

Universidad de Buenos Aires

FACULTAD DE INGENIERÍA

75.29 - Teoría de Algoritmos I

CÁTEDRA ROSITA WACHENCHAUZER

Trabajo Práctico No.1

79489 Rodriguez Leonardo Federico 84474 Paez Ezequiel Alejandro 87633 Rocha Mejía Maximo 99429 Ruiz Francisco

9 de abril de 2018

Índice

1.	Par	te 1: Cálculo empírico de tiempos de ejecución	2
	1.1.	Para cada uno de ellos analizar su complejidad teórica y com-	
		pararlos (tiempo promedio y peor tiempo). Tener en cuenta	
		las constantes para la comparación	2
		1.1.1. Selección	2
		1.1.2. Inserción	3
		1.1.3. Quicksort	3
		1.1.4. Heapsort	4
		1.1.5. Mergesort	5
	1.2.	Cálculo del tiempo de ejecución	6
	1.3.	Estimación de los tiempos de ejecución	9
	1.4.	Características del set para el peor caso posible	12
	1.5.	Construir para cada algoritmo y para los rangos del punto	
		"C" sets con las peores características y evaluar los tiempos de	
		ejecución. Comparar con los generados con los sets aleatorios	
		y graficar	14
	1.6.	En base a los tiempos obtenidos compare con los valores teóri-	
		cos y analice (Extensión máxima de 2 párrafos)	17
	1.7.	Instrucciones para la ejecucion de los algoritmos de ordenamiento	17
	1.8.	Codigo Algoritmos de ordenamiento	18
2.	Par	te 2: Variante del algoritmo Gale-Shapley	22
	2.1.	- •	
		plir el requerimiento	22
	2.2.	Probar que el mismo terminará en tiempo polinómico y siem-	
		pre entregará un matching estable.	26
	2.3.	Ejecutar el algoritmo utilizando un set construido especial-	
		mente para el caso	27
		2.3.1. Preferencias de los equipos	27
		2.3.2. Preferencias de los jugadores	30
		2.3.3. Equipos resultantes	33
		2.3.4. Instrucciones para la ejecución del algoritmo	33

1. Parte 1: Cálculo empírico de tiempos de ejecución

Implementar los siguientes algoritmos de ordenamiento para números enteros positivos:

- Selección
- Inserción
- Quicksort
- Heapsort
- Mergesort

1.1. Para cada uno de ellos analizar su complejidad teórica y compararlos (tiempo promedio y peor tiempo). Tener en cuenta las constantes para la comparación.

1.1.1. Selección

Del pseudocodigo podemos observar que existen dos bucles:

- bucle exterior
- bucle interior

Ambos son de ejecución obligatoria. El bucle exterior se ejecutará exactamente n-1 veces. El bucle interior también se ejecutará n-1 veces pero cada vez realizará una comparación menos que la anterior. Es decir, la primera vez se comparará el primer elemento a_1 contra los n-1 elementos restantes. La segunda vez a_2 contra los n-2 y así hasta llegar al elemento a_n que se comparará contra 1 solo elemento. Sumando todas las n-1 comparaciones del bucle interior se llega a la siguiente fórmula:

$$O((n-1) + (n-2) + \dots + 1) = O(\sum_{i=1}^{n-1} i)$$
 (1)

$$O(n^2) = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2}(n^2 - n)$$
 (2)

Este algoritmo requiere de la ejecución de todos los pasos independientemente del conjunto de datos motivo por el cual el tiempo promedio y el del peor caso es el mismo $O(n^2) = \frac{1}{2}(n^2 - n)$

1.1.2. Inserción

Nuevamente el algoritmo realiza un recorrido de todo el array (bucle exterior for) realizando n-1 comparaciones. Para cada elemento lo compara contra todos los anteriores que ya se encuentran ordenados (bucle interior) es decir para el primer elemento no hay comparaciones, para el segundo elemento lo compara contra el primero y asi ... hasta llegar al n-ésimo elemento que debe ser comparado contra los n-1 elementos ya ordenados. Es decir, es el mismo orden que el algoritmo de selección con la salvedad que las comparaciones se realizan contra un array ordenado, con lo cual no hace falta realizar todas las comparaciones sino solo cuando el elemento de comparacion sea mayor que todos los restantes. De ahi que el bucle interior sea un while con lo cual en general es un poco más rápido que el algoritmo de selección con una salvedad. El algoritmo de selección solo realiza un swap por bucle interior, en cambio inserción realiza tantos swaps como elementos sean mayores que él en cada bucle interior. Esto es debido a la implementación elegida y en algunos casos como el nuestro puede ponderar más y terminar dando que el algoritmo de insercin tenga valores mayores que el de seleccion.

$$O(1+2+3+...+(n-2)+(n-1))=O(\sum_{i=1}^{n-1}i)O(n^2)=\frac{1}{2}(n^2-n)$$

Esto es para el peor caso para el caso promedio el valor seria menor.

1.1.3. Quicksort

Quicksort es un algoritmo basado en la técnica de División y Conquista, estos algoritmos se caracterizan por ir dividiendo el problema en partes, resolverlo por separado para luego juntar las soluciones. En este caso, el algoritmo se llama a sí mismo 2 veces. Por lo tanto, al ser de División y Conquista, por el Teorema del Maestro tenemos que:

$$T_{QS}(n) = aT_{QS}(\frac{n}{h}) + O(n^c)$$
(3)

donde a representa la cantidad de llamadas recursivas que deben ser al menos 1, b es la cantidad de partes en las cuales se divide el problema que debe ser mayor a 1 y $O(n^c)$ el costo de trabajo hecho por fuera de las llamadas recursivas.

En el caso promedio, quicksort divide el vector en dos partes respecto de si son más grandes o más chicos que el número tomado como pivote. En estos casos, ambos vectores tienen una cantidad similar de elementos, haciendo que el algoritmo sea más balanceado. Cuando sucede esto podemos decir que:

$$T_{QS}(n) = 2T_{QS}(\frac{n-1}{2}) + O(n)$$
 (4)

Por el Teorema del Maestro, podemos concluir que si $log_b(a) = c$ entonces este algoritmo tiene como cota a O(nlogn), estando muy cerca al mejor caso.

Ahora veamos el peor caso, este sucede cuando uno de los vectores en los que se divide el problema queda vacio y el otro tiene los n-1 elementos restantes. Esto sucede porque el pivote elegido es unos de los extremos de la lista.

Por lo tanto, a cada llamada recursiva, se va a ir ordenando de a un elemento por vez, haciendo que se perezca mucho en su rendimiento a los ordenamientos de selección y de inserción. Su análisis computacional nos lleva a:

$$T_{QS}(n) = T_{QS}(n-1) + O(n) = \sum_{k=1}^{n} O(k) = O(n^2)$$
 (5)

Para concluir, podemos ver que es algoritmo que más diferencia tiene entre el caso promedio O(nlogn) y el peor caso $O(n^2)$ generando que sea un algoritmo inestable, aunque dependiendo de la implementación el peor caso puede ser optimizado.

1.1.4. Heapsort

Se trata de un método de ordenamiento basado en un heap, a este algoritmo lo podemos dividir en dos partes:

- Heapify
- Heapsort

Hapify es el algoritmo que convierte cualquier arreglo de números en un heap, en este caso de máximo. Comienza desde la mitad del vector hasta el principio del mismo, chequeando que cada raiz sea mayor a sus dos hijos, en caso de que esto no ocurra, intercambia sus posiciones(si es un heap de máximo). Su complejidad teórica se puede calcular a través de una serie de Taylor:

$$\sum_{k=0}^{\log(n)} \frac{n}{2^{k+1}} O(h) = O(n \sum_{k=0}^{\log(n)} \frac{h}{2^k}) < O(n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{h}{2^k})$$
 (6)

siendo h la altura del árbol con propiedad heap.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{h}{2^k} = \frac{\frac{1}{2}}{(1-\frac{1}{2})^2} = 2 \tag{7}$$

$$O(n\sum_{k=0}^{\log(n)} \frac{h}{2^k}) = O(n)$$
 (8)

Entonces la complejidad algorítmica de Heapify es O(n).

Luego tenemos el otro bucle que es propiamente el ordenamiento del heap, esta parte del algoritmo se ejecuta si o si n-1 veces, sin importar el set de datos, pero dentro del bucle, hay una función llamada **siftdown**, que tiene como complejidad una cota de O(20log(n)), debido a que dentro de ella, el while como mucho se ejecutará log(n) veces.

Para concluir, multiplicando tenemos que:

$$O(20log(n))(n-1) = O(20nlog(n))$$
 (9)

En el caso promedio, obviamente el bucle while dentro de siftdown se ejecuta menos veces que en el peor caso. Eso genera que el caso promedio este bastante por debajo de O(20nlog(n)) y siendo un algoritmo de ordenamiento aun más rápido que el mergesort, como veremos en la práctica.

1.1.5. Mergesort

Mergesort se trata de un algoritmo recursivo basado en la técnica de División y Conquista, estos algoritmos, como ya vimos, se caracterizan por ir dividiendo el problema en partes, resolverlo por separado para luego juntar las soluciones. Del pseudocódigo podemos observar que se tienen dos funciones:

- mergesort
- merge

En este caso, el algoritmo se llama a sí mismo 2 veces. Por lo tanto, al ser de División y Conquista, entonces para la primer llamada de la función mergesort es:

$$T_{MS}(n) = 2T_{MS}(\frac{n}{2}) + (T_m(n))$$
 (10)

siendo $T_m(n)$ el tiempo de ejecución de la **función merge**. Ahora analicemos este tiempo, $T_m(n)$ depende de la suma de las longitudes de los vectores que recibe, y cómo vienen ordenados cada uno. En el caso promedio el *while* se

realizará n-i veces, siendo i la cantidad de elementos que le faltan a un vector para completar el vector resultante:

$$T_m(n) = O(12n - 10i) \tag{11}$$

A diferencia del peor caso que el while se ejecutará n-1 veces, quedando solamente un elemento de algún vector para agregar al vector resultante, es decir que los 2 elementos más grandes estén en vectores separados:

$$T_m(n) = O(12(n-1)) (12)$$

A pesar de esto, las constantes que multiplican a n en ambos casos es 12, por lo tanto:

$$T_m(n) = O(12n) \tag{13}$$

Volviendo a la función **mergesort**, ésta siempre se comporta igual para cualquier tipo de sets de datos, suponiendo que $n = 2^k$ entonces:

$$T_{MS}(n) = 2^k T_{MS}(\frac{2^k}{2^k}) + kO(12n) = n + 12nlog(n)$$
 (14)

por lo tanto finalizamos que:

$$T_{MS}(n) = O(12nlog(n)) = O(nlog(n))$$
(15)

1.2. Cálculo del tiempo de ejecución

Calcular los tiempos de ejecución de cada algoritmo utilizando los primeros: 50, 100, 500, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 7500, 10000 números de cada set. Este es el punto C como se hace? A que se refiere? Porque el punto siguiente D es la estimación de las corridas

Selección

La estimación se realiza a partir del resultado obtenido en la sección anterior por ejemplo para 50 números el calculo del tiempo de ejecución seria de

$$T_{50} = \frac{1}{2}(50^2 - 50) = 1225$$

Podemos indicar que estas son unidades de procesamiento un calculo más exacto nos llevaría al conteo del costo de cada operación del algoritmo. Haciendo cálculos similares nos da la tabla siguiente:

numero	$tiempo = \frac{1}{2}(n^2 - n)$
50	1225
100	4950
500	124750
1000	499500
2000	1999000
3000	4498500
4000	7998000
5000	12497500
7500	28121250
10000	49995000

Esta tabla sirve tambien para el metodo de insercion dado que da como maximo las mismas cantidad de iteraciones.

Quicksort

Podemos aproximar su tabla como n.log(n)

numero	tiempo = nlog2(n)
50	288
100	664
500	4482
1000	9965
2000	21931
3000	34652
4000	47863
5000	61438
7500	96545
10000	132877

Heapsort

El tiempo de ejecución de este algoritmo a través de los resultados obtenidos con diferentes volúmenes de datos nos da la siguiente tabla:

numero	$tiempo = 20nlog_2(n)$
50	5643.8
100	13287.7
500	89657.8
1000	199315.7
2000	438631.4
3000	693044.8
4000	957262.7
5000	1228771.2
7500	1930901.2
10000	2657542.5

Mergesort

A partir de los resultados de la sección anterior, calcularemos el tiempo de ejecución mediante:

$$T_n = 12nlog(n)$$

Para los diferentes volúmenes de datos, calculando con logaritmo en base 2, obtenemos la siguiente tabla:

numero	tiempo = 12nlog(n)
50	3386.3
100	7972.6
500	53794.7
1000	119589.4
2000	263178.8
3000	415826.9
4000	57435706
5000	737262.7
7500	1158540.7
10000	1594525.5

1.3. Estimación de los tiempos de ejecución Selección

numero	tiempo[seg]
50	0.000203688939412
100	0.000532706578573
500	0.0109893480937
11000	0.0393036206563
2000	0.180919011434
3000	0.427456299464
4000	0.725763320923
5000	1.09040602048
7500	2.63392798106
10000	3.79089895884

Inserción

numero	tiempo[seg]
50	0.000153017044067
100	0.000789546966553
500	0.0129567146301
1000	0.0507660150528
2000	0.198131513596
3000	0.454863524437
4000	0.8265198946
5000	1.21837227345
7500	2.73131990433
10000	5.05489246845

Quicksort

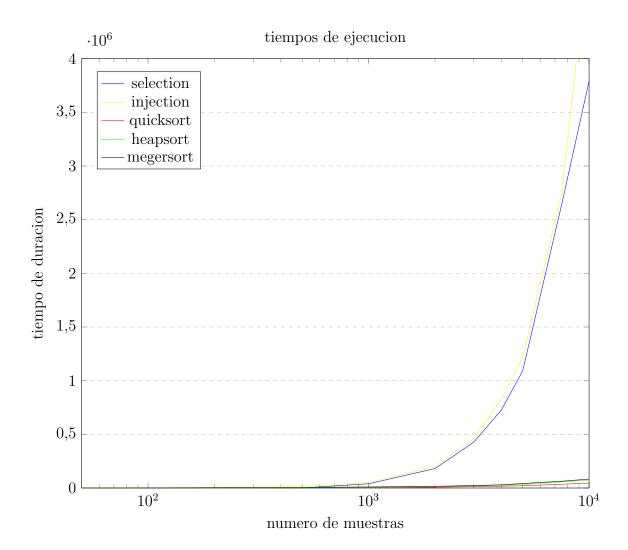
tiempo[seg]
0.000139880180359
0.000377511978149
0.00223593711853
0.00327577590942
0.00749778747559
0.0188936948776
0.0167666196823
0.0205631256104
0.0351025819778
0.0456968307495

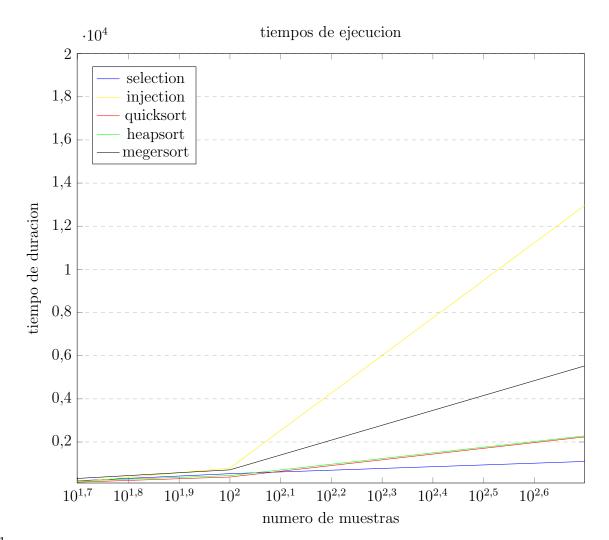
Heapsort

numero	tiempo[seg]
50	0.000192523002625
100	0.000444531440735
500	0.00228116512299
1000	0.00560901165009
2000	0.0169732093811
3000	0.019061589241
4000	0.0249751329422
5000	0.0337036848068
7500	0.0568652629852
10000	0.0751173734665

Mergesort

numero	tiempo[seg]
50	0.000310349464417
100	0.000709843635559
500	0.00552499294281
1000	0.0100009202957
2000	0.0153873205185
3000	0.0233342170715
4000	0.0295916080475
5000	0.0419291496277
7500	0.0631191015244
10000	0.0835010290146





1

1.4. Características del set para el peor caso posible

Determinar para cada algoritmo anterior las características que debe tener un set para que se comporte de la peor forma posible (si el algoritmo lo permite).

Selección

Este algoritmo tiene el mismo tiempo en todos los casos con lo cual no existe un peor set. Pero un Set ordenado haría irrelevante el ordenarlo y aun así se ejecutarían todos los pasos.

Inserción

El peor caso se da cuando el set a ordenar se encuentra ordenado en forma descendente para la implementación realizada en este trabajo. (en el caso que fuera una implementación para ordenar en forma descendente el peor caso seria entregar un set ordenado de forma ascendente). En este caso se realizarian n^2 cambios

Quicksort

Este algoritmo tiene como peor caso cuando el pivot es el menor de los numeros del conjunto o el mayor de manera tal que queden dos listas una con 0 elementos y otra con n-1. En este caso el orden es de n^2 .

Heapsort

Este algoritmo tiene como peor caso cuando el vector que se ingresa ya está ordenado de la manera que se pidió. Porque el heapify siempre crea un vector inverso al orden solicitado, si piden en orden creciente, heapify crea un heap de máximo. Por lo tanto, haría la mayor cantidad de intercambios posibles.

Mergesort

Este algoritmo tiene el peor caso cuando los dos elementos más grandes del vector se encuentran en divisiones distintas, generando que el while se tenga que ejecutar n-1 veces. Un ejemplo de esto, sería que en la primera mitad del vector estén todos los números pares y en la otra todos los números impares.

1.5. Construir para cada algoritmo y para los rangos del punto "C" sets con las peores características y evaluar los tiempos de ejecución. Comparar con los generados con los sets aleatorios y graficar.

Inserción

numero	insercion	worstcase
50	0.0001530170	0.000303983688354
100	0.000789546966553	0.00102963447571
500	0.0129567146301	0.105214285851
1000	0.0507660150528	0.104745006561
2000	0.198131513596	0.605363607407
3000	0.454863524437	1.2244461298
4000	0.8265198946	1.85734820366
5000	1.21837227345	2.72190787792
7500	2.73131990433	5.73363921642
10000	5.05489246845	10.2442992687

${\bf Quick sort}$

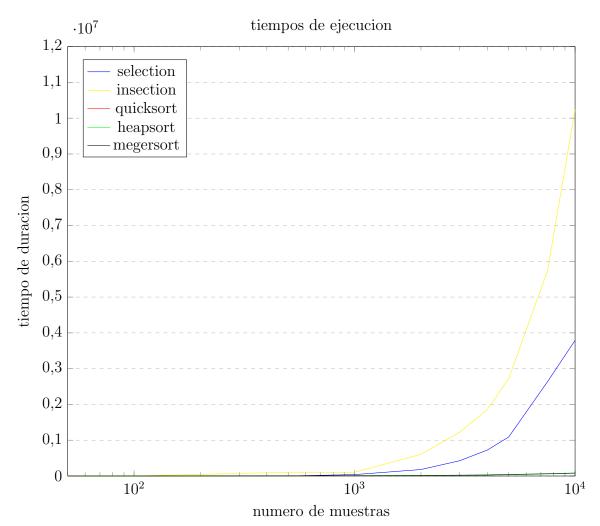
numero	quicksort[seg]	worstcase
50	0.000139880180359	0.000417041778564
100	0.000377511978149	0.00114738941193
500	0.00223593711853	0.0248492956161
1000	0.00327577590942	error maximo anidacion recursiva
2000	0.00749778747559	error maximo anidacion recursiva
3000	0.0188936948776	error maximo anidacion recursiva
4000	0.0167666196823	error maximo anidacion recursiva
5000	0.0205631256104	error maximo anidacion recursiva
7500	0.0351025819778	error maximo anidacion recursiva
10000	0.0456968307495	error maximo anidacion recursiva

Heapsort

numero	tiempo[seg]	worstcase
50	0.000192523002625	0.000309419631958
100	0.000444531440735	0.000581097602844
500	0.00228116512299	0.00287048816681
1000	0.00560901165009	0.00602440834045
2000	0.0169732093811	0.0125813961029
3000	0.019061589241	0.0207741260529
4000	0.0249751329422	0.0280975818634
5000	0.0337036848068	0.0369673728943
7500	0.0568652629852	0.058920788765
10000	0.0751173734665	0.0707016944885

Mergesort

numero	tiempo[seg]	worstcase
50	0.000310349464417	0.00034384727478
100	0.000709843635559	0.00091507434845
500	0.00552499294281	0.00383307933807
1000	0.0100009202957	0.00577623844147
2000	0.0153873205185	0.0130363941193
3000	0.0233342170715	0.0200843811035
4000	0.0295916080475	0.0264275789261
5000	0.0419291496277	0.0344556093216
7500	0.0631191015244	0.0520595788956
10000	0.0835010290146	0.0712057828903



El algoritmo de seleccion tiene como worstcase los mismo valores que en el caso random dado que la cantidad de pasos de ejecucion se mantiene constante, motivo por el cual no se realizo una corrida de este. El algoritmo de Insercion empeora sus valores, lo cual se puede observar en la tabla que presenta los dos valores el random y el worstcase. Quicksort empero sus valores hasta el caso de 1000 donde debido a restricciones de el lenguaje en que se implemento el algoritmo Python lanzo que no pudo anidar mas esto se puede salvar con un arreglo en la profundidad del stack que se debe permitir pero para los efectos del presente informe consideramos que alcanza con observar que los datos no solo empeoran sino que consumen todo el stack. Heapsort y Mergesort son los unicos casos donde no solo no empeoran sino que incluso a veces mejoran los resultados. Tanto el worstcase como el random se encuentran en el mismo orden y esto se debe a que ambos algoritmos tienen un orden n.log(n) para el worstcase como para el caso random.

De estas observaciones y las recogidas en el analisis de la seccion anterior podemos comprobar que Heapsort y Mergesort tienen el comportamiento mas uniforme. Sin embargo Quicksort puede presentar tiempos de ejecucion mejores para el caso aleatorio cuando no exista orden dentro del

1.6. En base a los tiempos obtenidos compare con los valores teóricos y analice (Extensión máxima de 2 párrafos).

Del gráfico se puede observar que selección e inserción son algoritmos de orden cuadrático mientras que los métodos restantes son de orden logaritmicos y que para muestras mayores a 1000 sus tiempos de ejecución son mucho menores a los primeros. Heapsort, en nuestro análisis teórico, nos resultó ser más lento que el mergesort, debido a la implementación y a que esa cota se ajustaba más al peor caso que al caso promedio y una vez corridos ambos algoritmos pudimos ver que es un poco más rápido porque internamente, el bucle while, no se ejecuta tantas veces. En el caso del algoritmo de inserción a pesar que teóricamente tiene tiempos, en promedio menores que el de selección no fue el caso en nuestras pruebas sino todo lo contrario. Esto se debe a que los swaps realizados por el inserción pesaron más que la menor cantidad de comparaciones frente al de selección.

Comparando respecto al caso teórico los resultados son coincidentes, para valores grandes los algoritmos se vuelven asintóticos y pondera más su orden que las constantes que los acompañan.

1.7. Instrucciones para la ejecucion de los algoritmos de ordenamiento

Ingresar el comando siguiente:

python sorts.py -i algoritmo -n cantidad

donde algoritmo puede ser alguno de los siguientes = selection, insertion, quicksort, heapsort, mergesort

y cantidad se corresponde con las cantidades solicitadas para este trabajo es decir 50,100,500,1000,2000,3000,4000,5000,7500,10000

De esta manera si ejecutara el caso con datos random.

Para el worstcase agregarle la opcion -w por ejemplo para 50 muestras y el algoritmo mergesort en el worstcase.

python sorts.py -i algoritmo -n cantidad -w

La ejecucion de los comando lanzara 10 valores de tiempo de ejecucion expresados en segundos seguidos por un ultimo tiempo indicando el tiempo medio.

1.8. Codigo Algoritmos de ordenamiento

```
import sys
   def selectionsort(a):
     for j in xrange(len(a)):
       iMin=j
       for i in xrange(j+1,len(a)):
         if a[i] < a[iMin]:</pre>
           iMin=i
       if iMin!=j:
         aux = a[j]
11
         a[j]=a[iMin]
         a[iMin]=aux
13
       # print(a[:j])
14
   def insertionsort(a):
       for i in xrange(1, len(a)):
16
           j = i-1
17
           key = a[i]
           while (a[j] > key) and (j >= 0):
19
              a[j+1] = a[j]
20
              j -= 1
21
           a[j+1] = key
22
23
   def quicksort(arr):
       less = []
25
       pivotList = []
26
       more = []
27
       if len(arr) <= 1:
28
           return arr
       else:
30
           pivot = arr[0]
           for i in arr:
32
               if i < pivot:</pre>
33
                   less.append(i)
               elif i > pivot:
                   more.append(i)
36
```

```
else:
37
                  pivotList.append(i)
38
           less = quicksort(less)
           more = quicksort(more)
           return less + pivotList + more
41
42
   def heapsort(lst):
43
     ''' Heapsort. Note: this function sorts in-place (it mutates the
44
         list). '''
45
     # in pseudo-code, heapify only called once, so inline it here
46
     for start in range((len(lst)-2)/2, -1, -1):
47
       siftdown(lst, start, len(lst)-1)
48
49
     for end in range(len(lst)-1, 0, -1):
       lst[end], lst[0] = lst[0], lst[end]
       siftdown(lst, 0, end - 1)
52
     return 1st
54
   def siftdown(lst, start, end):
     root = start
     while True:
       child = root * 2 + 1
       if child > end: break
       if child + 1 <= end and lst[child] < lst[child + 1]:</pre>
60
         child += 1
       if lst[root] < lst[child]:</pre>
         lst[root], lst[child] = lst[child], lst[root]
         root = child
64
       else:
65
         break
66
   def mergesort(array):
69
     if len(array) < 2:</pre>
70
       return array
71
72
     middle = int(len(array)/2)
73
     left = mergesort(array[:middle])
74
     right = mergesort(array[middle:])
75
76
77
     return merge(left, right)
78
```

```
def merge(left, right):
        result = []
80
        left_idx, right_idx = 0, 0
        while left_idx < len(left) and right_idx < len(right):</pre>
            # change the direction of this comparison to change the
83
               direction of the sort
           if left[left_idx] <= right[right_idx]:</pre>
84
                result.append(left[left_idx])
85
                left_idx += 1
           else:
                result.append(right[right_idx])
               right_idx += 1
89
90
        if left_idx < len(left):</pre>
91
           result.extend(left[left_idx:])
        if right_idx < len(right):</pre>
93
           result.extend(right[right_idx:])
94
        return result
95
96
97
    def sort(type,number,worstcase):
99
      sorts = {'selection': selectionsort,
100
      'insertion': insertionsort,
      'quicksort': quicksort,
      'mergesort': mergesort,
      'heapsort': heapsort}
104
     method_name = myargs['-i']
106
         # set by the command line options
107
        #if myargs[]
108
      if type not in sorts:
       raise Exception("Sort Algorithm %s not implemented" % type)
110
       exit()
111
112
      if worstcase:
113
       file=number+'.'+type+'.worstcase'
114
      else:
       file=number+'.random'
116
      b=[]
117
     with open(file, 'r') as f:
118
119
       for line in f:
         b.append(int(line))
120
```

```
#print(b)
121
      from timeit import default_timer as timer
122
      #slice create a copy of the array
     results={}
124
     mean=0
125
      for x in xrange(0,10):
126
       print(x)
127
       a=b[:]
128
        start = timer()
        sorts[type](a)
130
       end = timer()
131
       results[x]=end-start
132
       print (results[x])
133
       mean+=end-start
134
      print(x)
135
     mean=mean/(x+1)
136
      print (mean)
137
     return
138
139
    def getopts(argv):
140
        opts = {} # Empty dictionary to store key-value pairs.
141
        while argv: # While there are arguments left to parse...
142
            if argv[0][0] == '-': # Found a "-name value" pair.
143
              if argv[0][1] != 'w':
144
               opts[argv[0]] = argv[1] # Add key and value to the
145
                   dictionary.
             else:
146
               opts['-w']='y'
147
            argv = argv[1:] # Reduce the argument list by copying it
148
               starting from index 1.
        return opts
149
    if __name__ == '__main__':
151
       from sys import argv
152
       myargs = getopts(argv)
153
        if myargs.has_key('-i'):
154
         sort(myargs['-i'],myargs['-n'],myargs.has_key('-w'))
        exit()
```

2. Parte 2: Variante del algoritmo Gale-Shapley

Una liga amateur de Basketball tiene una manera extraña de iniciar la temporada. Un draft se realiza entre 200 jugadores anotados entre los 20 equipos que participaran. Tanto los jugadores como los equipos tienen una lista de preferencia donde establecen en orden decreciente sus elecciones. Cada listado es completo (tienen a todos los jugadores/equipos) y sin empates de preferencia. Se pretende construir un matching estable que termine con 20 equipos de 10 jugadores cada uno.

Información adicional

- Cada equipo contará con un archivo llamado "equipo_[nro].prf" donde estarán en forma ordenada decreciente sus preferencias de jugadores.
- Cada jugador contará con un archivo llamado "jugador_[nro].prf" donde estarán en forma ordenada decreciente sus preferencias de equipos.
- Los jugadores estarán identificados por números entre el 1 y el 200.
- Los equipos estarán identificados por números entre el 1 y el 20.

2.1. Construir el algoritmo de Gale-Shapley modificado para cumplir el requerimiento.

```
#!/usr/bin/python
  import time
  import random
   import sys
  FREE_POSITION = -1 #representa una posicion libre en un equipo
6
  #Dimensiones del problema:
  teams_amount, players_by_team, players_amount = 20, 10, 200
  #teams_amount, players_by_team, players_amount = 3, 2, 6
11
   def load_players_peferences():
     players_preferences = [range(teams_amount) for y in
13
         range(players_amount)]
     for i in range(players_amount):
        file_name =
            './setDePruebasParte2/'+'jugador_['+str(i+1)+'].prf'
        with open(file_name, 'r') as preference_list:
16
           pl = [int(j) for j in list(preference_list)]
17
```

```
players_preferences[i] = pl
18
      return players_preferences
19
   def load_teams_preferences():
      teams_preferences = [range(players_amount) for y in
22
         range(teams_amount)]
      for i in range(teams_amount):
23
        file_name =
24
            './setDePruebasParte2/'+'equipo_['+str(i+1)+'].prf'
        with open(file_name, 'r') as preference_list:
           pl = [int(j) for j in list(preference_list)]
26
           teams_preferences[i] = pl
27
      return teams_preferences
28
   #Genera un set de archivos de prueba en el directorio
      setDePruebasParte2
   #Para equipos: equipo_[nro].prf => generate_test_set(teams_amount,
      players_amount, 'equipo')
   #Para jugadores: jugador_[nro].prf =>
       generate_test_set(players_amount, teams_amount, 'jugador')
   def generate_test_set(files_amount, lines_amount,
      file_name_prefix):
      for i in range(files_amount):
34
        file_name =
35
            './setDePruebasParte2/'+file_name_prefix+'_['+str(i+1)+'].prf'
        fh = open(file_name,'w')
        members_ranking = range(lines_amount)
37
        random.shuffle(members_ranking)
        for j in members_ranking:
39
          fh.write("%s\n" % (j+1))
40
        fh.close()
41
   def init_teams():
43
      teams = [[FREE_POSITION for x in range(players_by_team)] for y
44
         in range(teams_amount)]
     return teams
45
46
   def team_vacancies_available(team):
47
      return FREE_POSITION in team
48
49
   def vacancies_available(teams):
50
      for team_number in range(teams_amount):
51
        if(team_vacancies_available(teams[team_number])):
```

```
return True
53
     return False
54
   def add_player_to_team(team, player_number):
     team[team.index(FREE_POSITION)] = player_number
57
   def remove_player_from_team(team, player_number):
     team[team.index(player_number)] = FREE_POSITION
60
61
   def move_player(from_team, to_team, player_number):
62
     remove_player_from_team(from_team, player_number)
63
      add_player_to_team(to_team, player_number)
64
65
   def compare_preferences(preferences, a_number, b_number):
66
      a_rank = preferences.index(a_number)
67
     b_rank = preferences.index(b_number)
     if(a_rank < b_rank):</pre>
69
        return 1
70
     elif (a_rank > b_rank):
71
        return -1
     else:
        return 0
74
   def find_player(teams, player_number):
     for team_number in range(teams_amount):
77
        if player_number in teams[team_number]:
78
           return team_number
79
     return FREE_POSITION
80
81
   def run_gale_shapely(teams, teams_preferences,
82
      players_preferences):
     while vacancies_available(teams):
        for team_number in range(teams_amount):
           while team_vacancies_available(teams[team_number]):
85
              team_preference = teams_preferences[team_number].pop(0)
86
              other_team_number = find_player(teams, team_preference)
87
              if(other_team_number == FREE_POSITION):
88
                 add_player_to_team(teams[team_number],
                     team_preference)
              else:
٩n
                 if(compare_preferences(players_preferences[team_preference-1],
91
                     team_number+1, other_team_number+1) > 0):
```

```
move_player(teams[other_team_number],
92
                        teams[team_number], team_preference)
    def print_preferences(preferences):
      preferences_str = [str(x) for x in preferences]
95
      for i in range(len(preferences_str)):
96
         sys.stdout.write(str(i) + ":")
         print preferences[i]
98
         sys.stdout.flush()
99
100
    def print_everything(teams_preferences, players_preferences,
      print "Preferencias de los equipos:"
      print_preferences(teams_preferences)
103
      print "Preferencias de los jugadores:"
      print_preferences(players_preferences)
106
107
      print "Equipos formados:"
108
      print_preferences(teams)
109
      sys.stdout.flush()
111
      time.sleep(0.1)
112
113
    def main():
114
      print "TP1 - Parte 2: Algoritmo de Gale Shapely"
116
      generate_test_set(teams_amount, players_amount, 'equipo')
117
      generate_test_set(players_amount, teams_amount, 'jugador')
118
119
      teams_preferences = load_teams_preferences()
120
      players_preferences = load_players_peferences()
121
      teams = init_teams()
123
      run_gale_shapely(teams, teams_preferences, players_preferences)
124
      print_everything(teams_preferences, players_preferences, teams)
126
      return teams
128
129
130
   #Genera la tabla de jugadores y equipos en LaTeX para el informe
131
   def to_latex(matrix):
```

```
column_definition = "|".join(["c" for x in
133
          range(len(matrix[0]))])
      print("\\begin{center}")
134
      print("\\begin{longtable}{ | " + column_definition + "| } ")
      print(" \\hline")
136
137
      for row in range(len(matrix)):
138
         sys.stdout.write(" & ".join(map(str, matrix[row])) + "
139
             \\\\n")
140
      print(" \\hline")
141
      print("\\end{longtable}")
142
      print("\\end{center}")
143
144
    def players_preferences_to_latex():
      preferences = load_players_peferences()
146
      matrix = [range(len(preferences))] + zip(*preferences)
147
      matrix = zip(*matrix)
148
      to_latex(matrix)
149
150
    def teams_preferences_to_latex():
      preferences = load_teams_preferences()
      matrix = [range(len(preferences))] + zip(*preferences)
153
      to_latex(matrix)
154
   def results_to_latex():
156
      results = main()
      matrix = [range(len(results))] + zip(*results)
158
      to_latex(matrix)
159
160
   if __name__ == "__main__":
161
      main()
```

2.2. Probar que el mismo terminará en tiempo polinómico y siempre entregará un matching estable.

1) El algoritmo es de orden O(cantidadEquipos * cantidadJugadores). Sea una función P(t) que represente la cantidad de pares (x,y) tales que el equipo x le haya ofrecido una posición al jugador y (independientemente de la posición que ocuparía y en el equipo) al término de la iteración t del

bloque interno (línea 86). Entonces P(t+1) > P(t) para todo t ya que un equipo no ofrece 2 veces al mismo jugador. Pero P() al final de todas las iteraciones puede ser a lo sumo igual a todas las combinaciones posibles de equipo-jugador, por lo tanto habrán a lo sumo (cantidadEquipos * cantidad-Jugadores) iteraciones.

2) El algoritmo siempre devuelve un matching estable.

Lo probamos por reducción al absurdo. Supongamos que el algoritmo devuelve 2 tuplas $(e, j, j_2, j_3, j_4...)$ y $(e', j', j_a, j_b, j_c, ...)$ tales que: el equipo e prefiere al jugador j' antes que a j y el jugador j' prefiere al equipo e antes que a e'

¿Es posible que e le haya ofrecido a j' antes que a j?

Si no fue así, entonces j debió estar antes que j' en la lista de preferencia de e, lo cual contradice la suposición inicial de que e prefiere a j'.

Si fue así, entonces j' rechazó a e por algún mejor equipo e". Entonces o bien e'' = e', lo cual quiere decir que j' prefirió al equipo e' por sobre e. O bien $e'' \neq e'$ y entonces por transitividad e' fue preferido por j' por sobre e. Ambas posibilidades contradicen la suposición inicial de que el jugador j' prefiere al equipo e antes que a e'.

2.3. Ejecutar el algoritmo utilizando un set construido especialmente para el caso.

Para poder probar el algoritmo hemos construido un set de pruebas consistente en archivos que contienen las preferencias de los jugadores y de los equipos. Las tablas que se proveen a continuación representan el contenido de estos archivos, y la última tabla es el resultado de la ejecución del algoritmo.

2.3.1. Preferencias de los equipos

En la siguiente tabla, las columnas representan los equipos numerados del 0 al 19. Cada uno tiene el listado de los 200 jugadores ordenados de arriba a abajo por preferencia desde el más preferido al menos preferido.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	147	173	136	189	102	186	78	152	146	108	145	79	149	159	138	59	81	43	102
158	37	151	11	4	191	72	92	196	185	59	35	5	83	165	171	134	129	4	80
146	105	136	179	78	184	110	39	53	87	100	34	76	100	119	77	99	185	156	24
65	179	53	128	176	158	123	178	24	141	162	23	191	162	105	184	110	84	125	64
131	84	66	185	75	183	3	16	28	34	74	57	96	146	115	85	96	65	98	58
171	49	68	15	147	39	131	83	55	151	113	109	120	19	76	66	198	100	154	154
44	176	149	42	174	83	36	173	34	107	129	119	99	98	64	157	72	25	21	16
54	61	101	192	27	96	56	3	189	23	116	16	155	67	95	48	177	166	20	36
66	119	165	199	81	20	31	52	9	153	151	196	186	1	187	56	51	66	122	155
190	114	117	156	61	175	139	45	23	83	35	28	181	163	15	13	40	176	183	158
101	149	86	40	151	16	40	70	31	28	67	112	187	155	46	45	136	49	84	130
132	180	147	59	184	3	100	199	71	169	156	188	57	32	150	3	138	138	96	10
109	124	99	200	40	33	76	116	118	55	49	1	134	148	124	49	114	96	75	110
117	98	119	34	47	32	17	32	44	133	37	15	7	90	32	185	104	95	53	169
72	104	49	41	180	126	12	37	121	178	159	95	160	71	170	136	132	91	178	39

175 80 199 187 36 94 184 103 81 165 29 162 28 14 15 10 60 180 50 100 161 136 85 41 155 104 174 17 150 151 106 55 114 119 164 84 70 122 139 162 178 179 180 180 180 180 180 180 180 180 180 180
96 186 162 177 195 1 103 160 68 38 161 100 75 164 88 129 169 41 16 72 172 58 8 101 70 94 78 85 163 192 92 153 196 44 166 128 97 199 32 156 137 36 174 117 115 185 24 117 115 69 132 170 42 17 112 89 29 171 184 19 59
18
163 110 16 50 100 113 66 159 114 145 67 22 22 26 8 181 198 185 197 132 44 45 135 105 188 84 137 177 77 32 12 12 12 12 13 14 14 15 15 15 15 16 16 16 16
43 120 32 46 50 74 155 117 26 42 256 198 86 63 137 102 146 197 103 128 187 173 128 187 173 129 161 163 173 173 183 192 62 105 1 158 168 192 68 192 103 105 1
12 149 140 14 140 140 140 140 129 107 42 63 57 67 125 193 49 113 82 74 173 165 86 28 161 152 157 156 161 51 112 153 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 161 51 165 165 161 51 165 161 51 165 16
133 49 67 175 74 38 2 69 116 156 189 169 199 118 191 61 42 30 51 11 148 151 127 162 4 82 88 50 152 4 82 88 50 152 188 115 63 63 172 1 188 115 63 64 64 64 64 64 64 64 64
101 150 185 134 17 104 34 14 172 103 63 74 89 72 171 46 99 72 171 46 99 151 38 175 56 107 91 147 118 6 23 167 93 171 147 118 6 23 167 171 188 168 175 167 175 175 175 175 175 175 175 17
16 93 70 108 144 132 92 123 164 4 128 80 66 198 46 133 99 170 10 3 179 163 5 167 155 137 29 98 26 157 96 157 97 116 178 131 30 162 72 8 198 198 197 116 178 131 30 154 12 12 135 136 147 176 143 144 145 1
71 65 48 148 1498 100 155 93 131 195 82 63 140 128 144 182 15 194 6 113 184 31 76 132 125 142 187 47 130 130 166 88 75 191 76 7 102 139 104 27 181 50 44 98 106 96 149 162 30 46 45 31 31 31 52 190 173 67 108 33 135 2 190 173 67 108 33 135 2 190 173 67 108 134 78 33 135 2 190 173 67 108 134 78 33 135 2 190 173 67 108 174 189 189 166 96 179 170 181 184 185 186 187 197 198 198 198 198 198 198 198 198 198 198
63 125 112 29 91 6 165 86 105 87 120 138 170 154 1 181 184 197 118 134 124 182 89 163 68 69 23 82 185 55 171 1157 16 45 141 194 20 76 21 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41
48 96 91 134 6 155 116 160 127 99 200 77 171 33 157 173 130 121 149 8 94 164 92 75 85 152 41 181 63 63 63 63 63 63 63 63
11 112 42 48 171 77 41 73 101 185 64 90 157 61 20 27 39 37 43 48 45 47 193 88 22 194 86 45 51 200 102 33 92 70 103 17 185 47 193 193 194 195 1
68 158 124 160 12 115 11 23 61 37 139 28 27 168 165 138 53 127 125 2 34 69 191 35 41 119 166 101 188 189 109 166 156 147 161 161 161 162 163 1
117 55 45 24 26 28 29 24 125
72 113 129 115 186 71 188 150 68 91 11 97 116 24 39 177 154 92 88 191 86 62 46 180 9 152 170 98 64 156 29 76 143 153 20 111 163 43 104 99 168 110 87 81 88 173 31 20 111 134 48 170 111 134 48 170 111 134 49 165 167 7 52 30 79 35 127 26 149 145 176 57 128 140 151 63 144 190 44
11 50 165 166 161 73 122 1 42 55 64 10 18 171 188 147 188 147 188 147 105 107 7 149 146 36 41 150 63 151 150 63 151 150 63 151 163 163 163 163 163 173 180 180 180 180 180 190 190 190 190 190 190 190 19
134 55 175 174 106 193 115 40 23 128 60 79 97 148 24 53 190 108 10 80 169 188 162 157 30 80 169 188 104 187 78 152 12 110 27 63 36 197 123 133 14 9 189 199 108 109 108 109 109 109 109 109 109 109 109
81 11 52 167 121 29 137 143 115 10 92 60 59 186 158 12 124 190 65 61 132 140 114 34 24 30 19 82 199 63 83 147 138 139 149 149 159 169 170 184 170 170 184 170 184 170 184 170 184 170 186 187 187 187 188 188 198 198 198 198 198 198
183 23 38 198 166 88 25 48 63 114 197 190 69 134 59 195 98 92 73 175 35 143 105 105

195 199 189 9 74 62 191 181 141 64 15 178 104 4 6 168 153 92 140 170 38 182 148 153 91 115 148 143 39 133 91 115 148 53 200 47 112 177 30 37 77 35 37 77 36 38 34 156 31 196 88 88 45 96 91 116 89 91 117 121
81 131 197 173 189 127 40 99 189 43 56 54 123 109 7 82 134 25 107 86 57 120 181 159 55 136 121 165 126 73 130 157 60 52 48 93 141 133 110 4 35 13 76 108 154 27 200 20 181 188 67 62 138 111 83 151 156 168 176 188 171 188 175 188 171 188 175 188 189 189 189 189 189 189 189 189 189
25 80 167 47 114 105 33 171 44 104 8 89 155 111 121 121 121 137 90 134 148 83 175 28 183 16 142 85 140 100 7 120 106 199 29 27 26 26 21 18 18 18 18 18 18 18 18 18 1
58 193 90 188 99 182 102 137 174 10 93 6 108 1 168 88 119 4 158 88 26 5 54 25 30 133 176 2 162 80 57 73 118 13 172 162 80 133 172 162 80 133 134 164 165 172 173 184 185 185 185 185 185 185 185 185 185 185
2 30 136 67 188 98 53 12 97 23 115 48 99 113 152 149 143 22 83 11 118 142 28 144 131 166 65 130 36 34 153 96 9 178 6 200 167 8 77 116 156 114 55 121 15 108 186 45 124 79 44 175 33 160 20 140 25 168 71 171 5 106 76 190 31
138 172 196 66 62 115 25 123 18 8 17 2 164 147 176 98 134 150 89 105 15 144 122 13 121 15 134 15 15 15 166 78 78 88 80 105 15 166 78 78 166 78 168 168
7 160 46 45 130 37 80 28 35 184 170 166 149 26 33 83 62 200 146 65 97 159 79 52 70 197 71 94 138 99 135 147 165 196 58 23 57 187 34 126 27 157 47 15 145 22 14 155 44 124 73 140 93 120 24 98 161 137 29 192 195 167 190 114 198 96 113 107 109 181 85 195 68 117 59
85 80 149 200 53 152 106 68 8 9 117 25 169 113 105 47 127 86 137 98 157 54 140 144 197 179 114 18 90 187 28 19 105 47 113 105 47 113 105 47 114 115 116 117 118 119 119 119 119 119 119 119 119 119
119
94 110 1 154 184 119 180 8 80 8 137 143 122 156 109 89 179 123 183 121 183 121 183 121 183 121 183 121 183 121 183 121 183 121 183 199 174 117 156 66 91 188 13 95 49 188 189 189 189 189 189 189 18
66 174 111 198 73 169 133 181 58 130 114 173 3 139 149 99 61 145 30 96 145 30 96 145 31 149 149 148 8 70 43 188 2 153 199 140 186 41 100 186 41 119 147 46 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41
140 143 156 141 87 14 20 73 107 138 68 175 61 139 42 52 30 133 58 60 19 111 97 90 192 31 114 179 70 185 146 174 102 29 70 180 81 4 88 142 191 159 125 118 159 125 118 159 125 118 159 125 138 148 159 15
84 50 151 158 53 183 62 35 31 105 170 146 621 97 13 87 2 123 162 179 38 44 400 122 147 56 130 147 56 136 136 136 136 136 137 138 147 138 147 138 148 149 1
97 117 104 49 9 24 6 142 200 198 21 113 193 120 40 194 181 174 33 81 122 66 192 8 95 3 141 25 20 60 143 52 173 114 186 183 175 64 123 59 29 131 144 186 175 64 123 175 64 123 175 64 123 175 64 123 175 64 171 175 87 98 185 187 98 185 187 172 186 187 172 173 180 181 187 172 173 180 181 187 172 173 180 181 187 172 173 180 181 187 172 173 180 181 187 172 173 180 181 187 172 173 180 180 181 187 171 183 180 180 181 187 172 185 180 180 181 180 181 187 172 185 180 180 181 180 181 181 185 174 186 186 187 189 189 189 189 189 189 189 189 189 189
5 1116 29 90 151 129 151 33 190 63 89 174 91 12 85 9 160 23 192 145 103 37 121 122 145 103 37 121 128 138 153 186 88 81 14 87 47 13 185 137 77 147 156 9 167 169 169 169 169 169 169 169 169 169 169
55 40 69 178 90 174 60 84 187 179 199 105 5 121 47 108 5 123 20 37 114 142 31 172 93 19 6 33 200 18 101 100 50 193 105 107 115 107 115 107 115 107 115 107 115 107 115 107 115 107 107 108 108 108 108 108 108 108 108 108 108
129 4 175 174 69 125 170 135 117 81 108 46 124 196 61 15 79 9 141 188 158 91 87 97 38 148 158 91 187 130 173 61 19 128 74 155 20 37 80 173 61 19 128 74 155 83 119 128 74 155 83 115 83 115 83 115 83 115 83 115 83 117 66 65 13 67 68 69 13 70 22 100 85 85 103 70 22
45 173 200 93 132 135 137 156 147 151 166 192 137 58 28 83 69 35 29 21 158 168 170 74 181 194 182 4 127 75 181 144 52 77 51 149 144 52 77 51 149 141 156 112 122 122 138 144 157 158 168 170 174 181 194 194 194 195 196 196 197 198 198 198 198 198 198 198 198
55 51 3 62 173 78 185 39 165 101 71 76 54 172 25 163 155 161 162 77 42 162 17 49 162 17 49 162 108 66 68 33 181 103 90 141 133 153 1
7 116 167 68 4 62 123 171 32 156 68 191 186 43 54 186 43 11 193 148 46 137 200 70 65 67 138 6 71 152 133 3 125 111 72 34 100 157 14 164 199 44 60 142 117 84 127 128 180 129 49 173 77 15 119 26 21 124 19 194 193 140 106 52 124 19 194 135

59	135	60	189	72	192	128	59	38	38	4	55	46	65	197	126	67	32	109	161
90	151	118	37	38	146	119	155	150	11	154	80	60	179	97	166	48	33	149	61
125	148	82	23	111	34	13	163	114	79	183	89	94	103	94	161	93	17	151	177
144	122	131	184	14	167	81	36	7	161	142	147	125	126	110	125	57	155	119	17
155	198	52	166	60	178	168	44	47	85	191	51	119	51	8	155	178	29	191	1
108	182	176	149	150	4	32	158	65	3	51	186	141	108	131	137	162	120	73	50
8	143	42	131	41	179	5	79	185	81	176	69	28	75	92	106	179	118	58	149
160	178	124	97	82	77	183	95	110	41	56	148	175	7	171	23	6	101	171	56
46	26	198	140	89	47	182	40	135	51	98	37	138	133	163	11	144	163	120	168
67	22	57	139	126	58	163	177	100	120	107	131	176	164	152	22	186	103	104	78
147	65	79	70	134	73	6	193	111	165	195	59	40	89	138	112	152	75	5	37
159	31	113	31	19	119	55	135	140	111	75	163	34	190	75	130	193	88	2	31
197	10	39	14	163	200	41	141	68	64	71	193	75	151	43	175	190	117	80	40
176	23	156	160	170	181	150	73	58	73	57	115	195	17	18	78	167	68	89	75
127	2	159	142	139	99	122	131	161	86	148	79	8	36	161	53	8	195	169	179
188	118	191	120	24	26	141	192	160	170	101	39	72	96	21	74	62	47	57	76
118	87	64	92	13	185	164	115	42	77	103	199	26	62	54	21	94	90	141	108
130	183	109	124	141	163	178	181	188	114	121	168	104	87	172	58	164	54	126	45
82	144	172	75	18	190	89	191	90	158	33	158	169	197	128	122	184	73	128	2

2.3.2. Preferencias de los jugadores

En la siguiente tabla, las filas representan los jugadores numerados del 0 al 199. Cada uno tiene el listado de los 20 equipos ordenados de izquierda a derecha por preferencia desde el más preferido al menos preferido.

0	2	17	16	14	18	3	19	6	10	20	13	15	8	7	11	1	5	12	9	
1	18	12	15	9	19	7	13	1	4	3	20	2	5	11	14	6	16	10	8	4 17
2	17	9	10	11	18	7	19	16	1	12	3	5	2	6	13	20	4	14	8	15
3	14	4	9	12	18	3	20	11	8	15	17	2	19	16	1	5	6	13	10	7
4	10	19	18	3	14	16	20	2	8	15	13	11	17	4	7	12	6	9	5	1
5	12	11	18	1	20	15	10	4	19	8	9	13	5	17	16	14	7	6	3	2
6	20	3	10	8	9	7	14	17	4	15	11	16	13	12	18	2	6	19	1	5
7	1	19	8	12	7	6	13	14	16	3	9	4	2	11	5	15	10	20	18	17
8	12	8	19	14	2	4	11	18	6	20	7	1	3	10	15	16	13	17	5	9
9	16	13	7	6	11	19	8	5	1	18	9	4	15	20	10	12	14	2	17	3
10	8	19	12	7	5	17	15	3	6	18	9	2	14	13	10	1	11	20	4	16
11	2	13	9	14	1	17	11	5	18	20	16	15	6	8	4	3	19	10	12	7
12	6	12	5	13	8	16	3	2	14	20	10	15	9	18	19	1	7	11	4	17
13	9	17	6	3	14	7	15	19	11	16	2	4	13	12	10	1	20	18	5	8
14	1	12	3	18	20	8	19	11	13	10	14	17	4	9	7	5	6	2	15	16
15	1	11	12	14	17	2	3	10	16	4	19	5	9	13	18	20	6	7	8	15
16	17	19	14	13	2	20	12	4	8	15	11	18	10	1	9	6	3	5	7	16
17	3	6	13	10	17	18	9	16	4	11	14	7	1	8	20	19	2	15	5	12
18	8	13	3	7	17	2	18	5	14	19	1	20	9	10	12	11	16	4	15	6
19	20	9	17	10	2	19	1	14	8	4	11	18	5	13	16	3	7	6	12	15
20	14	3	5	19	10	12	8	1	9	7	18	15	20	16	17	6	2	13	11	4
21	11	12	14	13	17	10	7	9	19	6	20	2	4	15	5	8	1	3	18	16
22	11	6	20	14	15	10	9	2	13	16	12	1	7	19	4	17	5	18	3	8
23	11	10	6	14	17	15	19	5	4	13	12	18	3	1	7	8	20	9	2	16
24	20	19	3	6	9	8	4	15	14	7	12	11	16	2	5	13	10	18	17	1
25	15	9	1	8	18	19	7	2	10	11	14	6	16	17	12	3	5	4	20	13
26	13	12	7	16	11	1	9	14	20	5	19	3	6	18	2	15	10	8	4	17
27	17	5	4	6	11	10	7	13	15	9	19	3	8	2	20	14	18	1	16	12
28	8	18	7	12	13	11	5	16	9	1	14	10	17	2	19	6	15	20	4	3
29	1	4	10	9	20	11	16	8	3	17	2	12	5	19	15	6	13	7	14	18
30	9	1	8	6	13	2	10	5	20	16	14	7	18	19	4	11	3	17	12	15
31	4	15	10	8	18	13	1 7	14	7	19	16	11	2	20	3	6	17	9	5	12
32	18	13	1	6	8	5	7	14	10	19	16	12	15	17	4	9	11	20	2	3
33	15	9 8	1.6	12	3	5 19	16	19	17	10	14	11 15	4	8	6	3	13	18	7	9
34 35	14	11	16	5 6	11 14	16	10	13	3	12	18 9	10	4 15	5	7	20	18	17 4	17	8
36	12	7	13	15	4	11	14	18	6	5	9	19	10	1	8	3	20	17	2	16
37	7	6	4	19	8	13	17	18	16	2	9	5	11	20	1	10	14	12	15	3
38	14	19	11	5	6	17	8	18	13	10	4	9	2	16	15	7	12	20	15	3
39	2	11	18	19	14	1	5	13	4	17	10	9	16	3	7	20	15	12	8	6
40	20	17	9	12	11	19	13	16	10	4	15	18	3	2	7	14	1	5	6	8
41	14	1	11	8	4	9	16	12	5	10	19	13	15	3	2	18	20	17	6	7
42	4	14	2	19	12	13	8	6	17	11	5	18	10	16	$\frac{2}{7}$	15	3	9	20	1
43	16	15	14	1	5	20	17	3	6	7	9	19	8	12	13	11	18	4	10	2
44	12	9	2	7	5	16	18	20	17	10	6	1	13	11	8	4	3	19	15	14
							-0	0		-0			-0							

45	17	16	1	18	7	9	14	2	19	3	4	15	20	6	13	5	12	8	10	11
46	6	14	5	1	7	19	9	16	3	12	18	15	2	20	4	17	11	13	8	10
47	10	3	19	9	2	8	18	13	17	6	15	12	20	5	7	1	11	14	4	16
48	13	16	12	4	17	11	6	9	8	1	14	3	19	7	20	5	2	18	10	15
49	17	4	6	13	18	3	11	19	9	10	7	2	1	12	15	14	8	20	5	16
50	19	9	8	12	5	18	6	2	11	14	13	3	10	4	15	17	20	1	7	16
51	11	10	17	4	8	2	20	14	15	9	6	5	18	1	16	3	19	12	13	7
52	15	4	2	18	8	10	13	16	6	19	11	17	7	14	9	1	20	12	3	5
53	5	14	16	19	11	8	18	3	17	10	1	7	6	12	2	20	13	15	4	9
54	3	1	4	17	11	20	13	2	12	8	16	6	18	14	15	7	10	5	19	9
55	2	6	9	7	8	4	5	19	15	20	11	14	3	16	13	1	18	10	17	12
56 57	19	17	8 17	4	16	9	5 16	14	13	10	11	7	20	15 7	6 9	2 11	18 15	3	12	1 10
58	1	12	18	1 2	9	8	6	15	7	5	17	10	5 16	13	14	3	11	6 19	8	18 20
59	15	18	1	12	11	3	13	17	2	14	9	4	6	16	10	5	8	19	20	7
60	7	5	15	4	3	8	19	13	17	14	18	12	16	1	10	2	11	9	20	6
61	5	18	16	3	19	15	13	20	17	4	11	9	8	7	10	1	2	12	6	14
62	13	18	8	12	14	5	20	9	19	11	2	4	1	10	16	15	7	17	3	6
63	1	15	20	17	3	18	9	4	7	5	2	16	12	19	6	13	8	10	14	11
64	6	15	14	19	5	10	12	18	13	11	17	7	4	9	20	8	1	2	16	3
65	7	14	16	6	19	18	2	3	4	8	13	10	20	9	11	5	1	17	12	15
66	10	7	17	2	3	4	8	19	14	18	13	1	12	9	11	16	15	20	6	5
67	7	9	15	2	13	4	11	12	1	14	20	5	17	16	18	19	6	3	10	8
68	8	14	3	17	10	19	7	20	12	6	1	15	2	5	11	18	4	13	9	16
69	8	1	3	6	14	19	4	15	9	2	10	5	13	11	20	16	17	18	7	12
70	1	4	14	11	13	7	3	10	8	19	20	2	16	6	5	12	15	9	17	18
71	18	9	8	13	20	11	17	3	6	14	4	15	16	12	19	10	1	7	5	2
72	13	1 1 4	10	4	12	5	2	11	20	14	17	16	7	18	19	15	8	9	3	6
73 74	17 20	14	10	3	1 5	11	6 13	8	19	18	5	17	12	13	9	7 14	15 4	20	12	16 16
74	9	10	8	7	5 15	8	13	14	3	18	18 6	4	17	1 5	10	11	7	6 16	11 20	12
76	13	9	2	3	18	6	14	11	1	16	15	17	20	12	7	5	10	4	8	19
77	13	8	7	17	4	2	14	15	3	18	12	11	9	10	19	16	5	6	1	20
78	12	15	4	10	8	6	3	17	14	9	5	11	18	2	20	1	7	19	13	16
79	10	6	8	3	5	4	19	9	16	20	14	1	2	17	12	13	11	18	7	15
80	11	19	1	18	12	13	10	14	4	8	2	17	9	16	20	7	6	3	15	5
81	19	2	20	1	18	5	15	8	16	7	6	3	10	9	14	13	4	12	11	17
82	5	6	9	17	15	14	2	10	3	12	8	16	19	18	4	20	11	1	7	13
83	18				16	8	20	17		13	1		15					Ω	5	4
		11	12	7					19			6		2	3	10	14	9		
84	3	4	9	14	2	10	20	17	18	12	15	7	13	1	19	8	16	6	11	5
84 85	3 10	4 18	9 13	14 1	2 8	10 9	20 7	17 12	18 3	12 6	15 4	7	13 11	1 16	19 19	8 20	16 17	6 15	11 14	5 5
84 85 86	3 10 11	4 18 10	9 13 19	14 1 18	2 8 15	10 9 6	20 7 8	17 12 9	18 3 17	12 6 7	15 4 4	7 2 12	13 11 20	1 16 13	19 19 16	8 20 14	16 17 1	6 15 2	11 14 3	5 5 5
84 85 86 87	3 10 11 9	4 18 10 20	9 13 19 13	14 1 18 18	2 8 15 6	10 9 6 7	20 7 8 11	17 12 9 3	18 3 17 2	12 6 7 8	15 4 4 4	7 2 12 16	13 11 20 15	1 16 13 19	19 19 16 10	8 20 14 5	16 17 1 17	6 15 2 1	11 14 3 12	5 5 5 14
84 85 86 87 88	3 10 11 9 18	18 10 20 16	9 13 19 13 10	14 1 18 18 14	2 8 15 6 20	10 9 6 7 2	20 7 8 11 13	17 12 9 3 9	18 3 17 2 19	12 6 7 8 5	15 4 4 4 4	7 2 12 16 7	13 11 20 15 12	1 16 13 19	19 19 16 10 15	8 20 14 5 8	16 17 1 17 17	6 15 2 1	11 14 3 12 6	5 5 5 14 3
84 85 86 87	3 10 11 9	4 18 10 20	9 13 19 13	14 1 18 18	2 8 15 6	10 9 6 7	20 7 8 11	17 12 9 3	18 3 17 2	12 6 7 8	15 4 4 4	7 2 12 16	13 11 20 15	1 16 13 19	19 19 16 10	8 20 14 5	16 17 1 17	6 15 2 1	11 14 3 12	5 5 5 14 3
84 85 86 87 88 89	3 10 11 9 18 5	4 18 10 20 16 15	9 13 19 13 10 10	14 1 18 18 14 13	2 8 15 6 20 9	10 9 6 7 2 11	20 7 8 11 13 18	17 12 9 3 9	18 3 17 2 19 6	12 6 7 8 5 20	15 4 4 4 4 1	7 2 12 16 7	13 11 20 15 12 17	1 16 13 19 11 8	19 19 16 10 15 12	8 20 14 5 8 16	16 17 1 17 17 17	6 15 2 1 1 2	11 14 3 12 6 4	5 5 5 14 3
84 85 86 87 88 89 90	3 10 11 9 18 5 17	4 18 10 20 16 15	9 13 19 13 10 10	14 1 18 18 14 13 8	2 8 15 6 20 9 20	10 9 6 7 2 11 18	20 7 8 11 13 18 19	17 12 9 3 9 19 2	18 3 17 2 19 6 7	12 6 7 8 5 20 6	15 4 4 4 4 1 13	7 2 12 16 7 7	13 11 20 15 12 17 12	1 16 13 19 11 8 11	19 19 16 10 15 12 3	8 20 14 5 8 16 4	16 17 1 17 17 17 14 15	6 15 2 1 1 2 1	11 14 3 12 6 4 14	5 5 14 3 3 5
84 85 86 87 88 89 90	3 10 11 9 18 5 17	4 18 10 20 16 15 9	9 13 19 13 10 10 16 5	14 1 18 18 14 13 8 6	2 8 15 6 20 9 20	10 9 6 7 2 11 18	20 7 8 11 13 18 19	17 12 9 3 9 19 2	18 3 17 2 19 6 7 20	12 6 7 8 5 20 6	15 4 4 4 4 1 13 8	7 2 12 16 7 7 10 4	13 11 20 15 12 17 12 7	1 16 13 19 11 8 11	19 19 16 10 15 12 3	8 20 14 5 8 16 4 15	16 17 1 17 17 14 15 12	6 15 2 1 1 2 1 2	11 14 3 12 6 4 14 3	5 5 14 3 3 5
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14	14 1 18 18 14 13 8 6	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8	10 9 6 7 2 11 18 18	20 7 8 11 13 18 19 19	17 12 9 3 9 19 2 13	18 3 17 2 19 6 7 20 2	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9	15 4 4 4 4 1 13 8 13	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3	13 11 20 15 12 17 12 7	1 16 13 19 11 8 11 10 6	19 19 16 10 15 12 3 16 15	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17	6 15 2 1 1 2 1 2 9	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6	5 5 14 3 3 5 14 17
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5	19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 6	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 15	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 6 8	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13	19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 15 16 15	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19	5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 12 6 8	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18	19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 15 16 15	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1	5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1	4 18 10 20 16 15 9 10 11 17 3 19	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 12 6 8	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1 10 12	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2 4 11	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 15 16 15 11 8	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 10 1 16 3	5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20	4 18 10 20 16 15 9 10 11 17 3 19 17	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 12 6 8 14	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1 10 12 14	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2 4 11 16	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 16 15 16 15	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 10 1 16 3 6	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 20	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 19 17	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19 2	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 12 6 8 14 5 3	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 5	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2 2 11	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1 10 12 14 13	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12 7	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 2 4 11 16 15	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 15 16 15 11 18 8	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6	5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 12
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20	4 18 10 20 16 15 9 10 11 17 3 19 17	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 12 6 8 14	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1 10 12 14	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2 4 11 16	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 16 15 16 15	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 10 1 16 3 6	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 9 17	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 18	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19 2 14	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 7 1 5 11 15 15 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2 2 11 4	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6 13 5	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9 7	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20 14	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12 7	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 16 17	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2 4 11 16 15 7	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15 3	6 15 2 1 1 2 1 2 9 15 5 16 15 15 16 15 14 17	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 12 1
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17 17 16	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 19 17 9	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19 2 14 11	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 5 12 18	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2 2 11 4	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 9 6 13 5 14 10	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9 7 5	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20 14 20 18	13 11 20 15 12 17 19 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6 3	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12 7 8 8	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 15 17	8 20 14 5 8 16 4 15 1 4 6 2 12 2 4 11 16 15 7 4	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15 3 9	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 16 15 11 8 10 4 17	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 10 1 16 3 6 10 16 20	5 5 5 144 3 3 5 147 13 20 18 18 11 10 6 12 1 19
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 100 101 102 103 104 105	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17 11 6 4	4 18 10 20 16 15 9 10 11 17 3 11 17 3 19 17 9	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 19 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19 2 14 11 6	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 1 12 19 20 11 16 8 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 9 7 1 5 12 18	20 7 8 11 13 18 19 19 18 2 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 3	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6 13 5 14 10	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9 7 5	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 1	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20 18 2 17 12 12 12 17 17 10 18 18 10 18 10 18 10 18 10 18 10 18 10 18 10 18 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	13 11 20 15 12 17 19 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 13 18 13 12 7 8 8	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 15 17	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 4 6 6 2 12 2 4 11 16 15 7 4	16 17 1 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 15 3 9 1 1 8 8	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 16 15 11 8 10 4 17	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 12 1 19 14 3
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107	3 10 11 9 18 5 17 4 5 7 9 15 20 17 16 20 17 11 6 4	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 11 17 9 9	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 19 16 18 4 19	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 9 5 17 10 19 2 14 11 6 9	2 8 15 6 9 20 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 1 1 1 1 1 4	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 5 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 2	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 9 8 4 9 6 13 5 14 10 13	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9 9 5 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 1	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20 14 20 18 2 2	13 11 20 15 12 17 12 7 19 8 8 13 6 1 1 10 12 14 13 16 6 3 3 13	1 16 13 19 11 8 11 10 6 6 20 12 5 13 13 12 7 7 8 8 8 17 14 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 16 17 7 7	8 20 14 5 8 16 4 15 1 1 4 6 2 2 1 2 2 4 11 16 15 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 4 4 15 3 9 1 1 8 8 8 17 17 17 17 17 17 17 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	6 15 2 1 1 2 1 2 9 9 15 5 16 15 11 8 10 4 17	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 6 19 19 10 1 16 3 6 6 10 10 16 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 5 14 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 19 14
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108	3 10 11 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 11 16 20 17 11 6 4 10 11	4 18 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 9 13 15 7 13 15 7	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 18 2 2 1 11 18 4 4 19 17	14 1 18 18 14 13 8 6 6 11 3 2 1 1 9 5 17 10 19 2 2 14 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 8 14 5 5 3 12 12 11 12 19 4 5 5	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 4 3 19 9 7 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 3 3	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 4 9 6 13 5 14 10 13 12 14 16 17 17 18	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 4 20 4 4 20 8 8 13 3 8 15 6 6 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 8 5 20 6 1 14 9 9 11 7 7 2 14 8 8 17 9 9 7 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	15 4 4 4 4 4 1 13 8 8 13 10 5 7 7 20 18 4 19 20 5 5 1 11 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 12 3 10 14 3 7 20 14 20 14 20 17 17 17 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	13 11 20 15 12 17 19 8 8 13 16 6 11 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 15 5 13 18 13 12 7 8 8 8 17 14 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 8 18 16 17 7 7 6 18 18 15 17 17 17 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	8 20 14 5 8 16 4 15 1 1 4 6 2 2 2 4 11 16 15 1 14 4 6 2 2 2 4 11 15 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 19 15 3 9 1 15 8 8 8 8 17	6 15 2 1 1 2 9 15 5 16 15 16 15 10 4 17 16 9 9	11 14 3 3 12 6 4 4 14 3 20 6 6 19 10 1 1 16 3 6 6 19 10 10 16 16 17 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 1 19 14 14 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 109 109 109 109 109 109 109	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17 11 6 4 10 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 19 17 7 9 13 15 7 7 13 18 7 7 14 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 11 11 18 2 19 19 16 16 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 11 1 9 5 17 10 19 2 2 14 11 6 9 13 6 13 6 13 14 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 20 11 16 16 8 8 14 5 3 12 1 1 12 1 2 1 4 5 5 1 3 1 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10 9 6 7 2 11 18 18 18 19 9 9 1 1 5 12 18 18 19 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 2 3 3 3 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 4 9 6 13 13 5 14 10 11 13 12 14 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	18 3 17 2 19 6 7 20 2 2 1 4 4 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 12 11 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 9 9 111 7 2 14 8 17 9 9 5 5 1 14 8 17 7 9 9 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	15 4 4 4 4 1 13 8 8 13 10 18 11 5 7 7 20 18 4 4 19 20 5 11 16 6 16 16 17 16 16 16 17 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 17 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 10 14 3 7 20 14 14 20 18 2 2 17 17 7 4	13 11 20 15 12 17 19 8 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 19 2 2	1 16 13 19 11 8 11 10 6 20 12 5 5 13 18 13 12 7 7 8 8 8 8 17 11 14 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 18 15 18 15 17 7 7 7 18 15 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 16 4 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 4 16 15 7 7 4 4 4 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 19 15 3 9 1 18 8 8 17 3 4 4 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	6 15 2 1 1 2 9 15 5 16 15 16 15 11 8 10 4 17 16 9 9 17 16 16 17 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 19 10 16 3 6 10 16 20 20 16 9 8 8 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 5 14 3 3 3 5 5 14 17 13 20 20 18 18 18 11 10 6 6 12 1 1 19 14 13 20 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 110 110 110 110 110 110	3 10 9 18 5 17 17 17 4 4 5 7 9 15 20 16 20 17 11 6 4 4 10 11 9 9 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 20 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 9 13 15 7 7 13 18 7	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 2 19 19 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	14 1 18 18 14 13 8 6 11 1 3 2 1 1 1 9 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 12 6 8 8 12 1 1 12 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1	10 9 6 7 2 11 18 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 10 20 17 16 15 2 2 2 11 14 10 20 3 2 3 11 11 12 13 14 15 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 4 9 6 6 13 13 13 14 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 8 15 6 6 12 1 16 6 6 6 6 6 6 6 7 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 9 9 111 7 2 2 14 8 17 9 9 5 5 1 14 8 17 7 7 7 7 8 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 11 16 16 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 12 3 10 14 4 3 7 7 20 14 20 15 18 2 2 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	13 11 20 15 12 17 19 8 13 6 1 10 12 14 13 6 6 1 10 12 12 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 8 11 10 6 6 12 12 12 15 13 18 12 7 7 8 8 8 17 14 15 10 15 2 10 10 8	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 15 18 17 7 7 11 17 7 11 15 15 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 4 6 6 2 12 2 4 11 16 5 7 4 4 15 11 14 4 4 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 4 15 3 9 1 1 8 8 17 3 4 15 15 15 15 15 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 15 16 15 15 11 8 10 4 4 17 16 9 9 20 6	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 10 11 16 20 2 2 16 16 20 16 17 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 19 14 3 3 3 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 111	3 10 9 18 5 17 17 4 5 7 9 9 15 20 17 11 6 4 10 11 9 12 10 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 20 20 16 5 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 19 17 7 7 3 18 7 7	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 18 2 19 16 16 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 6 11 3 2 1 17 10 19 2 14 11 6 9 9 14 15 16 17 17 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 16 8 11 12 1 12 13 13 13 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 1 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 3 2 3 3 16 8 8 16 16 17 18 18 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 4 9 6 6 13 15 14 10 11 13 12 14 16 17 17 18 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 12 1 1 1 6 6 7 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 9 11 7 2 14 8 17 9 5 5 1 18 18 18 18 18	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 11 16 16 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 16 7 7 10 4 4 3 10 12 3 10 14 3 7 7 20 14 20 18 20 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	13 11 12 20 15 12 17 19 8 8 13 6 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 2 11 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	1 16 13 19 11 18 8 11 10 6 6 12 12 15 13 12 17 7 8 8 8 8 17 14 15 10 15 15 10 8 9 9	19 19 19 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 16 17 7 7 17 17 17 17 18 18 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 2 12 2 2 4 4 11 16 15 7 4 4 11 16 7 7 7 4 4 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	16 17 1 17 17 17 14 15 12 12 12 12 19 4 11 13 3 9 9 1 18 8 8 8 17 3 3 4 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	6 15 2 1 1 1 2 2 9 1 15 5 15 15 16 15 11 8 10 4 17 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	11 14 3 12 6 4 14 13 20 6 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 2 2 16 16 17 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 11 19 14 3 13 13 20 14 17 17 17 13 13 13 14 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 111	3 10 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17 11 6 4 10 11 10 11 11 10 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 9 13 15 7 7 7 12 8 4 4 19 19	9 13 19 13 10 10 16 5 8 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 11 18 2 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 1 9 5 5 17 10 19 2 14 11 6 6 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 8 15 6 20 9 20 11 16 8 12 16 8 8 14 5 3 12 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 5 12 18 18 5 19 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11	20 7 8 11 13 18 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 3 3 3 13 18 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 9 6 6 13 15 14 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	18 3 17 2 19 6 7 20 2 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 11 6 6 6 7 7 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 1 11 7 2 11 7 2 11 14 8 17 5 5 9 7 7 5 5 9 9 7 1 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 1 11 16 16 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 112 16 7 7 7 10 4 3 10 14 3 7 20 18 2 2 17 17 17 5 7 7 7 7 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	13 11 20 15 12 17 7 19 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 19 2 2 12 17 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 8 11 10 6 6 12 12 15 13 18 13 12 12 15 15 10 15 15 10 15 15 10 16 8 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	19 19 19 16 10 15 12 3 3 16 15 17 7 7 6 18 18 15 18 15 17 7 7 15 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 11 15 7 4 4 15 7 4 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 19 4 15 3 9 1 18 8 8 17 3 4 15 15 15 15 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	6 15 2 1 1 1 2 2 9 1 5 5 15 15 15 16 18 10 4 4 17 19 20 6 6 20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	11 14 3 3 12 6 4 4 14 3 20 19 10 1 16 3 6 10 16 20 20 16 17 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 19 14 13 20 14 17 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 1111 1112 113	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 20 17 11 6 4 4 10 11 9 9 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 19 17 7 7 13 18 7 7 12 8 8 4 4 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 11 18 2 19 16 17 17 17 20 7	14 1 18 18 14 13 8 6 11 1 9 5 17 10 19 2 2 14 11 6 9 13 6 6 11 13 6 14 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 12 1 12 1 12 1 1 1 2 1 1 1 1 2 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 1 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 2 11 4 10 20 3 2 3 13 16 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 6 13 13 15 14 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 4 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 11 16 6 6 7 7 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 9 9 111 7 2 14 8 17 9 9 5 5 1 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 1	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 7 20 18 4 4 19 20 5 5 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 10 14 3 7 20 14 20 18 2 2 17 7 5 7	13 11 20 15 12 17 19 8 8 13 6 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 2 12 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 8 11 11 10 6 6 12 12 12 15 13 18 13 12 7 14 15 10 15 10 8 8 9 16 6 6	19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 6 18 15 18 15 17 7 7 17 17 7 7 18 15 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 4 15 1 1 2 2 2 4 11 16 15 7 4 11 16 15 7 4 11 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 1 17 17 14 15 12 12 12 17 14 13 19 19 12 19 18 8 8 17 3 4 15 15 10 11 11 11 11 12 12 13 14 15 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 16 15 15 16 17 11 8 10 4 4 17 17 16 6 20 11 11 12 11 12 11 13 14 14 15 16 16 17 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 10 16 3 6 10 16 20 2 16 16 9 8 8 13 14 14 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 5 14 3 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 111 111 113 114	3 10 11 9 18 5 17 17 4 5 7 9 9 1 16 20 17 11 16 4 4 10 11 19 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 19 13 15 7 7 3 18 7 12 8 4 4 19 10 10 11 11 11 11 11 11 11 11	9 13 19 10 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 19 16 16 17 17 17 17 17 17 14	14 1 18 18 14 13 13 8 6 6 11 13 2 1 10 10 10 10 10 10 10 10 10	2 8 15 6 20 9 9 20 11 16 8 12 12 12 19 4 4 15 5 13 9 9 16 12 11 15 20	10 9 6 7 2 11 18 18 18 5 19 9 9 7 1 1 5 12 18 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 16 15 2 2 11 4 10 20 20 20 3 3 2 3 1 3 1 4 1 5 1 6 1 6 1 6 1 6 1 6 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 9 9 6 13 13 15 14 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 5 9 8 13 3 8 15 6 12 1 11 6 6 7 7 9 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 9 11 7 2 14 8 8 17 9 9 5 5 1 18 8 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	15 4 4 4 4 4 1 13 8 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11	7 2 16 7 7 10 4 3 3 10 12 20 14 3 7 7 20 18 2 2 17 12 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	13 11 12 20 15 12 17 19 8 13 6 6 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 12 12 14 15 16 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	1 16 13 19 11 18 8 11 10 6 6 12 12 5 18 13 12 7 7 8 8 8 17 14 15 10 15 2 10 8 8 9 16 6 6 13	19 19 19 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 6 18 15 18 16 17 7 7 6 18 18 15 17 7 7 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 4 6 2 2 4 11 11 15 7 7 4 18 2 2 14 4 10 7 7 11 10 7 10 7 10 7 10 7 10 7	16 17 1 17 17 17 14 15 12 12 12 12 19 4 13 3 9 1 15 15 18 8 8 8 17 3 4 4 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	6 15 2 1 1 1 2 2 9 15 5 15 15 16 15 11 8 10 4 4 17 19 20 6 6 6 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	11 14 3 12 6 4 14 3 20 19 10 1 16 3 6 10 10 1 16 20 2 2 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 1 19 14 20 14 20 14 20 14 17 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 111 112 113 114 115	3 10 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 17 11 6 4 10 1 1 19 1 10 1 17 17 17 17 17 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 9 13 15 7 7 12 8 4 4 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 8 11 11 11 18 2 1 19 16 16 17 17 17 20 7 7 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 1 9 5 5 17 10 10 11 11 16 16 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 1 12 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 4 3 3 19 9 7 7 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 4 10 20 20 3 3 13 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 9 6 6 13 15 14 10 11 11 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	18 3 17 2 19 6 7 20 2 2 1 4 4 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 11 11 6 6 6 6 7 7 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	12 6 7 8 5 5 20 6 1 1 14 8 17 7 2 11 14 8 17 5 5 5 5 1 8 11 8 11 8 11 8 11 8 11	15 4 4 4 4 4 4 1 13 8 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	7 2 16 7 7 7 10 4 3 10 12 3 10 14 4 3 7 7 20 18 2 17 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	13 11 11 12 20 15 12 17 7 19 8 13 6 6 1 10 12 14 13 13 16 6 6 6 3 3 11 12 12 12 14 15 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	1 16 16 13 19 11 10 6 6 12 5 5 13 18 13 12 7 7 8 8 8 8 17 14 15 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	19 19 19 10 15 12 3 3 16 15 17 7 7 6 6 18 15 17 7 7 15 18 19 2 2 13 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 11 15 17 7 4 18 18 2 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 17 17 17 17 18 12 12 12 12 17 14 13 19 4 15 3 9 9 1 8 8 17 3 4 15 15 15 16 17 17 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	6 15 2 1 1 1 2 2 9 1 15 5 15 15 15 15 15 15 14 17 19 20 6 20 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 2 2 16 9 8 8 13 14 14 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 11 12 1 19 14 13 20 18 11 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 1110 1111 1112 1113 1114 1115 1116	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 6 20 17 11 6 4 10 11 19 9 11 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 18 7 7 12 8 4 4 19 10 7 7	9 13 19 13 10 10 16 5 8 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 11 18 2 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	14 1 18 18 14 13 8 6 11 1 9 5 17 10 19 2 2 14 11 6 9 13 6 6 11 13 14 15 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 8 14 5 3 12 19 4 4 5 13 19 16 12 11 15 15 15 15 10 1 13	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 4 3 19 9 7 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 3 3 13 16 8 8 20 17 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 6 13 15 14 16 17 18 9 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 1	18 3 17 2 19 6 7 20 2 2 1 4 4 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 11 6 6 6 7 7 9 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 8 17 9 9 5 5 1 18 18 18 18 18 18 18 16 1 1 20 5 5 5 5 5 7	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 11 16 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 10 14 3 7 20 18 2 2 7 7 4 7 7 7 7 9 16 16 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	13 11 20 15 12 17 19 8 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 19 2 2 12 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 8 11 10 6 6 12 12 15 13 18 12 7 8 8 8 17 10 15 10 16 6 6 13 15 4	19 19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 6 18 15 18 15 18 17 7 7 15 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 4 11 1 16 15 7 4 4 11 15 7 4 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 4 15 3 9 1 15 3 8 8 8 17 17 3 4 15 15 16 17 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	6 15 2 1 1 1 2 9 15 5 15 15 16 10 4 4 17 16 9 9 17 19 20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	11 14 3 12 6 4 14 3 20 19 10 16 3 6 10 16 20 2 16 9 8 13 14 5 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 18 19 14 11 10 6 6 12 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 111 111 112 113 114 115 116 117	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 20 20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4 18 20 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 19 17 7 9 13 15 7 7 12 8 8 4 19 10 10 11 11 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 19 16 17 17 17 14 14 14 17 11	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 10 19 2 14 11 6 9 13 6 5 5 17 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 8 12 6 8 8 12 1 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 1 5 5 12 18 18 19 11 11 11 12 14 16 17 18 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 2 11 4 10 20 3 2 3 13 16 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 4 4 9 6 13 13 5 14 10 13 12 14 16 17 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 3 7 7 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 20 6 1 14 9 111 7 2 14 8 17 9 9 5 1 1 8 11 8 11 8 11 8 11 8 11 8 11	15 4 4 4 4 4 4 1 13 8 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	7 2 12 16 7 7 10 4 3 12 3 10 14 14 3 7 20 18 2 2 17 15 7 7 6 9 9 16 9 9 9 16 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	13 11 20 15 12 17 19 8 8 10 10 12 14 13 16 6 6 1 1 2 12 12 17 19 19 19 2 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 8 11 11 10 6 6 12 12 12 15 13 18 13 12 7 14 15 10 15 10 8 8 9 16 6 6 13 15 4 13	19 19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 18 15 18 15 18 19 2 2 11 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 12 2 4 4 11 15 7 7 4 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 1 17 17 14 15 12 12 17 14 13 19 12 11 18 8 8 17 3 4 15 15 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 16 15 15 16 17 16 9 9 17 17 19 20 6 20 1 15 2 15 2 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 10 16 20 2 16 20 16 20 16 20 16 17 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 11 12 1 19 14 13 20 18 11 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 111 112 113 114 115 116 117 118	3 10 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 17 11 6 4 10 1 1 19 10 11 10 11 12 10 10 11 10 11 10 11 10 10 10 10 10 10	4 18 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 19 13 15 7 7 12 8 4 4 19 19 10 7 7 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 18 2 19 16 16 18 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 6 11 3 2 1 17 10 10 11 16 9 9 13 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 9 20 11 16 8 12 12 1 12 12 15 15 15 15 15 17 8 8	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 4 3 19 9 7 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 3 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 9 6 6 13 15 14 10 11 11 11 15 16 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 12 1 11 6 6 6 7 7 8 8 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	12 6 7 8 5 5 20 6 6 1 14 7 2 11 7 7 2 14 8 8 17 9 9 5 1 1 8 1 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 1 11 14 19 9 6 6 5 5 5 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7 2 16 7 7 10 4 3 10 12 3 3 10 14 4 3 7 7 20 18 20 18 20 7 7 7 6 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	13 11 12 20 15 12 17 7 19 8 13 6 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 2 12 12 12 14 15 16 16 16 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	1 16 18 19 11 18 8 11 10 6 6 11 18 18 18 18 18 19 19 11 18 18 11 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	19 19 19 10 15 12 3 3 16 15 18 16 17 7 6 18 18 15 17 7 7 11 7 7 15 18 18 18 19 2 2 3 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 4 11 15 17 7 7 4 18 2 12 12 12 12 14 16 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 17 17 17 14 15 12 12 12 19 4 11 13 19 19 4 15 3 3 9 9 1 18 8 8 8 8 17 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	6 15 2 1 1 1 2 2 9 1 15 5 15 15 16 15 15 11 8 10 4 17 19 20 6 20 11 15 20 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 2 16 9 8 8 13 14 14 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 11 19 14 3 13 20 14 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 111 111 112 113 114 115 116 117	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 20 20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 18 4 4 4 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 10 10 16 5 8 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 18 2 19 16 16 17 17 17 17 17 14 17 17 14 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 1 9 5 17 10 19 2 14 11 6 5 5 3 9 9 5 5 5 5 5 5 5 6 6 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 8 12 6 8 8 12 1 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 1 5 5 12 18 18 19 11 11 11 12 14 16 17 18 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 2 11 4 10 20 3 2 3 13 16 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 9 6 13 12 14 16 17 18 9 9 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 3 7 7 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 1 11 7 2 11 7 2 11 14 8 17 5 5 9 7 5 5 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8	15 4 4 4 4 1 13 8 13 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 1 11 16 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11	7 2 112 16 7 7 7 10 4 3 10 12 3 10 14 4 3 7 20 18 2 2 17 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	13 11 20 15 12 17 7 19 8 13 6 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 19 2 2 12 12 14 13 16 16 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	1 16 13 19 11 18 8 11 11 10 6 6 12 12 12 15 13 18 13 12 7 14 15 10 15 10 8 8 9 16 6 6 13 15 4 13	19 19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 18 15 18 15 18 19 2 2 11 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 4 4 11 1 6 1 5 7 4 4 1 1 7 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	16 17 1 17 17 17 14 12 12 12 17 14 13 19 4 15 3 9 1 15 3 4 15 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 16 15 15 16 17 16 9 9 17 17 19 20 6 20 1 15 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 2 16 17 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5 5 5 14 3 3 3 3 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 19 14 4 3 3 13 20 14 17 13 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118	3 10 9 18 5 17 17 4 5 7 9 15 20 1 16 6 4 10 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4 18 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 7 3 19 13 15 7 7 12 8 4 4 19 19 10 7 7 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 13 10 10 16 5 8 14 15 16 8 8 13 2 1 11 18 2 19 16 16 18 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 6 11 3 2 1 17 10 10 11 16 9 9 13 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 12 1 1 12 15 15 15 15 17 1 1 13 7 7 8 8 3	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 19 9 7 1 15 12 18 18 5 19 11 15 16 17 18 18 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	20 7 8 11 13 18 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 4 10 20 20 3 3 13 16 8 20 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 9 6 6 13 15 14 10 11 11 11 15 16 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	18 3 17 2 19 6 7 20 2 2 1 4 14 20 4 5 9 8 13 3 8 15 6 6 12 11 6 6 6 7 7 7 8 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 6 1 14 7 2 11 7 7 2 14 8 8 17 9 9 5 1 1 8 1 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1 8 1	15 4 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 19 20 5 1 11 16 16 17 18 19 19 20 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 16 7 7 10 4 3 10 12 3 3 10 14 4 3 7 7 20 18 20 18 20 7 7 7 6 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	13 11 12 20 15 12 17 7 19 8 13 6 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 2 12 12 12 14 15 16 16 16 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	1 16 13 19 11 10 6 6 12 12 5 13 18 13 12 12 10 15 15 10 16 6 6 13 15 14 17 17 17 18 18 17 10 10 15 15 16 16 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	19 19 19 16 10 15 12 3 3 16 15 18 16 17 7 7 6 8 18 15 7 7 15 18 19 2 2 13 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 4 11 15 17 7 7 4 18 2 12 12 12 12 14 16 16 16 16 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 17 17 17 14 15 12 12 12 19 4 11 13 19 19 4 15 3 3 9 9 1 18 8 8 8 8 17 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	6 15 2 1 1 1 2 9 9 15 5 15 15 15 16 17 11 8 10 4 4 17 19 20 6 20 11 15 20 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	11 14 3 12 6 4 14 3 20 6 19 19 10 1 16 3 6 10 16 20 2 16 9 8 8 13 14 14 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 11 10 6 6 12 1 19 14 3 3 13 20 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 111 111 111 111 111	3 10 9 18 5 17 17 4 4 5 7 9 15 20 1 16 6 20 17 11 6 4 10 11 19 9 11 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 18 10 20 16 15 9 9 10 11 17 3 11 17 3 19 17 7 9 13 15 7 12 8 4 4 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9 13 19 10 10 16 5 8 14 15 16 8 13 2 1 11 11 18 2 19 16 7 7 17 17 20 7 7 14 17 17 14 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17	14 1 18 18 14 13 8 6 11 3 2 1 1 9 5 17 10 19 2 2 14 11 6 9 13 6 6 11 13 6 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	2 8 15 6 20 9 9 11 16 8 12 6 8 14 5 3 12 1 12 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	10 9 6 7 2 11 18 18 5 19 1 4 3 3 19 9 7 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	20 7 8 11 13 18 19 19 10 20 17 16 15 2 2 11 4 10 20 20 3 2 2 3 13 16 8 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 12 9 3 9 19 2 13 7 7 7 9 8 8 4 4 9 6 13 15 14 10 11 11 18 19 19 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	18 3 17 2 19 6 7 20 2 1 4 4 20 4 5 9 8 8 13 3 8 8 15 6 6 6 6 11 11 6 6 6 7 7 7 9 8 8 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	12 6 7 8 5 5 20 6 1 14 9 111 7 2 14 8 17 9 9 5 5 1 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 1	15 4 4 4 4 1 13 8 13 10 18 11 5 7 20 18 4 4 19 20 5 11 11 16 17 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	7 2 12 16 7 7 7 10 4 3 10 14 3 7 20 14 20 14 7 7 5 7 6 9 9 16 16 9 9 9 16 16 9 9 9 9 16 9 9 9 9	13 11 20 15 12 17 19 8 8 13 6 1 10 12 14 13 16 6 6 3 3 13 19 2 2 12 12 17 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	1 16 13 19 11 18 11 10 6 6 13 15 4 13 14 17 2 2	19 19 19 16 10 15 12 3 16 15 18 16 17 7 7 6 18 15 18 16 17 7 7 15 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	8 20 14 5 8 8 16 4 4 15 1 1 4 6 6 2 2 2 4 4 11 16 15 7 4 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16 17 1 17 17 14 15 12 12 12 17 14 13 19 4 15 3 9 1 15 15 16 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	6 15 2 1 1 2 9 15 5 15 15 16 18 10 4 4 17 16 20 1 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 1	11 14 3 12 6 4 4 14 3 20 6 19 10 16 3 6 10 16 20 2 16 9 8 8 13 14 5 15 16 16 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	5 5 5 14 3 3 3 5 14 17 13 20 18 18 18 19 14 10 6 6 12 1 1 1 1 1 1 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

123	5	17	12	3	16	9	6	4	2	14	20	1	7	13	15	8	19	11	18	10
124	10	12	6	8	7	14	3	19	18	15	4	17	20	11	13	9	1	5	2	16
125	13	20	10	16	19	18	11	1	7	9	15	12	2	6	14	8	5	17	4	3
126	19	5	4	7	20	13	17	8	16	9	1	14	6	12	3	10	2	11	15	18
127	15	4	3	11	10	19	14	9	5	16	18	20	8	1	13	7	12	2	17	6
128	16	7	9	20	6	19	11	17	14	1	12	5	3	15	10	13	18	8	4	2
129 130	8	17 11	13	18 19	8	7 5	9	12	19	16	5 20	10	9	15 12	11 15	3 17	2 14	1	14 16	6 3
131	17	3	20	2	13	19	18	5	9	16	7	12	8	10	11	14	4	15	1	6
132	1	18	2	10	19	14	3	4	20	12	5	17	16	8	7	15	6	13	9	11
133	3	8	1	10	12	20	4	15	11	9	13	14	5	7	16	19	2	6	18	17
134	12	1	5	14	16	15	13	9	6	3	19	8	17	11	18	2	7	20	10	4
135	10	5	18	20	15	3	13	16	4	6	9	19	14	17	1	12	7	2	11	8
136	1	13	14	16	7	9	6	11	10	12	8	2	17	15	5	3	4	18	19	20
137	17	16	7	3	2	5	14	15	4	8	18	9	11	20	12	6	10	19	13	1
138 139	8	19 6	6 13	5 1	10	12 11	20	1 16	17 3	18 8	4	19	13 17	3	11 12	7	16 14	14 20	15 9	9
140	6	18	4	16	20	3	17	12	13	9	14	2	8	5	10	19	7	1	11	15
141	18	8	2	3	6	14	9	20	13	4	11	10	12	19	5	15	1	7	16	17
142	20	8	3	18	12	10	9	15	5	11	19	14	4	17	7	13	2	1	16	6
143	13	2	4	18	8	14	1	15	6	17	11	9	5	10	12	20	7	3	19	16
144	14	7	1	3	5	10	20	11	12	4	9	18	13	17	2	19	15	16	6	8
145	12	7	13	17	16	4	1	2	18	14	8	9	3	15	10	5	6	20	11	19
146	13	8	15	20	9	1	18	4	16	3	12	2	5	19	10	14	6	11	7	17
147 148	16	20	13	18 8	9	20 10	1 16	5	14	7	3 18	10 7	13	19	9	15 5	8 19	17	2 15	12
148	19	8	13	3	14	15	2	13	9	6	11	12	5	18	17	4	7	10	16	20
150	7	18	9	4	2	12	10	15	1	11	8	17	19	5	16	13	6	14	3	20
151	3	14	20	15	4	1	16	11	6	2	5	12	10	18	7	19	9	17	8	13
152	4	12	1	6	17	2	9	7	5	14	18	16	11	10	13	8	15	19	20	3
153	16	5	11	7	18	14	20	1	13	2	17	6	4	9	12	15	8	10	19	3
154	5	20	10	1	12	19	15	16	7	2	11	14	3	8	13	9	4	17	6	18
155 156	14	6 12	18	14	9	10	16 11	3	8	9	20	13	7	15 16	5	20 6	13	17	12 15	19
157	3	5	2	10	12	17	4	7	13	9	8	6	11	16	20	19	18	5 15	10	14
158	3	10	8	4	9	6	5	2	13	14	11	1	20	17	15	16	19	7	18	12
159	3	5	19	4	6	12	20	17	18	16	7	11	10	15	13	8	14	1	2	9
160	20	15	2	19	12	17	14	5	7	4	9	6	16	11	18	13	3	10	1	8
161	11	14	2	15	5	1	4	7	3	10	17	8	16	18	20	19	9	13	6	12
162	10	6	9	16	15	7	19	1	2	18	3	8	11	5	17	4	13	20	12	14
163	14	15	19	6	8	5	1	9	11	7	17	2	4	10	13	3	12	16	18	20
164 165	3 13	1 19	11	14	20	17 20	6	9	13	15	12	5 18	19	16 4	9	10	18 7	8	8 15	7 5
166	10	2	15	16	7	17	14	6	18	5	4	9	19	11	3	1	20	13	8	12
167	2	4	7	19	3	8	14	5	9	20	10	13	11	15	1	18	17	6	12	16
168	5	6	20	10	14	18	4	3	7	9	1	12	15	2	8	13	19	16	11	17
169	13	2	8	3	16	10	17	4	15	19	12	18	11	7	6	5	14	20	1	9
170	9	2	16	18	15	6	11	3	4	5	7	14	20	17	13	8	19	12	10	1
171	16	15	1	14	19	8	10	6	20	5	3	12	13	9	7	4	18	2	17	11
172 173	16 15	9	18 9	3 18	11	20 11	15 7	19 12	5	1	5 20	12	17 6	10	13 10	14 16	2 19	8	8	7
173	3	11	8	20	7	16	18	12	13	2	6	1	10	15	14	17	19	4	9	5
175	7	8	9	4	12	19	13	14	3	16	15	17	10	5	18	6	11	1	20	2
176	7	8	1	12	13	5	4	10	9	3	18	14	15	19	2	11	20	17	16	6
177	18	11	8	14	13	9	10	2	7	20	3	19	12	15	4	1	6	16	5	17
178	9	2	20	19	5	17	14	16	12	15	13	4	6	18	1	11	10	3	7	8
179	16	3	6	10	2	14	4	19	9	8	20	17	1	13	18	11	12	15	5	7
180 181	16	8	3	9	12 8	5 14	11 7	18	6	1	9	14 5	20 18	15 15	6	12	13 17	17 16	7	19
182	1	13	12	2	16	17	8	6	15	18	19	7	4	3	11	10	5	20	9	14
183	14	6	9	1	18	13	10	20	4	19	8	7	2	16	5	12	11	15	17	3
184	13	4	12	15	2	3	1	16	20	11	8	18	6	10	9	14	17	5	19	7
185	19	7	13	17	16	11	12	4	14	3	1	8	10	6	15	5	20	2	9	18
186	4	19	14	13	17	2	6	7	3	18	16	12	20	11	9	1	5	8	15	10
187	20	10	6	14	19	5	9	1	15	13	16	8	3	4	7	12	17	2	11	18
188 189	19	10	1 14	12	9	17 5	14	20	6 7	15 12	5 6	11 15	3 13	18	16	8	16	9	7	13 11
190	20	16	7	2	8	15	1	14	11	12	3	5	6	17	4	18	13	19	9	10
191	7	11	18	8	2	20	1	3	10	5	6	14	4	16	15	17	9	13	19	12
192	9	19	6	2	10	16	3	4	15	1	17	8	7	11	5	14	13	12	18	20
193	2	15	5	7	4	10	17	3	12	8	6	1	20	9	11	18	16	19	14	13
194	11	1	2	18	7	5	19	20	16	13	10	4	3	12	6	8	9	17	15	14
195	12	18	20	4	9	1	5	10	11	2	16	13	6	19	3	15	14	17	8	7
	3	5	20	8	9	15	17	4	7	13	12	6	14	19	2	10	11	16	18	1
196			1 5	10	c	20			10		177	-	1 4		10		0	1.1		
197	10	13	15	19	6	20	2	12	16	3	17	5	14	9	18	18	8	11	1	7
			15 19 4	19 4 1	6 7 8	9 20	2 1 14	12 10 10	16 16 7	3 8 11	17 2 12	5 11 13	14 14 6	9 6 3	18 13 16	4 18 2	8 5 18	11 15 9	1 3 5	7 17 15

2.3.3. Equipos resultantes

En la siguiente tabla, las columnas representan los equipos numerados del 0 al 19. Cada uno tiene el listado de los 10 jugadores resultantes de la aplicación del algoritmo de Gale-Shapley.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
76	68	173	105	197	104	176	78	80	87	37	152	73	189	118	129	92	106	43	98
109	161	74	128	117	28	127	72	179	141	112	96	22	168	170	171	110	84	65	30
146	180	136	177	47	10	38	178	163	125	162	6	19	184	34	191	50	123	164	143
122	85	18	200	62	158	2	150	121	93	144	36	185	12	24	154	17	40	114	58
55	124	99	42	75	183	61	175	4	198	89	196	90	5	113	66	7	63	11	139
33	102	190	52	120	193	131	134	108	153	54	160	77	156	64	116	51	60	21	88
44	94	119	32	135	83	67	70	46	142	97	41	27	166	95	91	138	79	199	25
71	195	101	181	137	149	56	29	9	194	81	157	187	188	182	13	3	53	115	145
15	1	165	107	39	126	111	159	167	48	23	130	57	35	147	45	14	148	82	169
100	103	192	59	155	140	151	172	31	133	16	8	86	69	26	49	132	174	186	20

2.3.4. Instrucciones para la ejecución del algoritmo

Para poder ejecutar el algoritmo, es necesario tener la versión 2.7 de Python instalada. Si desea ejecutar el algoritmo con el set de pruebas provisto escriba la siguiente línea de comandos en la consola de su sistema operativo:

py -2 galeshapely2.py

La ejecución de esta línea mostrará el contenido de los archivos de preferencias, y el resultado de la ejecución.

```
MINGW64:/c/Users/Ezequiel/Proyectos/TDA/tda_tp1 —  

Equipos formados:
0:[76, 109, 146, 122, 55, 33, 44, 71, 15, 100]
1:[68, 161, 180, 85, 124, 102, 94, 195, 1, 103]
2:[173, 74, 136, 18, 99, 190, 119, 101, 165, 192]
3:[105, 128, 177, 200, 42, 52, 32, 181, 107, 59]
4:[197, 117, 47, 62, 75, 120, 135, 137, 39, 155]
5:[104, 28, 10, 158, 183, 193, 83, 149, 126, 140]
6:[176, 127, 38, 2, 61, 131, 67, 56, 111, 151]
7:[78, 72, 178, 150, 175, 134, 70, 29, 159, 172]
8:[80, 179, 163, 121, 4, 108, 46, 9, 167, 31]
9:[87, 141, 125, 93, 198, 153, 142, 194, 48, 133]
10:[37, 112, 162, 144, 89, 54, 97, 81, 23, 16]
11:[152, 96, 6, 36, 196, 160, 41, 157, 130, 8]
12:[73, 22, 19, 185, 90, 77, 27, 187, 57, 86]
13:[189, 168, 184, 12, 5, 156, 166, 188, 35, 69]
14:[118, 170, 34, 24, 113, 64, 95, 182, 147, 26]
15:[129, 171, 191, 154, 66, 116, 91, 13, 45, 49]
16:[92, 110, 50, 17, 7, 51, 138, 3, 14, 132]
17:[106, 84, 123, 40, 63, 60, 79, 53, 148, 174]
18:[43, 65, 164, 114, 11, 21, 199, 115, 82, 186]
19:[98, 30, 143, 58, 139, 88, 25, 145, 169, 20]

Ezequiel@Ezequiel-PC MINGW64 ~/Proyectos/TDA/tda_tp1 (master)

$ |
```