2023010747 刘一铭 计32

离散数学作业8

1. 用匈牙利算法

$U=\{x_2\}$. $V=\phi$ $\Gamma(U)=\{y_1,y_4\}$. y_4未标记. $\Rightarrow M=\{(x_1,y_1),(x_4,y_2),(x_2,y_4)\}$

$U=\{x_3\}$. $V=\phi$. $\Gamma(U)=\{y_1,y_2\}$. $y_1\in\Gamma(U)-V$

$U=\{x_3,x_1\}$. $V=\{y_1\}$. $\Gamma(U)=\{y_1,y_2,y_4,y_5\}$. $y_2\in\Gamma(U)-V$

$U=\{x_3,x_1,x_4\}$. $V=\{y_1,y_2\}$ $\Gamma(U)=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5\}$. $y_3\in\Gamma(U)-V$ 且y_3未标记.

$\Rightarrow M=\{(x_1,y_1),(x_2,y_4),(x_3,y_2),(x_4,y_3)\}$

$U=\{x_5\}$. $V=\phi$. $\Gamma(U)=\{y_2,y_4\}$. $y_2\in\Gamma(U)-V$

$U=\{x_5,x_3\}$. $V=\{y_2\}$. $\Gamma(U)=\{y_1,y_2,y_4\}$. $y_1\in\Gamma(U)-V$

$U=\{x_5,x_3,x_1\}$. $V=\{y_2,y_1\}$. $\Gamma(U)=\{y_1,y_2,y_4,y_5\}$. $y_4\in\Gamma(U)-V$

$U=\{x_5,x_3,x_1,x_2\}$. $V=\{y_2,y_1,y_4\}$. $\Gamma(U)=\{y_1,y_2,y_4,y_5\}$. $y_5\in\Gamma(U)-V$ 且y_5未标记

$\Rightarrow M=\{(x_1,y_5),(x_2,y_4),(x_3,y_1),(x_4,y_3),(x_5,y_2)\}$. 为最大匹配.

5. 对$2n$个顶点的树二染色知其为二分图. 我们考虑存在完美匹配的情况

若存在顶点v的树叶$v_1,v_2,\cdots,v_m$. 则取$A=\{v_1,\cdots,v_m\}$

则$|\Gamma(A)|=1$. $|A|=m\Rightarrow m\le 1$. 故.每个顶点至多有一个树叶

考虑任意树叶w. w只与w'相连. 故匹配必含(w,w') 将w,w'及他们相连的边删去.

剩余为$2(n-1)$个顶点的树. 其完美匹配数即为原树完美匹配数.

不断进行上述操作. 最终化为2个顶点的树. 完美匹配数为1.

因此原树最多存在一个完美匹配.

13. 首先得到矩阵B.

$$\begin{array}{c}8\\10\\9\\11\\9\\7\\ \\\end{array}\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cccccc}3&4&3&5&3&0\\3&7&4&4&4&0\\4&3&1&5&7&0\\0&4&5&3&8&9\\1&0&4&5&3&2\\0&3&4&5&3&2\end{array}\right]\\ \begin{array}{cccccc}0&0&0&0&0&0\end{array}\end{array}$$

最小覆盖为1.2.6三列. $\delta=1$.

操作后为

$$\begin{array}{c}7\\9\\8\\10\\8\\6\\ \\\end{array}\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cccccc}3&4&2&4&2&0\\3&7&3&3&3&0\\4&3&0&4&6&0\\0&4&4&2&7&9\\1&0&3&4&2&2\\0&3&3&4&2&2\end{array}\right]\\ \begin{array}{cccccc}1&1&0&0&0&1\end{array}\end{array}$$

最小覆盖为1.2.6列.3行. $\delta=2$.

操作后为

$$\begin{array}{c}5\\7\\8\\8\\6\\4\\ \\\end{array}\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cccccc}3&4&0&2&0&0\\3&7&1&1&1&0\\6&5&0&4&6&2\\0&4&2&0&5&9\\1&0&1&2&0&2\\0&3&1&2&0&2\end{array}\right]\\ \begin{array}{cccccc}3&3&0&0&0&3\end{array}\end{array}$$

最小覆盖为1.2.3.4.5.6行. 最小覆盖数 $r=n$

最大权为$5+7+8+8+6+4+3+3+3=47$

故最大利润为47. 一个最大权匹配方案是$\{C_{15},C_{26},C_{33},C_{44},C_{52},C_{61}\}$.