pozadinski podaci

Kao što smo već objasnili na početku ovog poglavlja, reducibilnu pozadinu nije teško simulirati jer SM predviđa vjerojatnosti nastanka takvih procesa. U naše istraživanje uključili smo kanal $qq \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ i kanala $gg \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$. Simuliranje ireducibilne pozadine se odvija na nešto kompleksniji način. Zbog velikog broja događaja u detektoru, dolazi do miješanja i fuzije čestica iz dva ili više različitih sudara. Iz tog razloga algoritam rekonstrukcije može pogriješiti u spajanju čestica i dobivamo krivo očitavanje. Ipak vrlo efikasno, znanstvenici su kompleksnim tehnikama iz pravih podataka, ne utječući na konačan rezultat, uspjeli izvući vjerojatnost pojave ovakvih događaja. Sve procese ovakvog tipa ustaljeno je označavati sa $Z+X$ [6].

Težina događaja

Prije analize simuliranih podataka, bitan korak je dodjeljivanje težina svakom događaju. Težine događaja predstavljaju vjerojatno odvijanja istog. Bez ovog koraka, svi događaji bi bili jednako vjerojatni i to bi uvelike narušilo stvarni prikaz podataka. Težine događaja se računaju prema formuli:

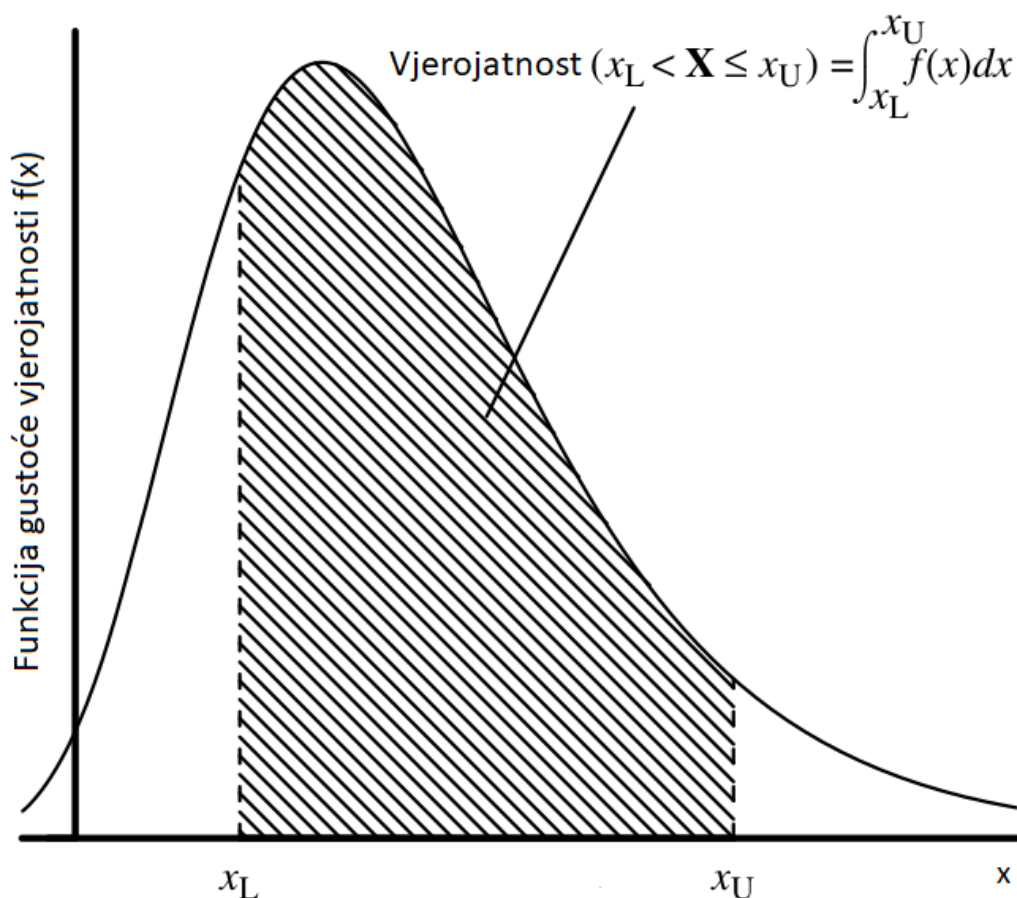
$$w_{\text{dogaaja}} = \frac{L_{\text{int}} * \sigma * BR * SF}{\sum_{\text{svidogaaji}} w_{\text{generator}}} \quad (4.1)$$

U jednadžbi 4.1 L_{int} predstavlja luminozitet, a σ udarni presjek. Luminozitet je veličina obrnuto proporcionalna udarnom presjeku i govori nam koliko podataka možemo "ugurati" u udarni presjek. Što je veći luminozitet, veća je šansa da će doći do sudara čestica. U ovom radu, podaci su prikupljeni u periodu 2016-2018 i ukupan luminozitet je bio 137.7 fb^{-1} slika2. BR predstavlja omjer grananja koji nam govori (ovo mi malo treba pojasnit), a SF je faktor skaliranja koji moramo uvesti kako bi opisali sve ostale minorne procese koji utječu na konačne podatke.

4.2 Statistička analiza

4.2.1 PDF

Idući korak nakon simulacije događaja u detektoru je pronaći model, tj. funkciju koja najbolje opisuje naše simulirane podatke. Takve vrste funkcija se zovu funkcije gustoće vjerojatnosti (eng. Probability density function, PDF). PDF je funkcija koeficijenta prve derivacije raspodjelne funkcije $F(x)$ u točkama gdje je x definiran $f(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x}$. Za kontinuiranu vrijednost od x , površina ispod grafa PDF-a u intervalu od x_L do x_U predstavlja vjerojatnost da neki slučajno generiran broj prema danom modelu $F(x)$ upadne u dani interval [29].



Slika 7: PDF funkcija. Slika preuzeta iz [29]

361 4.2.2 Likelihood

Ipak kada odaberemo pravi PDF za opisivanje simuliranih podataka, njene parametre treba namjestiti tako da funkcija prati podatke. Taj postupak se zove prilagodba funkcije na podatke (eng. fit). Funkcija koja nam govori koliko dobro naš PDF opisuje dane podatke zove se likelihood funkcija. Ako pretpostavimo da su svi događaji međusobno nezavisni, onda je vjerojatnost za N događaja dana kao produkt vjerojatnosti svakih od pojedinačnih događaja:

$$P(x; \theta) = P(x_1; \theta)P(x_2; \theta) \cdots P(x_N; \theta) = \prod P(x_i; \theta) \quad (4.2)$$

Kada se varijabla x zamjeni opservablom x^{OBS} tada P nije više PDF, već likelihood funkcija koja se označava sa $L(x^{OBS}; \theta)$. Vjerojatnost odvijanja N nezavisnih događaja je dana s:

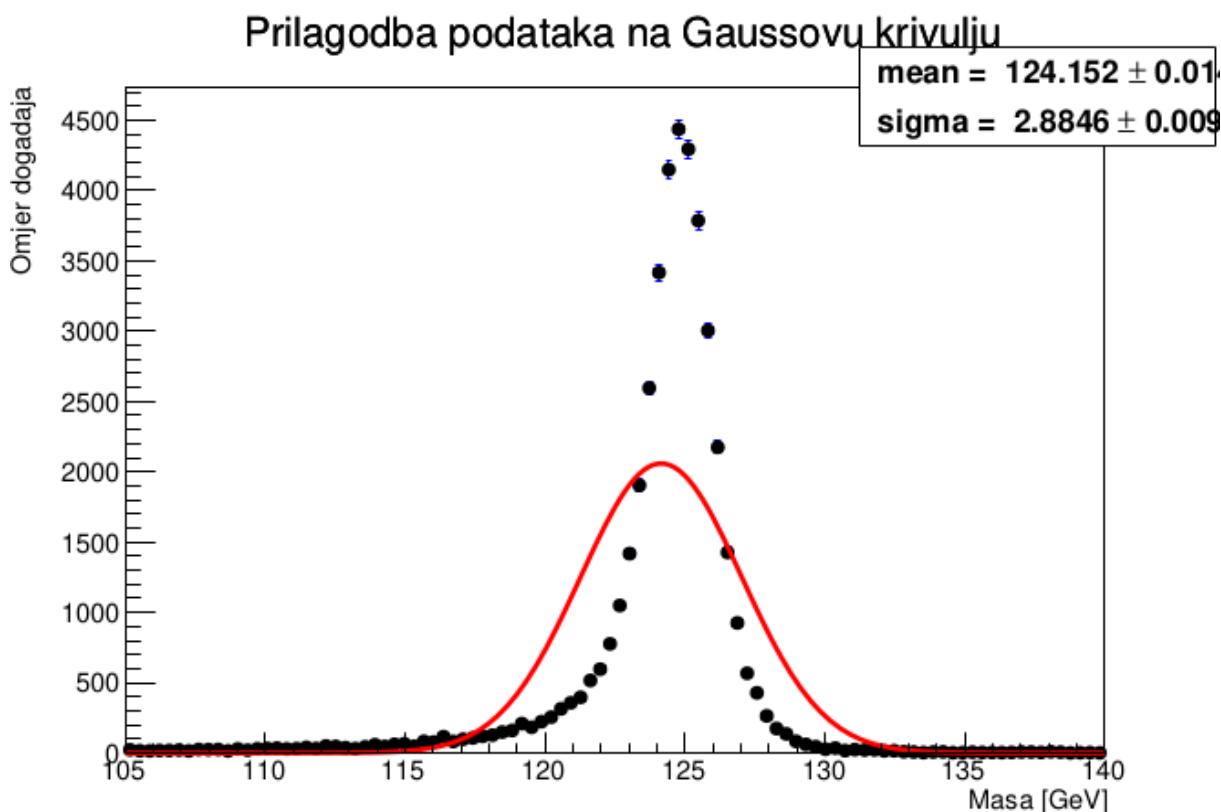
$$L(x; \theta) = \prod f(x_i; \theta) \quad (4.3)$$

Maximum likelihood estimator $\hat{\theta}$ je vrijednost θ za koji je funkcija likelihooda postiže najveću vrijednost. Traženje maksimuma se može provesti na standardan način, deriviranjem funkcije L

i izjednačavanjem s 0, no ipak je bolje tražiti maksimum log-likelihood funkcije:

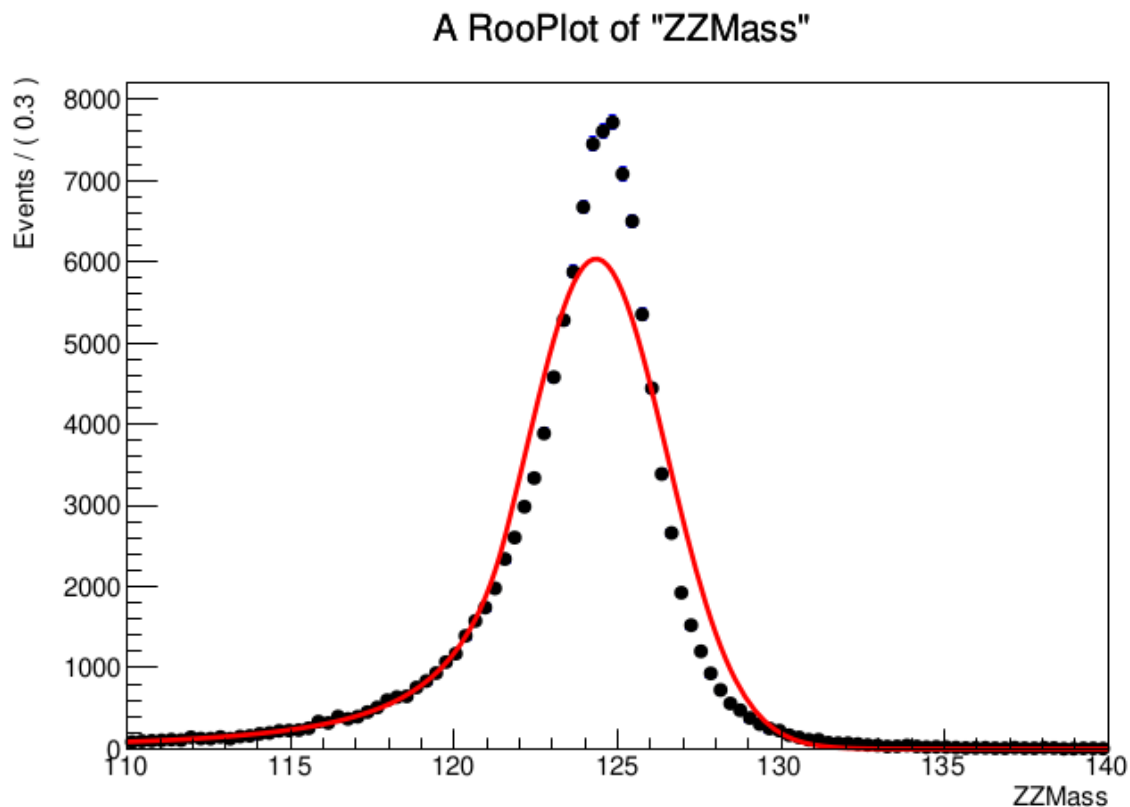
$$\ln L(x; \theta) = \sum \ln f(x_i; \theta) \quad (4.4)$$

362 jer je operacija množenja zamijenjena operacijom zbrajanja koja je računalno puno jednos-
363 tavnija. Ovdje valja naglasiti da procjena maksimumlikelihooda nije najvjerojatnija vrijednost
364 traženog parametra, već je najbolja procjena naših uzorkovanih podataka.



Slika 8: Prilagodba podataka na Gaussovu krivulju

365 Prvo smo pokušali prilagoditi simulirane podatke na Gaussijan PDF-a (slika 8). Uzimajući
366 srednju vrijednost koja varira u intervalu [105,140], te σ [0.1, 5.0] uočavamo loše slaganje sa
367 simuliranim podacima, posebno oko 125Gev. Ipak Gussian je dobar temelj za nastavak rada,
368 jer vidimo simetričnu raspodjelu podataka oko 125Gev.



Slika 9: *Prilagodba podataka na Crystall ball krivulju*

369 Idući pokušaj je bio s Crystal ball funkcijom koja se inače koristi u opisivanju raznih procesa
370 u fizici visokih energija. Sama funkcija u svojoj jezgri sadrži Gaussian, a drugi dio je rep koji
371 se pojavljuje ispod određenih vrijednosti. Svi parametri su varirani i pušteni da dostižu svoje
372 granične vrijednosti, no ipak najveći peak nije dosegnut.

Konačno, funkcija koja je najbolje opisala signalne simulirane podatke bila je double Crystal

ball:

$$dCB(x; \alpha, \alpha 2, n, n 2, \mu, \sigma) = N \cdot \begin{cases} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}), & -\alpha < \frac{x-\mu}{\sigma} < \alpha 2 \\ A \cdot (B - \frac{x-\mu}{\sigma})^{-n}, & \frac{x-\mu}{\sigma} < -\alpha \\ E \cdot (F + \frac{x-\mu}{\sigma})^{-n 2}, & \frac{x-\mu}{\sigma} > \alpha 2 \end{cases}$$

$$A = (\frac{n}{|\alpha|})^n \cdot \exp(-\frac{|\alpha|^2}{2}),$$

$$B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha|,$$

$$N = \frac{1}{\sigma(C + D)}, \quad (4.5)$$

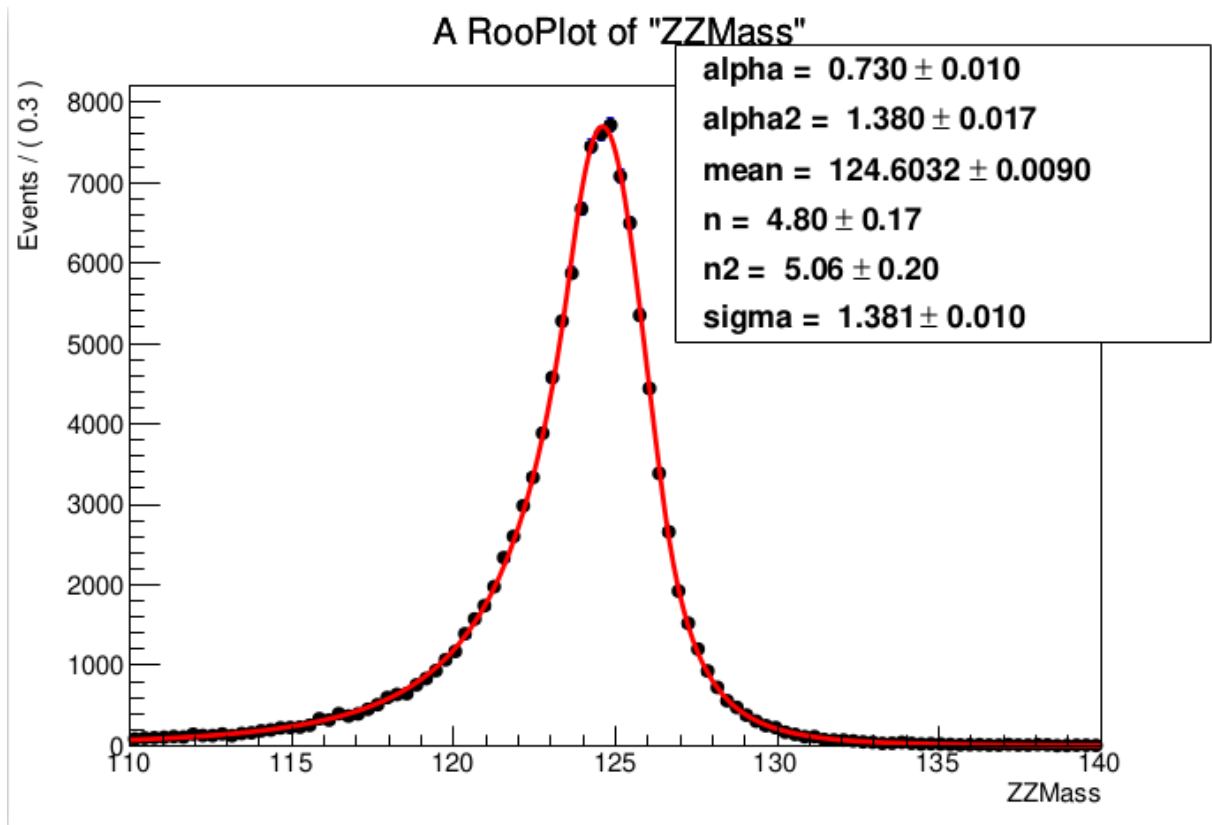
$$C = \frac{n}{|\alpha|} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \exp(-\frac{|\alpha|^2}{2}),$$

$$D = \sqrt{\frac{\pi}{2}}(1 + \operatorname{erf}(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}))$$

$$E = (\frac{n 2}{|\alpha 2|})^n \cdot \exp(-\frac{|\alpha 2|^2}{2}),$$

$$F = \frac{n 2}{|\alpha 2|} - |\alpha 2|$$

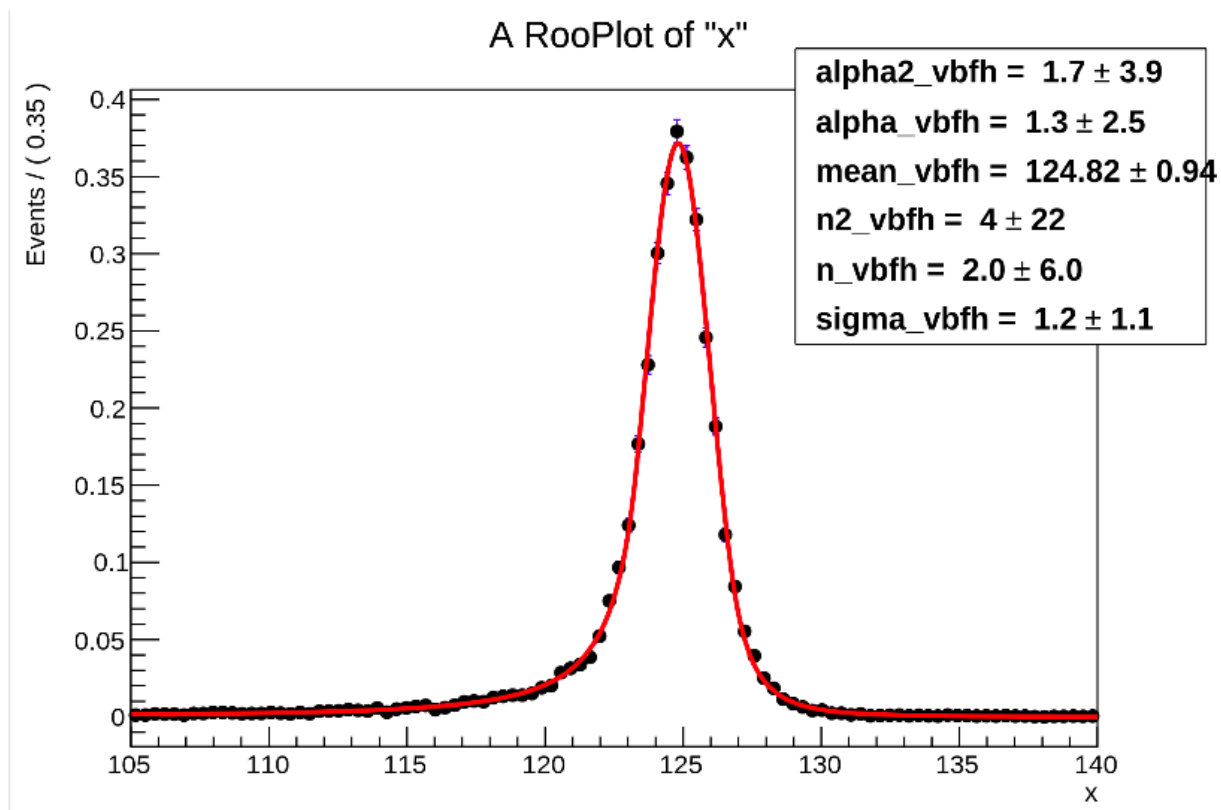
Istom funkcijom koristili su se znanstvenici u CERN-u prilikom otkrivanja mase Higgsovog bozona. To je bila najjednostavnija, a ujedno i najrobusnija funkcija koja je mogla dovoljno dobro opisati simulirane podatke [33]. Sačinjena je od jezgre Gaussiana srednje vrijednosti(eng. mean) i širine σ , te polinoma n -tih stupnjeva gdje je $n=2.5$ za niski rep, a $n=10$ za visoki rep. Parametri pragova (eng. Threshold) α_{CB} određuju u kojoj točki Gauss prelazi u polinomnu funkciju.



Slika 10: Prilagodba podataka na Double Crystall ball krivulju

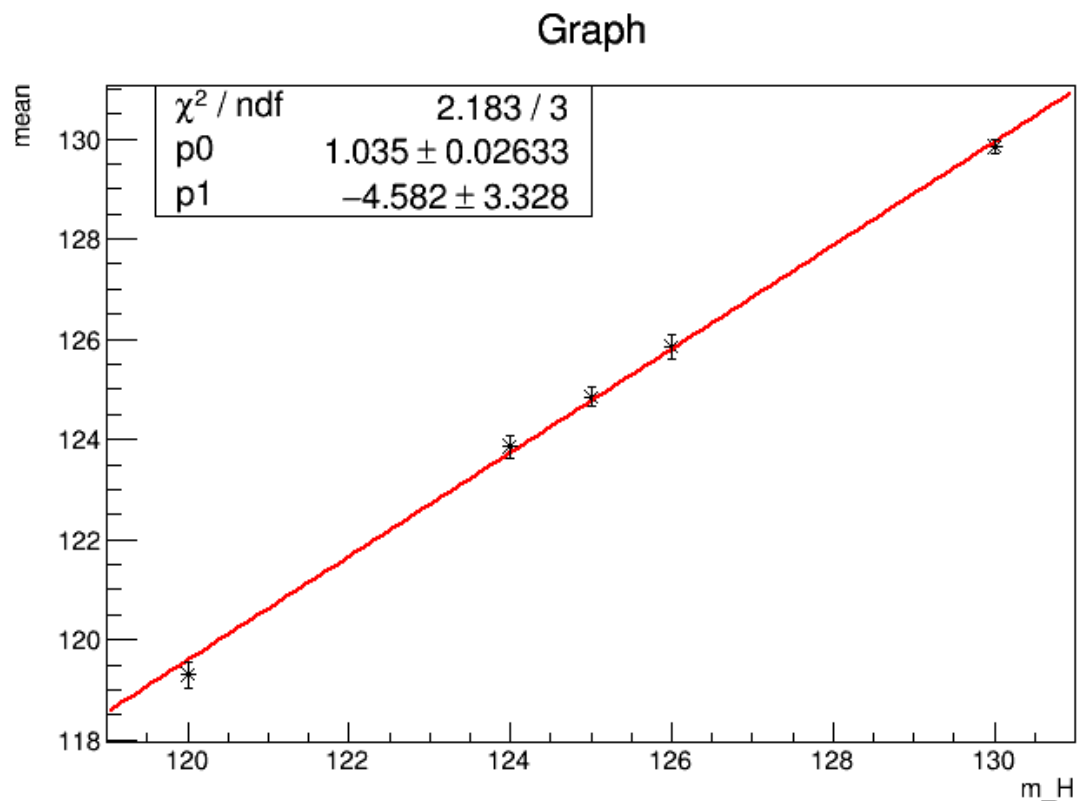
379

Na isti način, dCB funkciju smo prilagodili i na signal u kanala vektor bozon fuzije slika 11:



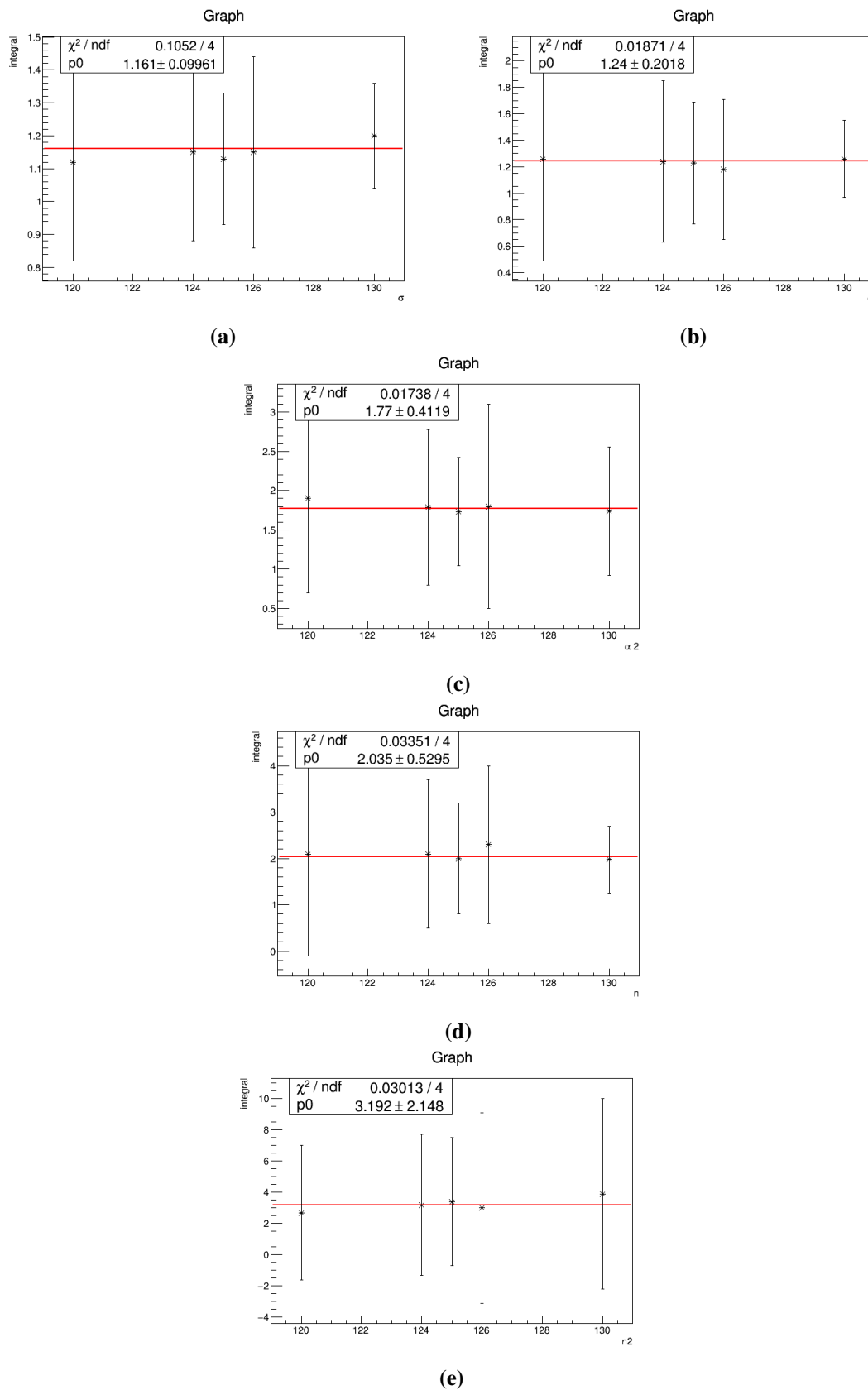
Slika 11: *Prilagodba podataka iz VBFH signala na Double Crystal ball krivulju*

Cijeli postupak prilagodbe podataka na double Crystal ball funkciju ponovljen je i za simuli-
 rane podatke u kojima se masa pretpostavlja na vrijednosti 120,124,126 i 130 GeV. Uzimajući
 dobivene srednje vrijednosti s obzirom na različite mase, uočena je linearna ovisnost parametra
 mean o mH slika 12.



Slika 12: Fit linearne funkcije na srednje vrijednosti za različite mase Higgs-a

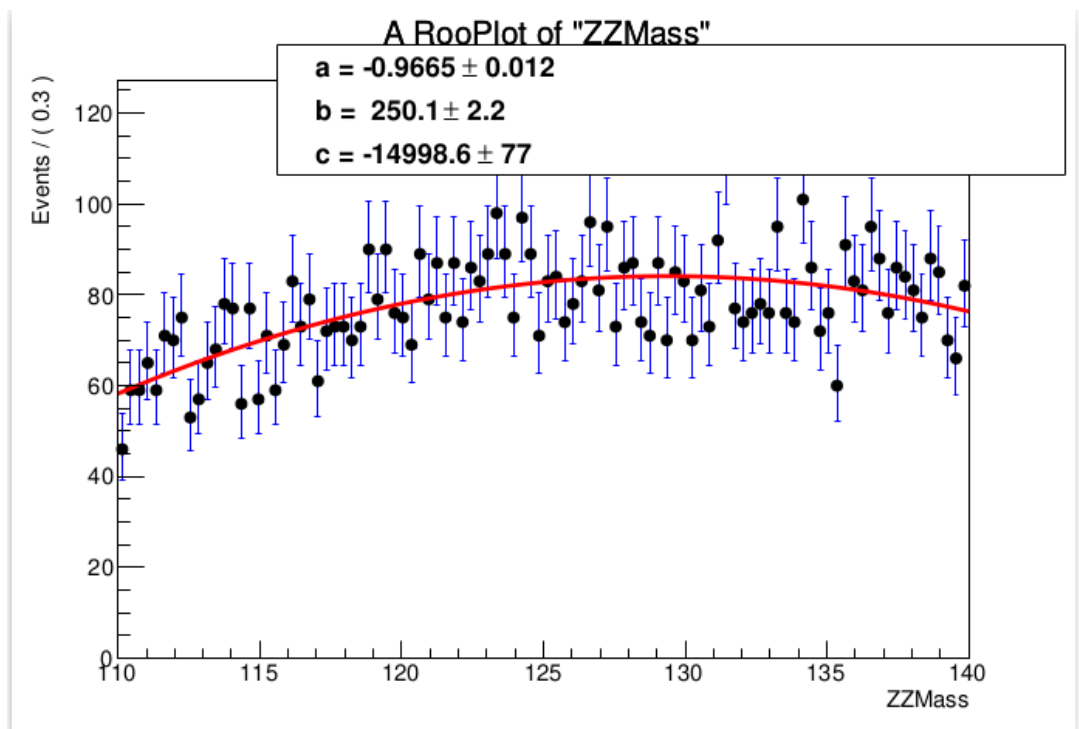
384 Tako smo zapravo parametrizirali masu Higgsovog bozona kao linearnu funkciju srednjih
 385 vrijednosti funkcija prilagođenih za različite simulirane podatke. Isti postupak parametrizacije
 386 smo napravili i za ostale parametre double crystal ball funkcije. Uočeno je konstantno pon-
 387 ašanje svakog parametra u ovisnosti o masi Higgsa, što nam je uvelike olakšalo i smanjilo samo
 388 vrijeme trajanje prilagodbe funkcije na podatke.



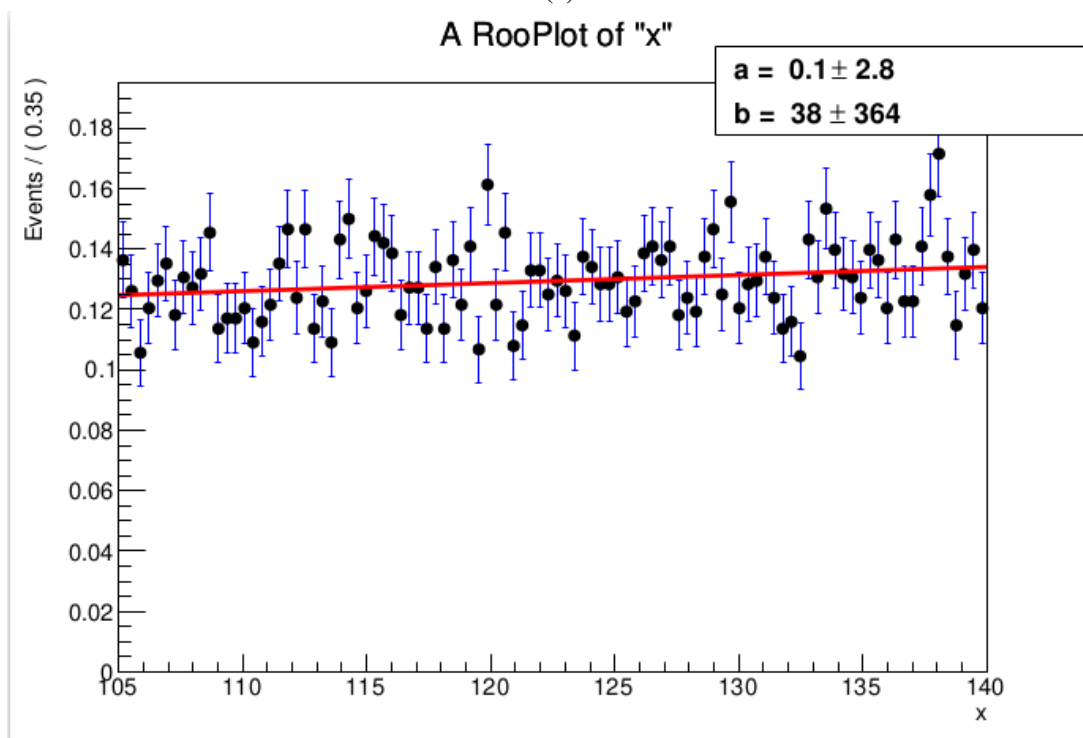
Slika 13: a)Fit za σ . b)Fit za α . c)Fit za α^2 . d)Fit za n . e)Fit za n^2 .

390 prave podatke već ih možemo fiksirati na stalne vrijednosti.

391 Za razliku od signala, koji je zahtijevao dosta kompliciranu funkciju za najbolji opis simuli-
392 ranih događaja, pozadine su opisane nešto jednostavnijim funkcijama. Pozadina koja predviđa
393 kanal raspada $gg \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ opisana je linearnom funkcijom (polinomom prvog reda), a ona koja
394 previđa kanal raspada $qq \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ opisana je kvadratnom funkcijom (polinomom drugog reda)
395 slika 14. Funkcija koja najbolje prikazuje ireducibilnu pozadinu $Z+X$ opisala je Landau.



(a)



(b)

Slika 14: a) Kvadratna funkcija prilagođena na simulirane podatke pozadine $qq \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$. b) Linearna funkcija prilagođena na simulirane podatke pozadine $gg \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$.

396 Iz grafova su jasno vidljive velike oscilacije podataka, što znači i kada bi odabrali nekakvu
397 kompleksnu funkciju za opisivanje simuliranih pozadinskih događaja, takva funkcija bi vjero-
398 jatno bila loša za neke drugačije generirane podatke istog modela. Unatoč velikim oscilacijama,

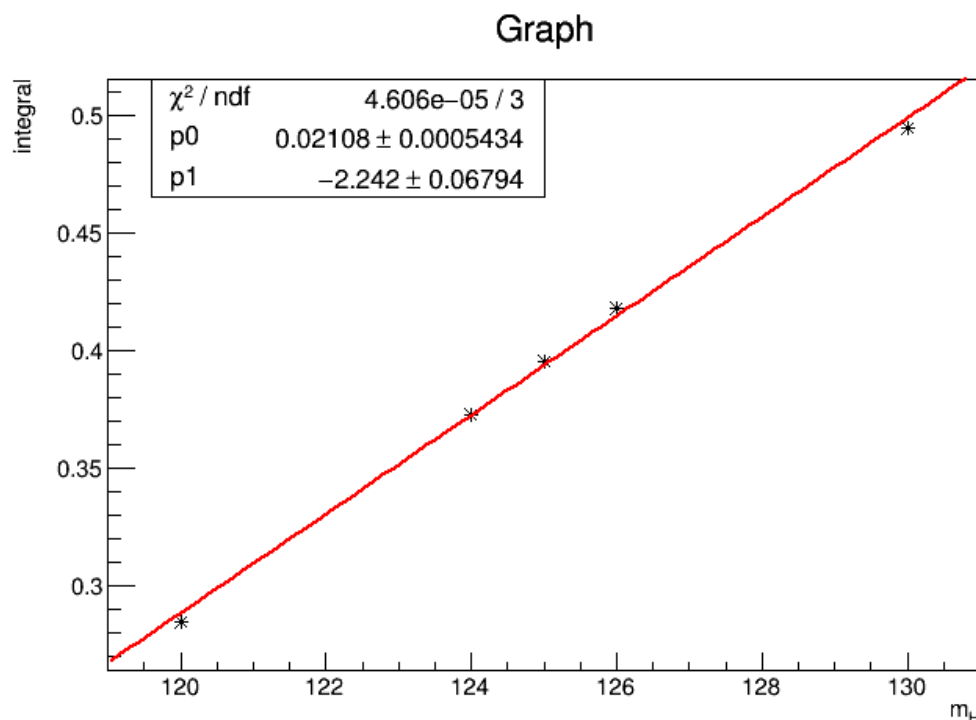
ovakva procjena funkcija za opisivanje pozadine je dovoljno dobra jer prije samog otkrića Higgsovog bozona dok se čestica još tražila u drugim energetske područjima, pozadina nije imala značajnije oscilacije koje bi ukazivale da se ponaša drugačije oko 125 GeV [15, 16]. Iako ova odluka sa sobom donosi određenu sistematsku pogrešku, radi kompleksnosti problema, ista u ovom diplomskom radu neće biti obrađena.

Uz same parametre funkcija koje opisuju signale i pozadine, bitan parametar koji izvlačimo iz simuliranih podataka je i integral funkcije. Taj podatak nam govori koliko se relativnih događaja svakog procesa odvije s obzirom na sve promatrane procese u detektoru. Njega možemo izračunati direktnim integriranjem funkcije nakon fita na simulirane podatke ili pak sumiranjem svih težina događaja tog procesa. U tablici 1 prikazani su integrali funkcije s obzirom na proces

Tablica 1: Integrali fitiranih funkcija s obzirom na dani proces

tip	proces	Integral (%)
Signal	ggH	77.56 (36.4%)
	VBFH	6.72(3.2%)
Pozadina	qq→ZZ→4l	82.25(38.6%)
	gg→ZZ→4l	9.24(4.3%)
	Z+X(landau)	37.3(17.5%)

Za razliku od tima znanstvenika u CERN-u koji analiziraju gotovi svaki proces koji predviđa SM, mi u ovom istraživanju radimo s 2 signalna i 3 pozadinska procesa. Iz tog razloga, integral ukupnog modela možemo promatrati kao sumu pojedinačnih integrala. Postotci u tablici 1 nam govore o udjelu pojedinog procesa u ukupnom modelu. Radi malog udjela u ukupnom signalu, proces vektor bozon fuzije smo pribrojili kanalu produkcije gluon-gluon fuzije. Ostali signalni procesi su jako malog utjecaja, pa nisu bili dio ovog istraživanja. Promatrajući za mase 120,124,124,126 i 130 GeV uočena je linearna ovisnost signalnog integrala prikazano na slici 15. Time smo parametrizirali još jednu varijablu kao linearnu funkciju mase Higgsovog bozona.



Slika 15: Fit linearne funkcije na integrale funkcija za različite mase Higgs-a

4.3 ROOT i RooFit

Simulirani podaci pozadina i signala su izgenerirani u konačan oblik ".root" datoteke. Ekstenzija takve datoteke dolazi od ROOT, objektno orijentiranog programa te biblioteke razvijena u CERN-u. Primarna namjena joj je bila za analizu podataka u čestičnoj fizici, no danas se također koristi u astronomiji i rudarenju podataka [17]. Glavna stavka ROOT datoteka je ta, da za pohranu podataka koristi stablo (tzv. Tree) koje ima svoje substrukture grane (eng. Branches) i listove (eng. Leaves). Stablo je vrlo elegantan način za spremanje podataka jer izbjegava probleme alociranja memorije kod stvaranja objekata, a samo spremanje se obavlja vrlo brzo. Uz ROOT biblioteku koristio sam se ponajviše njenom ekstenzijom ROOFIT s kojom se na vrlo elegantan način rješavaju kompleksni problemi prilagodbe podataka na nekakav model. ROOT biblioteku sam implementirao s C++ koji je i dan danas jedan od najbržih računalnih programa na svijetu.

4.4 Ukupni model

Nakon određivanja funkcija koje se najbolje prilagođavaju na signalne i pozadinske podatke, napravili smo ukupan model koristeći se RooAddPdf metodom iz RooFit biblioteke [30].

Ukupni signalni model, označen crvenom bojom, možemo definirati kao:

$$PDF_{SIG} = \mu_{ggH} \cdot dCB(x; \alpha, \alpha 2, n, n 2, \mu, \sigma) + \mu_{VBFH} \cdot dCB(x; \alpha, \alpha 2, n, n 2, \mu, \sigma) \quad (4.6)$$

, no kako dCB ima gotovo identične parametre za oba signala, jednadžbu 4.6 možemo zapisati kao:

$$PDF_{SIG} = (\mu_{ggH} + \mu_{VBFH}) \cdot dCB(x; \alpha, \alpha 2, n, n 2, \mu, \sigma) \quad (4.7)$$

Pozadina $qq \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ označena je zelenom, $gg \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$ narančastom, a $Z+X$ žutom bojom. Ukupni model pozadine smo označili crnom bojom i dan je formulom:

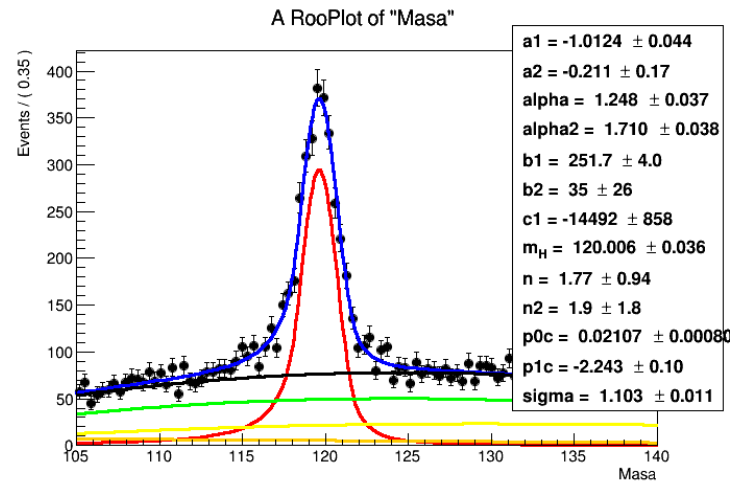
$$PDF_{BKG} = N_{qqZZ} \cdot P_1(a1, b1, c1) + N_{ggZZ} \cdot P_2(a2, b2) + N_{Z+X} \cdot Landau() \quad (4.8)$$

Ukupni model možemo zapisati kao sumu signalnog i pozadinskog PDF-a:

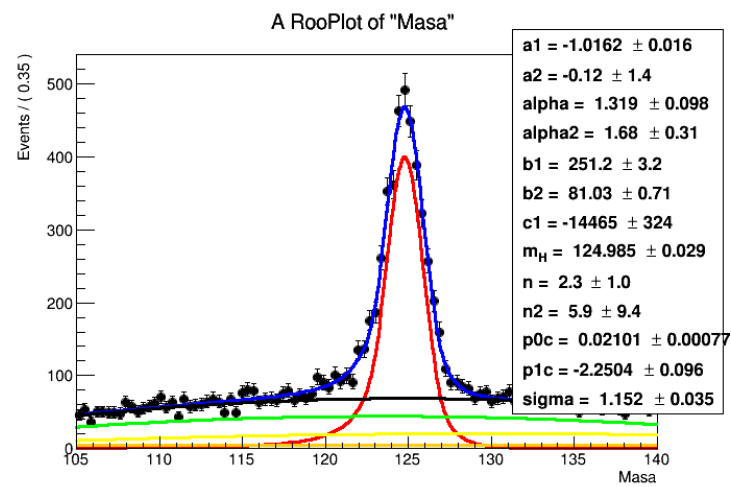
$$PDF = \mu * PDF_{SIG} + PDF_{BKG} \quad (4.9)$$

430 ,gdje μ predstavlja jačinu signala koja je definirana kao omjer stvarnog udarnog presjeka i
431 udarnog presjeka koji predviđa SM $\mu = \frac{\sigma}{\sigma_{SM}}$ [6].

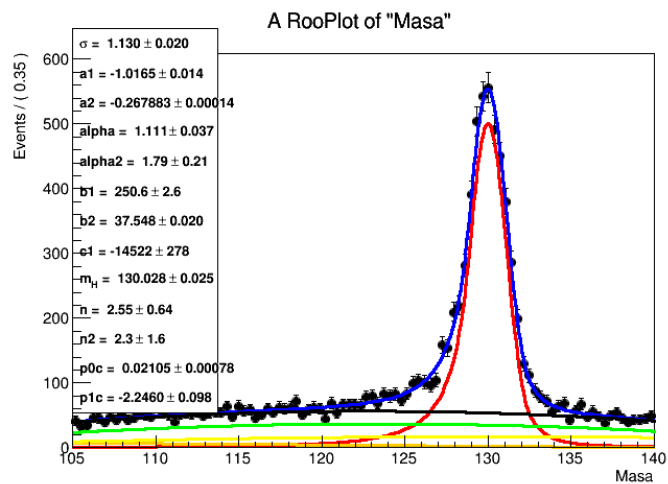
432 Umjesto učitavanja dosadašnjih podataka, generirali smo nove podatke prema ukupnom mod-
433 elu s Montecarlo simulacijom. Cilj je bio pokazati da bez obzira na odabranu srednju vrijednost
434 mase, ukupni model će imati isti oblik i iste odnose značajnih parametara.



(a)



(b)

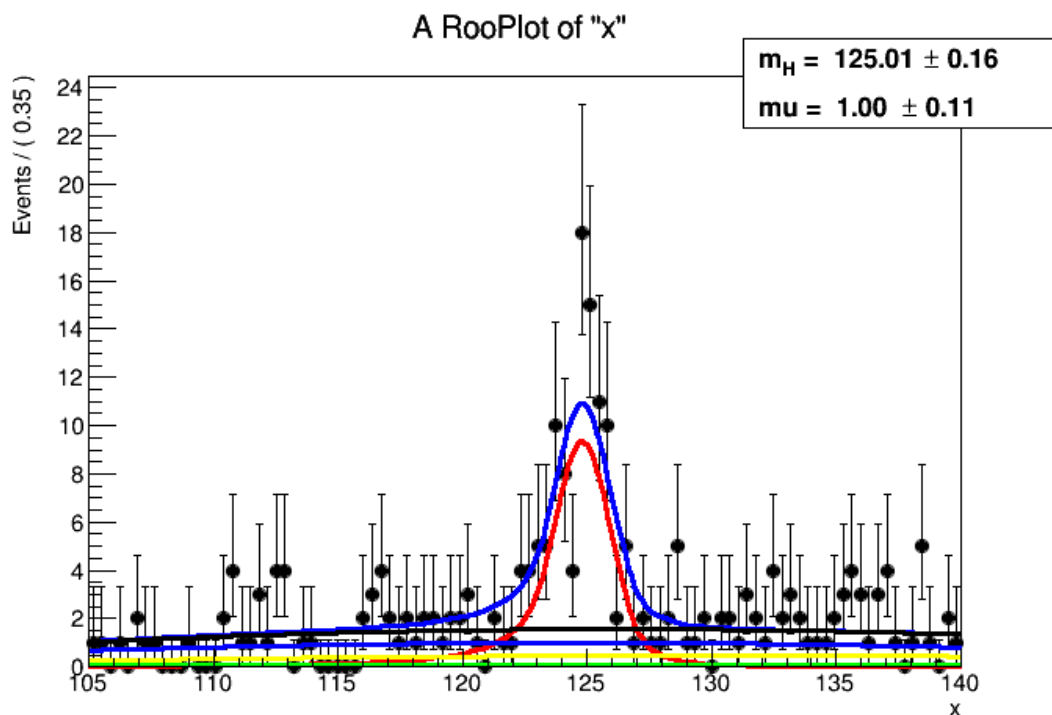


(c)

Slika 16: a) Model prilagođen za masu Higgs-a 120 GeV. b) Model prilagođen za masu Higgs-a 125 GeV. c) Model prilagođen za masu Higgs-a 130 GeV.

5 Rezultati

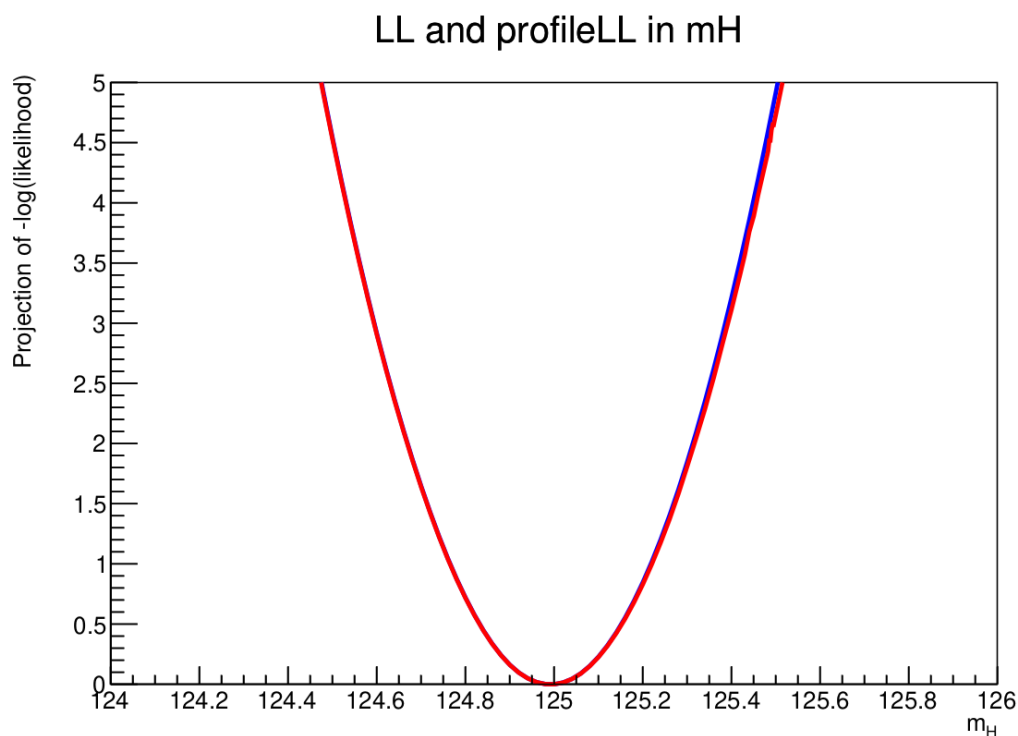
Konačan korak u dokazivanju teorije SM-a i mjerenju mase Higgsovog bozona je prilagodba naše funkcije na stvarne podatke dobivene iz Run2 u periodu 2016-2018 godine. Svi parametri našeg modela, osim srednje vrijednosti i integrala funkcije, su fiksirani. SM model ne predviđa masu Higgsovog bozona i zato bi se naša funkcija trebala prilagoditi sa srednjom vrijednošću kolika god ona bila jer je parametrizirana preko same mase Higgsovog bozona. Isto tako integral, tj. površina ispod grafa bi se trebala prilagoditi na pravu vrijednost.



Slika 17: Prilagodba konstruiranog modela na stvarne podatke

Vrijednost jačine signala je 1.00 ± 0.11 , što znači da se naš model gotovo idealno slaže sa stvarnim događanjima u detektoru.

Kako bi se uvjerali u točnost rezultata, napravili smo i maximullike lihood za procjenu najbolje vrijednosti mase s obzirom na dane podatke i vidimo jako lijepo slaganje likelihood i profilelikelihood metode.



Slika 18: Maximum likelihood za estimator srednje vrijednosti našeg modela prilagođenog na prave podatke

U našem konkretnom slučaju, slika 18 nam zapravo govori da sa više od 99.999% vjerojatnosti možemo reći da Higgs ima masu u intervalu $[124.45, 125.55]$ GeV.

5.1 Statističke i sistematske pogreške

Posljednju korak u našem istraživanju je određivanje sistematskih pogrešaka [6]. Sistematske pogreške nam daju vrijedne informacije o samom mjerenju i gotovo je nemoguće usporediti dva eksperimentalna rada ne uzimajući ih u obzir. Sveukupna neodređenost mjerenja je sastavljena od dva djela: statističke i sistematske neodređenosti. Statistička greška najčešće ovisi o broju prikupljenih podataka i to je jedna od motivacija koja znanstvenika tjera da prikupljaju što više podataka kako bi dobili što točnije rezultate. S druge strane, sistematske pogreške su rezultat nepreciznosti mjerenja eksperimenta ili nekog drugog koraka u kojem čovjek ili stroj ima direktnog utjecaja. Kada statistička pogreška čini veći dio pogreške mjerenja, tada sistematske pogreške ne dolaze do izražaja i ne promatramo ih kao ključne za istraživanje. No u slučaju kad je doprinos statističke i sistematske greške podjednak ili veći doprinos sistematske, tada je vrlo bitno odrediti pouzdan estimator. Razumijevanje neodređenosti može odigrati veoma bitnu ulogu, kao npr. donošenje zaključka da mjerenje nije u skladu s teorijom ili pak da imamo novo otkriće, a zapravo to nije istina. S druge strane ako smo prekonzervativni možemo eksperiment proglasiti neuspjelim iako smo bili na pragu nekog novog otkrića.

464 nastavak

465 **5.2 Usporedba s rezultatima CMS-a i ATLAS-a**

466 to bih da zajedno odaberemo slike

6 Zaključak

Zaključak je „drugi najvažniji dio” pisanog dijela rada, jer je ono što će čitatelj pogledati odmah nakon sažetka. Stoga u zaključku možete opširnije **navesti** što je sve u radu napravljeno i koje su glavne poruke. U zaključku trebate dati svoje viđenje cjelokupne tematike. To uključuje razloge za i protiv, moguća poboljšanja, daljnji rad na temi, itd. Zaključak mora biti dovoljno kratak i jasan da se samo njegovim čitanjem može steći određen uvid u mišljenje onoga tko je napisao rad. (između 200 i 400 riječi)

7 Literatura

- [1] Allday, J. Quarks, Leptons and the Big Bang: Second edition. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 2002.
- [2] Svetlana Veselinović: "Elementarne čestice", završni rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Osijek 2014., pristupljeno 27. siječnja 2020.
- [3] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Foton>
- [4] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Bozoni>
- [5] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Gluon>
- [6] T. Šćulac, *Measurements of Higgs boson properties in the four-lepton channel in pp collisions at centre-of-mass energy of 13 TeV with the CMS detector*,
- [7] Search for the Standard Model Higgs boson produced in association with a pair of top quarks and decaying into channel at $s = 8$ TeV with the ATLAS experiment at the LHC
- [8] Potencijal CMS detektora za potragu za Higgsovim bozonom kroz kanal raspada
- [9] <https://home.cern/science/physics/higgs-boson>
- [10] <https://en.wikipedia.org/wiki/CERN>
- [11] <https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider>
- [12]
- [13] https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method
- [14] royal-sm
- [15] royal-sm8
- [16] royal-sm9
- [17] <https://en.wikipedia.org/wiki/ROOT>
- [18] <https://www.quantumdiaries.org/2011/10/25/piling-up/>
- [19] <https://geant4.web.cern.ch/>
- [20] <http://home.thep.lu.se/Pythia/>
- [21] P. Nason. A New method for combining NLO QCD with shower Monte Carlo algorithms. JHEP, 11:040, 2004.

- [22] S. Frixione et al. Matching NLO QCD computations with Parton Shower simulations: the POWHEG method. JHEP, 11:070, 2007.
- [23] S. Alioli et al. NLO vector-boson production matched with shower in POWHEG. JHEP, 07:060, 2008.
- [24] Y. Gao et al. Spin determination of single-produced resonances at hadron colliders. Phys. Rev., D81:075022, 2010.
- [25] S. Bolognesi et al. On the spin and parity of a single-produced resonance at the LHC. Phys. Rev., D86:095031, 2012.
- [26] I. Anderson et al. Constraining anomalous HVV interactions at proton and lepton colliders. Phys. Rev., D89(3):035007, 2014.
- [27] A. Gritsan et al. Constraining anomalous Higgs boson couplings to the heavy flavor fermions using matrix element techniques. Phys. Rev., D94(5):055023, 2016.
- [28] <https://cms.cern/news/how-cms-weeds-out-particles-pile>
- [29] Statistical Distributions, Fourth Edition
- [30] <https://root.cern.ch/doc/master/classRooAddPdf.html>
- [31] STRUNA, hrvatsko strukovno nazivlje, URL: <http://struna.ihjj.hr/> (7. 1. 2014.).
- [32] T. Cvitaš i N. Kallay, *Fizičke veličine i jedinice Međunarodnog sustava*, Školska knjiga, Zagreb 1980.
- [33] atlas-rad
- [34] *Zakon o mjernim jedinicama*, Narodne novine br. 58, 1993, URL: <http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/259051.html> (7. 1. 2014.).
- [35] Hubblesite, NASA, Saturn's Rings in Ultraviolet Light URL: http://hubblesite.org/gallery/album/solar_system (7. 1. 2014.).
- [36] Tverberg, *World Energy Consumption Since 1820 in Charts*, URL: <http://www.financialsense.com/contributors/gail-tverberg/world-energy-consumption-since-1820-in-charts> (7. 1. 2014.).
- [37] M. Vuković, *Pisanje slovnih znakova u znanstvenim i tehničkim tekstovima*, URL: <http://www.akreditacija.hr/agencija/casopis/26.pdf> (prilog 1, 31. 3. 2017.).
- [38] N. S. Lewis, *Toward Cost-Effective Solar Energy Use*, Science, 315, 798-801 (2007).

A Naslov

Za rad u ROOT-u i RooFit-u potrebno je uvesti biblioteke u C++ program. Neke od najvažnijih su:

```
#include <TROOT.h>
#include <TChain.h>
#include <TFile.h>
#include "RooRealVar.h"
#include "RooConstVar.h"
#include "RooAddPdf.h"
#include "RooDataSet.h"
#include "RooGenericPdf.h"
#include "RooPlot.h"
```

Za razliku od standardnog inicijaliziranja varijabli u C++, RooFit je objektno-orijentirana biblioteka sa vlastitim klasama i zahtjeva da se sve obavlja preko objekata tih klasa. RooRealVar predstavlja numeričku varijablu. Postoji više različitih konstruktora koji inicijaliziraju RooRealVar ovisno o broju prosljeđenih parametara.

```
RooRealVar mean("mean", "Mean of Gaussian", 125, 105.0, 140.0) ; //(ime, nasl
RooRealVar sigma("sigma", "Width of Gaussian", 0.1, 5.0) ; //(ime, naslov, m
```

RooFit je jako razvijena biblioteka i nije čudno što su neke osnovne funkcije već implementirane. Jedna od takvih je i Gaussian. Ako želimo naše podatke prilagoditi na Gaussovu krivulju moramo uključiti biblioteku te koristimo iduću naredbu:

```
#include "RooGaussian.h"
.....
RooGaussian gauss("gauss", "gauss(x, mean, sigma)", x, mean, sigma) ;
```

Često nam osnovne funkcije nisu dovoljne, već moramo sami konstruirati funkciju na koju želimo prilagoditi podatke. Primjer kvadratne funkcije:

```
#include "RooGenericPdf.h"
.....
RooRealVar x("x", "x", 105, 140) ;
RooRealVar a("a", "a", -1, -5, 5) ;
RooRealVar b("b", "b", 250, -50, 450) ;
RooRealVar c("c", "c", -15000, -20000, 10000) ;
RooGenericPdf backg("backg", "a*x*x + b*x + c", RooArgSet(x, a, b, c));
```

Nakon što smo odredili funkciju po kojoj prilagođavamo podatke i njene parametre, idući korak je generiranje podataka. Podatke možemo učitati iz neke datoteke ili pak generirati "toy" podatke koji će savršeno pratiti našu funkciju:

```
RooDataSet *data("data","dataset with ZZMass",fChain,ZZMass) ; //učitavanje
RooDataSet *data = gauss.generate(x,1000) ; //generiranje 1000 toy podataka
```

Kao što već znamo, osnovna funkcionalnost RooFit-a je prilagođavanje funkcije na podatke, a to radimo idućom naredbom:

```
gauss.fitTo(data) ;
```

Nakon numeričkog izvršavanja prilagodbe funkcije na podatke, bitno je to i grafički prikazati:

```
#include "RooPlot.h"
.....
RooPlot* mesframe = x.frame();
data->plotOn(mesframe); //prikazuje podatke kao točkice na grafu
gauss.plotOn(mesframe, LineColor(kRed)); //prikazuje fitanu Gaussovu krivu
gauss.paramOn(mesframe, Layout(0.7)); //prikazuje parametre i statističke
mesframe->SetTitle("Oznaka na osi X");
mesframe->SetYTitle("Oznaka na osi Y");
mesframe->SetTitle("Naslov grafa");
mesframe->Draw();
```

Često ne prilagođavamo podatke na samo jednu funkciju, nego na model koji se sastoji od više njih:

```
#include "RooAddPdf.h"
.....
RooRealVar ngauss("nsig","#gauss events",84.30866); //predstavlja integral
RooRealVar nbkg("nbkg","#nbkg events",128.789);
RooAddPdf model("model","s+b",RooArgList(gauss,backg),RooArgList(ngauss,nbkg));
model.fitTo(*data);
```

A.1 Kompleksnije funkcionalosti

Dodavanje težine događajima

```

592 #include "RooFormulaVar.h"
593 .....
594 RooRealVar x("x","x",105,140) ;
595 RooRealVar a("a","a",1,0.1,2.1) ;
596 RooRealVar b("b","b",125,140,160) ;
597 RooRealVar c("c","c",1500,-200,6250) ;
598 RooDataSet test("test","test", RooArgSet(x));
599 RooFormulaVar wFunc("gen","a*(b+c)",RooArgSet(a,b,c)) ;
600 //alternativni načina zapisa za RooFormulaVar:
601 //RooFormulaVar wFunc("gen","@0*(@1 + @2)",RooArgList(a,b,c));
602 RooRealVar* w = (RooRealVar*) test.addColumn(wFunc) ;
603 RooDataSet wdata(test.GetName(),test.GetTitle(),&test, *test.get(),0,w->G
604 gauss.fitTo(wdata);

```

605 Također možemo konstruirati loglikelihood i profile likelihood funkciju za određeni param-
606 etar (u primjeru ispod, mean):

```

607 #include "RooAbsReal.h"
608 #include "RooMinimizer.h"
609 #include <TCanvas.h>
610 .....
611 RooAbsReal* nll = model.createNLL(*data, NumCPU(4));
612 RooMinimizer(*nll).migrad();
613 RooPlot* frame1 = mean.frame(Bins(100),Range(120.5,130.5),Title("LL and p
614 nll->plotOn(frame1,ShiftToZero())) ;
615 RooAbsReal* pll_frac = nll->createProfile(mean) ;
616 pll_frac->plotOn(frame1,LineColor(kRed)) ;
617 frame1->SetMinimum(0);
618 frame1->SetMaximum(5);
619 TCanvas *canv = new TCanvas("rf605_profile11","rf605_profile11",800, 400)
620 canv->cd(1) ; frame1->GetYaxis()->SetTitleOffset(1.4) ; frame1->Draw() ;
621 canv->SaveAs("model-maxlikelihood.png");
622 delete pll_frac ;
623 delete nll ;*

```

624 B Napomene o literaturi

625 Prilikom pozivanja na izvore u tekstu upisujemo brojeve pod kojima su ti izvori zavedeni u
626 literaturi. Poželjno je korištenje automatskog unosa, odnosno kombinacije **bibitem+cite** kao u

627 ovom primjeru.

628 Za upis knjige u literaturu koristite oblik:

629 Autori, naziv knjige, izdavač, mjesto izdanja, godina izdanja (primjer: referenca [32]).

630 Za upis web stranice koristite oblik:

631 Autori stranice (ako su poznati), naziv stranice, URL, datum kada je stranica posjećena (pri-
632 mjeri: reference [31, 34, 35, 36, 37]).

633 Za upis članka iz časopisa koristite oblik:

634 Autori, naziv članka, naziv časopisa, svezak, raspon stranica, godina izdanja (primjer: refe-
635 renca [38]).