离散数学 HW 13

3. A. 定义域为 $\{1,2,3\}$
值域为 $\{<2,3>,<3,2>,<4,1>\}$

C 定义域为 $\{1,2,3\}$
值域为 $\{<2,3>\}$

4. $f \cap g$ 不是函数.

反例: $A=\{1,2,3\}, B=\{1,2,3\}$
$f=\{<1,2>,<2,2>,<3,2>\}$
$g=\{<1,1>,<2,2>,<3,3>\}$
则 $f \cap g=\{<2,2>\}$ 不为函数.

$f \cup g$ 不是函数

反例: $A=\{1,2,3\}$. $B=\{1,2,3\}$
$f=\{<1,2>,<2,2>,<3,2>\}$
$g=\{<1,1>,<2,2>,<3,3>\}$
则 $f \cup g=\{<1,1>,<1,2>,<2,2>,<3,2>,<3,3>\}$ 不是函数.

5. $f(0)=0$
$f[\{0\}]=\{0\}$
$f[\{0,2,4,6,\cdots\}]=\{0,1,2,3,\cdots\}$
$f[\{1,3,5,\cdots\}]=\{1\}$
$f^{-1}[\{2\}]=\{4\}$
$f^{-1}[\{3,4\}]=\{6,8\}$

7. g 双射. 则 $g: A \to A/R$ 是双射
A 与 A/R 个数相等. 因此 R 是恒等关系.
(个数 = 元素)
若 R 是恒等关系. 则 A 中元素与 A/R 一一对应. g 为双射.
故 R 是恒等关系条件下. g 是双射的

8. (1) 存在单射, 则 $m \le n$
(2) 存在满射. 则 $m \ge n$
(3) 存在双射. 则 $m=n$

9. (1) $f=\{<1,a>,<2,b>,<3,c>\}$
(2) $f(x)=2x+1$
(3) $A=\{\phi,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,c\},\{a,b,c\}\}$
$B=\{f_1,f_2,f_3,f_4,f_5,f_6,f_7,f_8\}$
$f_1=\{<a,0>,<b,0>,<c,0>\}$, $f_2=\{<a,0>,<b,0>,<c,1>\}$
$f_3=\{<a,0>,<b,1>,<c,0>\}$, $f_4=\{<a,0>,<b,1>,<c,1>\}$
$f_5=\{<a,1>,<b,0>,<c,0>\}$, $f_6=\{<a,1>,<b,0>,<c,1>\}$
$f_7=\{<a,1>,<b,1>,<c,0>\}$, $f_8=\{<a,1>,<b,1>,<c,1>\}$
$f=\{<\phi,f_1>,<\{a\},f_2>,<\{b\},f_3>,<\{c\},f_4>,<\{a,b\},f_5>,<\{b,c\},f_6>,<\{a,c\},f_7>,<\{a,b,c\},f_8>\}$

10. $f(f(x))=f(x)$
故 $f(f(f(x)))=f(f(x))=f(x)$
又 $f: A \to A$ 为满射
故 $f(f(x))=x$
因此 $f(x)=x$. f 为恒等关系 I_A