

1. (20 points) 设 θ 表示杨浦区 11 月 9 日的室外最高温度，用直方图的方法找出你对 θ 的主观的先验密度
2. (20 points) 用相对似然方法决定第一题的先验密度
3. (30 points) 对第一题，考虑
 - (a) 决定你对 θ 的先验密度的 1/4 及 1/2 分位数
 - (b) 找出配合这些分位数值的正态密度
 - (c) 你主观地决定 θ 先验密度 1/10 及 1/25 分位数（不要用第二小问所得的正态分布求），这些分位数与第二小问的正态分布一致吗？由正态分布所拟合的先验，拟合得好吗？
4. (30 points) 设观测值 $X \sim \mathcal{N}(\theta, 1)$ ，已知 $\theta > 0$ ，且 θ 具有均值 μ 的先验分布，请你求出 θ 的最大熵先验分布

答：

- (a) 约束条件 1 为：

$$\int_0^{+\infty} \pi(\theta) d\theta = 1$$

约束条件 2 为：

$$\int_0^{+\infty} \theta \pi(\theta) d\theta = \mu$$

求得 $\pi(\theta)$ 为：

$$\pi(\theta) = e^{\lambda_1 + \lambda_2 \theta - 1}$$

代入约束条件可得：

$$\int_0^{+\infty} e^{\lambda_1 + \lambda_2 \theta - 1} d\theta = 1$$

$$\int_0^{+\infty} \theta e^{\lambda_1 + \lambda_2 \theta - 1} d\theta = \mu$$

可求得：

$$\lambda_1 = 1 + \log 1/\mu$$

$$\lambda_2 = -1/\mu$$

即：

$$\pi(\theta) = (1/\mu) e^{-\theta/\mu}$$