

# Rapport de TP 4MMAOD : Génération de patch optimal

## “Question 2 : Modélisation par Bellman”

GOUTTEFARDE Léo (groupe 5)  
PIELLARD Jérémie (groupe 2)

6 novembre 2015

### Modélisation du problème général par équation de Bellman

#### Données

- On cherche à créer un patch  $P$  minimal qui transforme un fichier  $F_1$  de  $n$  lignes en un fichier  $F_2$  de  $m$  lignes.
- On note  $F_1(i)$ , la ligne  $i \in 1 \cdots n$  du fichier 1 et  $F_2(j)$  la ligne  $j \in 1 \cdots m$  du fichier 2.
- On définit  $L(F_i(j))$  comme le nombre de caractères de la ligne  $F_i(j)$  (incluant le caractère de fin de ligne).
- Soit  $(i, j)$  l'état dans lequel on a utilisé les  $i$  premières lignes du fichier  $F_1$  de départ pour générer les  $j$  premières lignes du fichier de sortie.
- Soit  $C_{ij}^*$  le coût optimal du patch transformant les  $i$  premières lignes du fichier  $F_1$  d'entrée en les  $j$  premières lignes du fichier de sortie.

#### Variables

On introduit les variables suivantes :

- $u_{ij}$  : décision à l'état  $(i, j)$
- $h_{ij}$  : coût de substitution de la ligne  $F_1(i)$  par la ligne  $F_2(j)$ .  
Vaut 0 si  $F_1(i) = F_2(j)$ ,  $10 + L(F_2(j))$  sinon

On introduit les variables binaires (de valeur 1 ou 0) suivantes :

- $s_{ij}$  : modélise la substitution (ou non) de la ligne  $F_1(i)$  par la ligne  $F_2(j)$
- $d_i$  : modélise la destruction (ou non) de la ligne  $F_1(i)$
- $D_i^w$  : modélise la destruction (ou non) des  $m$  lignes de la ligne  $k$  à la ligne  $k + m - 1$  de  $F_1$
- $a_j$  : modélise l'ajout (ou non) de la ligne  $F_2(j)$

#### Objectif

Pour atteindre l'état  $(i, j)$  en une seule opération, il y a 4 possibilités :

1. Ajout [+]: partir de l'état  $(i, j - 1)$ , en ajoutant la ligne  $B_j$  au fichier  $F_1$  d'entrée. Coût =  $10 + L_{j-1}^B$
2. Substitution [=]: partir de l'état  $(i - 1, j - 1)$ , en substituant la ligne  $F_1(i - 1)$  par la ligne  $F_2(j - 1)$ .  
Coût =  $h_{i-1, j-1}$
3. Destruction simple [d]: partir de l'état  $(i - 1, j)$  en détruisant la ligne  $i - 1$  du fichier d'entrée. Coût = 10
4. Destruction multiple [D]: partir de l'état  $(i - w, j)$ ,  $w \in 2 \cdots n$  en détruisant les lignes  $i - w$  à  $i - 1$  du fichier d'entrée. Coût = 15

Ainsi on obtient l'équation de Bellman suivante :

$$C_{ij}^*(a_j, s_{ij}, d_i, D_i^w, u_{ij}) = \min( \begin{array}{l} 10 + C_{i-1,j}^*(a_j, s_{i-1,j}, d_{i-1}, D_{i-1}^w, u_{ij}), \\ 15 + C_{i-k,j}^*(a_j, s_{i-k,j}, d_{i-k}, D_{i-k}^w, u_{i-k,j}), \\ h_{ij} + C_{i-1,j-1}^*(a_{j-1}, s_{i-1,j-1}, d_{i-1}, D_{i-1}^w, u_{i-1,j-1}), \\ 10 + L(F_2(j)) + C_{i,j-1}^*(a_{j-1}, s_{i,j-1}, d_i, D_i^w, u_{i,j-1}) \end{array} )$$