

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

**I. Pen-and-paper**

Homework N° 2:

**I. Pen-and-paper**

$$P = \{x_1 = \begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} B \\ 1 \end{pmatrix}, x_3 = \begin{pmatrix} A \\ 1 \end{pmatrix}, x_4 = \begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix}\}$$

$$N = \{x_5 = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, x_6 = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, x_7 = \begin{pmatrix} A \\ 1 \end{pmatrix}, x_8 = \begin{pmatrix} B \\ 1 \end{pmatrix}\}$$

$$F1 = \frac{1}{0,5 \times \frac{1}{\text{Precision}} + 0,5 \times \frac{1}{\text{Recall}}}$$

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}}$$

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}$$

$x_i$	input		output
	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	A	0	P
$x_2$	B	1	P
$x_3$	A	1	P
$x_4$	A	0	P
$x_5$	B	0	N
$x_6$	B	0	N
$x_7$	A	1	N
$x_8$	B	1	N

 $\Rightarrow K=5$ , leave-one-out

Voting:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$y_3$
$x_1$	(P)	(P)	(P)	(P)	(N)	(N)	(N)	(N)	N

escolher os 5 vizinhos mais próximos:  $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$   
(Knn)

$$y_3' = \text{modo}(x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = \text{modo}(P, P, N, N, N) = N$$

Como  $x_1$  é positivo, isto é um FN (falso negativo).

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Classificação de  $x_2$ :

$(P)$ $x_1$	$(P)$ $x_2$	$(P)$ $x_3$	$(P)$ $x_4$	$(N)$ $x_5$	$(N)$ $x_6$	$(N)$ $x_7$	$(N)$ $x_8$	$y_3$ )
$x_2$	2	—	1	2	1	1	1	N

5-Knn:  $x_3, x_5, x_6, x_7, x_8$ 

$$y_3^1 = \text{moda}(x_3, x_5, x_6, x_7, x_8) = \text{moda}(P, N, N, N, N) = N$$

Como  $x_2$  é positivo, isto é um FN (false negative).Classificação de  $x_3$ :

$(P)$ $x_1$	$(P)$ $x_2$	$(P)$ $x_3$	$(P)$ $x_4$	$(N)$ $x_5$	$(N)$ $x_6$	$(N)$ $x_7$	$(N)$ $x_8$	$y_3$ )
1	1	—	1	2	2	0	1	P

5-Knn:  $x_1, x_2, x_4, x_7, x_8$ 

$$y_3^1 = \text{moda}(x_1, x_2, x_4, x_7, x_8) = \text{moda}(P, P, P, N, N) = P$$

Como  $x_3$  é positivo, isto é um TP (true positive).Classificação de  $x_4$ :

$(P)$ $x_1$	$(P)$ $x_2$	$(P)$ $x_3$	$(P)$ $x_4$	$(N)$ $x_5$	$(N)$ $x_6$	$(N)$ $x_7$	$(N)$ $x_8$	$y_3$ )
0	2	1	—	1	1	1	2	N

5-Knn:  $x_1, x_3, x_5, x_6, x_7$ 

$$y_3^1 = \text{moda}(x_1, x_3, x_5, x_6, x_7) = \text{moda}(P, P, N, N, N) = N$$

Como  $x_4$  é positivo, isto é um FN (false negative).

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Classificação de  $n_5$ :

	$(P)$ $n_1$	$(P)$ $n_2$	$(P)$ $n_3$	$(P)$ $n_4$	$(N)$ $n_5$	$(N)$ $n_6$	$(N)$ $n_7$	$(N)$ $n_8$	$y_3$
$n_5$	0	0	2	0	-	0	2	0	P

S-Knn:  $n_1, n_2, n_4, n_6, n_8$ 

$$y_3 = \text{modo}(n_1, n_2, n_4, n_6, n_8) = \text{modo}(P, P, P, N, N) = P$$

Como  $n_5$  é negativo, isto é um FP (false positive).Classificação de  $n_6$ :

	$(P)$ $n_1$	$(P)$ $n_2$	$(P)$ $n_3$	$(P)$ $n_4$	$(N)$ $n_5$	$(N)$ $n_6$	$(N)$ $n_7$	$(N)$ $n_8$	$y_3$
$n_6$	0	0	2	0	0	-	2	0	P

S-Knn:  $n_1, n_2, n_4, n_5, n_8$ 

$$y_3 = \text{modo}(n_1, n_2, n_4, n_5, n_8) = \text{modo}(P, P, P, N, N) = P$$

Como  $n_6$  é negativo, isto é um FP (false positive).Classificação de  $n_7$ :

	$(P)$ $n_1$	$(P)$ $n_2$	$(P)$ $n_3$	$(P)$ $n_4$	$(N)$ $n_5$	$(N)$ $n_6$	$(N)$ $n_7$	$(N)$ $n_8$	$y_3$
$n_7$	0	0	0	0	2	2	-	0	P

S-Knn:  $n_1, n_2, n_3, n_4, n_8$ 

$$y_3 = \text{modo}(n_1, n_2, n_3, n_4, n_8) = \text{modo}(P, P, P, P, N) = P$$

Como  $n_7$  é negativo, isto é um FP (false positive).

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Classificação de  $x_8$ :

$x_8$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$y_3$
2	0	1	2	1	1	1	1	-

 $5-Knn : x_2, x_3, x_5, x_6, x_7$ 

$$y_3 = \text{modo}(x_2, x_3, x_5, x_6, x_7) = \text{modo}(P, P, N, N, N) = N$$

Como  $x_8$  é negativo, isto é um TN (true negative).

TP: 1

FP: 3

TN: 1

FN: 3

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Confusion matrix:

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} = 0,25$$

		Real	
		P	N
Previsto	P	TP 1	FP 3
	N	FN 3	TN 1

$$F_1 = \frac{1}{0,5 \times \frac{1}{\text{Precision}} + 0,5 \times \frac{1}{\text{Recall}}} = \frac{1}{0,5 \times \frac{1}{0,25} + 0,5 \times \frac{1}{0,25}} =$$

$$= \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

R: O valor de  $F_1$  é 0,25.

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

2)

Weighted Hamming distance:

$$\text{d}((y_{1,i}, y_{2,i}), (y_{1,j}, y_{2,j})) = w_1 \cdot \text{Hamming}(y_{1,i}, y_{1,j}) + w_2 \cdot \text{Hamming}(y_{2,i}, y_{2,j})$$

$$w_1 = 1 \\ w_2 = 0$$

	(P) $x_1$	(P) $x_2$	(P) $x_3$	(P) $x_4$	(N) $x_5$	(N) $x_6$	(N) $x_7$	(N) $x_8$	$\Sigma$
$x_1$	-	1	0	0	1	1	0	1	P
$x_2$	1	-	1	1	0	0	1	0	N
$x_3$	0	1	-	0	1	1	0	1	P
$x_4$	0	1	0	-	1	1	0	1	P
$x_5$	1	0	1	1	-	0	1	0	N
$x_6$	1	0	1	1	0	-	1	0	N
$x_7$	0	1	0	0	1	1	-	1	P
$x_8$	1	0	1	1	0	0	1	-	N

$$z_1^1 = \text{mode}(x_3, x_4, x_7) = \text{mode}(P, P, N) = P$$

$$z_2^1 = \text{mode}(x_5, x_6, x_8) = \text{mode}(N, N, N) = N$$

$$z_3^1 = \text{mode}(x_1, x_4, x_7) = \text{mode}(P, P, N) = P$$

$$z_4^1 = \text{mode}(x_1, x_3, x_7) = \text{mode}(P, P, N) = P$$

$$z_5^1 = \text{mode}(x_2, x_6, x_8) = \text{mode}(P, N, N) = N$$

$$z_6^1 = \text{mode}(x_2, x_5, x_8) = \text{mode}(P, N, N) = N$$

$$z_7^1 = \text{mode}(x_1, x_3, x_4) = \text{mode}(P, P, P) = P$$

$$z_8^1 = \text{mode}(x_2, x_5, x_6) = \text{mode}(P, N, N) = N$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$\downarrow$							
TP	FN	TP	TP	TN	TN	FP	TN

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

TP: 3

FP: 1

Confusion matrix:

TN: 3

FN: 1

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}} = \frac{3}{3 + 1} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} = \frac{3}{3 + 1} = \frac{3}{4} = 0,75$$

		Real	
		P	N
Banco	P	TP 3	FP 1
	N	FN 1	TN 3

$$F_1 = \frac{1}{0,5 \times \frac{1}{\text{Precision}} + 0,5 \times \frac{1}{\text{Recall}}} = \frac{1}{0,5 \times \frac{1}{0,75} + 0,5 \times \frac{1}{0,75}} = \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{1 \times 3}{4} = 0,75$$

Escolha de métrico:

Optámos por dar peso 0 à 2ª variável ( $y_2$ ) uma vez que a 1ª variável ( $y_1$ ) era mais informativa:

$y_1$ : classe positiva valor A $\rightarrow$ 3P valor B $\rightarrow$ 1P	classe negativa valor A $\rightarrow$ 1N valor B $\rightarrow$ 3N
--	---

$y_2$ : classe positiva valor 0 $\rightarrow$ 2P valor 1 $\rightarrow$ 2P	classe negativa valor 0 $\rightarrow$ 2N valor 1 $\rightarrow$ 2N
--	---

Também foi optado escolher  $k = 3$  no Knn.

Deste modo,  $F_{1,\text{new}} = 3 F_{1,\text{old}}$ , ou seja, foi possível triplicar o valor de  $F_1$ .

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

3.)

$$\begin{aligned} P_2 & \quad y_3|P = \{1.1, 0.8, 0.5, 0.9, 0.8\} \\ x_0 = (B, 0) & \quad y_3|N = \{1, 0.9, 1.2, 0.9\} \\ \{y_1, y_2, y_3\} & \text{ e } \{y_3\} \text{ são independentes logo,} \\ p(z|y_1, y_2, y_3) &= \frac{p(y_1, y_2, y_3|z)p(z)}{p(y_1, y_2, y_3)} = \frac{f(y_1, y_2|z)f(y_3|z)f(z)}{f(y_1, y_2)f(y_3)} \end{aligned}$$

$y_3$  tem distribuição normal  
 $z$  = output

Teorema de Bayes:  $p(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)}$

o valor de previsão  $\hat{y}$ :  $\hat{y} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \{p(c_i|x)\} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{p(x|c_i)p(c_i)}{p(x)} \right\}$

Então:

$$p(z|x) = \frac{p(x|z)p(z)}{p(x)}$$

$$p(z): \text{ priors: } p(P) = \frac{5}{9}, \quad p(N) = \frac{4}{9}$$

variáveis categóricas  
↓  
podemos ver a probabilidade diretamente

$$p(x|z): \text{ likelihood: } p(A, 0|P) = \frac{2}{5} \quad p(A, 1|P) = \frac{1}{5}$$

$$p(B, 0|P) = \frac{1}{5} \quad p(B, 1|P) = \frac{1}{5}$$

$$p(A, 0|N) = \frac{0}{4} = 0 \quad p(A, 1|N) = \frac{1}{4}$$

$$p(B, 0|N) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad p(B, 1|N) = \frac{1}{4}$$

 $\Rightarrow = P$ :

$$\text{PDF}_A: \mu_3|_{z=P} = \frac{1.1 + 0.8 + 0.5 + 0.9 + 0.8}{5} = 0.82$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Como se trata de uma amostra:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n-1} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3^2 | z=p &= \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left( (1,1 - 0,82)^2 + (0,8 - 0,82)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (0,5 - 0,82)^2 + (0,9 - 0,82)^2 + (0,3 - 0,82)^2 \right) = \frac{1}{4} \left( 0,0784 + 0,0004 + 0,1024 + 0,0064 \right) \\ &= \frac{1}{4} (0,1876) = 0,0469 \end{aligned}$$

$$\sigma_3 | z=p = \sqrt{0,0469} \approx 0,217$$

$$\mu_3 | z=N = \frac{1+0,9+1,2+0,9}{4} = 1$$

$$\begin{aligned} \sigma_3^2 | z=N &= \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left( (1-1)^2 + (0,9-1)^2 + (1,2-1)^2 + (0,9-1)^2 \right) \\ &= \frac{1}{3} (0 + 0,01 + 0,04 + 0,01) = \frac{0,06}{3} = 0,02 \end{aligned}$$

$$\sigma_3 | z=N = \sqrt{0,02} \approx 0,141$$

Portanto:

$$\mathcal{N}(\mu_3 = 0,82, \sigma_3 = 0,217 | p), \mathcal{N}(\mu_3 = 1, \sigma_3 = 0,141 | N)$$

Podemos ver a probabilidade diretamente. (variáveis categóricas)  
 Cálculo de  $P(x)$ :

$$P(A,0) = \frac{2}{9} \quad P(A,1) = \frac{2}{9} \quad P(B,0) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad P(B,1) = \frac{2}{9}$$

$$\mu_3 = \frac{1,1 + 0,8 + 0,5 + 0,9 + 0,8 + 1 + 0,9 + 1,2 + 0,9}{9} = 0,9$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\sigma_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left( (1,1-0,9)^2 + (0,8-0,9)^2 + (0,5-0,9)^2 + \right.$$

$\downarrow$

$$= 9$$

$$\begin{aligned} &+ (0,3-0,9)^2 + (0,8-0,9)^2 + (1-0,9)^2 + (0,9-0,9)^2 + (1,2-0,9)^2 \\ &+ (0,9-0,9)^2 \Big) = \frac{1}{8} (0,09 + 0,01 + 0,16 + 0,01 + 0,01 + 0,09) = \\ &= \frac{0,32}{8} = 0,04 \end{aligned}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{0,04} \approx 0,2$$

Logo

$$\mathcal{N}(\mu_3 = 0,9, \sigma_3 = 0,2)$$

4.) 3 testing observations:

$$\{(x_{11}, x_{21}, x_{31}), (A, 1, 0, 8), (B, 1, 1), (B, 0, 0, 9)\} \quad \text{MAP assumption}$$

Maximum a posteriori (MAP):

$$\hat{x}_{\text{MAP}} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \{ p(c_i | x) \} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{p(x | c_i) p(c_i)}{p(x)} \right\}$$

calcular  $p(z|x)$  para cada observação

$\hookrightarrow$  não é necessário  
calcular  $p(x)$

$$x_1: p(p | A, 1, 0, 8) = \frac{p(A, 1, 0, 8 | p) p(p)}{p(A, 1, 0, 8)}$$

$$= \frac{p(y_1=A, y_2=1, y_3=0,8 | p) p(p)}{p(y_1=A, y_2=1, y_3=0,8)} = \downarrow \text{pois } \{y_1, y_2\} \text{ e } \{y_3\} \text{ são independentes}$$

$$= \frac{p(y_1=A, y_2=1 | p) \cdot p(y_3=0,8 | p) p(p)}{p(y_1=A, y_2=1, y_3=0,8)}$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\begin{aligned} \Pr(A_1 | P) &= \frac{1}{5} & \Pr(P) &= \frac{5}{9} \\ && \text{normal df} & \text{calc.} \\ \Pr(y_3 = 0,8 | P) &\sim \mathcal{N}(0,8, \mu = 0,82, \sigma^2 = 0,217) \approx 1,831 \end{aligned}$$

$$\Pr(A_1 | P) \Pr(y_3 = 0,8 | P) \Pr(P) = \frac{1}{5} \times 1,831 \times \frac{5}{9} \approx 0,183$$

$$\Pr(N | A_1, 1, 0,8) = \frac{\Pr(A_1, 1, 0,8 | N) \Pr(N)}{\Pr(A_1, 1, 0,8)} =$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = A_1, y_2 = 1, y_3 = 0,8 | N) \Pr(N)}{\Pr(A_1, 1, 0,8)}$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = A_1, y_2 = 1 | N) \Pr(y_3 = 0,8 | N) \Pr(N)}{\Pr(A_1, 1, 0,8)}$$

$$\Pr(A_1, 1 | N) = \frac{1}{4} \quad \Pr(N) = \frac{5}{9}$$

$$\Pr(y_3 = 0,8 | N) \sim \mathcal{N}(0,8, \mu = 1, \sigma^2 = 0,141) \approx 1,035 \quad \text{calc.}$$

$$\Pr(A_1 | N) \Pr(y_3 = 0,8 | N) \Pr(N) = \frac{1}{4} \times 1,035 \times \frac{5}{9} = 0,115$$

Logo, para esta observação:

Como  $0,183 > 0,115$  então a observação é classificada com a classe P.  
(positiva)

$$\Pr(A_1 | P) \Pr(y_3 = 0,8 | P) \Pr(P) \quad \Pr(A_1 | N) \Pr(y_3 = 0,8 | N) \Pr(N)$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\text{Q2: } \hat{\mu}(P | B, 1, 1) = \frac{\hat{\mu}(B, 1, 1 | P) \hat{\mu}(P)}{\hat{\mu}(B, 1, 1)}$$

$$= \frac{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1 | P) \hat{\mu}(P)}{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1)} =$$

$$= \frac{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1 | P) \cdot \hat{\mu}(y_3 = 1 | P) \cdot \hat{\mu}(P)}{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1)}$$

$$\hat{\mu}(B, 1 | P) = \frac{1}{5} \quad \hat{\mu}(P) = \frac{5}{9}$$

$$\hat{\mu}(y_3 = 1 | P) = \mathcal{N}(1, \mu = 0,82, \sigma = 0,217) \stackrel{\text{alc.}}{\simeq} 1,303$$

$$\hat{\mu}(B, 1 | P) \hat{\mu}(y_3 = 1 | P) \hat{\mu}(P) = \frac{1}{5} \times 1,303 \times \frac{5}{9} \simeq 0,145$$

$$\hat{\mu}(N | B, 1, 1) = \frac{\hat{\mu}(B, 1, 1 | N) \hat{\mu}(N)}{\hat{\mu}(B, 1, 1)}$$

$$= \frac{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1 | N) \hat{\mu}(N)}{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1)} =$$

$$= \frac{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1 | N) \hat{\mu}(y_3 = 1 | N) \hat{\mu}(N)}{\hat{\mu}(y_1 = B, y_2 = 1, y_3 = 1)}$$

$$\hat{\mu}(B, 1 | N) = \frac{1}{4} \quad \hat{\mu}(N) = \frac{5}{9}$$

$$\hat{\mu}(y_3 = 1 | N) = \mathcal{N}(1, \mu = 1, \sigma = 0,141) \stackrel{\text{alc.}}{\simeq} 2,829$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\Pr(B_1 \cap N) \Pr(y_3 = 1 | N) \Pr(N) = \frac{1}{4} \times 2,829 \times \frac{1}{9} \approx 0,314$$

Logo, para esta observação:

temos  $0,145 < 0,314$  então a observação é classificada com a classe N.  
(negativa)

$$\Pr(B_1 \cap P) \Pr(y_3 = 1 | P) \Pr(P) \quad \Pr(B_1 \cap N) \Pr(y_3 = 1 | N) \Pr(N)$$

$$x_3: \Pr(P | B_1, 0, 0, 9) = \frac{\Pr(B_1, 0, 0, 9 | P) \Pr(P)}{\Pr(B_1, 0, 0, 9)} =$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9 | P) \Pr(P)}{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9)} =$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0 | P) \cdot \Pr(y_3 = 0, 9 | P) \Pr(P)}{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9)}$$

$$\Pr(B_1, 0 | P) = \frac{1}{5} \quad \Pr(P) = \frac{5}{9}$$

$$\Pr(y_3 = 0, 9 | P) \sim \mathcal{N}(0, 9, \mu = 0, 82, \sigma = 0, 217) \stackrel{\text{calc.}}{\approx} 1, 718$$

$$\Pr(B_1, 0 | P) \Pr(y_3 = 0, 9 | P) \Pr(P) = \frac{1}{5} \times 1, 718 \times \frac{5}{9} \approx 0, 191$$

$$\Pr(N | B_1, 0, 0, 9) = \frac{\Pr(B_1, 0, 0, 9 | N) \Pr(N)}{\Pr(B_1, 0, 0, 9)} =$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9 | N) \Pr(N)}{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9)} =$$

$$= \frac{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0 | N) \Pr(y_3 = 0, 9 | N) \Pr(N)}{\Pr(y_1 = B_1, y_2 = 0, y_3 = 0, 9)}$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\hat{p}(B|0|N) = \frac{2}{5} \quad \hat{p}(N) = \frac{4}{9}$$

$$\hat{p}(y_3=0|g|IN) \sim N(0.9, \mu=1, \sigma=0.141) \simeq 2,200$$

calc.

$$\hat{p}(B|0|N) \hat{p}(y_3=0|g|IN) \hat{p}(N) = \frac{2}{5} \times 2,200 \times \frac{4}{9} \simeq 0,489$$

Logo, para esta observação:

Como  $0.191 < 0.489$  então a observação é classificada com a classe N.  
 (negativa)

$$\hat{p}(B|0|P) \hat{p}(y_3=0|g|P) \hat{p}(P) \quad \hat{p}(B|0|N) \hat{p}(y_3=0|g|IN) \hat{p}(N)$$

Então, segundo MAP:

 $x_1 \rightarrow$  classe P $x_2 \rightarrow$  classe N $x_3 \rightarrow$  classe N

$$5) \{("Amazing rum", P), ("I like it", P), ("Too tired", N), ("Bad rum", N)\}$$

naive Bayes  $\rightarrow$  as variáveis  
 não condicionalmente  
 independentes dentro  
 da cada classe

"I like to rum"

Maximum likelihood:  $\hat{y}_{ML} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \{\hat{p}(c_i|x)\} = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{\hat{p}(x|c_i) \hat{p}(c_i)}{\hat{p}(x)} \right\}$   
 Assume-se que as  
 hipóteses são equiprováveis na classe  
 $\hat{p}(x_i|c) = \frac{\text{freq}(x_i) + 1}{N_c + V}$

$\downarrow$   
 não é preciso calcular  
 $\hat{p}(x|c_i)$

Vocabulário positivo (P):

"Amazing rum"  $\rightarrow$  {"Amazing", "rum"}"I like it"  $\rightarrow$  {"I", "like", "it"}

Então vocabulário positivo é: {"Amazing", "rum", "I", "like", "it"}

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Vocabulário negativo ( $N$ ):

"Too tired"  $\rightarrow \{\text{"Too", "tired"}\}$

"Bad rum"  $\rightarrow \{\text{"Bad", "rum"}\}$

Então o vocabulário negativo é:  $\{\text{"Too", "tired", "Bad", "rum"}\}$

O vocabulário unido das duas classes é:

vocabulário:  $\{\text{"Armaging", "num", "I", "little", "it", "Too", "tired", "Bad"}\}$

$\downarrow$   
(termos sínicos do vocabulário)  $\rightarrow \log V = 8$

Cálculo de frequências:

Classe P:  
 "Armaging"  $\rightarrow 1$   
 "num"  $\rightarrow 1$   
 "I"  $\rightarrow 1$   
 "little"  $\rightarrow 1$   
 "it"  $\rightarrow 1$   
 $m = \text{total de termos}$   
 $N_p = 5$

Classe N:  
 "Too"  $\rightarrow 1$   
 "tired"  $\rightarrow 1$   
 "Bad"  $\rightarrow 1$   
 "rum"  $\rightarrow 1$   
 $m = \text{total de termos}$   
 $N_N = 4$   
 $\log V = 4$

Como é ML assumption:

$P(\text{P}) =$   
 $\downarrow$  para classificar só é necessário saber a relação entre  
 $P(\text{P} | I)$  like to num

$$P(I) = \frac{e}{P(N | I) \text{like to num}}$$

Cálculo das probabilidades:

Classe positiva:

$$P(I | P) = \frac{\text{freq}(I) + 1}{N_p + V} = \frac{1+1}{5+8} = \frac{2}{13}$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

$$\text{p}(\text{"like"} | \text{P}) = \frac{\text{freq}(\text{"like"}) + 1}{N_{\text{P}} + V} = \frac{1 + 1}{5 + 8} = \frac{2}{13}$$

$$\text{p}(\text{"to"} | \text{P}) = \frac{\text{freq}(\text{"to"}) + 1}{N_{\text{P}} + V} = \frac{0 + 1}{5 + 8} = \frac{1}{13}$$

$$\text{p}(\text{"num"} | \text{P}) = \frac{\text{freq}(\text{"num"}) + 1}{N_{\text{P}} + V} = \frac{1 + 1}{5 + 8} = \frac{2}{13}$$

class negative:

$$\text{p}(\text{"I"} | \text{N}) = \frac{\text{freq}(\text{"I"}) + 1}{N_{\text{N}} + V} = \frac{0 + 1}{4 + 8} = \frac{1}{12}$$

$$\text{p}(\text{"like"} | \text{N}) = \frac{\text{freq}(\text{"like"}) + 1}{N_{\text{N}} + V} = \frac{0 + 1}{4 + 8} = \frac{1}{12}$$

$$\text{p}(\text{"to"} | \text{N}) = \frac{\text{freq}(\text{"to"}) + 1}{N_{\text{N}} + V} = \frac{0 + 1}{4 + 8} = \frac{1}{12}$$

$$\text{p}(\text{"num"} | \text{N}) = \frac{\text{freq}(\text{"num"}) + 1}{N_{\text{N}} + V} = \frac{1 + 1}{4 + 8} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{p}(\text{P} \mid \text{I like to num}) = \frac{\text{p}(\text{I like to num} | \text{P}) \text{p}(\text{P})}{\text{p}(\text{I like to num})} \stackrel{\text{N.B.}}{=}$$

$$\frac{\text{p}(\text{"I"} | \text{P}) \text{p}(\text{"like"} | \text{P}) \text{p}(\text{"to"} | \text{P}) \text{p}(\text{"num"} | \text{P}) \text{p}(\text{P})}{\text{p}(\text{I like to num})}$$

**Homework II – Group 041**

(ist106322, ist106157)

Como é segundo NL: } não precisamos de:

$$\begin{aligned} p(I|P) \cdot p(\text{"like"}|P) \cdot p(\text{"to"}|P) \cdot p(\text{"num"}|P) = \\ = \frac{2}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} = \frac{8}{28561} \simeq 2,801 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(N|\text{"I like to num"}) &= \frac{p(\text{"I like to num"}|N) \cdot p(N)}{p(\text{"I like to num"})} \\ &= \frac{p(I|N) \cdot p(\text{"like"}|N) \cdot p(\text{"to"}|N) \cdot p(\text{"num"}|N) \cdot p(N)}{p(\text{"I like to num"})} \end{aligned}$$

Como é segundo NL: } não precisamos de:

$$\begin{aligned} p(\text{"I"}|N) \cdot p(\text{"like"}|N) \cdot p(\text{"to"}|N) \cdot p(\text{"num"}|N) = \\ = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10368} \simeq 9,645 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

Como  $2,801 \times 10^{-4} > 9,645 \times 10^{-5}$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ p(I|P) \cdot p(\text{"like"}|P) \cdot p(\text{"to"}|P) \cdot p(\text{"num"}|P) & & p(I|N) \cdot p(\text{"like"}|N) \cdot p(\text{"to"}|N) \cdot p(\text{"num"}|N) \end{array}$$

então a frase "I like to num" é classificada como classe positiva(P).