

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA SELVA**

**CARRERA:** Ingeniería en Desarrollo y Gestión de Software

**NOMBRE DE LA ASIGNATURA:** Matemáticas para Ing. I

**UNIDAD TEMÁTICA:** IV.- FUNCIONES VECTORIALES

**ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN:** Teórica

**INTEGRANTES DEL EQUIPO:**

|  |  |
| --- | --- |
| Matrícula | Nombre |
| 091910036 | Arroyo Ruiz Víctor Iván |
| 091910039 | Guíllen Navarro Leonardo Antonio |
| 091910151 | Domínguez Santiz Luis Ángel |

**GRADO:** 7° **GRUPO:** “A”

**NOMBRE DEL PROFESOR:** Mtro. Fernando Exiquio Constantino González.

**FECHA DE ENTREGA:** 30/11/2021

**ÍNDICE**

[¿Qué es una ecuación paramétrica y para que puede ser utilizada? 2](#_Toc89114612)

[¿Qué es un parámetro? 3](#_Toc89114613)

[¿Qué es el punto inicial en la gráfica de una ecuación paramétrica? 3](#_Toc89114614)

[¿Qué es el punto final en la gráfica de una ecuación paramétrica? 3](#_Toc89114615)

[Ejemplo 1: dibuje la curva definida por las ecuaciones paramétricas 3](#_Toc89114616)

[Ejemplo 2: Identifique geométricamente la curva del ejemplo 1 (Imagen 2) eliminando el parámetro y obteniendo una ecuación algebraica en y . 5](#_Toc89114617)

[Ejemplo 6: Obtenga la parametrización de la recta que pasa por el punto y que tiene una pendiente . 6](#_Toc89114618)

[Ejemplo 7: Dibuje e identifique la trayectoria trazada por el punto si 7](#_Toc89114619)

## ¿Qué es una ecuación paramétrica y para que puede ser utilizada?

Una ecuación paramétrica es una ecuación definida de un conjunto de puntos de “x” y “y” estando definidas como funciones () en un intervalo de I de valores t, y nos ayuda a describir el movimiento donde se suele considerar la variable t que representa el tiempo.

## ¿Qué es un parámetro?

Es la variable t de la curva y el dominio I que es el intervalo del parámetro.

## ¿Qué es el punto inicial en la gráfica de una ecuación paramétrica?

Es el punto de I, siendo I un intervalo cerrado .

## ¿Qué es el punto final en la gráfica de una ecuación paramétrica?

Es el punto de I, siendo I un intervalo cerrado .

## Ejemplo 1: dibuje la curva definida por las ecuaciones paramétricas

**Solución:** Elaboramos una pequeña tabla de valores, graficamos los puntos (x, y) y trazamos una curva suave que pase por ellos. A cada valor de **t** corresponde un punto (x, y) sobre la curva; por ejemplo, a **t** = 1 le corresponde el punto (1, 2) registrado en la tabla. Si pensamos que la curva es la trayectoria de una partícula en movimiento, entonces, la partícula se desplaza a lo largo de la curva en la dirección de las flechas que se muestran en la ­figura. Si bien los intervalos de tiempo son iguales en la tabla, los puntos consecutivos trazados a lo largo de la curva no están a las mismas distancias sobre el arco de la curva. La razón es que la partícula reduce su velocidad mientras se aproxima al eje y a lo largo de la rama inferior de la curva conforme **t** aumenta, y luego acelera después de alcanzar el eje y en (0, 1) desplazándose a lo largo de la rama superior. Como el intervalo de valores para **t** está compuesto por números reales, no existe un punto inicial ni uno ­final de la curva.

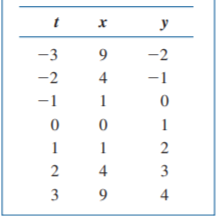


Imagen 1 Tabla de valores

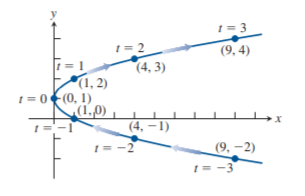


Imagen 2 Curva del ejemplo 1

**Descripción:** Lo que tenemos que hacer es crear una tabla de valores conforme a las ecuaciones paramétricas, entonces tenemos 3 columnas que albergarán los valores de **t, x, y** donde los valores de **x, y** obtendrán sus valores al sustituir el valor de **t** en las ecuaciones. Ahora mediante los valores de **x, y** podemos graficar una curva, que si lo vemos como si fuera un objeto en movimiento, seguiría una dirección de hacía , como podemos ver en la imagen 2 que muestra con flechas como es la dirección del objeto en movimiento.

## Ejemplo 2: Identifique geométricamente la curva del ejemplo 1 (Imagen 2) eliminando el parámetro y obteniendo una ecuación algebraica en y .

**Solución:** Resolvemos la ecuación despejando el parámetro y sustituyendo el resultado en la ecuación paramétrica de . Esto da como resultado

La ecuación representa una parábola, como la mostrada en la (Imagen 2). Algunas veces es muy difícil, o incluso imposible, eliminar el parámetro de un par de ecuaciones paramétricas como lo hicimos aquí.

**Descripción:**

Como podemos notar, se resolvió la ecuación pero esta vez despejando y sustituyendo el resultado en la cual permite representar una curva o superficie en el plano en el espacio de ya que se busca una ecuación algebraica de y , hacemos la operación en la cual obtenemos como resultado, en la cual se entiende que la ecuación representa una parábola.

## Ejemplo 6: Obtenga la parametrización de la recta que pasa por el punto y que tiene una pendiente .

**Solución**: La ecuación cartesiana de la recta es Si establecemos el parámetro , encontramos que . Es decir.

Parametrizan la recta. Esta parametrización difiere de la que se obtendría usando la técnica de parametrización natural del ejemplo 5, cuando Sin embargo, ambas dan como resultado la misma recta.

**Descripción:**

En la solución pudimos notar que el ejemplo era igual al ejemplo 5 por que se usó la técnica de parametrización natural, lo que dio como resultado la misma recta.

## Ejemplo 7: Dibuje e identifique la trayectoria trazada por el punto si

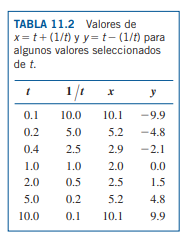


Imagen 3 Tabla de valores

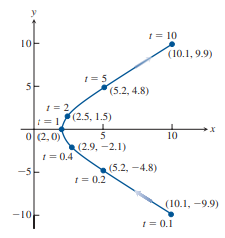
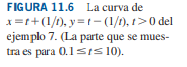
**Solución:** Elaboramos una tabla de valores (tabla 11.2), graficamos los puntos y trazamos una curva suave que pase por ellos, como en el ejemplo 1. En seguida, eliminamos el parámetro t de las ecuaciones. El procedimiento es más complicado que el del ejemplo 2. Tomando las diferencias entre y dadas por las ecuaciones paramétricas, tenemos

Si sumamos las dos ecuaciones paramétricas, entonces,

Eliminamos el parámetro t multiplicando estas dos últimas ecuaciones:

o, si multiplicamos los términos del lado izquierdo, obtenemos la ecuación estándar de una hipérbola (un tema que se revisará en la sección 11.6):

Imagen 4 Gráfica del ejemplo 7



Por lo tanto, las coordenadas de todos los puntos descritas por las ecuaciones paramétricas satisfacen la ecuación (1). Sin embargo, la ecuación (1) no requiere que la coordenada sea positiva. Así que hay puntos sobre la hipérbola que no satisfacen la ecuación paramétrica para cual siempre es positiva. Esto es, las ecuaciones paramétricas no generan puntos sobre la rama izquierda de la hipérbola representada por la ecuación (1), es decir, puntos donde la coordenada x sería negativa. Para valores positivos pequeños de t, la trayectoria permanece en el cuarto cuadrante y sube hacia el primer cuadrante conforme t aumenta, cruzando el eje cuando (vea la figura 11.6). El dominio del parámetro es y no hay punto inicial ni punto final de la trayectoria.

Los ejemplos 4, 5 y 6 ilustran que una curva determinada, o una parte de ella, se representan usando diferentes parametrizaciones. En el caso del ejemplo 7, la rama derecha de la hipérbola también se representa mediante la parametrización

la cual se obtiene al resolver la ecuación (1) para y dejando que sea el parámetro. Otra parametrización de la rama derecha de la hipérbola representada por la ecuación 1 es

Esta parametrización se obtiene de la identidad trigonométrica de manera que

Conforme varía entre se mantiene positiva y varía entre , por lo que recorre la rama derecha de la hipérbola. Viene de la mitad inferior de la rama cuando t tiende a cero por la izquierda, llega a cuando , y entra al primer cuadrante conforme t sigue aumentando hacia . Ésta es la misma rama de la hipérbola de la cual se muestra una parte en la figura 11.6.

**Descripción:**

Lo que pudimos notar en la solución es que como la función va cambiando cuando tiende a:

en la cual se tuvo que hacer una tabla de valores para representar el valor que tomaba cada variable, además de hacer que la ecuación se volviera cuadrática y , dando como resultado:

Sin embargo, al graficarlos se notó que no satisfacía completamente la ecuación 1 por que por que el resultado siempre daría positivo, por otra parte, se da entender que la rama derecha de la ecuación son múltiples parametrizaciones.

Se resuelve la ecuación 1 para y dejando que sea el parámetro. Permitiendo representar la rama derecha de la hipérbola representada por la ecuación 1 que dio como resultado:

y de manera que al aplicarle parametrización geométrica se puede representar de la siguiente manera:

En conclusión esto nos ayuda a que varié entre y que mantiene positiva de , Desde otro punto de vista se recorre a la rama derecha por la izquierda, llega a cuando , y entra al primer cuadrante conforme t sigue aumentando hacia .