

1. R 是对称的 $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)((x \in A \wedge y \in A \wedge xRy) \rightarrow yRx)$

R 是传递的 $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \in A \wedge y \in A \wedge z \in A \wedge xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz)$

R 是自反的 $\Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \rightarrow xRx)$

R 是对称和传递的 $\Rightarrow (\forall x)(\forall y)((x \in A \wedge y \in A \wedge xRy) \rightarrow xRx) \Leftarrow (\forall x)(x \in A \rightarrow xRx) \Leftrightarrow R$ 是自反的

如 $\{<1,2>, <2,1>, <2,2>\}$ 是对称和传递的但不是自反的

4. R 是自反的, 则对 $\forall \langle x, y \rangle$

$x=y \Rightarrow \langle x, y \rangle \in I_A, x=y \Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$ 因此 $\langle x, y \rangle \in I_A \Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$, 即 $I_A \subseteq R$

$I_A \subseteq R$, 则

$x=y \Rightarrow \langle x, y \rangle \in I_A \Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$ 因此 $x=y \Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$ 因此 $(\forall x)(x \in A \rightarrow \langle x, x \rangle \in R)$, 即 R 是自反的

综上 R 是自反的 $\Leftrightarrow I_A \subseteq R$

6. (1) $R = \{<1, 1>\}$

(2) $R = \{<1, 2>, <2, 1>, <1, 1>, <2, 2>, <1, 3>, <2, 3>\}$

7. $<1, 2> \in R, <2, 1> \in R, <1, 1> \notin R$. 因此 R 不是传递的

$R_1 = \{<1, 2>, <2, 1>, <1, 1>, <2, 2>, <3, 1>, <3, 2>, <4, 3>, <4, 1>, <4, 2>\}$ 满足条件

8. $R_1 \circ R_2 = \{<c, d>\}$

$R_2 \circ R_1 = \{<a, d>, <a, c>\}$

$R_1^2 = \{<a, a>, <a, b>, <a, d>\}$

$R_2^2 = \{<b, b>, <c, c>, <c, d>\}$

9. $v(R)$:



$s(R)$:



$t(R)$:

