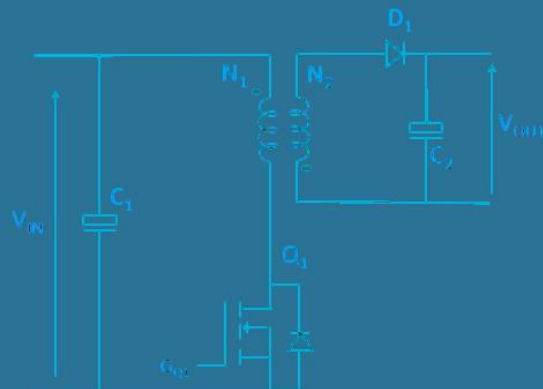
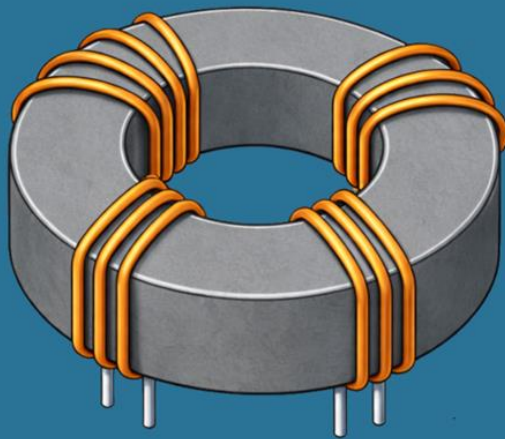


Fondamenti di elettromagnetismo e progettazione dei trasformatori ad alta frequenza per convertitori switching



Leonardo Chieco

Fondamenti di elettromagnetismo e progettazione dei trasformatori ad alta frequenza per convertitori switching

In questo tutorial affronteremo la progettazione dei trasformatori ad alta frequenza partendo dalle basi fisiche ed elettriche che ne governano il funzionamento. Dopo aver definito cosa si intende per trasformatore HF, analizziamo i fenomeni fondamentali alla base della conversione elettromagnetica: la relazione tra tensione e flusso, il ruolo della corrente magnetizzante, la saturazione del nucleo, le perdite magnetiche e il significato fisico di grandezze come B , H e l'induttanza magnetizzante. Su queste fondamenta teoriche costruiamo poi il passaggio alla pratica, applicando i concetti sviluppati alla progettazione di due topologie di conversione largamente utilizzate: il convertitore flyback, come esempio di accumulo e trasferimento di energia tramite un induttore accoppiato, e il convertitore push-pull, come caso di utilizzo del trasformatore in senso più classico.

Buona lettura!

L'autore

Leonardo Chieco è un ingegnere elettronico con oltre 20 anni di esperienza nella progettazione e sviluppo di software per il controllo dell'automazione (PC/PLC), nella progettazione di schede elettroniche per applicazioni industriali, firmware, robotica e mecatronica.

LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/leonardo-chieco-53550b129/>

1. Principi di base

Un trasformatore ad alta frequenza è un dispositivo in cui l'energia elettrica viene trasferita attraverso un campo magnetico variabile nel tempo. A differenza dei trasformatori a bassa frequenza, nei quali molti fenomeni possono essere trascurati o “nascosti” dalla grande massa del ferro e dai lunghi tempi di variazione, nei trasformatori HF ogni aspetto fisico emerge con forza: la non linearità dei materiali magnetici, le perdite nel nucleo, le correnti parassite e la dinamica del campo magnetico diventano centrali per il corretto funzionamento del sistema. Per questo motivo è essenziale partire dai concetti fondamentali di magnetismo, in particolare dalle grandezze B e H e dalla loro relazione con la corrente e la tensione applicate agli avvolgimenti.

La grandezza H , detta campo magnetizzante, è direttamente legata alla corrente che scorre negli avvolgimenti. Quando una corrente percorre una bobina, genera un campo magnetico che esiste anche se al suo interno c'è solo aria. Se si inserisce un nucleo magnetico, il campo H è sempre determinato dalla corrente e dal numero di spire, mentre il materiale decide come rispondere a quello stimolo. In termini semplificati, aumentando la corrente nel primario si aumenta H , indipendentemente dal fatto che il nucleo sia in ferrite, in ferro o assente.

La risposta del materiale magnetico a questo stimolo è descritta dalla grandezza B , la densità di flusso magnetico. B rappresenta il risultato fisico della magnetizzazione: quante linee di flusso magnetico attraversano una certa area del nucleo. Nei materiali ferromagnetici, come le ferriti usate nei trasformatori HF, B cresce molto più rapidamente rispetto all'aria perché il materiale offre un percorso a bassa riluttanza per il flusso magnetico. Tuttavia, questa crescita non è illimitata. All'aumentare di H , B cresce inizialmente in modo quasi lineare, poi sempre più lentamente, fino a raggiungere la saturazione del materiale. In saturazione il nucleo non riesce più ad “accettare” ulteriore flusso, e qualsiasi aumento di corrente produce solo un aumento di H , senza un corrispondente aumento di B . Cioè, aumenta la causa (H), ma non l'effetto (B).

Per capire davvero come si progettano i trasformatori HF è importante chiarire come si calcolano concretamente B e H e, soprattutto, cosa rappresentano quei calcoli dal punto di vista fisico.

Partiamo dal campo magnetizzante H.

H è la grandezza più direttamente collegata alla corrente che scorre negli avvolgimenti. In un trasformatore reale, quando una corrente percorre il primario, essa genera un campo magnetico che tende a “spingere” il flusso attraverso il nucleo. Dal punto di vista elettromagnetico, H è proporzionale alla forza magnetomotrice applicata lungo il circuito magnetico. Per un nucleo chiuso, come un E-core o un toroide, H si calcola come:

$$H = N \cdot \frac{I}{l_m}$$

dove N è il numero di spire dell'avvolgimento, I è la corrente che lo attraversa e l_m è la lunghezza media del percorso magnetico nel nucleo.

Questa formula ha un significato fisico molto chiaro: più spire o più corrente significano uno sforzo magnetizzante maggiore, mentre un percorso magnetico più lungo rende più difficile magnetizzare il nucleo. H dipende quindi esclusivamente dalla geometria del circuito magnetico e dalla corrente, non dal materiale. Anche se il nucleo fosse sostituito dall'aria, a parità di N, I e l_m , il valore di H sarebbe lo stesso.

La densità di flusso magnetico B, invece, è il risultato della magnetizzazione del materiale. In prima approssimazione, nella regione lineare della caratteristica B–H, B è legata a H dalla relazione:

$$B = \mu \cdot H$$

dove $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ è la permeabilità del materiale.

Ricordo che la permeabilità nel vuoto vale:

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{\text{m}}$$

mentre μ_r dipende dal materiale.

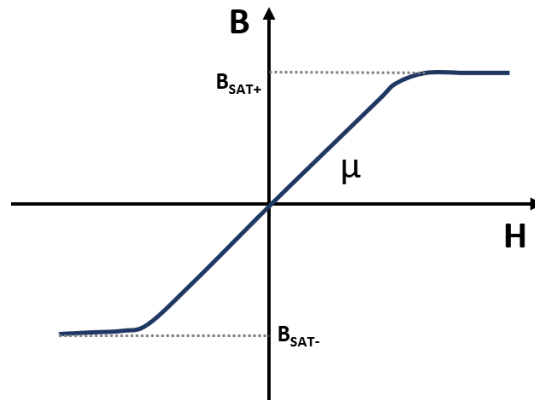


Figura 1: Andamento di B in funzione di H

Nei materiali ferromagnetici μ_r è molto maggiore di 1, quindi anche un H relativamente piccolo produce un B elevato. Tuttavia, questa relazione vale solo finché il materiale non si avvicina alla saturazione. Quando il nucleo entra nella parte non lineare della curva B–H, μ_r diminuisce e B cresce sempre meno, nonostante l'aumento di H. Questo è il motivo per cui nei trasformatori HF non si lavora mai vicino alla saturazione.

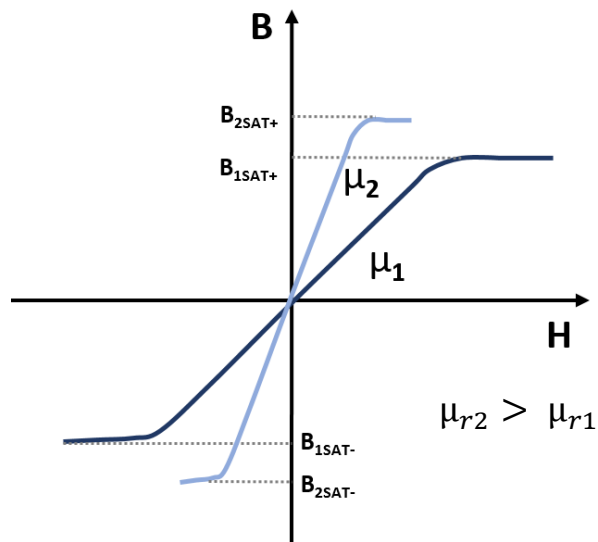


Figura 2: Andamenti di B(H) a diversi μ_r

Nelle ferriti il valore di μ_r varia nel range 2000 – 4000 $\frac{\text{Henry}}{\text{m}}$.

Nel progetto dei trasformatori ad alta frequenza B non viene quasi mai calcolato a partire da H. Ciò che il progettista impone realmente è la tensione applicata al primario e il tempo per cui essa viene applicata. Per questo motivo B si calcola quasi sempre usando la legge di Faraday.

Applicando la legge di Faraday a un avvolgimento di N spire, si ottiene che la tensione applicata è legata alla variazione del flusso magnetico nel tempo. Se si considera una tensione costante applicata per un certo intervallo di tempo, la variazione di densità di flusso si può scrivere come

$$\Delta B = \frac{V \cdot t}{N \cdot A_e}$$

dove V è la tensione applicata all'avvolgimento, t è il tempo di applicazione, N è il numero di spire e A_e è l'area efficace della sezione del nucleo.

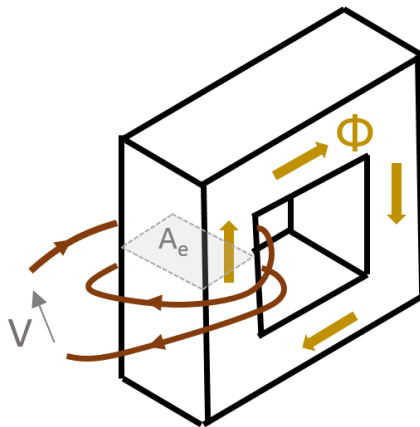


Figura 3: Applicazione della legge di Faraday

Questa formula è una delle più importanti nella progettazione dei trasformatori HF perché mostra chiaramente che la variazione di B dipende dal prodotto tensione–tempo, non dalla corrente. A parità di tensione, aumentare il tempo di applicazione fa crescere B; a parità di tempo, aumentare la tensione fa crescere B. Aumentare il numero di spire o l'area del nucleo, invece, riduce l'escursione di B.

Per esempio, se un trasformatore viene pilotato con un'onda quadra 0- V_{DC} , la tensione è applicata al primario solo per una frazione del periodo. In questo caso il tempo t coincide con il tempo di conduzione, legato alla frequenza e al duty cycle. Ne segue che, a frequenza più alta, lo stesso valore di tensione produce una variazione di B più piccola, ed è questo il motivo fisico per cui aumentando la frequenza è possibile ridurre le dimensioni del nucleo.

Una volta calcolato B tramite la legge di Faraday, è possibile risalire indirettamente a H , infatti, se il nucleo lavora nella regione lineare, si può usare la relazione $B = \mu \cdot H$.

Conoscendo H si può ricavare la corrente necessaria a generarla tramite la legge di Ampère. Vediamo come.

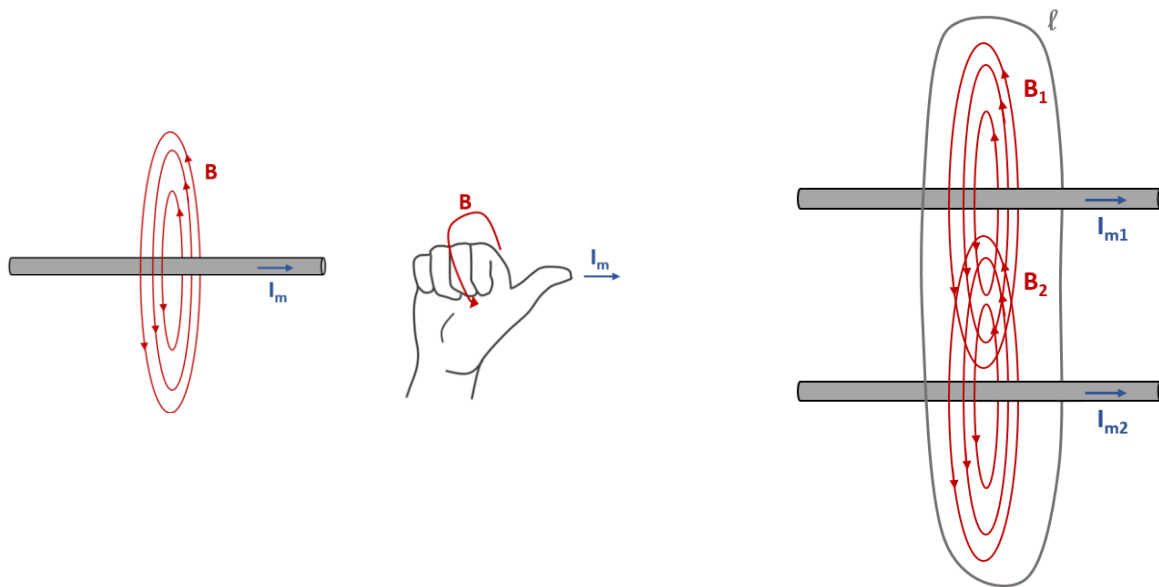


Figura 4: Legge di Ampère

La legge di Ampère afferma che l'integrale lungo una linea chiusa l (ossia la circuitazione) del campo magnetico è uguale alla somma delle correnti elettriche a essa concatenate moltiplicata per la costante di permeabilità magnetica del vuoto μ_0 .

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_m \rightarrow \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{m_i} \text{ nel caso di più correnti}$$

La legge di Ampère nei materiali ferromagnetici si modifica includendo la magnetizzazione del materiale. Invece della sola permeabilità del vuoto (μ_0), si usa la permeabilità magnetica del materiale ($\mu = \mu_0 \mu_r$), che è molto più alta. La legge integrale diventa:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu I_{m,concatenate}$$

Se le $I_{m,concatenate}$ sono tutte uguali, come nel caso di un avvolgimento (solenioide), e ricordando che $B = \mu H$, abbiamo:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = N I_m = \mathcal{F}$$

Dove N è il numero di spire. Il Prodotto NI è detta forza magnetomotrice \mathcal{F} .

Ora consideriamo un trasformatore o induttore con N spire, corrente magnetizzante I_m e percorso magnetico chiuso nel nucleo. Assumiamo che il campo H sia approssimativamente uniforme e il flusso segua il percorso medio del nucleo.

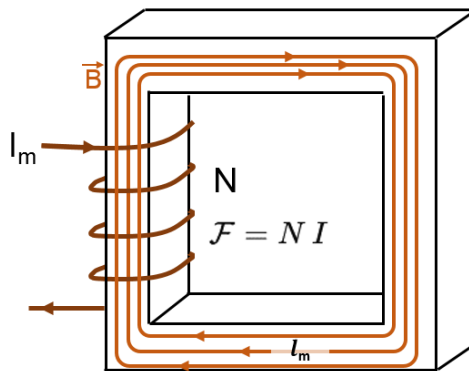


Figura 5: Flusso generato da una corrente I_m e confinato in un materiale ferromagnetico

Allora l'integrale della legge di Ampère diventa:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = H \oint dl = H l_m$$

Dove l_m è la **lunghezza magnetica media** del circuito magnetico.
 Dunque, mettendo insieme tutte le informazioni, otteniamo:

$$H l_m = N I_m \rightarrow I_m = \frac{H l_m}{N}$$

Questa è la corrente richiesta per sostenere il flusso nel nucleo ed è presente anche a vuoto, cioè senza carico sul secondario. Finché B rimane entro limiti sicuri (zona lineare), la corrente di magnetizzazione è relativamente piccola. Quando invece B si avvicina alla saturazione, la permeabilità effettiva del materiale cala, H deve aumentare molto per ottenere un piccolo incremento di B e la corrente di magnetizzazione cresce rapidamente. Questo comportamento è spesso la prima avvisaglia di un trasformatore mal dimensionato.

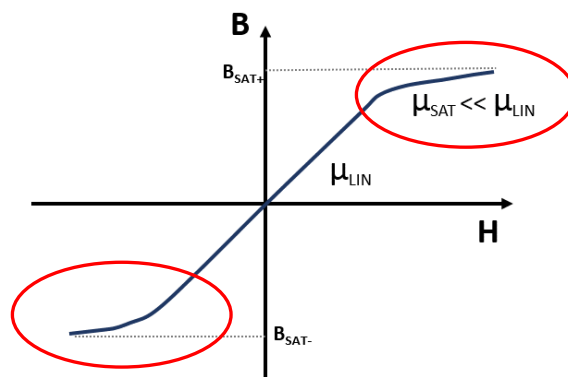


Figura 6: Comportamento di μ in zona di saturazione

Il flusso magnetico si indica con la lettera Φ (phi) ed è una grandezza che rappresenta il “numero totale” di linee di campo magnetico che attraversano una data superficie. Si misura in Weber (Wb) ed è una quantità globale, legata all’intera sezione del nucleo. La densità di flusso magnetico, indicata con B , è invece il flusso magnetico riferito all’unità di area e si misura in $\frac{weber}{m^2} = Tesla$ ed è una grandezza locale, che descrive quanto è “denso” il campo magnetico in un punto del materiale.

Il legame tra le due grandezze è semplice e fondamentale:

$$\Phi = B \cdot A$$

dove A è l'area attraversata dal flusso.

Se la densità di flusso varia di una quantità ΔB , allora il flusso varia di una quantità $\Delta \Phi$, e le due variazioni sono legate da

$$\Delta \Phi = \Delta B \cdot A$$

se l'area attraversata dal flusso può essere considerata costante, come avviene nella maggior parte dei nuclei reali.

La legge di Faraday, nella sua forma più generale, mette in relazione la tensione indotta con la variazione del flusso magnetico $\Delta \Phi$. Per un avvolgimento con N spire, essa afferma che la tensione (forza elettro motrice) è proporzionale alla derivata temporale del flusso concatenato:

$$v(t) = N \cdot \frac{d \Phi(t)}{dt}$$

Spesso, nei calcoli di progetto si introduce B, perché il flusso Φ viene espresso come prodotto tra densità di flusso (B) e area del nucleo (A_e).

Sostituendo $\Phi = B A_e$ nella legge di Faraday, si ottiene:

$$v(t) = N \cdot A_e \cdot \frac{d B(t)}{dt}$$

Da qui si vede chiaramente che la tensione controlla la variazione temporale di B, ma solo perché sta controllando la variazione del flusso Φ attraverso l'area del nucleo.

Integrando nel tempo questa relazione, ipotizzando l'applicazione di una tensione costante per un intervallo di tempo t, si ottiene:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{N} \cdot \int v(t) dt \rightarrow \Delta B = \frac{1}{N \cdot A_e} \cdot \int v(t) dt$$

Questa forma mette in evidenza il concetto chiave della progettazione di un trasformatore: il prodotto tensione–tempo (volt-secondo) determina la variazione di flusso e quindi la variazione di densità di flusso nel nucleo. Parlare di ΔB è semplicemente un modo pratico per normalizzare il flusso rispetto all’area del nucleo e confrontarlo direttamente con i limiti del materiale.

Dal punto di vista fisico, quindi, il processo è questo: la tensione applicata al primario impone una variazione del flusso magnetico nel nucleo; questa variazione di flusso, divisa per l’area del nucleo, si manifesta come una variazione della densità di flusso B . Quando B raggiunge il valore massimo consentito dal materiale, il nucleo entra in saturazione, indipendentemente da quanta corrente stia circolando in quel momento.

Chiarire questa distinzione è fondamentale, perché evita un errore molto comune: pensare che il flusso o la sua variazione siano “dentro” una spira o una corrente. In realtà il flusso è una grandezza del campo magnetico nel nucleo, mentre B è il modo più comodo per descriverlo localmente e confrontarlo con le caratteristiche del materiale. Nei trasformatori HF si progetta sempre in termini di ΔB ammesso, ma si deve ricordare che ciò che la tensione impone fisicamente è $\Delta\Phi$, e che ΔB è solo la sua forma normalizzata rispetto alla geometria del nucleo.

Abbiamo visto che la relazione tra B e H è rappresentata dalla caratteristica $B(H)$, che racchiude gran parte del comportamento fisico del nucleo.

Dobbiamo osservare, però, che in un ciclo completo di magnetizzazione e smagnetizzazione, B non segue lo stesso percorso all’andata e al ritorno, dando origine al ciclo di isteresi, come riportato nella figura seguente.

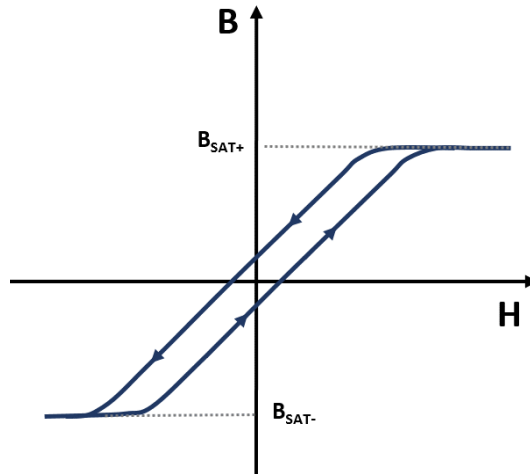


Figura 7: Ciclo di isteresi di B

L'area di questo ciclo rappresenta energia dissipata in calore nel materiale a ogni ciclo. Nei trasformatori ad alta frequenza, dove questo ciclo si ripete decine o centinaia di migliaia di volte al secondo, le perdite per isteresi diventano rapidamente dominanti se il materiale non è scelto correttamente.

Il trasformatore

Possiamo ora descrivere il funzionamento del trasformatore partendo da questi concetti fisici di base e seguendo un percorso logico che porti, in modo naturale, alla relazione fondamentale tra tensioni e numero di spire.

Immaginiamo un trasformatore ideale, costituito da due avvolgimenti elettricamente isolati ma magneticamente accoppiati tramite un nucleo. Quando al primario viene applicata una tensione variabile nel tempo, non accade immediatamente nulla al secondario dal punto di vista elettrico poiché non esiste alcun collegamento diretto. Ciò che invece nasce subito è un campo elettrico lungo il filo del primario, che mette in moto le cariche e genera una corrente. Questa corrente, anche se inizialmente molto piccola, produce un campo magnetizzante H nel nucleo. A sua volta, questo campo magnetizzante genera una densità di flusso magnetico B che si distribuisce nel circuito magnetico seguendo il percorso a riluttanza minima offerto dal nucleo.

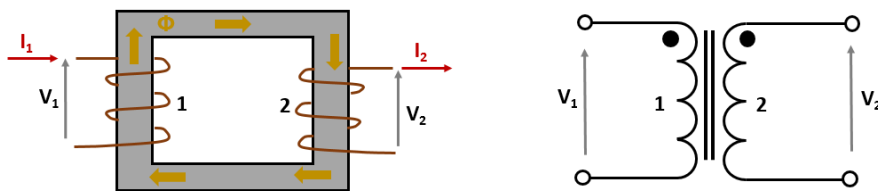


Figura 8: Trasformatore ideale

La presenza del nucleo fa sì che il flusso magnetico sia in gran parte confinato e guidato all'interno del materiale. Dal punto di vista fisico, il flusso magnetico Φ che nasce nel nucleo è comune a tutti gli avvolgimenti che lo concatenano. Questo è il punto chiave: **primario e secondario “vedono” lo stesso flusso magnetico**, perché entrambi avvolgono lo stesso circuito magnetico. Non importa quale sia il carico collegato al secondario o quale corrente vi scorra; finché il nucleo non è saturo e il flusso rimane ben confinato, il flusso concatenato è lo stesso per tutti gli avvolgimenti.

Torniamo ora alla legge di Faraday. Per ogni avvolgimento, la tensione indotta è proporzionale al numero di spire e alla velocità di variazione del flusso magnetico concatenato. Per il primario possiamo scrivere che la tensione applicata è uguale alla tensione indotta dal flusso variabile, mentre per il secondario la tensione ai morsetti è interamente indotta da quello stesso flusso. In forma concettuale, per il primario vale che la tensione applicata serve a creare una variazione di flusso nel nucleo, mentre per il secondario la tensione nasce come conseguenza di quella variazione di flusso.

Per il secondario dobbiamo ricordare che la tensione indotta ha sempre una polarità tale da **opporsi alla variazione di flusso** che l'ha generata. Quindi:

$$V_{\text{secondario}}(t) = - N \cdot \frac{d \Phi(t)}{dt}$$

Cioè, se il flusso aumenta in un verso, la tensione indotta genera una corrente che tende a creare un flusso opposto.

Scrivendo la legge di Faraday in modo esplicito per i due avvolgimenti, si ottiene che la tensione al primario è proporzionale al numero di spire del primario e alla derivata temporale del flusso, mentre la tensione al secondario è proporzionale

al numero di spire del secondario e alla stessa identica derivata temporale del flusso. Dal punto di vista matematico, questo significa che entrambe le tensioni contengono lo stesso termine legato alla variazione di flusso nel tempo, ma moltiplicato per un numero di spire diverso.

A questo punto il passaggio è naturale. Poiché il flusso magnetico è lo stesso e varia nello stesso modo per entrambi gli avvolgimenti, il rapporto tra le due tensioni non dipende dal flusso stesso, ma solo dal rapporto tra i numeri di spire. In termini matematici:

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Dividendo l'espressione della tensione del primario per quella del secondario, il termine legato alla variazione di flusso si semplifica, e rimane una relazione estremamente semplice: il rapporto tra le tensioni è uguale al rapporto tra le spire.

$$\frac{v_1(t)}{N_1} = \frac{v_2(t)}{N_2} \rightarrow \frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

In altre parole, se un avvolgimento ha un numero di spire doppio rispetto all'altro, la tensione che compare ai suoi morsetti sarà doppia, a parità di flusso magnetico nel nucleo. Questa relazione non dipende dalla forma d'onda, dalla frequenza o dal materiale del nucleo, purché il trasformatore lavori nel regime lineare e il flusso non sia distorto dalla saturazione. È una conseguenza diretta della legge di Faraday e del fatto fisico che tutti gli avvolgimenti concatenano lo stesso flusso magnetico.

È importante sottolineare che questa dimostrazione non ha fatto alcun riferimento alle correnti di carico. Il rapporto tra le tensioni è determinato esclusivamente dal numero di spire e dalla variazione di flusso.

Nella figura precedente notiamo la presenza di un puntino vicino al simbolo dell'induttanza o dell'avvolgimento. Esso indica la convenzione dei punti (*dot convention*) ed è usato quando due o più induttanze sono magneticamente accoppiate, come nei trasformatori.

Il puntino serve a indicare la polarità istantanea delle tensioni indotte, ovvero, se la corrente entra nel terminale puntinato di una bobina, allora la tensione indotta sull'altra bobina sarà positiva sul suo terminale puntinato. In pratica, i terminali con il puntino hanno la stessa fase magnetica.

Completiamo ora il quadro introducendo il ragionamento sulle correnti, mantenendo lo stesso approccio fisico, e mostrando come il comportamento delle correnti sia una conseguenza diretta del flusso magnetico e della conservazione dell'energia.

Partiamo ancora una volta dal trasformatore ideale, con nucleo lineare, accoppiamento perfetto e perdite nulle. Abbiamo già visto che la tensione applicata al primario impone una variazione di flusso magnetico nel nucleo e che questo flusso è comune a tutti gli avvolgimenti. Finché il secondario è aperto, nel primario circola solo la corrente di magnetizzazione, cioè la corrente necessaria a generare il campo magnetico che sostiene il flusso. Questa corrente è determinata dall'induttanza magnetizzante del primario ed è, in genere, relativamente piccola. Il suo unico ruolo è quello di creare e mantenere il flusso magnetico richiesto dalla tensione applicata.

L'induttanza magnetizzante rappresenta la capacità di un avvolgimento di assorbire corrente per creare il solo flusso magnetico nel nucleo, senza trasferire potenza al carico, ovvero è l'induttanza "vista" dall'avvolgimento quando serve solo a magnetizzare il circuito magnetico.

L'induttanza magnetizzante dipende da:

- Geometria del circuito magnetico
- Numero di spire
- Permeabilità del nucleo
- Presenza di traferro

La corrente assorbita dall'induttanza magnetizzante L_m è la corrente magnetizzante I_m (che serve solo a creare il flusso). Approfondiremo meglio più avanti questo concetto.

La situazione cambia nel momento in cui si collega un carico al secondario. Appena compare una tensione ai morsetti del secondario, inizia a scorrere una corrente nel carico. Questa corrente secondaria non è un fenomeno isolato: essa produce a sua volta un campo magnetizzante. Dal punto di vista fisico, la corrente nel secondario tende a generare un proprio flusso magnetico nel nucleo. Il verso di questo flusso, per la legge di Lenz, è tale da opporsi alla variazione di flusso che lo ha generato. In altre parole, la corrente nel secondario cerca di ridurre il flusso magnetico nel nucleo.

Questo punto è importante. Se il flusso nel nucleo diminuisse, la tensione indotta nel primario e nel secondario cambierebbe immediatamente, violando l'equilibrio imposto dalla tensione di alimentazione. Ma ciò non accade. Il flusso magnetico nel nucleo rimane praticamente invariato, perché è la tensione applicata al primario a determinarne l'andamento nel tempo. Di conseguenza, il sistema reagisce in modo automatico: nel primario compare una corrente aggiuntiva, oltre alla corrente di magnetizzazione, che ha lo scopo di compensare l'effetto magnetizzante della corrente secondaria.

Dal punto di vista delle forze magnetomotrici, ciò significa che la forza magnetomotrice generata dal primario deve bilanciare quella generata dal secondario, in modo che il flusso totale nel nucleo rimanga quello imposto dalla tensione applicata. In condizioni ideali, la somma delle forze magnetomotrici lungo il circuito magnetico deve essere pari a quella necessaria a sostenere il flusso. Poiché la corrente di magnetizzazione è piccola, l'equilibrio principale avviene tra le correnti "di carico" dei due avvolgimenti.

Questo porta a una relazione molto semplice ma potente. Se indichiamo con N_1 e I_1 il numero di spire e la corrente del primario, e con N_2 e I_2 quelli del secondario, l'equilibrio magnetico richiede che il prodotto $N_1 \cdot I_1$ e il prodotto $N_2 \cdot I_2$ siano uguali in modulo e opposti nel verso. In altre parole, la corrente che compare nel primario a causa del carico è tale da annullare l'effetto magnetizzante della corrente

secondaria. Da qui discende direttamente che la corrente nel primario è proporzionale a quella del secondario e inversamente proporzionale al numero di spire.

Questa relazione può essere interpretata anche dal punto di vista energetico. In un trasformatore ideale non ci sono perdite, quindi la potenza che entra nel primario deve essere uguale alla potenza che esce dal secondario. Poiché abbiamo già dimostrato che il rapporto tra le tensioni è uguale al rapporto tra le spire, affinché la potenza si conservi è necessario che il rapporto tra le correnti sia l'inverso del rapporto tra le tensioni, e quindi l'inverso del rapporto tra le spire. Il comportamento delle correnti non è quindi un'ipotesi aggiuntiva, ma una conseguenza della conservazione dell'energia e dell'equilibrio del campo magnetico.

In termini matematici, abbiamo visto che il campo magnetizzante nel nucleo è dato dalla legge di Ampère:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum N_k I_k$$

Cioè, la circuitazione del campo \vec{H} lungo un percorso chiuso è uguale alla somma algebrica delle correnti di conduzione concatenate a quel percorso.

Per un circuito magnetico chiuso e uniforme (il nostro trasformatore):

$$H l_m = N_1 I_1 - N_2 I_2$$

dove il segno meno tiene conto del verso opposto delle correnti secondo la convenzione di Lenz.

l_m indica la lunghezza media del circuito magnetico, cioè la distanza media percorsa dal flusso magnetico all'interno del nucleo (si misura in metri).

Fisicamente è l'equivalente magnetico della lunghezza di un circuito elettrico:

- nel circuito elettrico la corrente percorre un filo lungo l ;

- nel circuito magnetico il flusso percorre un cammino chiuso lungo l_m .

Scriviamo la corrente primaria come somma di due contributi:

$$I_1 = I_m + I_{1L}$$

dove:

- I_m è la corrente di magnetizzazione (quella che abbiamo senza carico sul secondario)
- I_{1L} è la corrente dovuta al carico (riflesso) sul secondario

Sostituendo nella legge di Ampère:

$$H l_m = N_1(I_m + I_{1L}) - N_2 I_2$$

Ma, per definizione della corrente di magnetizzazione:

$$H l_m = N_1 I_m$$

Sottraendo le ultime due equazioni otteniamo:

$$0 = N_1 I_{1L} - N_2 I_2 \rightarrow \frac{I_2}{I_{1L}} = \frac{N_1}{N_2}$$

Questa è la relazione fondamentale tra le correnti nel trasformatore ideale.

Notiamo che se moltiplichiamo membro a membro le relazioni di tensione e corrente otteniamo:

$$V_1 I_{1L} = V_2 I_2 \rightarrow P_1 = P_2 \rightarrow P_{IN} = P_{OUT}$$

Questo significa che, in condizioni ideali (senza perdite), abbiamo la conservazione della potenza.

Curiosità tecnica

Fisicamente, il trasformatore si comporta come un “adattatore di impedenza”. Un carico collegato al secondario si riflette sul primario come un carico equivalente, il cui valore dipende dal quadrato del rapporto di spire. Se il secondario ha meno spire del primario, la tensione viene ridotta e la corrente aumentata; di conseguenza, dal lato primario il carico appare più elevato in tensione e più basso in corrente. Questo meccanismo avviene senza alcun contatto elettrico diretto, ma esclusivamente tramite il campo magnetico condiviso.

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_{1L}} \quad Z_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

Quindi:

$$Z_1 = \frac{N_1}{N_2} \frac{V_2}{\frac{N_2}{N_1} I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

Abbiamo visto che il rapporto delle tensioni tra ingresso ed uscita è determinato dal rapporto del numero di spire tra primario e secondario secondo la legge:

$$\frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

Vediamo ora la metodologia da applicare per calcolare il numero di spire del primario.

2. Andamento del flusso e avvolgimento primario

L'andamento del flusso nel tempo dipende dal tipo di pilotaggio dell'avvolgimento primario secondo la legge di Faraday. Lo scopo di questo capito è quello di definire una metodologia di studio applicata su diversi casi d'uso.

Segnale bipolare con duty-cycle al 50%

Consideriamo un trasformatore alimentato da un convertitore a ponte. La tensione applicata al primario è una onda quadra bipolare, con duty-cycle del 50% come mostrato nella figura seguente.

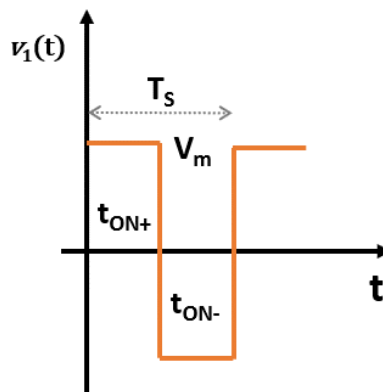


Figura 9: Segnale PWM bipolare

Indichiamo con:

- V_m : tensione massima di alimentazione primario
- f_s : frequenza di switching
- $T_s = \frac{1}{f_s}$: periodo
- N_1 : spire del primario
- A_e : sezione efficace del nucleo

Durante ogni periodo la tensione vale:

$$v_1(t) = \begin{cases} +V_m \text{ per un tempo } T_{ON+} = \frac{T_s}{2} \\ -V_m \text{ per un tempo } T_{ON-} = \frac{T_s}{2} \end{cases}$$

Poiché il duty cycle è al 50%, abbiamo che $T_{ON+} = T_{ON-} = \frac{T_s}{2}$.

Calcoliamo l'andamento del flusso e di $B(t)$ utilizzando la legge di Faraday:

$$v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

e poiché:

$$\Phi = B A_e$$

si ottiene:

$$\frac{v_1(t)}{N_1} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BA_e)}{dt} = A_e \frac{dB}{dt} \rightarrow \frac{dB}{dt} = \frac{v_1(t)}{N_1 A_e}$$

Integriamo per ottenere $B(t)$:

$$B(t) = B(0) + \frac{1}{N_1 A_e} \int v_1(t) dt$$

Notiamo che nel periodo l'integrale della tensione $v_1(t)$ è nullo.

$$\int_0^{T_s} v_1(t) dt = 0$$

Quindi non c'è deriva del flusso, cioè, dopo ogni periodo, B torna ad assumere il suo valore iniziale, ovvero $B(0)$.

Se il particolare circuito non impone $B(0)$, allora esistono infinite soluzioni tutte valide.

Osserviamo, però, che il nucleo del trasformatore non ha memoria assoluta, né riferimenti interni. Dunque, se $v(t)$ è antisimmetrica, anche B lo sarà e non c'è motivo per cui B non “oscilli” intorno allo zero, dunque $B(0)=0$.

Allora, nel caso in esame B varia in modo antisimmetrico. Vediamo il suo andamento.

Durante l'impulso positivo:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{v_1(t)}{N_1 A_e} = \frac{V_m}{N_1 A_e}$$

Integrando:

$$\Delta B_+ = \frac{V_m T_{ON+}}{N_1 A_e}$$

Questa relazione indica che il campo B(t) cresce linearmente fino a T_{ON+} .

Durante l'impulso negativo, nel semiperiodo successivo:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{-V_m}{N_1 A_e}$$

Integrando:

$$\Delta B_- = \frac{-V_m T_{ON-}}{N_1 A_e}$$

Questa relazione indica che il campo B(t) decresce linearmente fino a T_{ON-} .

Osserviamo che $|\Delta B_-| = |\Delta B_+|$.

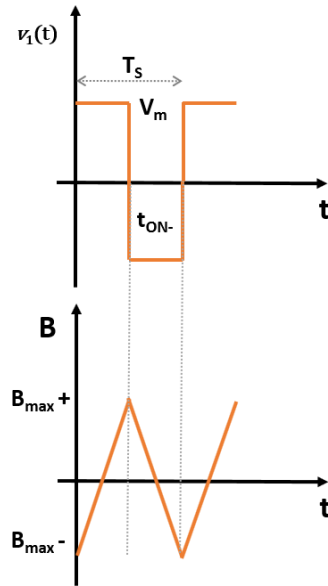


Figura 10: Andamento di $B(t)$

Poiché l'escursione picco–picco di B è:

$$\Delta B_{pp} = \Delta B_+ = -\Delta B_- = \frac{V_m T_{ON}}{N_1 A_e}$$

Quindi:

$$B_{MAX+} = -B_{MAX-} = \frac{V_m T_{ON}}{2 N_1 A_e}$$

Il valore massimo di B_{MAX} deve restare al di sotto di B_{SAT} , con un margine di sicurezza:

$$B_{MAX} \leq 0.6 \dots 0.8 B_{SAT} = B_{Ammissibile}$$

Imponendo la condizione:

$$\frac{V_m T_{ON}}{2 N_1 A_e} \leq B_{Ammissibile}$$

si ricava:

$$N_1 \geq \frac{V_m T_{ON}}{2 A_e B_{Ammissibile}}$$

Abbiamo quindi calcolato il numero di spire del primario.

Da quanto visto fino ad ora, abbiamo imparato che:

- la tensione non fissa il valore di B, ma la pendenza di B(t)
- aumentando la frequenza (ovvero riducendo T_s e T_{ON}) si riduce l'escursione di flusso
- aumentando il numero di spire N_1 si riduce la pendenza
- la saturazione dipende dal volt-second applicato, non dalla corrente di carico

Osservazione

Cosa accade se il duty cycle non è pari al 50%? Poiché il trasformatore, dal punto di vista magnetico, si comporta come un integratore della tensione applicata al primario, un duty cycle diverso dal 50% introduce un bilanciamento non nullo dei volt-secondi. In queste condizioni, la variazione di induzione magnetica all'interno di ciascun periodo non si annulla, ma lascia un residuo che si somma al flusso dei periodi precedenti. Il risultato è uno spostamento progressivo del punto di lavoro magnetico: per duty cycle maggiori del 50% il nucleo deriva verso $+B_{max}$, mentre per duty cycle minori del 50% la deriva avviene verso $-B_{max}$. Questo accumulo ciclo dopo ciclo incrementa il valore iniziale $B(0)$ del periodo successivo e conduce alla saturazione del nucleo.

Segnale PWM unipolare con duty-cycle al 50%

Supponiamo che $v_1(t)$ sia un segnale PWM tra V_m e zero con duty cycle al 50%.

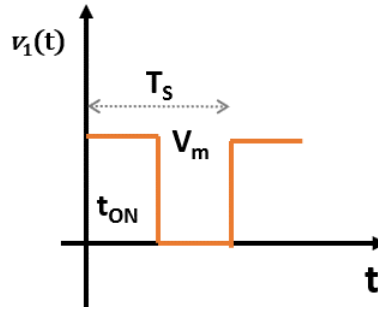


Figura 11: Segnale PWM unipolare

$$v_1(t) = \begin{cases} V_m & \text{per un tempo } T_{ON} = \frac{T_s}{2} \\ 0 & \text{per un tempo } T_s - T_{ON} = \frac{T_s}{2} \end{cases}$$

Partiamo sempre dalla relazione durante T_{ON} :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{V_m}{N_1 A_e}$$

Integrando:

$$\Delta B = \frac{V_m T_{ON}}{N_1 A_e}$$

Inoltre, vale sempre:

$$B(t) = B(0) + \frac{1}{N_1 A_e} \int_0^{T_s} v_1(t) dt$$

Equazione 1

$$\int_0^{T_s} v_1(t) dt = V_m T_{ON} = V_m \frac{1}{2f_s}$$

Ma da Equazione 1:

$$\int_0^{T_s} v_1(t) dt = \Delta B N_1 A_e$$

Quindi, unendo le due ultime relazioni:

$$\int_0^{T_s} v_1(t) dt = V_m \frac{1}{2f_s} = N_1 A_e \Delta B$$

Da cui:

$$V_m \frac{1}{2f_s} = N_1 A_e \Delta B \rightarrow V_m = 2 N_1 A_e \Delta B f_s$$

Poiché B varia tra $+B_{MAX}$ e $-B_{MAX}$, possiamo dire che $\Delta B = 2 B_{MAX} \rightarrow B_{MAX} = \frac{\Delta B}{2}$, quindi:

$$V_m = N_1 A_e B_{max} f_s$$

da cui:

$$N_1 \geq \frac{V_m}{A_e B_{max} f_s}$$

Ora arriva il punto concettuale importante.

Con questa forma d'onda il flusso sale fino a $\frac{T_s}{2}$, poi rimane costante. Non torna mai indietro!

Questo deriva da:

$$\int_0^{T_s} v_1(t) dt \neq 0$$

e implica che B(t) deriva nel tempo.

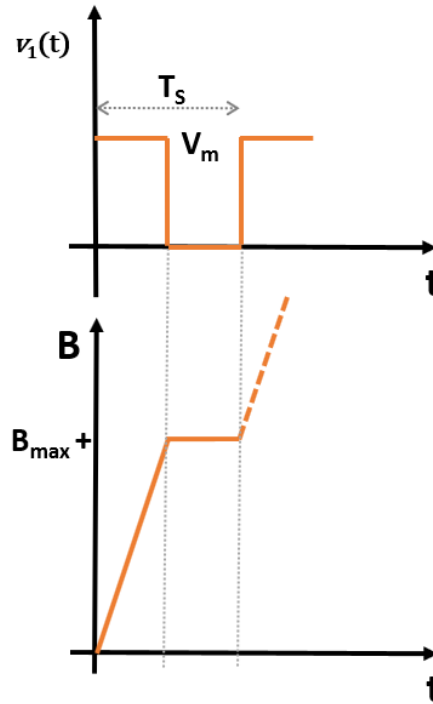


Figura 12: Andamento di B con forma d'onda unipolare

Se non esiste un meccanismo di reset del flusso il flusso aumenta ciclo dopo ciclo e il nucleo va in saturazione. Vedremo più avanti come far fronte a questo problema.

Segnale sinusoidale con pulsazione ω

Partiamo sempre dalla legge di Faraday:

$$v(t) = N_1 A_e \frac{dB(t)}{dt}$$

Supponiamo che la tensione sinusoidale applicata sia:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t), \quad \omega = 2\pi f$$

Integriamo per ottenere il flusso magnetico:

$$B(t) = B(0) + \frac{1}{N_1 A_e} \int_0^t v(\tau) d\tau$$

$$B(t) = B(0) + \frac{1}{N_1 A_e} \int_0^t V_m \sin(\omega \tau) d\tau$$

Ricordiamo che $\int \sin(\omega t) dt = -\frac{1}{\omega} \cos(\omega t) + \text{costante}$

$$B(t) = B(0) - \frac{V_m}{N_1 A_e \omega} \cos(\omega t) + \frac{V_m}{N_1 A_e \omega} \text{costante}$$

Scegliamo $B(0) = -\frac{V_m}{N_1 A_e \omega} \text{costante}$ in modo che il flusso oscilli simmetricamente attorno a zero. Non è una scelta casuale, poiché non c'è motivo per cui il flusso non abbiamo questo andamento, visto che anche $v(t)$ oscilla intorno allo zero. Quindi:

$$B(t) = \frac{V_m}{N_1 A_e \omega} \cos(\omega t)$$

Una tensione sinusoidale genera un flusso sinusoidale sfasato di 90° .

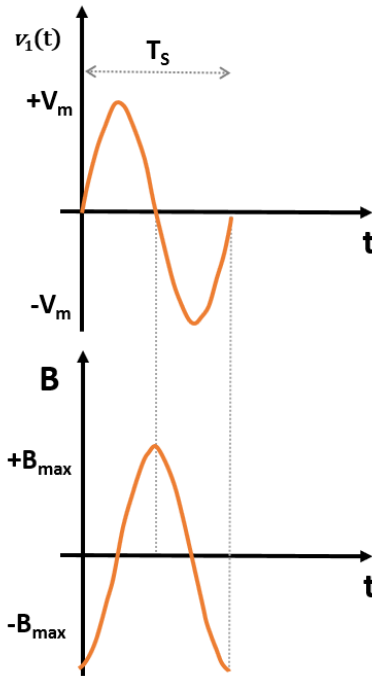


Figura 13: Andamento di B con forma d'onda sinusoidale

Il massimo flusso B_{\max} corrisponde a:

$$B_{\max} = \frac{V_m}{N_1 A_e \omega} \Rightarrow V_m = N_1 A_e \omega B_{\max}$$

Essendo $\omega = 2\pi f_s$:

$$V_m = 2\pi f_s N_1 A_e B_{\max}$$

In RMS:

$$V_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \approx 4.44 f_s N_1 A_e B_{\max}$$

Il fattore 4.44 è il classico coefficiente per onda sinusoidale. Questo è il motivo per cui nei trasformatori AC tradizionali si trova sempre:

$$V_{RMS} = 4.44 f_s N_1 A_e B_{\max}$$

Ora imponiamo il vincolo di non saturare il nucleo:

$$B_{\max} < B_{\text{ammissibile}}$$

Risolvendo rispetto a N_1 :

$$N_1 \geq \frac{V_m}{2\pi f_s A_e B_{\text{ammissibile}}}$$

Questa è la formula di progetto del primario.

3. Winding window e Area Product

La *winding window area* A_w è l'area disponibile nel rocchetto del nucleo per alloggiare i conduttori. Questa area non può essere riempita completamente dai conduttori di rame, perché esistono:

- isolamento tra spire e tra avvolgimenti,
- smalti, nastri, margini di sicurezza,
- vuoti geometrici inevitabili (i conduttori sono a sezione circolare)

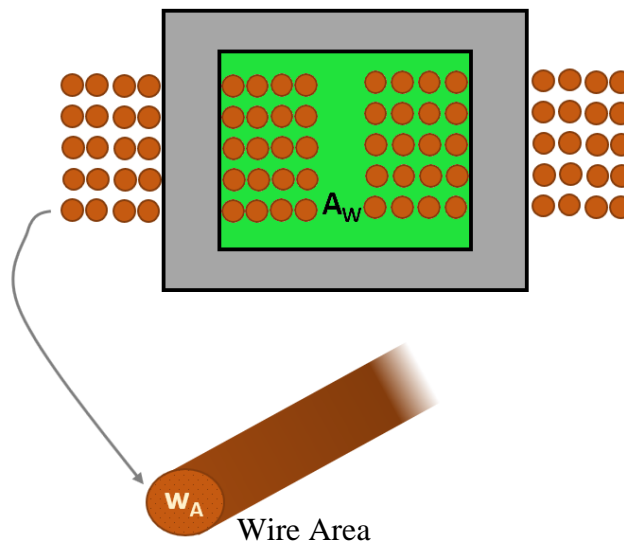


Figura 14: Concetto di winding window area A_w

In genere, la parte di area A_w fisicamente occupata dai conduttori è intorno al 50%, dunque ogni avvolgimento può occupare circa il 25% di spazio disponibile. È importante tenere presente questo aspetto, poiché il trasformatore progettato deve essere non solo corretto dal punto di vista teorico, ma anche concretamente realizzabile dal punto di vista costruttivo.

Per questo si introduce il fattore di riempimento k_u tipicamente compreso tra 0.4 e 0.6 allo scopo di scalare il parametro A_w normalmente disponibile nel datasheet del nucleo:

$$A_{Cu,tot} = k_u A_w$$

dove $A_{Cu,tot}$ è l'area effettivamente occupabile dal rame.

La sezione dei conduttori degli avvolgimenti deve essere dimensionata in funzione della corrente che li attraversa, adottando come criterio di progetto la densità di corrente J.

Un valore ottimale per J è $4.5 \frac{A_{RMS}}{mm^2}$. Quindi, se nel conduttore devono passare 3 A_{RMS} , la sua sezione deve essere maggiore di:

$$w_A \geq \frac{3 A_{RMS}}{4.5 \frac{A_{RMS}}{mm^2}} = 0.7 mm^2 (\sim 19 AWG)$$

In generale possiamo scrivere che:

$$A_w = \frac{(w_{A1} N_1 + w_{A2} N_2 + \dots + w_{Ai} N_i)}{k_u}$$

Dove w_{Ai} è la sezione del conduttore dell'avvolgimento i-esimo ed N_i il numero delle sue spire.

Il parametro "Area Product" è definito come:

$$A_p = A_e A_w$$

dove:

- A_e = area efficace del nucleo (vincolo magnetico)
- A_w = area finestra avvolgimenti (vincolo elettrico)

A_p rappresenta una misura quanta potenza è possibile trasferire rispettando i vincoli imposti dal nucleo e dagli avvolgimenti.

Nel capitolo precedente abbiamo visto che per un segnale di pilotaggio del primario $v_1(t)$ bipolare con duty cycle al 50% definito come:

$$v_1(t) = \begin{cases} +V_m \text{ per } 0 \leq t \leq \frac{T_s}{2} \\ -V_m \text{ per } \frac{T_s}{2} < t \leq T_s \end{cases}$$

Abbiamo precedente visto che, in questo caso:

$$N_1 \geq \frac{V_m}{4 f_s A_e B_{Ammissibile}}$$

Quindi, più piccolo è A_e , più spire servono per non saturare.

La corrente RMS nel primario può essere espressa come:

$$I_{1RMS} \approx \frac{P_o}{V_1}$$

La sezione di rame necessaria è:

$$w_A = \frac{I_{1RMS}}{J}$$

Dove J è la densità di corrente ammessa misurata in $\frac{A_{RMS}}{m^2}$.

L'area richiesta per l'avvolgimento primario è:

$$A_{cu,prim} = N_1 w_A = N_1 \frac{I_{1RMS}}{J}$$

Perché:

- ogni spira porta la corrente I_{1RMS}
- ogni spira ha la sua sezione di rame $w_A = \frac{I_{1RMS}}{J}$.

La condizione di fattibilità (i conduttori devono entrare nel nucleo) è data da:

$$N_1 \frac{I_1}{J} + N_2 \frac{I_2}{J} \leq k_u A_w$$

Spesso, però, il contributo del secondario viene ignorato perché:

- Nei progetti preliminari, si assume che il secondario abbia sezione simile o proporzionale al primario: si calcola il primario e si ridimensiona il secondario in seguito.
- Se la tensione secondaria è molto più alta e la corrente più bassa, la sua occupazione di spazio è relativamente piccola quindi si può trascurare temporaneamente.
- Questo approccio semplifica la stima iniziale di N_1 e dell'area product A_p senza dover entrare nei dettagli dei rapporti di spire e correnti secondarie.

Se vogliamo un dimensionamento più accurato, soprattutto nei flyback ad alta corrente o nei convertitori push-pull con rapporti di spire elevati, occorre considerare entrambi gli avvolgimenti.

In questo tutorial considereremo solo l'avvolgimento del primario. Dunque, la condizione di fattibilità è data solo da:

$$N_1 \frac{I_1}{J} \leq k_u A_w$$

Equazione 2

Ricordiamo quanto valgono N_1 e I_1 :

$$N_1 = \frac{V_m}{4 f_s A_e B_{Ammissibile}}, \quad I_1 = \frac{P_o}{V_m}$$

Sostituiamo queste espressioni nella Equazione 2:

$$\frac{V_m}{4 f_s A_e B_{Ammissibile}} \cdot \frac{P_o}{V_m J} \leq k_u A_w$$

Quindi:

$$\frac{P_o}{4 A_e B_{Ammissibile} f_s J} \leq k_u A_w$$

Moltiplichiamo per A_e :

$$A_p = A_e A_w \geq \frac{P_o}{4 k_u J B_{Ammissibile} f_s}$$

Questa è l'espressione di A_p per questo specifico segnale di pilotaggio.

Cosa accade se $v_1(t)$ non è un PWM tra $+V_m$ e $-V_m$? La metodologia di studio è la stessa. Vediamo in dettaglio.

Nel caso sinusoidale avevamo invece trovato:

$$V_m = 2\pi f_s N_1 A_e B_{\max} \quad V_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \approx 4.44 f_s N_1 A_e B_{\max}$$

$$N_1 \geq \frac{V_{RMS}}{4.44 f_s A_e B_{Ammissibile}}$$

Quindi, svolgendo i calcoli:

$$A_p \geq \frac{P_o}{4.44 k_u J B_{Ammissibile} f_s}$$

Infine, vediamo il caso del segnale PWM unipolare.

$$v_1(t) = \begin{cases} V_m \text{ per un tempo } T_{ON} = \frac{T_s}{2} \\ 0 \text{ per un tempo } T_s - T_{ON} = \frac{T_s}{2} \end{cases}$$

Avevamo trovato:

$$N_1 \geq \frac{V_m}{A_e B_{\max} f_s}$$

Dunque

$$A_p \geq \frac{P_o}{k_u J B_{\text{Ammissibile}} f_s}$$

Nelle diverse configurazioni d'uso cambiano:

- topologia
- duty cycle
- definizione di B_{\max}
- semiperiodo considerato

La forma generale (sempre vera) è:

$$V_1 = k_f N_1 A_e B_{\max} f_s \rightarrow N_1 = \frac{V_1}{k_f A_e B_{\max} f_s} \rightarrow A_p = A_e A_w \geq \frac{P_o}{k_f k_u J B_{\max} f_s}$$

con:

- $k_f = 4 \rightarrow$ bipolare
- $k_f = 4.44 \rightarrow$ sinusoidale RMS
- $k_f = 1 \rightarrow$ unipolare

Tensione di pilotaggio	Andamento B(t)	Escursione di B	Numero di spire primarie N ₁	A _p
PWM unipolare	Andamento a dente di sega: B cresce linearmente durante ON e viene resettato durante OFF	$\Delta B = \frac{V \cdot D}{N_1 A_e f_s}$	$N_1 \geq \frac{V \cdot D}{B_{amm} A_e f_s}$	$\frac{P_o}{k_u J B_{max} f_s}$
PWM bipolare simmetrico (±V, DC = 50%)	Andamento triangolare centrato in zero	$\Delta B = \frac{V}{2 N_1 A_e f_s}$	$N_1 \geq \frac{V}{4 B_{amm} A_e f_s}$	$\frac{P_o}{4 k_u J B_{max} f_s}$
Sinusoidale	B(t) sinusoidale, sfasato di 90° rispetto alla tensione	$B(t) = B_{max} \cos(2\pi f_s t)$	$N_1 \geq \frac{\sqrt{2} V_{rms}}{2\pi f_s B_{amm} A_e}$	$\frac{P_o}{4.44 k_u J B_{max} f_s}$

4. Figura di Merito

In elettrotecnica e progettazione di trasformatori e convertitori, la figura di merito è un parametro che sintetizza l'efficienza del progetto o la capacità di un componente di trasferire energia rispettando i limiti fisici.

La figura di merito è un numero o una combinazione di grandezze fisiche che permette di confrontare diverse soluzioni progettuali senza dover simulare o costruire tutto il circuito.

Serve a capire rapidamente se un nucleo, un trasformatore, un convertitore o un materiale è adatto a un certo livello di potenza o frequenza.

Per un trasformatore a frequenza alta, la figura di merito magnetica-elettrica può essere l'Area Product che abbiamo precedentemente definito come:

$$A_p = A_e \cdot A_w$$

dove:

- A_e = area efficace del nucleo (parte magnetica)
- A_w = area della finestra degli avvolgimenti (parte elettrica)

Più è grande A_p , più potenza può trasferire il trasformatore senza saturare o surriscaldare il rame.

Nel contesto della progettazione di trasformatori o induttori ad alta frequenza, il prodotto frequenza $\times \Delta B$ è una vera e propria figura di merito magnetica, perché misura quanto “lavoro magnetico” può fare il nucleo senza saturare.

Vediamo perché.

Per un avvolgimento con N spire su un nucleo con area A_e :

$$v(t) = N A_e \frac{dB}{dt}$$

Integrando per un intervallo di tempo Δt :

$$\Delta B = \frac{1}{NA_e} \int v(t) dt$$

Se il segnale è periodico con frequenza $f_s = \frac{1}{T_s}$ e assume un valore medio costante su ogni semiperiodo (PWM o onda quadra), allora:

$$V_{\text{eff}} \sim NA_e \Delta B f_s$$

Dove:

- ΔB indica quanto il flusso varia tra picco positivo e negativo (escursione di flusso)
- f_s indica quante volte per secondo il flusso viene “ricaricato”

Dunque, il prodotto $f_s \Delta B$ indica la velocità media di variazione del flusso, che deve essere supportata dal nucleo senza saturazione.

Dunque:

- A parità di ΔB , più alta è la frequenza, più tensione posso applicare e più potenza posso trasferire.
- A parità di frequenza, più alto è ΔB , più energia posso immagazzinare e più potenza posso trasferire.

5. Perdite Magnetiche

Le perdite magnetiche sono la potenza dissipata all'interno del nucleo di un trasformatore o di un induttore quando il flusso magnetico varia nel tempo e rappresentano uno dei principali limiti fisici nella progettazione dei dispositivi magnetici, soprattutto alle alte frequenze. Dal punto di vista fisico, esse nascono dal fatto che il materiale magnetico non risponde in modo ideale al campo magnetizzante: una parte dell'energia fornita serve a riallineare i domini magnetici secondo il ciclo di isteresi e viene persa a ogni ciclo come calore, mentre un'altra parte viene dissipata sotto forma di correnti parassite indotte nel materiale stesso dalla variazione temporale del flusso.

Vediamo in dettaglio questo aspetto.

Quando applichi una tensione al primario, imponi una variazione di flusso $\Delta B(t)$.

Il materiale magnetico non è ideale e dissipa energia per due motivi principali:

1. Isteresi magnetica: I domini magnetici non seguono istantaneamente il campo H . Ogni ciclo di magnetizzazione richiede energia per riallineare i domini.
2. Correnti parassite (eddy currents): La variazione del flusso induce correnti elettriche chiuse all'interno del materiale, che dissipano potenza per effetto Joule.

Il risultato è che a ogni ciclo una certa energia viene persa, trasformata in calore.

Perdite per isteresi

L'energia persa per ciclo per unità di volume è pari all'area del ciclo di isteresi:

$$W_h = \oint \vec{H} \cdot d\vec{B}$$

Questa energia non dipende dal tempo, ma solo dal percorso B–H.

Poiché il ciclo si ripete f_s volte al secondo:

$$P_h = f_s \cdot V_c \cdot \oint \vec{H} \cdot d\vec{B}$$

dove V_c è il volume del nucleo.

Le perdite per isteresi vengono normalmente stimate per mezzo di una relazione empirica:

$$P_h = k_h f_s B_{\max}^\alpha$$

dove:

- P_h = perdite per isteresi (W/kg oppure W/m³, a seconda della definizione di k_h)
- f_s = frequenza (Hz)
- B_{\max} = induzione magnetica massima (T)
- k_h, α = costanti empiriche del materiale (fornite dal costruttore)

Tipicamente:

- $\alpha \approx 1.6 \div 2.2$ per ferriti e acciai magnetici
- k_h dipende fortemente dal materiale e dalla temperatura

Le perdite per isteresi sono dovute al fatto che, ad ogni ciclo di magnetizzazione, i domini magnetici devono essere continuamente riallineati, dissipando energia.

Per questo motivo:

- crescono linearmente con la frequenza
- crescono esponenzialmente con B_{\max}

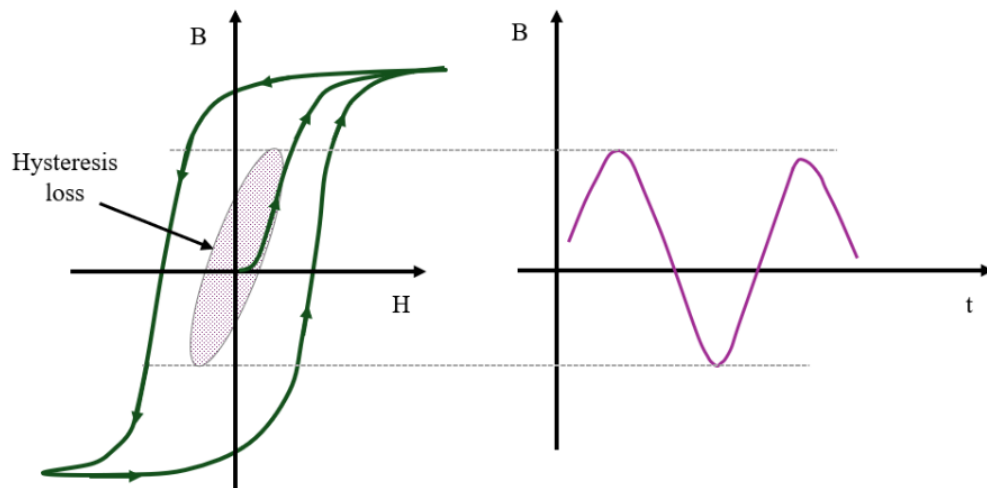


Figura 15: Perdite per isteresi

Perdite per correnti parassite (eddy currents)

Una variazione di $B(t)$ induce un campo elettrico interno:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Questo genera correnti chiuse nel materiale, dunque perdite per effetto Joule proporzionali al prodotto:

$$P_e \propto f_s^2 B_{\max}$$

Dipende fortemente da:

- resistività del materiale
- spessore delle lamelle (nei nuclei laminati)
- microstruttura (nelle ferriti)

Per questo le ferriti, con alta resistività, sono ideali per HF.

Modello Unificato

L'equazione di Steinmetz, in realtà una formula empirica, descrive le perdite totali nel ferro nei circuiti magnetici.

Per segnali sinusoidali si utilizza l'equazione:

$$P_{core} = k f_s^\alpha B_{\max}^\beta V_c$$

dove:

- k, α, β sono forniti nel datasheet del nucleo
- V_c è il volume del nucleo

Valori tipici per ferriti:

- $\alpha \approx 1.2 \div 1.5$
- $\beta \approx 2.3 \div 2.8$

Il concetto fondamentale da tenere a mente è il seguente: le perdite dipendono da quanto velocemente e quanto spesso facciamo variare il flusso.

Nucleo reale

Nelle figure seguenti sono riportati i diagrammi delle magnetic losses di una ferrite 3F3 al variare della frequenza e della temperatura.

Una buona regola è quella di fissare un obiettivo di perdite intorno a 100 mW/cm³ equivalenti a 100 kW/m³.

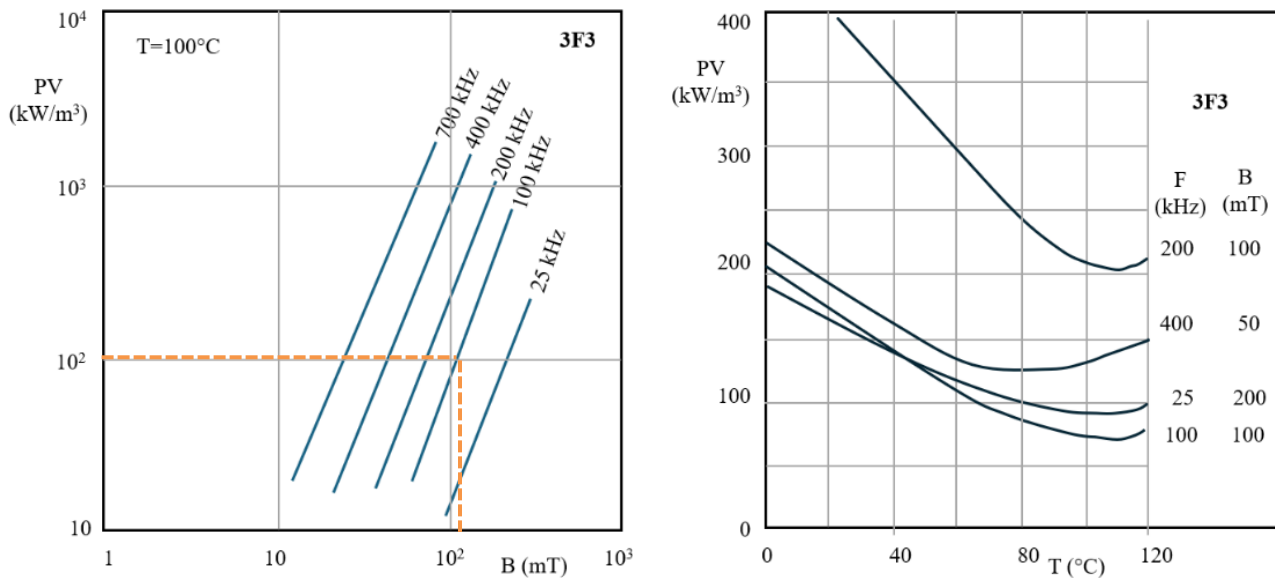


Figura 16: Magnetic losses di una ferrite 3F3 dal datasheet Ferroxcube

Se, ad esempio, si utilizza un trasformatore a 100 kHz, il flusso deve essere intorno ai 200 mT (milli tesla).

Nella figura di destra sono riportate le perdite a diverse frequenze e temperature. Come si può vedere, un riscaldamento del nucleo porta ad una diminuzione delle perdite.

Quindi, se si sceglie un nucleo 3F3, sarebbe un errore tenerlo freddo.

Per maggiori informazioni potete consultare il datasheet Ferroxcube “3F3 Material specification”.

Occorre inoltre considerare il fattore di merito $f \cdot \Delta B$ che dovrebbe essere il più alto possibile perché si trova al denominatore dell'espressione per A_P quindi, e più è grande, più piccole saranno le dimensioni del core.

Fissata la frequenza di lavoro, occorre scegliere il core con valore di merito più alto.

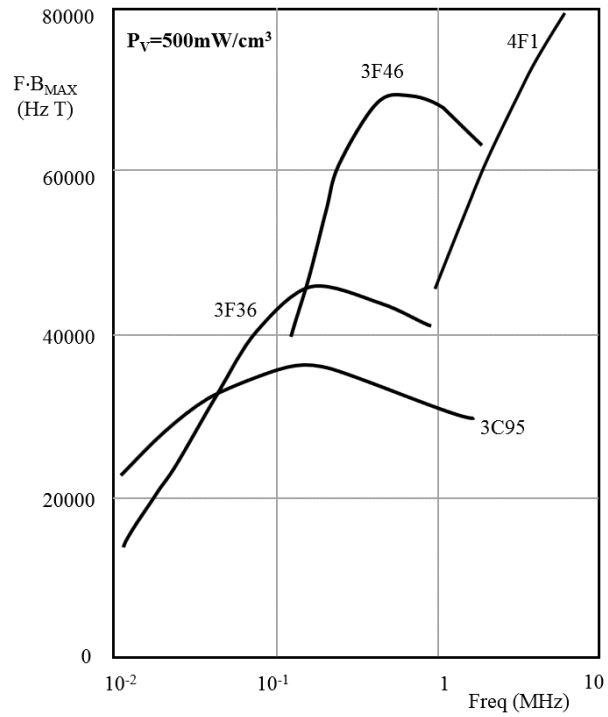


Figura 17: Esempio di curve $F \cdot B_{MAX}$ per diversi materiali e a perdita costante da datasheet Ferroxcube

Per maggiori informazioni consultate:

<https://www.ferroxcube.com/de-DE/download/download/228>

6. Air Gap

L'air gap è una interruzione intenzionale del circuito magnetico del nucleo, in cui il materiale ferromagnetico viene sostituito da aria (o materiale a permeabilità molto bassa, vicina a μ_0).

La *riluttanza* è il “meccanismo opponente” che si frappone alla creazione del flusso magnetico in un circuito magnetico.

In altre parole, è l'equivalente magnetico della resistenza elettrica. In un circuito elettrico la resistenza si oppone al passaggio di corrente, mentre in un circuito magnetico la *riluttanza* si oppone al passaggio del flusso magnetico Φ .

La legge di Hopkinson (o legge di Ohm per i circuiti magnetici) dice che:

$$\mathcal{F} = \Phi \cdot \mathcal{R}$$

dove

- \mathcal{F} è la forza magnetomotrice (MMF), pari a $N \cdot I$ (numero di spire \times corrente), analogamente alla tensione elettrica;
- Φ è il flusso magnetico, l'analogo della corrente elettrica;
- \mathcal{R} è la riluttanza, l'analogo della resistenza elettrica.

Dal punto di vista fisico, come la resistenza elettrica dipende da lunghezza, sezione e resistività del conduttore, così la *riluttanza* è definita come:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

dove:

- l è la lunghezza media del percorso seguito dal flusso magnetico all'interno del materiale considerato. Nel nucleo è la lunghezza media del circuito magnetico (spesso indicata come l_e nei datasheet), mentre, nel traferro / air-gap, è la lunghezza fisica del gap g . Si misura in metri.

- La permeabilità μ indica quanto facilmente il materiale si magnetizza. Risulta che: $\mu = \mu_0 \mu_r$ dove: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m è la permeabilità del vuoto e μ_r è la permeabilità relativa del materiale.

I valori tipici sono:

- aria / gap: $\mu_r \approx 1$
- ferriti: $\mu_r \sim 10^3 - 10^4$.

Si misura in henry per metro [H/m]

- A è l'area della sezione trasversale attraversata dal flusso magnetico, perpendicolare alle linee di flusso. Nei datasheet è spesso indicata come A_e . È l'analogo dell'area del conduttore nei circuiti elettrici e si misura in metri quadrati.

Maggiore è l , più difficile è creare flusso; maggiore è il prodotto $\mu \cdot A$, più agevole è creare flusso.

L'unità di misura della riluttanza è Ampere-spira/Weber (A·spira/Wb), equivalente a H^{-1} (inverso dell'induttanza).

Nella pratica si preferisce lavorare con la riluttanza perché semplifica moltissimo i calcoli di sistemi magnetici complessi, permettendo di usare analogie con le leggi dei circuiti elettrici (serie/parallelo, legge di Ohm, leggi di Kirchhoff) per calcolare flusso, MMF e distribuzione della magnetizzazione.

La tabella seguente mostra la corrispondenza più importante tra grandezze magnetiche ed elettriche:

Circuito magnetico	Grandezza	Analogo elettrico	Grandezza
Forza magnetomotrice	$\mathcal{F} = N \cdot I$	Tensione	V
Flusso magnetico	Φ	Corrente elettrica	I
Riluttanza	$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu \cdot A}$	Resistenza	$\mathcal{R} = \frac{\rho \cdot l}{A}$
Permeanza	$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}}$	Conduttanza	$G = \frac{1}{R}$

Dunque, un nucleo dotato di un avvolgimento percorso dalla corrente I può essere rappresentato mediante un circuito elettrico equivalente, nel quale l'avvolgimento agisce come un generatore di forza magnetomotrice $N \cdot I$, mentre il percorso magnetico del nucleo è modellato tramite una riluttanza \mathcal{R} , come mostrato nella figura seguente.

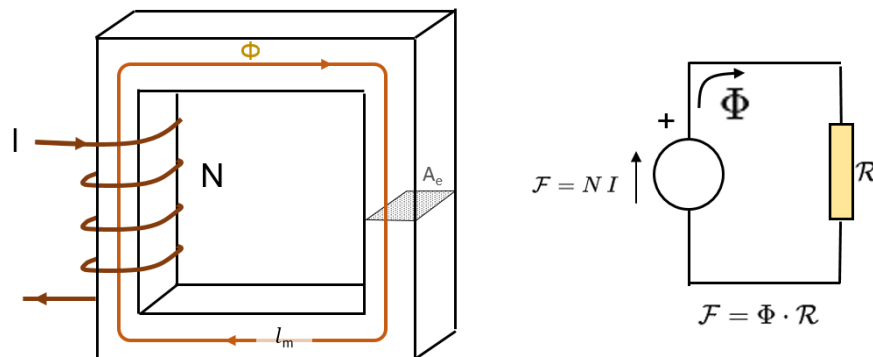


Figura 18: Equivalenza dei circuiti magnetici ed elettrici

Consideriamo ora un nucleo con air gap. Il percorso magnetico si divide in due tratti con caratteristiche diverse:

- Ferromagnetico (nucleo): bassa riluttanza perché μ è molto alta
- Traferro-Air Gap: Altissima riluttanza perché μ è bassa (aria)

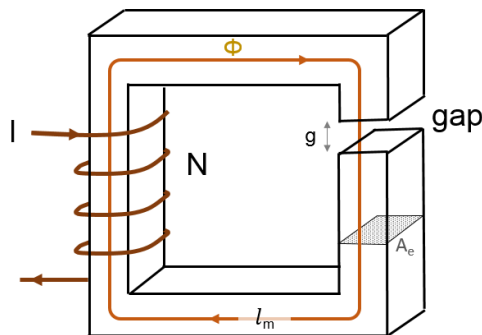


Figura 19: Nucleo con gap

Dal punto di vista magnetico l'air gap aumenta drasticamente la riluttanza del circuito, mentre, dal punto di vista elettrico, si manifesta come una riduzione

dell'induttanza magnetizzante e un aumento della corrente necessaria per generare flusso.

La riluttanza totale si ottiene, come in un circuito elettrico in serie, sommando i due contributi (trascuriamo altri effetti):

$$\mathcal{R}_{tot} = \mathcal{R}_{core} + \mathcal{R}_{gap}$$

Per il nucleo:

$$\mathcal{R}_{core} = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A_e}$$

Per l'air gap:

$$\mathcal{R}_{gap} = \frac{g}{\mu_0 A_e}$$

Poiché $\mu_r \gg 1$, anche un gap molto piccolo domina nella serie:

$$\mathcal{R}_{gap} \gg \mathcal{R}_{core}$$

quindi:

$$\mathcal{R}_{tot} \approx \mathcal{R}_{gap}$$

Quindi, in presenza di un gap:

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{tot}} = \frac{N I}{\mathcal{R}_{tot}} \approx \frac{N I \mu_0 A_e}{g}$$

Da cui:

$$B = \frac{\Phi}{A_e} = \frac{\mu_0 N I}{g}$$

Quindi B dipende quasi solo da I e g e non dalla permeabilità del materiale del core.

Dunque, con air gap:

- il flusso è determinato principalmente dalla corrente
- la non linearità del nucleo ha effetto ridotto
- la curva B - H equivalente diventa quasi lineare
- Il nucleo non “decide più” il flusso: lo decide il circuito elettrico.

Induttanza magnetizzante

L'induttanza magnetizzante (L_m) è la capacità di un circuito elettrico (una bobina o solenoide) di immagazzinare energia in un campo magnetico generato dal passaggio di corrente e, soprattutto, di opporsi alle variazioni di tale corrente, producendo una forza contro-elettromotrice che la contrasta, secondo la Legge di Lenz. Si misura in Henry (H) e quantifica il rapporto tra flusso magnetico concatenato e corrente:

$$L_m = \frac{\Phi_{TOT}}{I}$$

Più è alta l'induttanza, maggiore è la sua capacità di opporsi ai cambiamenti di corrente.

In dettaglio:

$$L_m = \frac{\Phi_{TOT}}{I} = \frac{N \Phi}{I}$$

Sappiamo anche che

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{tot}} = \frac{N I}{\mathcal{R}_{tot}}$$

Quindi, sostituendo nella definizione di L_m otteniamo:

$$L_m = \frac{N \Phi}{I} = \frac{N}{I} \frac{N I}{\mathcal{R}_{tot}} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{tot}}$$

Con gap dominante abbiamo visto che:

$$\mathcal{R}_{tot} \approx \mathcal{R}_{gap} = \frac{g}{\mu_0 A_e}$$

Quindi:

$$L_m \approx \frac{\mu_0 N^2 A_e}{g}$$

Equazione 3

Notiamo che L_m non dipende da μ_r .

L'energia magnetica che è possibile immagazzinare in L_m vale:

$$E = \frac{1}{2} L_m I^2$$

Ma fisicamente l'energia è nel campo:

$$E = \frac{1}{2} \int \vec{B} \cdot \vec{H} dV$$

Per le considerazioni sulla riluttanza totale fatte precedentemente (gap dominante), possiamo dire che $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$. Quindi:

$$E = \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{B} \cdot \vec{B} dV$$

Integrando sul volume del gap ($V = A_e g$) otteniamo:

$$E \approx \frac{B^2}{2\mu_0} A_e g$$

Il nucleo non immagazzina energia, la guida soltanto. L'energia è invece contenuta nell'air gap, ecco perché in nucleo non rischia di saturare.

Come si dimensiona l'air gap

Il dimensionamento dell'air gap parte dalla definizione dell'energia richiesta E e della corrente di picco I_{pk} .

Si ricava l'induttanza richiesta:

$$E = \frac{1}{2} L_m I^2 \rightarrow L_m = \frac{2E}{I_{pk}^2}$$

Poi si ricava il gap:

$$g = \frac{\mu_0 N^2 A_e}{L_m}$$

Quindi si verifica la condizione di non saturazione:

$$B_{max} = \frac{\mu_0 N I_{pk}}{g} \leq B_{ammissibile}$$

L'air gap trasforma un nucleo ferromagnetico da elemento dominante a supporto passivo del campo.

Vedremo in seguito un esempio pratico di dimensionamento.

7. Effetto pelle

L'effetto pelle (o skin effect) è un fenomeno elettrico che si manifesta nei conduttori percorsi da correnti alternate ad alta frequenza, come quelli dei trasformatori e induttori HF. In pratica, la corrente tende a concentrarsi vicino alla superficie del conduttore, riducendo l'area effettiva disponibile per il passaggio della corrente e aumentando quindi la resistenza apparente del filo. La profondità di penetrazione della corrente, detta profondità di pelle δ , dipende dalla frequenza f , dalla permeabilità μ e dalla resistività ρ del materiale secondo la relazione:

$$\delta = \sqrt{\frac{2 \rho}{\omega \mu}}$$

con $\omega = 2 \pi f$. Si capisce che, più alta è la frequenza, più piccola è δ , e maggiore è l'aumento di resistenza.

Nel dimensionamento di un trasformatore HF, l'effetto pelle impone di ridurre la sezione del conduttore in spire singole, oppure di usare rame smaltato multifilare (Litz wire), dove molti fili sottili sono intrecciati per aumentare la superficie disponibile e mantenere la densità di corrente entro limiti accettabili. Ignorare l'effetto pelle può portare a perdite superiori a quelle stimate dai calcoli a bassa frequenza e ad un surriscaldamento del trasformatore.

A bassa frequenza, infatti, la distribuzione della corrente in un filo è pressoché uniforme, ma all'aumentare della frequenza scopriamo che la carica o la corrente viene effettivamente trasportata solo dalla parte esterna del filo.

Supponiamo di utilizzare un cavo di rame con resistività $\rho \approx 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$. La permeabilità del rame puro è $\mu \approx \mu_0$. Risulta che:

$$\delta = \sqrt{\frac{2 \rho}{\omega \mu_{cu}}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 1.678 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m}{2\pi f \text{ rad/s} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}}} \approx 2.063 \sqrt{\frac{1}{f_{kHz}}} [mm]$$

Ad esempio, se in un cavo di rame scorre corrente a 10 kHz, δ è pari a circa 0.66 mm, mentre a 1 MHz si riduce a 66 μm .

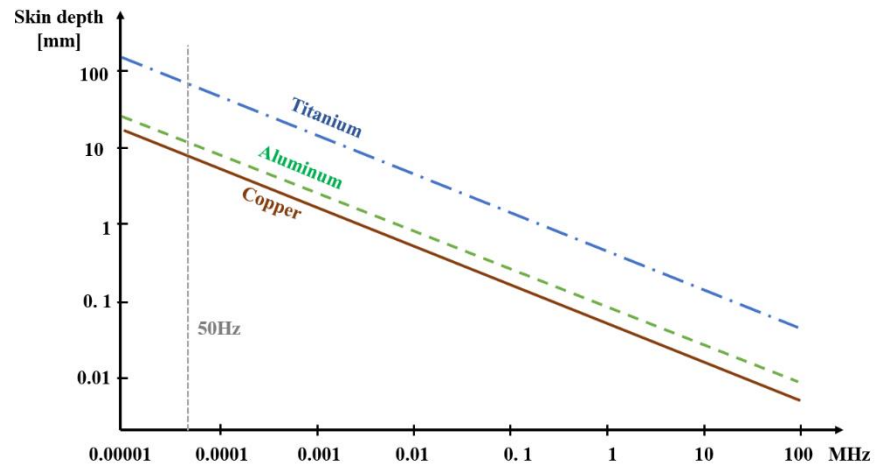
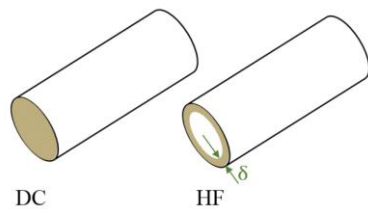


Figura 20: Effetto pelle

8. Progetto di un convertitore flyback isolato AC/DC

Il convertitore flyback non integra un trasformatore nel senso classico, ma un induttore accoppiato. Non trasferisce energia direttamente dal primario al secondario come un trasformatore ideale, ma lavora in due fasi distinte.

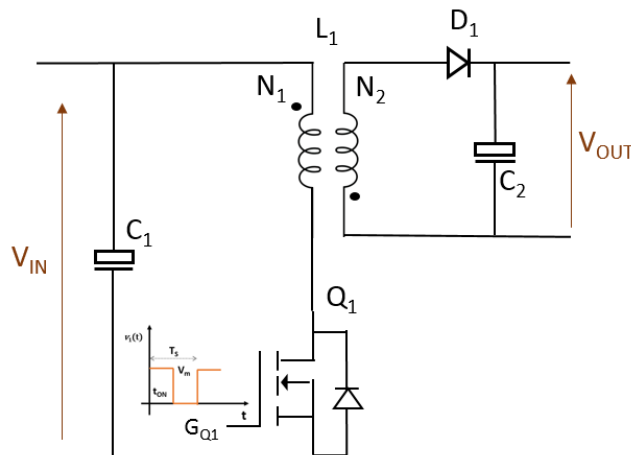


Figura 21: Schema di principio di un convertitore flyback

Durante la fase di accensione dell'interruttore di potenza (mosfet), l'energia viene accumulata nel campo magnetico del nucleo; durante la fase di spegnimento, questa energia viene trasferita al carico attraverso l'avvolgimento secondario. Dal punto di vista magnetico, quindi, il nucleo non lavora attorno a flusso nullo come in un trasformatore classico, ma viene intenzionalmente portato a un certo livello di magnetizzazione per immagazzinare energia.

Ricapitolando:

- Durante la fase ON:
 - il mosfet applica v_{in} al primario
 - l'energia viene immagazzinata nel campo magnetico
 - il secondario è spento
- Durante la fase OFF:
 - il mosfet è spento
 - il campo magnetico si scarica
 - l'energia passa al secondario

Osserviamo che primario e secondario non conducono mai insieme.

In un convertitore flyback il primario del trasformatore è pilotato da una tensione PWM unipolare (sempre positiva) quindi, da quanto precedentemente visto, ci aspettiamo che il flusso aumenti sempre non essendoci alcun meccanismo in grado di imporre:

$$\int_0^{T_s} v_{in}(t) dt = 0$$

Al contrario, in quel caso, per Faraday:

$$\Delta B = \frac{1}{N_1 A_e} \int_0^{T_s} v_{in}(t) dt > 0$$

quindi ciclo dopo ciclo il punto di lavoro si sposta, fino alla saturazione.

Osserviamo che, da questo punto di vista, a nulla serve adottare un air-gap, poiché il flusso continuerebbe a crescere. Al massimo potremmo ritardare la saturazione, ma niente di più.

Serve dunque, introdurre un meccanismo in grado di generare una tensione di reset sul primario al fine di azzerare ΔB sul ciclo:

$$\int_0^{T_s} v_{in}(t) dt = \int_0^{T_{ON}} v_{in}(t) dt + \int_{T_{ON}}^{T_s} -v_{reset}(t) dt = 0$$

Così facendo il flusso non cresce più indefinitamente e $B(t)$ resta confinato in una banda finita.

Ma allora, a cosa serve l'air gap? Serve a gestire il livello di flusso per una certa corrente.

Infatti, con gap dominante:

$$B_{max} = \frac{\mu_0 N_1 I_{pk}}{g}$$

Senza gap:

$$B = \mu_{CORE} H \quad H = \frac{N_1 I}{l_m}$$

Dunque, B cresce moltissimo per piccole I . Anche se ΔB è limitato, il valore assoluto di B può comunque essere troppo alto.

Ricapitolando, il reset decide “se” il flusso torna indietro, mentre il gap decide “quanto” flusso corrisponde a una certa corrente.

Nei convertitori flyback vengono utilizzati entrambi gli aspetti: tensione di reset e air-gap. Infatti:

- la tensione di reset impedisce la deriva del flusso
- il gap permette di immagazzinare energia, fissa B_{max} per una data I_{pk} , rende il sistema tollerante a variazioni di carico

Osserviamo che senza air-gap, anche con reset perfetto, il nucleo saturerebbe a correnti molto basse

Abbiamo visto che un nucleo satura quando l'induzione magnetica B raggiunge il valore massimo che il materiale può sostenere, B_{sat} .

Oltre questo punto:

- μ_{CORE} crolla (la curva $B(H)$ tende a diventare parallela all'asse H)
- H cresce, ma B no (o molto lentamente)
- l'induttanza cala bruscamente ($L_m = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} = \mu_{CORE} \frac{N_1^2 A_e}{l_m}$)
- la corrente cresce quasi senza ($v = L_m \frac{dI}{dt}$ se v è costante e L_m decresce, allora $\frac{dI}{dt}$ deve crescere per mantenere il prodotto costante)

In un nucleo senza gap:

$$B = \mu_{CORE} H \qquad H = \frac{N_1 I}{l_m}$$

Quindi:

$$B = \mu_{CORE} H = \frac{\mu_{CORE} N_1 I}{l_m}$$

Dato che:

- $\mu_{CORE} = \mu_0 \mu_r$
- μ_r della ferrite è dell'ordine di 2000–3000

basta una corrente molto piccola per arrivare B_{sat} .

Facciamo un esempio numerico per capire meglio questo concetto.

Supponiamo:

$$\mu_r = 2000$$

$$l_m = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$N_1 = 50$$

$$B_{sat} = 0.3 \text{ T}$$

Ricaviamo la corrente di saturazione:

$$I_{sat} = \frac{B_{sat} l_m}{\mu_0 \mu_r N_1} = \frac{0.3 \cdot 0.05}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 50} \approx 0.12 \text{ A}$$

Decisamente un valore basso per un trasformatore di potenza.

Nel flyback, invece, la corrente nel primario deve salire molto e tutta l'energia viene immagazzinata come:

$$E = \frac{1}{2} L_m I_{pk}^2$$

Con gap dominante:

$$H = \frac{N_1 I}{g} \rightarrow B = \mu_0 \frac{N_1 I}{g}$$

Notiamo che μ_r sparisce e la pendenza B/I è più bassa.

Con gli stessi dati di prima calcoliamo la corrente di saturazione con air-gap.

Supponiamo di avere un gap di 1mm = 0.001m.

$$I_{sat} = \frac{B_{sat} g}{\mu_0 N_1} = \frac{0.3 \cdot 0.001}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50} = 4.8 A$$

Ora il flyback può funzionare.

Quindi dobbiamo ricordare che:

- Senza gap:
 - il campo magnetico “entra subito” nel materiale
 - il nucleo non riesce ad accettare energia
- Con gap:
 - il campo magnetico “si espande nel gap”
 - l’energia si accumula nel gap, non nel materiale
 - il nucleo diventa solo una guida del flusso

Introduciamo un altro concetto fondamentale, ovvero la modalità di funzionamento.

Modalità di funzionamento DCM-BCM-CCM

Parlare di CCM, DCM e BCM in un flyback significa descrivere come si comporta la corrente magnetizzante (che è anche la corrente di energia immagazzinata nel nucleo) da un periodo di switching al successivo.

Durante la fase ON del mosfet, la tensione $v_{in}(t)$ è applicata al primario e la corrente magnetizzante cresce linearmente. Ricordiamo che:

$$v_{in}(t) = L_m \frac{d I_m(t)}{dt} \rightarrow I_m(t) = \frac{v_{in}(t)}{L_m} t$$

Dunque, nella fase ON, $I_m(t) = I_{primario}(t)$, cioè è proprio la corrente del primario che genera la corrente magnetizzante.

Nella fase di OFF l’energia viene trasferita al secondario e la corrente magnetizzante decresce. Quando il mosfet è spento $I_{primario}(t) = 0$ perché il primario si apre, ma il flusso non può cambiare istantaneamente quindi la corrente

magnetizzante deve continuare a scorrere, come conseguenza dell'energia immagazzinata, e si trasferisce sul secondario.

Poiché il secondario è investito dallo stesso flusso (trascurando le perdite) generato dal primario, ci aspettiamo ai capi dell'avvolgimento una tensione v_s che, per la legge di Faraday, soddisfa la seguente relazione:

$$\frac{v_P}{N_1} = - \frac{v_S}{N_2} \rightarrow v_P = -v_S \frac{N_1}{N_2} = -\frac{N_1}{N_2} (v_{OUT} + V_D)$$

Dove v_{OUT} è la tensione di uscita del convertitore (ai capi del condensatore d'uscita) e V_D è la tensione sul diodo ($\sim 0.7V$).

Attenzione:

Ricordiamo che la tensione sul secondario ha fase invertita rispetto al primario, concetto formalizzato dai puntini vicino alle induttanze (vedi figura seguente)

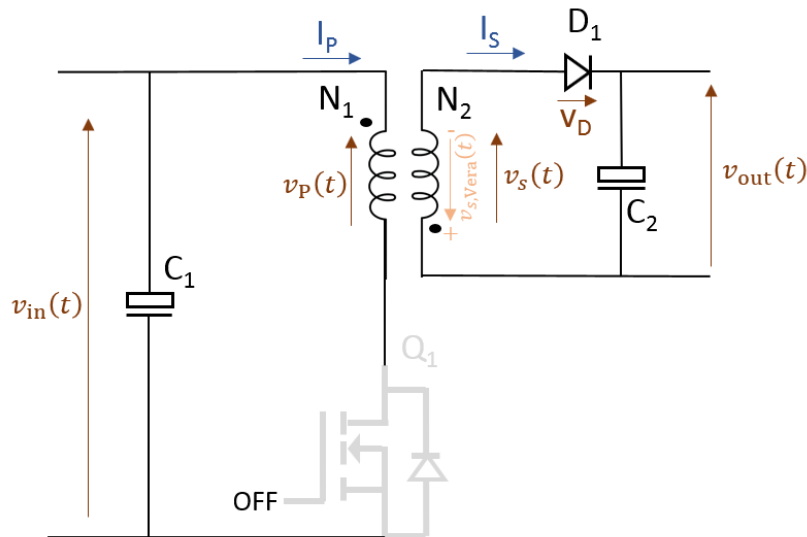


Figura 22: Fase di OFF del mosfet

Dunque, la comparsa di v_s , unita al fatto che il mosfet è spento, porta alla generazione di una tensione riflessa al primario:

$$v_P = -v_S \frac{N_1}{N_2}$$

Abbiamo precedentemente visto che L_m è definita come:

$$L_m = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}}$$

cioè è riferita all'avvolgimento primario.

Il sistema di riferimento della corrente magnetizzante I_m è, dunque, il primario, anche se, all'inizio della fase di off, gli effetti si manifestano come una corrente (di picco) nel secondario pari a:

$$I_s = I_m \frac{N_1}{N_2}$$

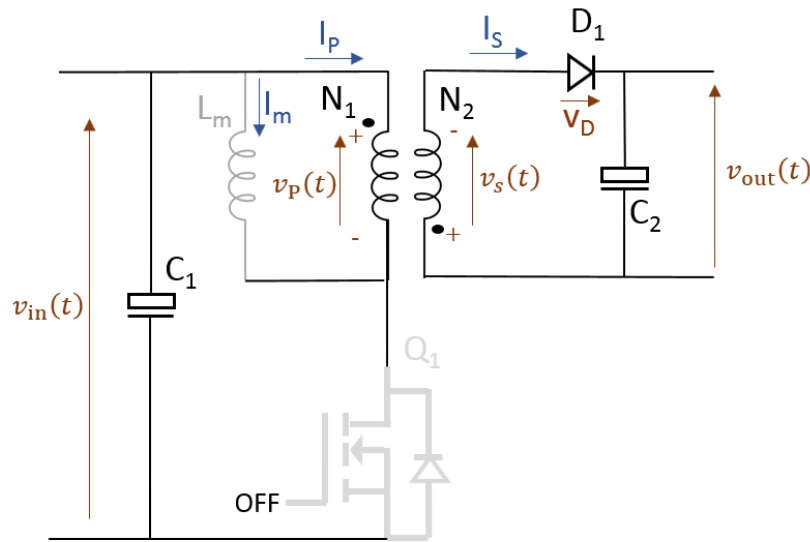


Figura 23: Schematizzazione dell'induttanza magnetizzante e della corrente I_m nella fase di OFF

Quindi, possiamo dire che, nella fase di OFF:

$$v_P(t) = L_m \frac{d I_m}{dt} \rightarrow \frac{d I_m}{dt} = \frac{v_P(t)}{L_m} = - \frac{v_S(t)}{L_m} \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{d I_m}{dt} = - \frac{v_S(t)}{L_m} \frac{N_1}{N_2}$$

Considerando $v_s(t)$ praticamente costante nel periodo T_s del PWM grazie al condensatore di uscita, possiamo dire che la corrente magnetizzante decresce linearmente, e con essa anche la corrente nel secondario, opportunamente scalato con il rapporto di spire.

Dalla relazione precedente possiamo anche ricavare che:

$$\Delta I_m = -\frac{v_s}{L_m} \frac{N_1}{N_2} \Delta t$$

Quindi il tempo di scarica dell'energia è data dalla relazione

$$t_{scarica} = \frac{L_m I_{m,pk}}{v_s} \frac{N_2}{N_1}$$

Ora, in base a quanto velocemente la corrente magnetizzante scende a zero, cambia la modalità di funzionamento. Quello che distingue CCM, DCM e BCM è se e quando questa corrente scende a zero.

Indichiamo con $t_{OFF} = (1 - D)T_s$

- $t_{scarica} < t_{OFF} \rightarrow$ DCM
- $t_{scarica} = t_{OFF} \rightarrow$ BCM
- $t_{scarica} > t_{OFF} \rightarrow$ CCM

In dettaglio:

- Nel **DCM**, alla fine della fase OFF $I_m(t) = 0$ prima del periodo
Quindi tutta l'energia immagazzinata nel nucleo viene trasferita al carico ed esiste un intervallo in cui nessuna corrente circola.
Dal punto di vista magnetico il flusso torna sempre a zero
- Nel **CCM** $I_m(t) > 0$ per tutto il periodo, quindi una parte dell'energia resta nel nucleo a fine ciclo, la corrente magnetizzante **non si annulla mai**, il flusso oscilla attorno a un valore medio.
- Nel **BCM** $I_m(t) = 0$ esattamente a fine periodo. È il confine tra DCM e CCM. Molti controller flyback lavorano in BCM poiché permettono di ottenere:
 - zero-current switching naturale

- riduzione EMI
- progetto magnetico più semplice
- nessuna accumulazione di flusso

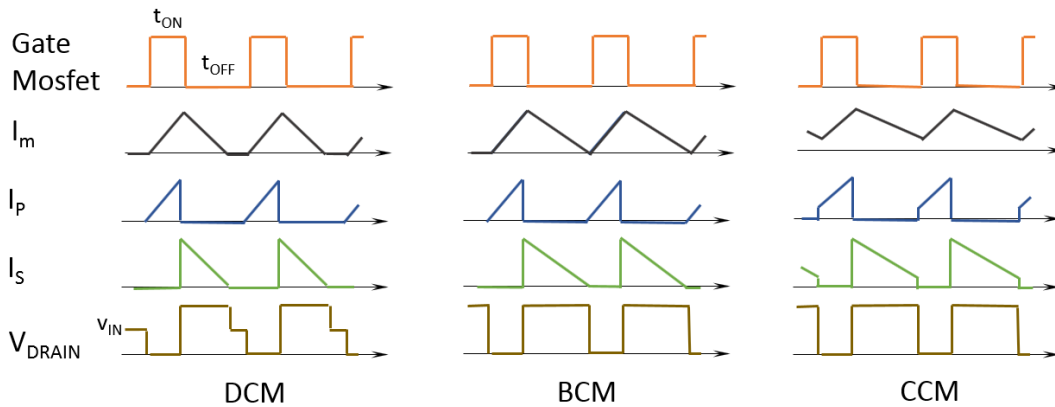


Figura 24: Andamento delle correnti nelle tre modalità di funzionamento

Fatte queste doverose precisazioni, torniamo ora alla progettazione del convertitore.

Progettazione del convertitore

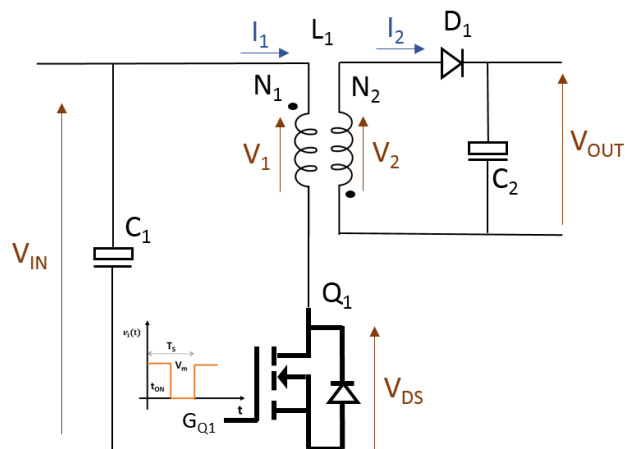


Figura 25: Schema di principio di un alimentatore flyback con evidenziate le tensioni e le correnti

Definiamo le specifiche di progetto:

- ingresso: 120 - 375 VDC (precedentemente raddrizzata)
- uscita: $V_{OUT}=12\text{ V}$, $P_{OUT}=50\text{ W}$

- frequenza di switching: $f_s = 100 \text{ kHz}$
- modalità: CCM / BCM
- Ferrite: E-core tipico, $A_e = 125 \text{ mm}^2 = 1.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- Flusso massimo ammesso: $B_{max} = 0.22 \text{ T}$
- Duty cycle massimo (flyback isolato classico): $D_{max} = 0.45$
- Corrente di picco $I_{PK} = 5 \text{ A}$ (dipende dal mosfet scelto)

Consideriamo le due fasi del mosfet.

Fase ON

Durante l'on-time del mosfet, al primario è applicata la tensione continua V_{in} . La legge di Faraday impone:

$$v_{in}(t) = N_1 A_e \frac{dB}{dt}$$

quindi, integrando:

$$B(t) = B(0) + \frac{v_{in}(t)}{N_1 A_e} t$$

Nel funzionamento a regime $B(0)$ non cambia da ciclo a ciclo, cioè $B(0) = B(n T_s)$. Ragioniamo quindi in termini di ΔB .

$$\Delta B = \frac{v_{in}(t)}{N_1 A_e} T_{ON}$$

Equazione 4

Poiché il circuito magnetico è dominato dal traferro (air gap), abbiamo visto che il valore massimo assunto da B vale:

$$B_{MAX} = \frac{\mu_0 N_1 I_{PK}}{g}$$

Questa equazione è cruciale perché mostra che B_{MAX} non dipende dalla ferrite ma solo da corrente e gap.

Dalla legge di Faraday (Equazione 4):

$$N_1 = \frac{V_{in,max} T_{ON,max}}{A_e B_{MAX}}$$

Nelle condizioni di duty cycle massimo D_{max} :

$$T_{ON,max} = \frac{D_{max}}{f_s}$$

Sostituendo i valori:

$$N_1 = \frac{V_{in,max} D_{max}}{A_e B_{MAX} f_s} = \frac{375 \text{ V} \cdot 0.45}{1.25 \cdot 10^4 \text{ m}^2 \cdot 0.22 \text{ T} \cdot 10^5} \approx 62 \text{ spire}$$

L'energia immagazzinata per ogni ciclo è:

$$E = \frac{P_0}{f_s} = \frac{50 \text{ W}}{10^5 \text{ Hz}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Ma l'energia è anche uguale a:

$$E = \frac{1}{2} L_m I_{PK}^2$$

Quindi:

$$L_m = \frac{2 E}{I_{PK}^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ J}}{5^2 \text{ A}^2} = 40 \mu\text{H}$$

Abbiamo precedentemente visto (Equazione 3) che per un nucleo con gap dominante vale anche:

$$L_m = \frac{\mu_0 N_1^2 A_e}{g} \rightarrow g = \frac{\mu_0 N_1^2 A_e}{L_m} = \frac{4 \pi 10^{-7} \cdot 62^2 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4}}{40 \cdot 10^{-6}} \approx 1.5 \text{ mm}$$

Fase OFF

Quando inizia l'OFF-time il flusso non può azzerarsi istantaneamente e continua a circolare nel nucleo interessando primario e secondario.

Poiché:

$$v_P(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt}, \quad v_S(t) = -N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Possiamo dire che:

$$v_P(t) = -\frac{N_1}{N_2} v_S(t) = -\frac{N_1}{N_2} (v_{out}(t) + V_D) = v_{REF}(t)$$

Quindi sul primario, seppur non interessato da nessun passaggio di corrente, compare una tensione “riflessa” (negativa) che indichiamo con $v_{REF}(t)$. Questa equazione può essere utilizzata per il calcolo di N_2 :

$$N_2 = N_1 \frac{(v_{out} + v_D)}{v_{REF}}$$

La tensione sul drain del mosfet vale:

$$V_{DRAIN} = V_{IN} + v_{REF} = V_{IN} + \frac{N_1}{N_2} (V_{OUT} + V_D)$$

La scelta di v_{REF} è un compromesso tra stress sul mosfet e reset completo del flusso.

Scegliamo, ad esempio, $v_{REF} = 100V$ e sappiamo che $v_D = 0.7V$.

Abbiamo:

$$N_2 = N_1 \frac{(v_0 + v_D)}{v_{REF}} = 62 \frac{12.7}{100} = 8 \text{ spire}$$

$$V_{DRAIN} = V_{IN} + v_{REF} = 375 + 100 = 475V$$

A fine progetto si controlla sempre che B sia nei range di accettabilità:

$$B_{MAX} = \frac{\mu_0 N_1 I_{PK}}{g} < B_{SATURAZIONE} \rightarrow B_{MAX} = \frac{4 \pi 10^{-7} \cdot 62 \cdot 5}{1.5 \cdot 10^{-3}} \approx 0.26 T$$

È leggermente alto ($B_{max} = 0.22T$), quindi possiamo aumentare g oppure ridurre I_{PK} .

Nell'immagine seguente sono riportate le tensioni e le correnti di interesse in modo da rendere più agevole l'interpretazione dei fenomeni fisici ed elettronici.

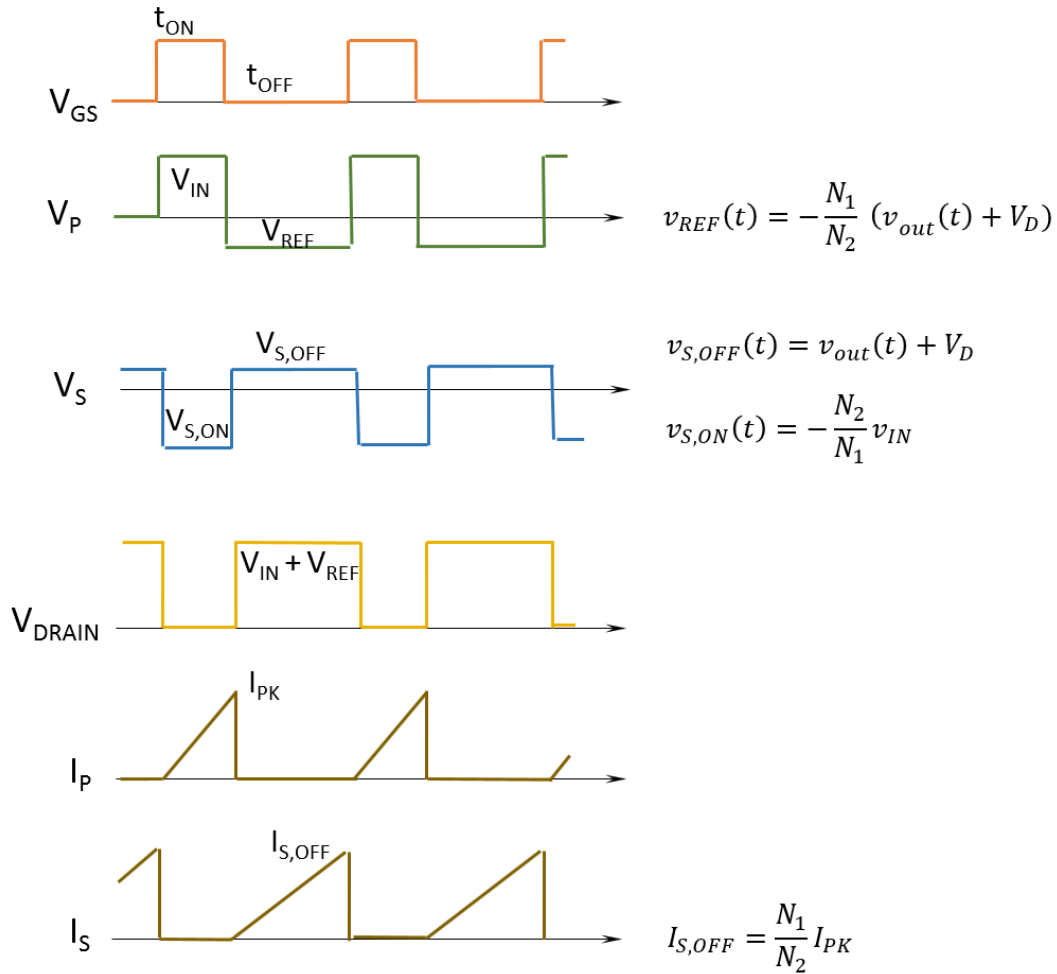


Figura 26: Andamento di tensioni e correnti di interesse

Rete RCD (Resistenza, Condensatore, Diodo)

Nel convertitore flyback, la rete RCD sul primario svolge la funzione di snubber dissipativo per limitare la sovratensione sul drain del mosfet causata dall'energia immagazzinata nell'induttanza di dispersione del trasformatore. Quando il mosfet si spegne, la corrente di magnetizzazione viene trasferita al secondario, ma la corrente associata alla dispersione non trova un percorso di trasferimento e genera un rapido incremento della tensione di drain. Il diodo della rete RCD entra in conduzione quando tale tensione supera il livello di clamp, consentendo al condensatore di assorbire l'energia di dispersione. Tale energia viene successivamente dissipata sulla resistenza prima del ciclo di commutazione

successivo. La tensione di clamp deve essere scelta come compromesso tra stress sul mosfet ed efficienza del convertitore: valori troppo bassi aumentano le perdite sullo snubber, mentre valori troppo elevati possono superare il margine di sicurezza rispetto alla tensione massima di drain del dispositivo.

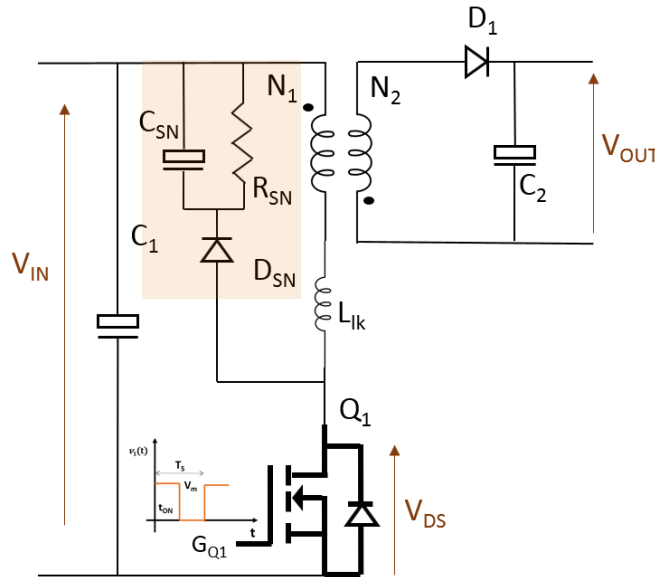


Figura 27: Inserimento della rete RCD

Abbiamo precedentemente impostato

$$v_{RF} = 100V$$

In modo che

$$v_{DRAIN,IDEAL} = v_{in} + v_{REF} = 375V + 100V = 475V$$

In genere si fa lavorare il mosfet in modo che la tensione di drain sia al massimo l'80% della BV_{dss} (*tensione di rottura drain-source*) che, in questo caso, supponiamo essere 650V.

$$v_{DS,PEAK} \leq 0.8 \cdot BV_{DSS} = 0.8 \cdot 650V = 520V$$

La sovratensione massima ammessa dovuta all'induttanza di dispersione L_{lk} , è:

$$v_{SN} = 520 - 475 = 45V \rightarrow v_{SN} = 50V \text{ (per sicurezza)}$$

La rete RCD va dimensionata per soddisfare questo requisito.

Anzitutto dobbiamo stimare L_{lk} . In genere si pone uguale a 1%-3% dell'induttanza del primario. Un valore di riferimento per le potenze in gioco potrebbe essere 2 μ H. (vedi nota più avanti)

Il dimensionamento della rete RCD si basa sull'energia dell'induttanza di dispersione

$$E_{lk} = \frac{1}{2} L_{lk} I_{pk}^2$$

Nel caso in esempio:

$$E_{lk} = \frac{1}{2} L_{lk} I_{pk}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5^2 = 25 \mu J$$

Questa energia viene dissipata ad ogni ciclo, quindi la potenza in gioco è

$$P_{SN} = E_{lk} \cdot f_S = 25 \mu J \cdot 100 kHz = 2.5 W$$

La resistenza R_{SN} deve dissipare P_{SN} alla tensione v_{SN} :

$$R = \frac{v_{SN}^2}{P_{SN}} = \frac{50^2}{2.5} = 1000 \Omega$$

Con potenza nominale maggiore di 5 W e, naturalmente, non induttiva.

Il condensatore deve assorbire istantaneamente l'energia dell'induttanza di dispersione quando il mosfet si spegne, limitando la velocità e l'ampiezza del picco di tensione sul drain, quindi deve assorbire l'energia E_{lk} senza che la tensione salga troppo. In pratica, al momento dello spegnimento, l'energia della dispersione viene trasferita nel condensatore, la tensione del condensatore sale

di un certo ΔV e successivamente la resistenza scarica lentamente il condensatore prima del ciclo successivo.

Imponiamo quindi:

$$E_{lk} = \frac{1}{2} C (V_{C,max}^2 - V_{C,min}^2)$$

Dove $v_{C,min} = v_{SN}$ e $v_{C,max} = v_{SN} + \Delta v_{SN}$

Allora:

$$E_{lk} = \frac{1}{2} C (V_{C,max}^2 - V_{C,min}^2) = \frac{1}{2} C ((v_{SN} + \Delta v_{SN})^2 - v_{SN}^2) \simeq C v_{SN} \Delta v_{SN}$$

Scegliamo:

$$\Delta v_{SN} = 0.2 \cdot v_{SN} = 10V$$

Quindi ricaviamo:

$$C \geq \frac{E_{lk}}{v_{SN} \cdot \Delta v_{SN}} = \frac{25 \mu J}{50V \cdot 10V} = 50nF$$

Si può scegliere $C=47nF$ con tensione di lavoro maggiore di 100V.

Per quanto riguarda il diodo, sicuramente deve avere una massima tensione inversa ripetitiva $VRRM \geq v_{SN} = 50V$. È bene che sia “ultrafast”, a basso t_{rr} e la sua corrente massima sia maggiore di I_{pk} .

Infine, la costante di tempo di R_{SN} e C_{SN} deve essere molto più piccola del periodo del PWM:

$$\tau = R_{SN} C_{SN} \ll T_S = \frac{1}{f_s}$$

Tipicamente:

$$\tau \approx \frac{T}{5} \dots \frac{T}{10}$$

Nota

L'induttanza L di un avvolgimento su nucleo magnetico è:

$$L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r A_e}{l_m}$$

Dove l_m è lunghezza del percorso magnetico medio nel nucleo e A_e è la sezione efficace del nucleo.

Molti datasheet di ferrite danno un'induttanza per spira quadrata, chiamata A_L , in nH/spira². Allora:

$$L = N^2 A_L$$

Questa è la formula più pratica e veloce.

9. convertitore push-pull

Consideriamo ora un convertitore push-pull a trasformatore (o Half-Bridge/Full-Bridge), dove il primario è pilotato da due mosfet che alternano la tensione tra $+V_{DC}$ e $-V_{DC}$, ottenendo un campo magnetico alternato nel nucleo.

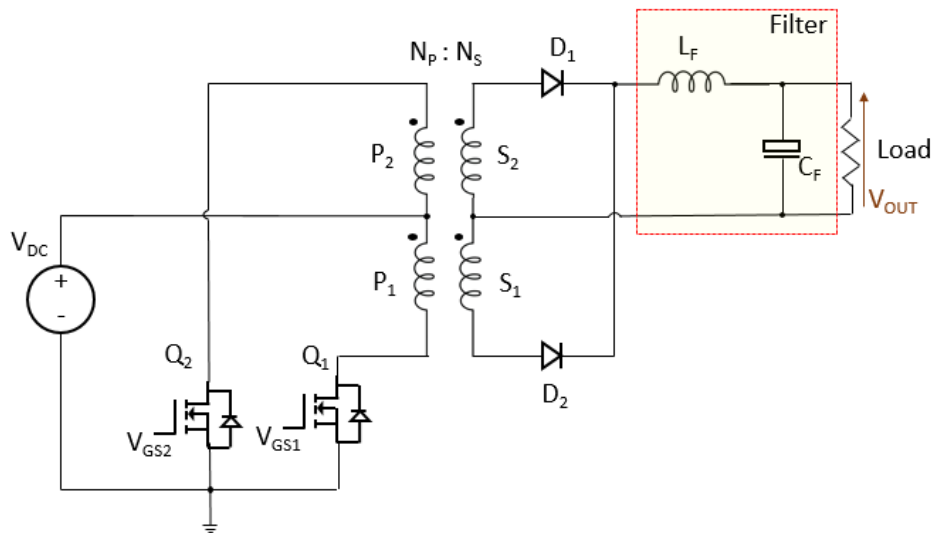


Figura 28: Schema di principio di un convertitore push-pull

Notiamo subito che nei convertitori push-pull normalmente si utilizza un trasformatore dotato di una presa centrale a metà degli avvolgimenti primario e secondario.

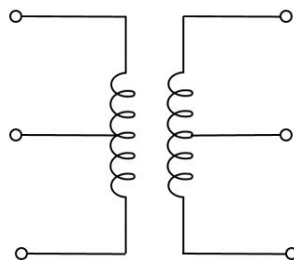


Figura 29: Trasformatore con presa centrale

Specifiche di progetto

- Tensione di ingresso: $V_{DC} = 375V$
- Tensione di uscita: $V_{OUT} = 12V$
- Potenza: $P_{OUT} = 50W$
- Frequenza di switching: $f_s = 100\text{ kHz}$
- Nucleo ferrite: E-core, $A_e = 125\text{ mm}^2$, $B_{max} = 0.22T$
- Modalità di funzionamento: CCM/BCM

Progettazione

Nel push-pull, il primario vede una tensione alternata simmetrica $\pm V_{DC}$. La durata del semiperiodo è:

$$t_{ON} = \frac{1}{2f_s} = \frac{1}{2 \cdot 100000} = 5\text{ }\mu\text{s}$$

I due mosfet del convertitore lavorano in modo complementare: quando uno è acceso, l'altro è spento e viceversa. Tuttavia, i mosfet reali non commutano istantaneamente, ma presentano tempi finiti di accensione e spegnimento. In assenza di adeguate precauzioni, durante le transizioni può verificarsi una sovrapposizione di conduzione, con entrambi i dispositivi contemporaneamente accesi, causando un cortocircuito diretto dell'alimentazione.

Per evitare questa condizione, i mosfet vengono pilotati introducendo un dead-time, ovvero un intervallo di tempo durante il quale entrambi i mosfet sono intenzionalmente spenti, garantendo l'assenza di conduzione simultanea e proteggendo il convertitore. Questo tempo è estremamente piccolo rispetto a t_{ON} , quindi nei calcoli seguenti possiamo trascurarlo.

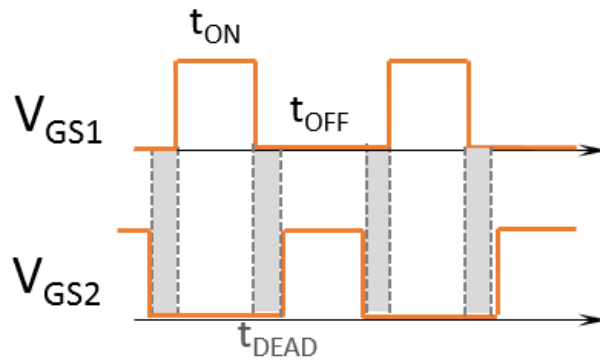


Figura 30: Inserimento del "dead time"

Possiamo identificare tre stati di funzionamento del circuito.

Mosfet Q₁ ON, Mosfet Q₂ OFF, D₁ conduce, D₂ interdetto

Il mosfet Q₁ conduce, permettendo alla corrente di fluire nell'avvolgimento primario P₁. Anche in questo caso, la corrente magnetizza il nucleo del trasformatore, generando un flusso di segno opposto rispetto alla modalità precedente e inducendo una tensione sugli avvolgimenti secondari.

Con questa nuova polarità:

il diodo D₁ risulta polarizzato direttamente e permette il passaggio della corrente generata nell'avvolgimento secondario S2;

il diodo D₂ è invece polarizzato inversamente e quindi interdetto.

La corrente che attraversa D₁ viene convogliata nel filtro LC, che provvede a livellarla e a fornire energia al carico. Anche in questa modalità il trasferimento di potenza avviene in modo attivo attraverso il trasformatore.

Al primario P1 viene applicata la tensione di ingresso +V_{DC} che rimane pressoché costante durante l'intervallo di conduzione.

Ne consegue che $\frac{dB}{dt} = costante$, quindi B cresce linearmente nel tempo partendo da un valore iniziale (idealmente prossimo a zero se il sistema è bilanciato).

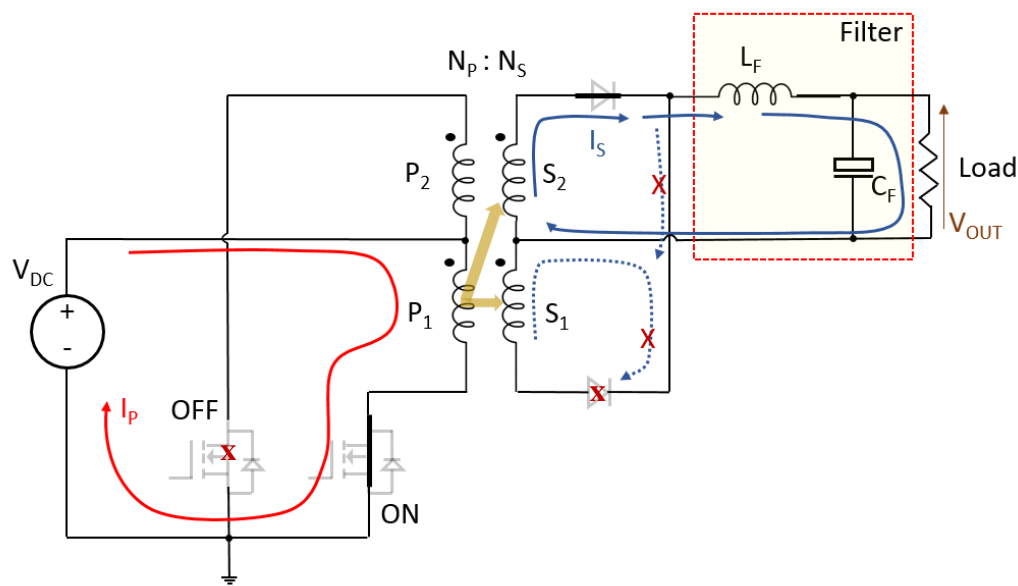


Figura 31: Prima fase - Q_1 ON, Q_2 OFF

Mosfet Q_1 OFF, Mosfet Q_2 ON, D_1 interdetto, D_2 conduce

Il mosfet Q_2 entra in conduzione, consentendo il passaggio di corrente nell'avvolgimento primario P_2 del trasformatore. La corrente che scorre in P_2 genera un flusso magnetico nel nucleo, il quale induce una tensione sugli avvolgimenti secondari.

A causa della polarità della tensione indotta:

il diodo D_1 risulta polarizzato inversamente e quindi interdetto;

il diodo D_2 , invece, è polarizzato direttamente e consente il passaggio della corrente generata nell'avvolgimento secondario S_1 .

La corrente che attraversa D_2 viene filtrata dal filtro LC di uscita e successivamente fornita al carico. In questa fase, l'energia viene trasferita attivamente dal lato primario al lato secondario del convertitore.

In questo caso la tensione applicata al primario P_2 ha polarità opposta rispetto al punto precedente ma il valore assoluto della tensione è simile.

Anche in questa fase $\frac{dB}{dt} = \text{costante}$ ma la costante è negativa, quindi B decresce linearmente nel tempo.

Le due semionde realizzano un'escursione simmetrica della densità di flusso attorno allo zero.

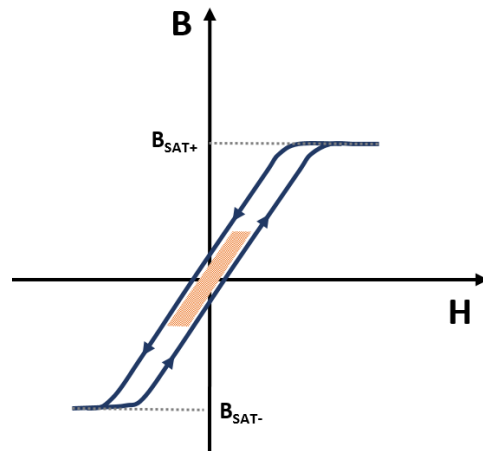


Figura 32: Andamento di B-H

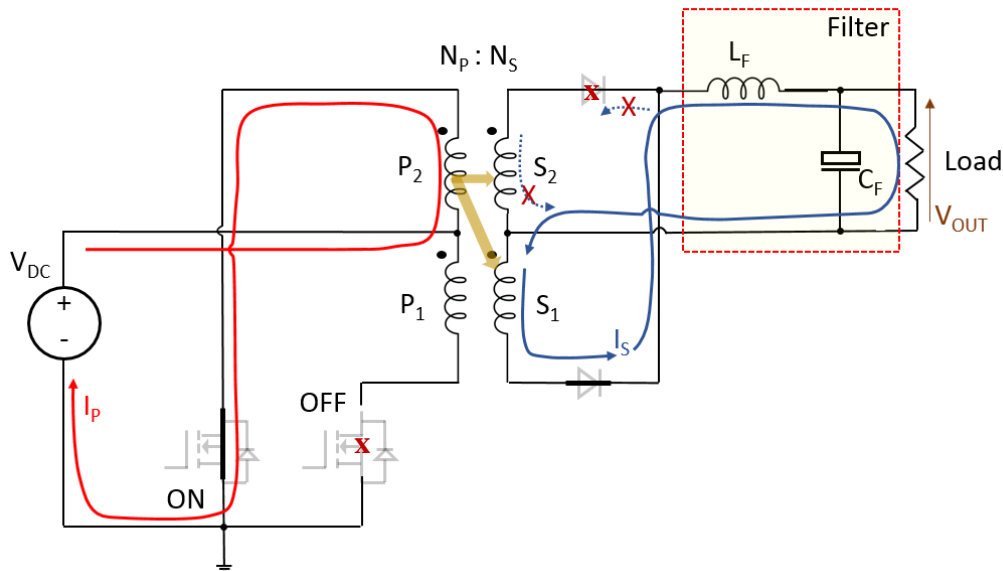


Figura 33: Seconda fase - Q_1 OFF, Q_2 ON

Mosfet Q_1 OFF, Mosfet Q_2 OFF, D_1 conduce, D_2 conduce

Tra la fine di una modalità attiva e l'inizio della successiva viene sempre introdotto un breve intervallo di tempo in cui entrambi i transistor sono spenti. Questo intervallo è noto come dead time ed è fondamentale per il corretto funzionamento del convertitore.

Durante il dead time:

- nessun mosfet è in conduzione e non viene applicata tensione al primario;
- non viene indotta alcuna tensione significativa sugli avvolgimenti secondari;
- l'energia fornita al carico proviene esclusivamente dal filtro LC di uscita, che si comporta come un serbatoio di energia.

La corrente fornita dall'induttanza del filtro LC fluisce attraverso il carico e ritorna verso il punto centrale del secondario, da cui si ripartisce nei due avvolgimenti secondari. In questa condizione, sui due avvolgimenti si instaurano tensioni uguali e di segno opposto, che si annullano reciprocamente.

Di conseguenza, a monte del filtro LC la tensione risulta nulla, mentre il carico continua a essere alimentato in modo continuo grazie all'energia precedentemente accumulata nel filtro.

Il dead time è inoltre essenziale per:

- evitare cortocircuiti tra i due mosfet (*shoot-through*);
- ridurre le sollecitazioni sui dispositivi di potenza;
- garantire un funzionamento affidabile del convertitore.

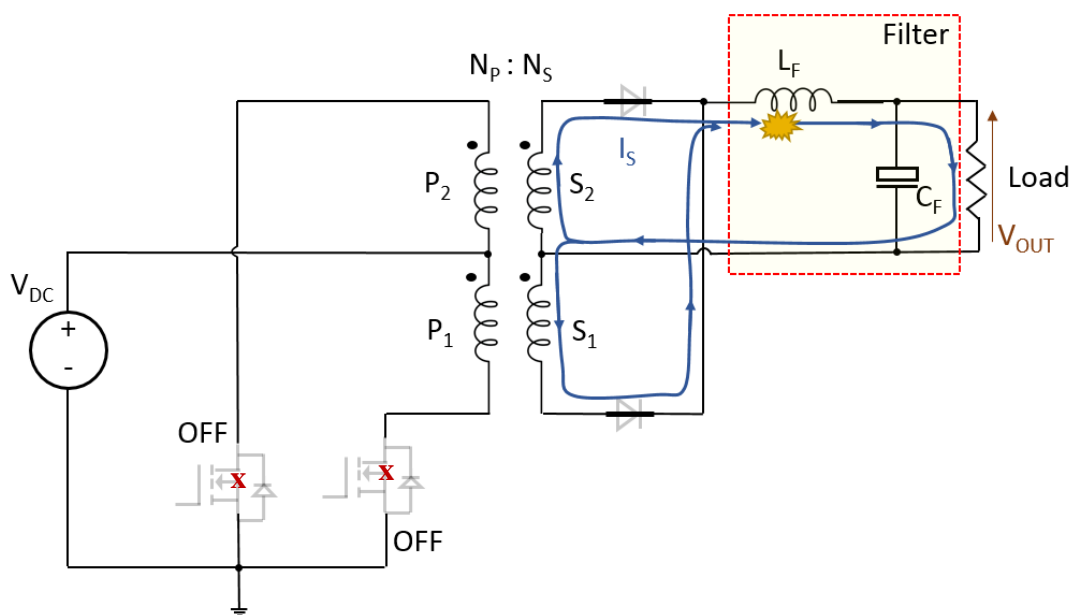


Figura 34: Terza fase - Q_1 OFF, Q_2 OFF

Nella figura seguente sono riportate le forme d'onda caratteristiche.

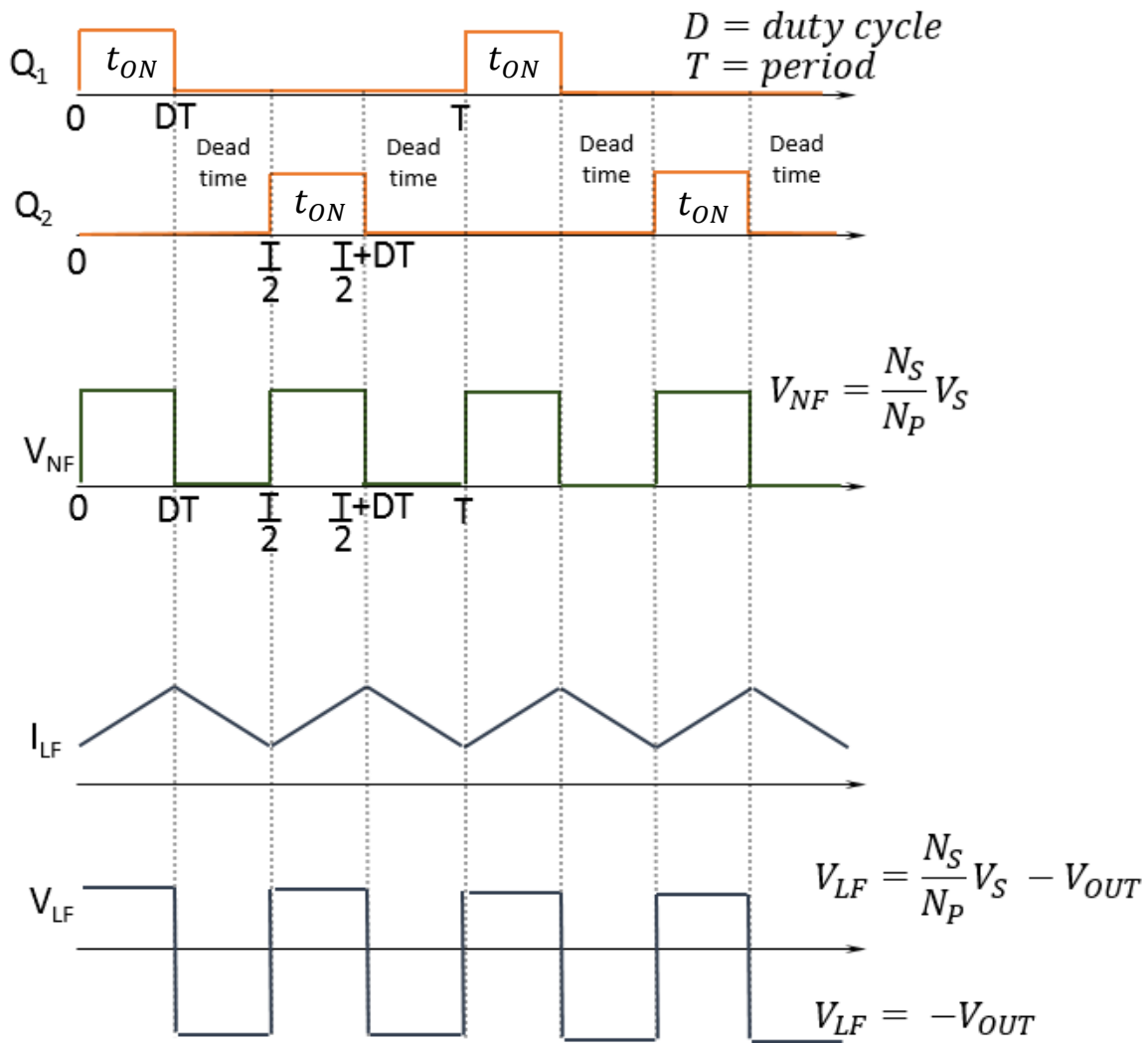


Figura 35: Forme d'onda di interesse

Ora calcoliamo in numero di spire del primario.

Dalla **legge di Faraday** per un avvolgimento su un nucleo magnetico:

$$v_p(t) = N_p \frac{d\Phi}{dt} = N_p A_e \frac{dB}{dt}$$

Integrando sul semiperiodo t_{ON} otteniamo:

$$\Delta B_{max} = \frac{V_p t_{ON}}{N_p A_e} \rightarrow N_p = \frac{V_p t_{ON}}{\Delta B_{max} A_e}$$

dove:

- $V_p = V_{DC}$ (ampiezza sul semiperiodo)
- $t_{ON} = \frac{1}{2 f_s}$ (durata della conduzione di un mosfet; duty cycle 50%)
- N_p = numero di spire primarie
- A_e = sezione efficace del nucleo

Sostituiamo i valori numerici:

$$N_p = \frac{V_p t_{ON}}{\Delta B_{max} A_e} = \frac{375V \cdot 5 \mu s}{0.22T \cdot 1.25 \cdot 10^{-4} m^2} = 68 \text{ spire}$$

Per quanto riguarda il diametro del cavo e lo spazio disponibile nel nucleo, valgono le stesse considerazioni che abbiamo fatto precedentemente.

Conosciamo N_p , possiamo stimare l'induttanza primaria L_p :

$$L_p = \frac{N_p^2 \mu_0 \mu_r A_e}{l_m} = \frac{68^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 2000 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4} m^2}{0.05 m} = 7.3 mH$$

Questa è l'induttanza primaria totale ed è utile per calcolare la corrente di picco.

In CCM, la potenza trasferita dal primario al secondario è (considerando efficienza unitaria):

$$P = V_{DC} \cdot I_{avg,primario}$$

La legge di Faraday per un induttore ci dice che:

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

Se la applichiamo al primario dell'induttore, visto che $V_L = V_{DC} = \text{costante}$, ovvero la derivata $\frac{di}{dt}$ è costante, dunque $i(t)$ varia linearmente nel tempo. Poiché i due mosfet lavorano in modo complementare, la corrente avrà un andamento triangolare nel periodo.

Allora, se la corrente è triangolare, ovvero è lineare e va da 0 a I_{PK} in tempo T_{SP} (semiperiodo di un mosfet):

$$I_{avg,primario} = \frac{1}{T_{SP}} \int_0^{T_{SP}} \frac{I_{PK}}{T_{SP}} t dt = \frac{I_{PK}}{T_{SP}^2} \int_0^{T_{SP}} t dt = \frac{I_{PK}}{T_{SP}^2} \frac{T_{SP}^2}{2} = \frac{I_{PK}}{2}$$

Quindi:

$$I_{avg,primario} = \frac{1}{2} I_{PK} \rightarrow I_{PK} = 2 I_{avg,primario} = 2 \frac{P}{V_{DC}}$$

In termini di RMS:

$$I_{RMS} = \frac{P_{OUT}}{V_{DC}} \sqrt{2} \approx 0.2 \text{ A}$$

Calcoliamo il numero di spire del secondario
Partiamo dalla relazione dei trasformatori:

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}$$

Ma $V_S = V_{OUT} + V_D$, quindi:

$$N_S = \frac{V_{OUT} + V_D}{V_{P,MEDIO}} N_P$$

Dove:

- $V_{P,MEDIO} = V_{DC}$ semiperiodo
- $V_D \approx 0.7 \text{ V}$ caduta sul diodo (Schottky)

$$N_S = \frac{V_{OUT} + V_D}{V_{P,MEDIO}} N_P = \frac{12 + 0.7}{375} \cdot 68 \approx 3 \text{ spire}$$

A fine progettazione occorre verificare saturazione del nucleo:

$$\Phi_{MAX} = B_{MAX} A_e = 0.22 \cdot 1.25 \cdot 10^{-4} = 27.5 \mu\text{Wb}$$

Se necessario, aggiungere gap nel nucleo per evitare saturazione.

NOTA IMPORTANTE: il numero di spire è per singolo semi-avvolgimento. L'avvolgimento totale non entra mai in gioco!

Cerchiamo ora di dimensionare il filtro LC d'uscita.

La corrente in uscita vale

$$I_{OUT} = \frac{P_{OUT}}{V_{OUT}} = \frac{50}{12} \approx 4.2 \text{ A}$$

Assumiamo di accettare un ripple di tensione in uscita dell'uno per cento:

$$\Delta V_{OUT} = 12 \text{ V} \cdot 0.01 = 0.12 \text{ V}$$

E un ripple di corrente pari al venti per cento

$$\Delta I_{OUT} = 4.2 \text{ A} \cdot 0.20 = 0.84 \text{ A}$$

La tensione sull'induttanza vale:

$$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$$

Discretizzando:

$$\Delta t V_L = L \Delta I_L \rightarrow L = \frac{\Delta t V_L}{\Delta I_L}$$

Possiamo ritenere $V_L = V_{OUT}$ nel periodo di ripple. In realtà, la tensione a monte dell'induttanza vale sempre V_{OUT} tranne che nel dead time che tende a zero. Quindi, nelle fasi in cui uno dei due diodi conduce, la tensione ai capi dell'induttanza di filtro vale zero, mentre durante il dead time, supponendo di avere una capacità di livellamento a valle, abbiamo:

$$V_L = -V_{OUT}$$

Supponiamo un dead time di 1 μ s.

Quindi, l'induttanza di filtro in uscita si calcola mediante la relazione:

$$L_F = \frac{V_{OUT} t_{dead}}{\Delta I_L} = \frac{12V \cdot 0.5 \mu s}{0.84A} \approx 7 \mu H$$

La capacità di filtro, invece, si calcola supponendo (in modo cautelativo) che durante il dead time sia lui a fornire la corrente I_{OUT} al carico.

Poiché:

$$I_C = C_F \frac{dv}{dt} \rightarrow \Delta V_{OUT} = \frac{1}{C_F} \int_0^{t_{dead}} I_C dt \rightarrow \Delta V_{OUT} = \frac{I_{OUT} t_{dead}}{C_F}$$

Quindi

$$C_F = \frac{I_{OUT} t_{dead}}{\Delta V_{OUT}} = \frac{4.2A \cdot 0.5 \mu s}{0.12V} \approx 18 \mu F$$

Questo è il valore minimo, ma in genere si sceglie una capacità maggiore (per sicurezza) rispetto a quella ottenuta con questo calcolo (es. 100 μF) e a basso ESR. Meglio collegare più capacità in parallelo.

Scelta del core del trasformatore

La scelta del core magnetico nei convertitori push–pull è un aspetto fondamentale, poiché influisce direttamente su saturazione del nucleo, perdite magnetiche, densità di potenza ed efficienza del convertitore. Poiché in questa configurazione circuitale la densità di flusso magnetico varia in modo bipolare con andamento pressoché triangolare, il materiale del core deve essere in grado di sopportare un'adeguata escursione di B senza raggiungere la saturazione.

Il valore di densità di flusso di saturazione B_{sat} del materiale deve essere significativamente superiore al valore massimo di flusso previsto in esercizio, introducendo un opportuno margine di sicurezza per tenere conto di sbilanciamenti tra i rami del push–pull, tolleranze dei componenti e variazioni termiche.

La sezione efficace del core deve essere scelta in modo da limitare l'escursione di densità di flusso secondo la relazione:

$$\Delta B_{max} = \frac{V_p t_{ON}}{N_p A_e}$$

Un core con sezione troppo ridotta richiederebbe un numero di spire elevato o porterebbe rapidamente alla saturazione, mentre un core sovradimensionato aumenterebbe ingombri e costi senza reali benefici.

Infine, la geometria del core deve essere scelta considerando il compromesso tra facilità di avvolgimento, dispersioni magnetiche, accoppiamento tra primario e secondario e gestione termica.

Nei convertitori push–pull è particolarmente importante ridurre le induttanze disperse, poiché queste possono generare sovratensioni sui mosfet durante le commutazioni. Per questo motivo sono spesso preferite geometrie con buon accoppiamento magnetico come il toroide o EER / ETD.

10. Conclusioni

Nel corso di questo tutorial sono stati analizzati i principi fondamentali dei trasformatori ad alta frequenza e il loro impiego nei convertitori flyback e push–pull. Sebbene entrambe le soluzioni facciano uso di un componente magnetico apparentemente simile, l'analisi ha mostrato come ruolo, modalità di funzionamento e criteri di progetto del trasformatore siano profondamente diversi nei due casi.

Al di là delle formule e delle procedure di calcolo presentate, è fondamentale sottolineare come la progettazione dei trasformatori ad alta frequenza non possa essere affrontata esclusivamente in modo teorico. Fenomeni quali la saturazione reale del nucleo, le induttanze disperse, le capacità parassite, le perdite nel rame e nel materiale magnetico emergono soprattutto attraverso la sperimentazione pratica.