离散数学作业 Week 6　　刘一铖 2023010747 计32

第2题 (1) $P(x)$：x是点，$Q(x)$：x在平面内 $G(x)$：x是直线 $H(x,y)$：y经过x（x在y上） $E(x,y)$：x,y是同一点， $F(x,y)$：x,y是同一条直线

$$(\forall x)(\forall y)(Q(x)\wedge P(x)\wedge Q(y)\wedge P(y)\wedge\neg E(x,y)\rightarrow(\exists z)(G(z)\wedge H(x,z)\wedge H(y,z)\wedge(\forall k)(G(k)\wedge H(x,k)\wedge H(y,k)\rightarrow F(z,k))))$$

(2) $P(x)$：x是实数　$Q(x,y)$：x和y可以比较大小

$$(\forall x)(\forall y)((P(x)\wedge P(y))\longrightarrow Q(x,y))$$

(3) $P(x)$：x是人　$Q(x)$：x是北京人　$G(x)$：x在北京工作

$$(\exists x)(P(x)\wedge G(x)\wedge\neg Q(x))$$

(4) $P(x)$：x是金属　$Q(x)$：x是液体　$G(x,y)$：x可以溶解在y中

$$(\forall x)(P(x)\longrightarrow(\exists y)(Q(y)\wedge G(x,y)))$$

第3题 (1) 任意正整数都既是有理数又是实数

(2) 任意正整数都是有理数但并非任意有理数都是正整数

第4题 (1) $(\forall x)(\exists y)(P(x,y)\rightarrow Q(x,y))=(\exists y)(P(a,y)\rightarrow Q(a,y))\wedge(\exists y)(P(b,y)\rightarrow Q(b,y))\wedge(\exists y)(P(c,y)\rightarrow Q(c,y))$

$$=((P(a,a)\rightarrow Q(a,a))\vee(P(a,b)\rightarrow Q(a,b))\vee(P(a,c)\rightarrow Q(a,c)))$$

$$\wedge((P(b,a)\rightarrow Q(b,a))\vee(P(b,b)\rightarrow Q(b,b))\vee(P(b,c)\rightarrow Q(b,c)))$$

$$\wedge((P(c,a)\rightarrow Q(c,a))\vee(P(c,b)\rightarrow Q(c,b))\vee(P(c,c)\rightarrow Q(c,c)))$$

(2) $(\exists x)(\exists y)P(x,y)=(\exists y)P(a,y)\vee(\exists y)P(b,y)\vee(\exists y)P(c,y)$

$$=(P(a,a)\vee P(a,b)\vee P(a,c))\vee(P(b,a)\vee P(b,b)\vee P(b,c))\vee(P(c,a)\vee P(c,b)\vee P(c,c))$$

(3) $(\forall y)((\exists x)P(x,y)\rightarrow(\forall x)Q(x,y))=((\exists x)P(x,a)\rightarrow(\forall x)Q(x,a))\wedge((\exists x)P(x,b)\rightarrow(\forall x)Q(x,b))\wedge((\exists x)P(x,c)\rightarrow(\forall x)Q(x,c))$

$$=((P(a,a)\vee P(b,a)\vee P(c,a))\longrightarrow(Q(a,a)\wedge Q(b,a)\wedge Q(c,a)))$$

$$\wedge((P(a,b)\vee P(b,b)\vee P(c,b))\longrightarrow(Q(a,b)\wedge Q(b,b)\wedge Q(c,b)))$$

$$\wedge((P(a,c)\vee P(b,c)\vee P(c,c))\longrightarrow(Q(a,c)\wedge Q(b,c)\wedge Q(c,c)))$$