

## Trains à sustentation électromagnétique

Un train à sustentation magnétique utilise les forces magnétiques pour léviter au-dessus de la voie ; il n'est donc pas en contact avec des rails, contrairement aux trains classiques. Ce procédé permet de supprimer la résistance au roulement et d'atteindre des vitesses élevées.

Il existe actuellement deux types de trains à grande vitesse à sustentation magnétique :

— un train à sustentation électromagnétique dans lequel le train lévite par attraction grâce à des aimants (Transrapid développé en Allemagne) ;

— un train à sustentation électrodynamique dans lequel le train lévite par répulsion grâce aux courants de Foucault induits par le déplacement du train (SCMaglev développé au Japon).

La seule réalisation commerciale du Transrapid est à l'heure actuelle la ligne de 30 kilomètres qui fonctionne depuis 2004 entre Shanghai et son aéroport international de Pudong. Le trajet s'effectue en moins de 8 minutes, à la vitesse moyenne de 245 km/h. Sur ce parcours le train atteint la vitesse de 430 km/h, il a la capacité d'accélérer de 0 à 350 km/h en 2 minutes.

La première version commerciale du SCMaglev doit relier en une heure Tokyo et Osaka, distantes de 400 km à vol d'oiseau. L'ouverture du premier tronçon de la ligne (Tokyo-Nagoya) est prévue en 2027 avec une vitesse de pointe sur le parcours de 505 km/h. En 2015 une rame de test de sept voitures a atteint la vitesse de 603 km/h, établissant ainsi l'actuel record de vitesse pour un train.



Transrapid



SCMaglev

Figure 1

Nous nous intéresserons plus particulièrement aux trains du Transrapid dont le système de sustentation est présenté sur la figure 2. Elle présente la rame du Transrapid sur son rail et, dans un plan de coupe, le détail du système de sustentation. Ce système est constitué d'un électroaimant dont le circuit magnétique est composé :

- d'une portion (1) en matériau ferromagnétique doux ;
- d'une portion (2) solidaire de la rame, constituée du même matériau ferromagnétique, sur lequel sont bobinées  $N$  spires alimentées par un courant d'intensité  $i(t)$ .

Les deux portions sont séparées par un entrefer de largeur  $z$  variable. La section  $S$  du matériau ferromagnétique dans les portions (1) et (2) du circuit magnétique est supposée commune aux portions (1) et (2), constante le long du circuit magnétique et carrée de côté  $a$  :  $S = a^2$ . (C) est une ligne de champ magnétique du circuit (figure 2).

Le principe consiste à envoyer un courant dans la bobine afin de créer une force magnétique. Cette force est fonction du courant qui la traverse ainsi que de l'inductance de la bobine. Cette inductance dépend, quant à elle, de la position de la rame. L'équilibre mécanique est atteint quand la force exercée par la bobine s'annule avec la force de pesanteur de la rame. L'instabilité

de l'équilibre de la rame en sustentation nécessite l'asservissement en position de l'entrefer. Le but de l'asservissement est de maintenir la rame dans une position verticale donnée. Cet asservissement est réalisé en utilisant un capteur de position avec un gain  $k_2$ . Le système de commande réalisé numériquement est équipé d'une boucle de courant interne fournissant un courant de bobine  $i$  proportionnel à la tension de commande  $u$  avec un gain  $k_1$ .

Les valeurs des paramètres sont données ci-dessous.

Perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

Intensité du champ de pesanteur terrestre  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

2 bobinages de  $N = 1000$ ,  $S = 0,50 \text{ m}^2$  pour chaque rame

Masse d'une rame  $m = 180$  tonnes

$k_1 = 10 \text{ A/V}$ ,  $k_2 = 145 \text{ V/m}$

Limites de la tension d'entrée :  $\pm 5 \text{ V}$

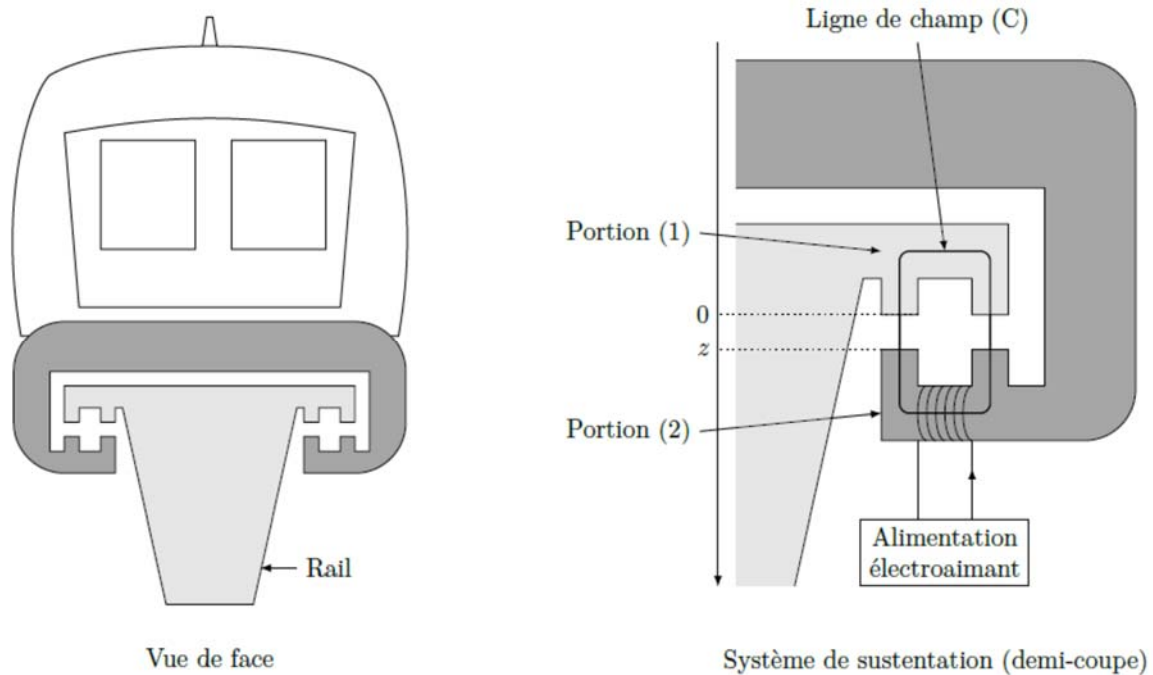


Figure 2 : Transrapid et son système de sustentation

Pour contrôler la position de la rame, les spécifications du cahier des charges sont définies ci-dessous :

**Spécification n° 1** : Le comportement en asservissement du second ordre sans dépassement et le temps de réponse à 5% de  $T_r$  (différent pour chaque étudiant dans le fichier *parametres.xlsx*) pour une variation de position de  $\pm 5 \text{ mm}$  autour de la position d'équilibre.

**Spécification n° 2** : Rejet d'une perturbation de sortie  $W_y$  d'un échelon de  $2 \text{ mm}$  avec une dynamique du premier ordre caractérisée par une constante de temps de  $\tau_y$  (différente pour chaque étudiant dans le fichier *parametres.xlsx*).

**Spécification n° 3** : Pas d'erreur statique pour une consigne et une perturbation sur la sortie en échelon.

**Spécification n° 4** : Bonne robustesse du correcteur.

### 1. Modélisation du système.

On rappelle que la force électromagnétique s'exerçant sur une partie mobile d'un circuit magnétique, parcouru par un courant d'intensité  $i$ , en translation suivant la direction  $\vec{u}_z$  s'écrit

$$\vec{F}_{em} = \left( \frac{\partial E_m}{\partial z} \right)_i \vec{u}_z \text{ où } E_m \text{ est l'énergie magnétique emmagasinée dans l'inductance } L \text{ du bobinage}$$

$$\text{avec } E_{em} = \frac{1}{2} L_z i^2 \text{ et } L_z = \frac{\mu_0 N^2 S}{2z}.$$

**1.1. Montrer que, d'après l'équation fondamentale de la dynamique, on obtient le modèle suivant :**

$$m \ddot{z} = m g - \frac{\mu_0 N^2 S}{2} \frac{i^2}{z^2} \quad [\text{Eq 1}]$$

**1.2. Ce système étant non linéaire, il est nécessaire de le linéariser autour d'un point de fonctionnement d'équilibre (c'est-à-dire pour  $\ddot{z}=0$ ) notée  $(z_0, i_0)$ . Pour une position d'équilibre  $z_0 = 10 \text{ mm}$ , quel est le courant d'équilibre  $i_0$  correspondant ?**

En posant  $f(z, i) = g - \frac{\mu_0 N^2 S}{2m} \frac{i^2}{z^2}$ , on peut linéariser [Eq 1] autour de la position d'équilibre par :

$$\Delta \ddot{z} = \left. \frac{\partial f(z, i)}{\partial z} \right|_{(z_0, i_0)} \cdot \Delta z + \left. \frac{\partial f(z, i)}{\partial i} \right|_{(z_0, i_0)} \cdot \Delta i = K_z \Delta z - K_i \Delta i \quad [\text{Eq 2}]$$

$$\text{où } \Delta z = z - z_0, \Delta i = i - i_0.$$

**1.3. Donner l'expression ainsi que la valeur de  $K_z$  et  $K_i$ . Donner alors la fonction de transfert  $\frac{\Delta z(p)}{\Delta i(p)}$  du système linéarisé [Eq 2].**

En prenant en compte le gain de la boucle de courant interne (non traitée dans ce projet) et le capteur de position, la fonction de transfert suivante sera utilisée dans la suite :

$$H(p) = \frac{\Delta z_v(p)}{\Delta u(p)} = - \frac{k_1 k_2 K_i}{p^2 - K_z} \quad [\text{Eq 3}]$$

Où  $z_v$  est la tension mesurée du capteur de position  $z$  de la rame,  $u$  la commande en tension avant la boucle de courant interne.

## 2. Synthèse des correcteurs.

2.1. Analyser le système à étudier (analyse temporelle, fréquentielle, analyse des pôles et des zéros...).

2.2. La période d'échantillonnage est fixée à  $T_e = 0,5$  ms. Analyser le modèle discrétisé.

2.3. Expliquer pourquoi on ne cherche pas à synthétiser un correcteur classique type PID ni un correcteur par placement des pôles et des zéros pour ce projet.

### 2.4. Synthétiser un correcteur RST

2.4.1. Synthétiser une commande RST permettant de respecter le cahier des charges demandé.

2.4.2. Etudier la robustesse de cette commande.

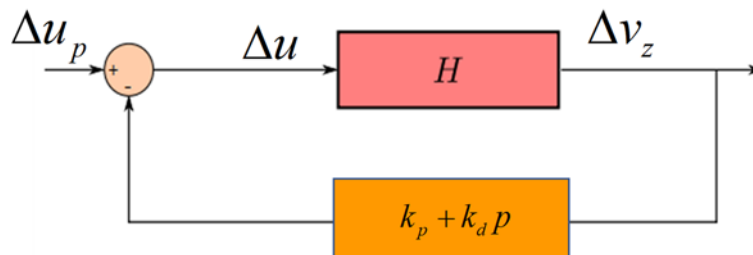
2.4.3. Vérifier en simulation le respect du cahier des charges de ce correcteur avec un modèle idéal linéaire.

2.4.4. Appliquer la commande sur le modèle détaillé avec les fichiers *model\_detaille\_2019a.slx* et *Transrapid.jpg* donnés sur Moodle.

2.4.5. Pour éviter la saturation de la commande, implémenter une technique d'anti-saturation.

### 2.5. Synthétiser une commande par modèle interne.

2.5.1. Avant de synthétiser la commande par modèle interne, on va effectuer un pré-bouclage correspondant à la figure ci-dessous. Expliquer pourquoi ?



2.5.2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{CMI}(p) = \frac{\Delta v_z(p)}{\Delta u_p(p)}$  avec ce pré-

bouclage. Les valeurs des  $k_p$  et  $k_d$  sont données (différentes pour chaque étudiant) dans le fichier *parametres.xlsx*.

2.5.3. Déterminer la fonction de transfert échantillonnée  $H_{CMI}(z)$  et analyser ses pôles et son zéro.

2.5.4. Synthétiser une commande par modèle interne pour  $H_{CMI}(z)$  permettant de vérifier le cahier des charges.

2.5.5. Étudier la robustesse de ce correcteur sans et avec le pré-bouclage. La partie pré-bouclage se réalise en utilisant une approximation d'Euler avec  $p = \frac{1-z^{-1}}{T_e}$ .

2.5.6. Vérifier en simulation le respect du cahier des charges de ce correcteur avec un modèle idéal linéaire.

2.5.7. Appliquer la commande sur le modèle détaillé avec les fichiers *model\_detaille\_2019a.slx* et *Transrapid.jpg* donnés sur Moodle.

2.5.8. Ecrire l'algorithme de commande pour l'implémentation sur un microcontrôleur de l'ensemble de la commande proposée.

**2.6. Bonus : Rejet d'une perturbation sur la sortie à 50 Hz**

Une spécification a été ajoutée au cahier des charges : "*Rejet d'une perturbation sinusoïdale à 50 Hz sur la sortie avec une atténuation d'au moins 40 dB*". Comment le procéder afin de savoir si cette spécification est tenable ?

**3. Conclusion sur les correcteurs synthétisés et sur ce projet.**