# Analítica de Dados para Redes Inteligentes - Trabalho de Casa 2

1st Gustavo Parreira Caria - 92633, 2nd Leonardo Brito - 105257

Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores (do Instituto Superior Técnico), Lisboa, Portugal gustavocaria@sapo.pt, leonardo.amado.brito@tecnico.ulisboa.pt

### I. INTRODUÇÃO AO PROBLEMA PROPOSTO

Foi proposto uma grelha elétrica com cinco *Buses* que estão conectados tal como a figura (1) mostra. Nesta grelha, cada *Bus* tem no mínimo uma conexão e no máximo duas. A essência do problema é ter os valores da energia que é transmitida por cada *Bus* e a medição do número total de perdas de energia na grelha e, a partir daí, encontrar a função ótima para explicar as perdas da grelha. Como abordagem, foram usadas regressões lineares onde era necessário encontrar os betas para obtermos a função que calcula as perdas de energia da grelha.

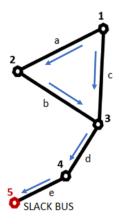


Fig. 1. Grelha elétrica do problema proposto.

## II. ABORDAGEM AO PROBLEMA

Nos dados iniciais, o nó *slackbus* não era contemplado nos dados. O *slackbus* é um nó especial que é mantido em um potencial fixo e usado como referência para a medição de tensão em outros nós do sistema. No entanto, na solução dos cálculos de fluxo de potência, o *slackbus* foi removido do modelo e suas contribuições foram tratadas como uma fonte de potência externa. Isso foi feito para simplificar os cálculos e garantir que as equações de fluxo de potência sejam resolvidas de maneira eficiente e precisa.

Para encontrar os valores reais das perdas totais de energia na rede, tivemos que partir das equações 13 (1) e 15 (2) do capítulo 2 das aulas teóricas [1].

$$P_L \approx 2\sum_{i \neq j} G_{ij} \left( 1 - \cos\left(\theta_{ij}\right) \right) \approx \sum_{i \neq j} G_{ij} \theta_{ij}^2 \tag{1}$$

$$P_L \approx P^T \left( B^{-1} \right)^T C G_{ii}^{\text{diag}} C^T B^{-1} P \tag{2}$$

Apesar de apenas ser necessário encontrar a perda total de energia com uma das equações, fizemos o cálculo com as duas. Após encontrarmos a perda total de energia (vetor Y da regressão; não confundir com a matriz inicial de condutâncias) e visto que tínhamos as medições de cada Bus em cada período de tempo, fizemos o cálculo do  $\beta$  (loss function) para obtermos a função para explicar as perda na rede, i.e. obter uma função f tal que  $P_L \approx f(P)$ .

$$y = \begin{pmatrix} P_L \\ \vdots \end{pmatrix}, k = 1, \dots, M$$

$$X = \begin{pmatrix} P_1^2 & 2P_1P_2 & 2P_1P_3 & \dots & P_2^2 & 2P_2P_3 & 2P_2P_4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots \end{pmatrix},$$

$$\beta^T = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \dots & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} & \dots \end{pmatrix}$$
(3)

Pode ser resolvido por A(A-1)/2-Vetor de dimensão  $\beta$ .

$$\beta = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y \tag{4}$$

No entanto, aquando do cálculo do

$$(X^T X) (5)$$

Reparámos que o resultado era uma matriz singular (linearmente dependente). Por este motivo e para resolver o problema, podíamos resolver de duas maneiras diferentes: acrescentar ruído artificialmente através de uma distribuição - normal, por exemplo - ou então aplicar uma regressão linear mais robusta como Lasso ou Ridge, por exemplo. Escolhemos, portanto, usar a regressão Ridge sem ter uma razão forte, mas por ser uma das formas de resolver o problema. A regressão Ridge é mais robusta a dados com dependência linear, onde dois ou mais recursos estão altamente correlacionados entre si. A penalidade adicionada é a norma L2 dos coeficientes, que é multiplicada por um parâmetro de ajuste conhecido como parâmetro de regularização ou hiperparâmetro. O parâmetro de regularização controla a força da penalidade adicionada e ajuda a reduzir os coeficientes menos importantes ou redundantes, tornando o modelo mais estável e geralmente com melhor desempenho na generalização.

$$\hat{\beta}_R = \left(\mathbf{X}^\top \mathbf{X} + \lambda \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{y} \tag{6}$$

O nome dos *betas* é composto pelo *bus* de onde parte a energia e pelo *bus* para onde ela vai. Por exemplo,  $\beta_{12}$  é

1

relativo à energia que vai do *bus* 1 para o *bus* 2. Já, por exemplo, o  $\beta_{11}$  é relativo à energia perdida somente no *bus* 1.

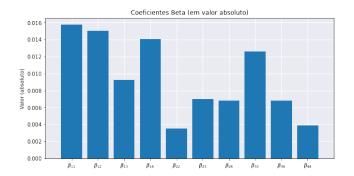


Fig. 2. Coeficientes dos betas usados no problema original.

Neste gráfico acima podemos ver que  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{14}$ ,  $\beta_{33}$  são os que têm mais influência na perda total da grelha.

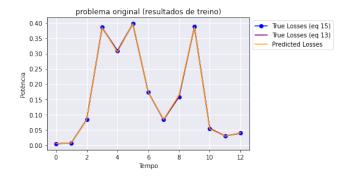


Fig. 3. Resultados do treino do valor total de perdas usados no problema original.

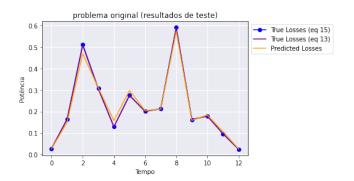


Fig. 4. Resultados do teste do valor total de perdas usados no problema original.

Analisando os dois gráficos, apesar de os resultados previstos no teste entre as equações e não serem tão bons como os do treino - como era previsto - pode-se concluir que os resultados foram excelentes e que dizer que esta abordagem pode ser utilizada para outro tipo de problemas com as mesma características, na vida real.

Nota: Os resultados foram com base no que foi desenvolvido no capitulo "Extra: Obtenção de Resultados Convergentes", em que os dados convergem por serem iterados dez mil vezes.

## III. EXTRA: OBTENÇÃO DE RESULTADOS CONVERGENTES

Quando era aplicado o ruído através da regressão de *Ridge*, não era garantido que, sempre que corríamos o código, o ruído aplicado e o  $\lambda$  ótimo nos dados seria sempre o mesmo. Mais ainda, seria de esperar que fizesse variar os resultados bastante (sobretudo à medida que fomos testando com maior variância no erro). Para além disto e fazendo uma afirmação de caráter mais informativo, também fizemos uma pesquisa para encontrar o melhor  $\lambda$  consoante os dados apresentados com ruído. Para colmatar o problema da variação dos resultados, fizemos dez mil iterações e tomámos como  $\beta_{otimal}$  a média de cada  $\beta$  encontrado, a cada iteração. Testámos vários valores para o número de iterações, mas pelo menos a partir de dez mil os resultados já claramente convergiam. Esta metodologia foi repetida para todos as seguintes mudanças. Além disso, é importante dizer que, em todos estes resultados acrescentamos ruído aos valores "verdadeiros" de  $P_L$  (i.e. tanto vinda equação (13) ou (15) do seguinte modo:

$$Y_{\text{noisy}} = Y + N\left(0, \overline{P} \cdot \frac{1}{10}\right) \tag{7}$$

Nota: este Y é o vetor Y da regressão.

Achamos que este desvio padrão seria relativamente realista (ou talvez até mais difícil de lidar com do que ruído realista).

## IV. EXTRA: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA COM CONEXÕES ADJACENTES ENTRE *BUSES*

Decidimos apenas tentar explicar e resolver o problema usando apenas betas com raio  $\leq 1$  entre *buses*, ou seja, usado apenas ligações entre *buses* adjacentes. Foram só usados os  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{13}$ ,  $\beta_{22}$ ,  $\beta_{23}$ ,  $\beta_{33}$ ,  $\beta_{34}$ ,  $\beta_{44}$ .

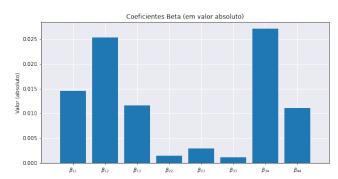


Fig. 5. Coeficientes dos betas usados no problema dos adjacentes.

Neste gráfico acima podemos ver que,  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{34}$  são os que têm mais influência na perda total da grelha. A influência do  $\beta_{34}$  contraria o resultado do mesmo no problema original.

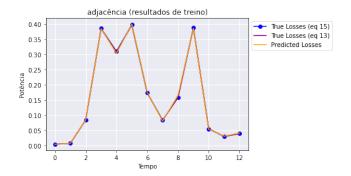


Fig. 6. Resultados do treino do valor total de perdas usados no problema dos adjacentes.

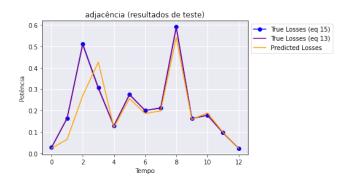


Fig. 7. Resultados do teste do valor total de perdas usados no problema dos adjacentes.

Os resultados do treino foram ótimos, como esperado, mas o do treino não foram tão bom como os obtidos no problema original. Para este tipo de problemas com estas características, esta abordagem não foi a ótima.

Nota: Os resultados foram com base no que foi desenvolvido no capitulo "Extra: Obtenção de Resultados Convergentes", em que os dados convergem por serem iterados dez mil vezes.

## V. EXTRA: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA TOMANDO APENAS EM CONTA AS INJEÇÕES QUADRÁTICAS EM CADA *bus*

Decidimos apenas tentar explicar e resolver o problema usando apenas  $\{\beta_{11},\beta_{22},\beta_{33},\beta_{44}\}$ . Como é óbvio, este é um modelo relativamente reducionista, e a ideia é analisar se os resultados se mantêm relativamente ou se este redução de dimensionalidade perde demasiado em qualidade de estimativa.

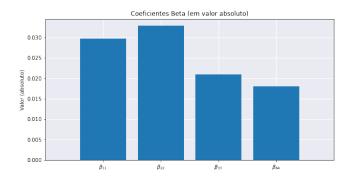


Fig. 8. Coeficientes dos betas usados no problema com somente os buses.

Neste gráfico tiramos que todos os nós são relevantes para a explicabilidade das perdas, mas sobretudo o  $1^o$  e o  $2^o$ .

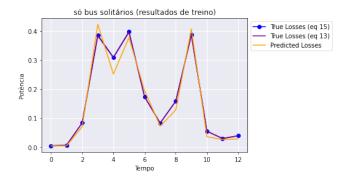


Fig. 9. Resultados do treino do valor total de perdas usados no problema com somente os *buses* 

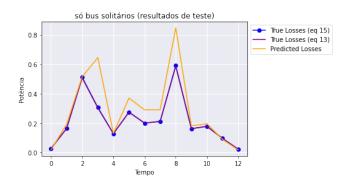


Fig. 10. Resultados do teste do valor total de perdas usados no problema com somente os *buses* 

Os resultados do treino foram relativamente decentes, mas já não tão bons como os anteriores, pelo que não é surpreendente que também já comprovemos maior erro nos resultados de teste. É de ressalvar que este é um modelo mais simplista que os anteriores.

Nota: Como dito antes, os resultados foram com base no que foi desenvolvido no capitulo "Extra: Obtenção de Resultados Convergentes", em que os dados convergem por serem iterados dez mil vezes.

# VI. EXTRA: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA TOMANDO OS TRÊS *buses* 1, 2 E 3 COMO UM SÓ (SOMANDO)

Este método *a priori* parecia bastante interessante, dado que estes o nó 3 age como um "afluente" dos nós 1 e 2. Ainda para mais, é o modelo mais simplista até agora, isto é, o modelo em que consideramos apenas  $\{\beta_{\Sigma},\beta_{\Sigma 4},\beta_{44}\}$ . Para tal, a forma de o fazer é muito simples, tal como descrito as notas, é ter em conta as injeções quadráticas neste nó  $\Sigma$  (ou seja, criar  $P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3$  e usar)  $\rightarrow P_{\Sigma}^2$ , as injeções do nó  $\Sigma$  para o nó  $4 \rightarrow 2P_{\Sigma}P_4$  e as injeções quadráticas no nó  $4 \rightarrow P_4^2$ .

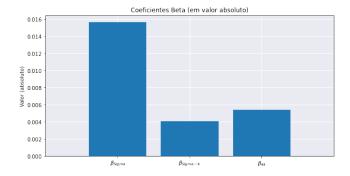


Fig. 11. Coeficientes dos betas usados no problema do nó  $\Sigma$ .

O mais interessante a mencionar neste gráfico é que os resultados apontam para que a explicabilidade da perda de potência seja principalmente explicada por este nó assimilado. Parece relativamente intuitivo, dado que não este nó assimilou mais nós do que os que restaram (apenas o nó 4, descontando o *slackbus*), além de que os nós 1, 2 e 3 têm ligações mais complexas do que apenas a simples aresta que há de 3 para 4.

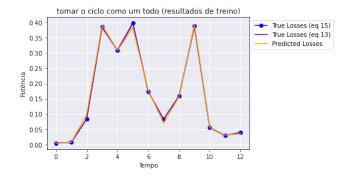


Fig. 12. Resultados do treino do valor total de perdas usados no problema do nó  $\Sigma$ .



Fig. 13. Resultados do teste do valor total de perdas usados no problema do nó  $\Sigma.$ 

Os resultados do treino foram interessantemente bastante bons para os dados de treino, tendo em conta a simplicidade do modelo. Mais ainda, apesar de os resultados de teste não serem tão bons como, por exemplo, no problema original, tendo em conta a simplicidade do modelo (e a possibilidade do ruído que usámos tornar a estimativa mais difícil do que o normal), este poderia muito bem ser um ótimo modelo no que toca à explicabilidade das perdas.

Nota: Como dito antes, os resultados foram com base no que foi desenvolvido no capitulo "Extra: Obtenção de Resultados Convergentes", em que os dados convergem por serem iterados dez mil vezes.

## VII. CONCLUSÃO

Para chegar a uma análise final, procuramos produzir o gráfico de evolução de erro à medida que aumentamos o desvio padrão de ruído, para cada modelo. Portanto, seguese o gráfico:

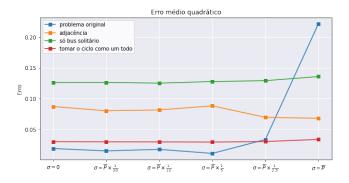


Fig. 14. Evolução do erro, para cada modelo, face ao aumento do desvio padrão do ruído.

Assim sendo, para finalizar, os resultados são interessantes. Basicamente, o modelo mais promissor parece ser garantidamente o último, em que consideramos os 3 primeiros nós como um nó assimilado (a vermelho). Isto é um resultado muito bom, tendo em conta a sua redução de complexidade, face ao modelo original.

### REFERENCES

[1] Pedro M. S. Carvalho, "Data Analytics for Smart Grids, 2.2 - Losses prediction - Multi-link structure", Instituto Superior Técnico, 2020.