离散数学题目（按题型排序）(Latex版)

2023010747 刘一铭 计32

**一、选择题**

1. 下列是命题的选项是:
2. 离散数学怎么这么难学!
3. 希望离散数学能简单一些。
4. 为什么离散数学这么难呢?
5. 离散数学确实很难学。
6. 令$L\left( x,y \right) $表示“x男生喜欢y女生”，则下列式子能表示“任何男生都只有一个喜欢的女生”的式子是：

$A\text{、}\forall x\exists y\exists z(((x\ne y)\rightarrow L(x,y))\land ((x\ne z)\rightarrow \lnot L(x,z)))\\B\text{、}\forall x\exists y(L(x,y)\land \forall z((z\ne y)\rightarrow \lnot L(x,z)))\\C\text{、}\forall x\exists y\forall z((L(x,y)\land L(x,z))\rightarrow (y=z))\\D\text{、}\exists x\forall y(L(x,y)\land \forall z((z\ne y)\rightarrow \lnot L(x,z)))$

1. 下列式子不正确的一项是：

$A\text{、}A\subseteq B\Leftrightarrow P\left( A \right) \subseteq P\left( B \right) \\B\text{、}A\in B\Leftrightarrow P\left( A \right) \in P\left( B \right) \\C\text{、}A=B\Leftrightarrow P\left( A \right) =P\left( B \right) $

1. 下列选项中所列式子不正确的一项是：

A、$A-B=A\Leftrightarrow A\cap B=\oslash $

B、$A\oplus \left( A\oplus B \right) =A\Leftrightarrow A\oplus B=\oslash $

C、$A-B=B-A\Leftrightarrow A=B$

D、$A\times B=B\times A\Leftrightarrow B=C$

**二、填空题**

1. n和$a\_1, a\_2, \cdots , a\_n$均为正整数，且$a\_1<a\_2<\cdots <a\_n$，按照无穷公理表示的自然数填出下列计算结果：

$\left( 1 \right) \cup n=\\_\\_\\_\\_\\_\\\left( 2 \right) \cap n=\\_\\_\\_\\_\\_\\\left( 3 \right) \cup \left\{ a\_1, a\_2, \cdots , a\_n \right\} =\\_\\_\\_\\_\\_\\\left( 4 \right) \cap \left\{ a\_1, a\_2, \cdots , a\_n \right\} =\\_\\_\\_\\_\\_$

1. 对任意非空集合A，R是A上的关系，则$tsr\left( R \right) , trs\left( R \right) , str\left( R \right) , srt\left( R \right) , rst\left( R \right) , rts\left( R \right) $中\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_一定是A上的等价关系

**三、解答题**

1. 形式化下列自然语句：
2. 除非张三学习好，否则上不了清华。
3. 只有张三学习好，才能上北大。
4. 只要张三学习好，张三就上北大，除非上清华
5. 如果张三学习好，则张三上北大，否则上清华
6. 将下列公式转换为波兰式或逆波兰式：

（1）将$\left( R\rightarrow \lnot \left( P\leftrightarrow Q \right) \right) \rightarrow S$转换为波兰式

（2）将$\left( P\land Q \right) \lor \left( \lnot P\rightarrow R \right) $转换为逆波兰式

1. 我们知道与非、或非联结词单独都可以构成联结词的完备集，事实上，对所有二元联结词，只有与非、或非才能构成完备集。请证明双条件词（等价）和异或联结词都不能单独构成联结词的完备集。
2. 求$P\rightarrow \left( Q\rightarrow R \right) \rightarrow S$的主析取范式和主合取范式
3. 使用推理规则证明$P\land \left( P\rightarrow \left( Q\lor R \right) \right) \land \left( Q\rightarrow S \right) \Rightarrow \lnot S\rightarrow R$
4. 用罗素公理系统证明$\vdash \left( P\lor P \right) \rightarrow \left( P\land P \right) $
5. 求$\left( \forall z \right) \left( \lnot \left( \exists x \right) \left( \forall y \right) P\left( a,x,y,z \right) \rightarrow \lnot \left( \exists x \right) \left( \forall y \right) Q\left( b,x,y,z \right) \right) \land \lnot \left( \exists z \right) R\left( z \right) $的Skolem范式
6. 用谓词逻辑的推理规则和归结法证明：人都想上清华，但是不是所有的人都想上北大。因此存在想上清华但不想上北大的人。
7. 设R是集合A上的等价关系, $\left| A \right|=n$, $\left| R \right|=r$, $\left| A/R \right|=t$, 证明：$r\cdot t\geqslant n^2$

10、设A, B为可数集，用等势的定义证明：

（1）$A\cup B$是可数集

（2）$A\times B$是可数集

11、用等势定义证明$R\approx \left[ 0, 1 \right) $

12、给定一个含有n个元素的集合A，在A上能够定义出多少个不同的

（1）关系

（2）恒等关系

（3）自反关系

（4）非自反关系

（5）对称关系

（6）反对称关系

（7）自反且对称的关系

（8）自反且反对称的关系

（9）非自反且对称的关系

（10）非对称且反对称的关系

（11）当n=0,1,2,3时的传递关系

（12）当n=0,1,2,3,4,5,6时的等价关系

（13）当n=0,1,2,3,4时的偏序关系

（14）当n=0,1,2,3,4时的拟序关系

（15）全序关系