Grundlagen der Medieninformatik I

T12 - 07.01.2021
JPEG und DCT

Kahoot!

JPEG

- Nutzt die Eigenarten der Wahrnehmung des Menschen, um das Medium Bild so zu kodieren, dass es die Maschine kompakter speichern kann.

- z.B. Farbe wird nicht so hoch aufgelöst / wahrgenommen wie Helligkeit (Helligkeitsunterschiede werden eher wahrgenommen als Farbunterschiede!) (Sampling)

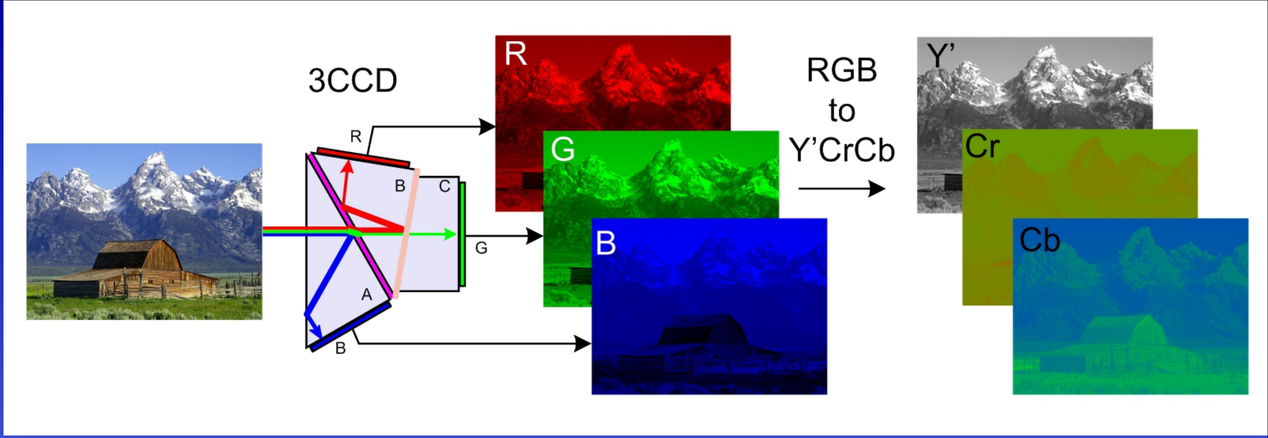
Das **JPEG** Verfahren

1. Farbraumkonvertierung
2. Chroma-Subsampling
3. 8x8-Blöcke
4. Diskrete Cosinus-Transformation (DCT)
5. (neue) Quantisierung
6. Zick-Zack-Scan und Lauflängkodierung
7. Huffmankodierung

→ Sampling

→ Quantisierung

1. Farbraumkonvertierung



- Helligkeit wird von Farbe getrennt
  - **RGB → YCbCr**
- Dafür wird jeder Pixel nach folgenden Formeln umgerechnet:

$$Y = 0.299 \times R + 0.587 \times G + 0.114 \times B$$

$$Cb = -0.168736 \times R - 0.331264 \times G + 0.5 \times B$$

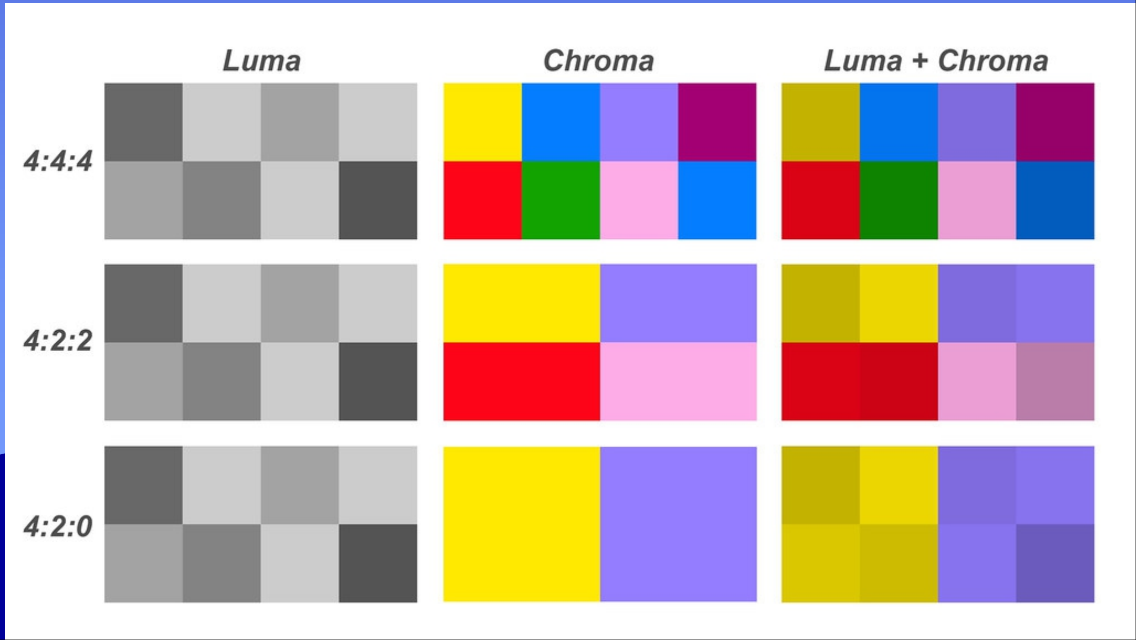
$$Cr = 0.5 \times R - 0.418688 \times G - 0.081312 \times B$$

2. Chroma Subsampling

- Menschen nehmen Farbänderungen nicht so detaliert wahr wie Helligkeitsänderungen

- meist: 2*2 Pixel zusammenfassen und durch einen Mittelwert ersetzen

Beispiel→



3. 8x8 Blöcke

- Bild wird in 8x8 Blöcke aufgeteilt

- Wurde so abgemacht, da es einfacher ist darauf Mathematische Rechnungen auszuführen (effizienter)

Exkurs: (Mathematische-) Summen

- Die Summe einer Formel → Alle elemente von k bis n zusammengerechnet
- D.h.

$$\sum_{k=0}^{n=10} k = 0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$$

$$\sum_{k=0}^{n=5} (k+1) = (0+1)+(1+1)+(2+1)+(3+1)+(4+1)+(5+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (ax+k) = (ax+1)+(ax+2)+\ldots+(ax+n)$$

Summe einer Summe

- Berechne erst die innere Summe, dann die Äußere

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{n} j = \sum_{i=1}^{n}(0+1+2+3+\dots+n) = \underbrace{(0+1+\dots+n)+(0+1+\dots+n)+\dots+(0+1+\dots n)}_{n\text{-}1 \text{ Mal} \rightarrow \text{ zweite Summe beginnt mit } 1}$$

- In diesem Fall ist “j” die Funktion. Da die Summe von j=0 bis n angegeben ist, setzte ein j=0 bis j=n → (0+1+...+n)
- Berechne erst **<u>die innere Summe von j</u>**, bekomme somit eine zweite “Funktion” (0+1+...+n), welche dann noch einmal summiert werden muss (**<u>äußere Summe</u>**).
- Das obere Beispiel “***<u>Wörtlich</u>***”:

  Sum(Sum(j)) = Sum(0+1+...+n) = (n-1)*(0+1+...+n)

4. Diskrete Cosinus Transformation (DCT)

- Ziel: “Grobes” von “Feinem” im Bild trennen
  - Feines weniger quantisiert abspeichern

- Wird mit folgender Funktion berechnet:

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{7} \sum_{y=0}^{7} f(x,y) \cdot \frac{c_u}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot x + 1}{16} \cdot u \cdot \pi\right) \cdot \frac{c_v}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot y + 1}{16} \cdot v \cdot \pi\right)$$

- x,y - Koordinaten des berechneten Pixel
- f(x,y) - Helligkeit des Pixels x,y
- Typisch: F größer bei niedrigen Frequenzen

5. (neue) Quantisierung

- Rechtfertigung: Menschen nehmen in feinen Details helligkeitsunterschiede weniger genau wahr

- Verfahren:
  - Definiere Tabelle Q
  - Q(u,v) sagt, wie genau F(u,v) gespeichert wird
  - runde F(u,v) auf ganze Q(u,v)

$$F^Q(u,v) = Round\left(\frac{F(u,v)}{Q(u,v)}\right)$$

Beispiel

- F=

782.92	44.93
-122.35	-75.46

- Quantisierungstabelle:

10	15
15	19

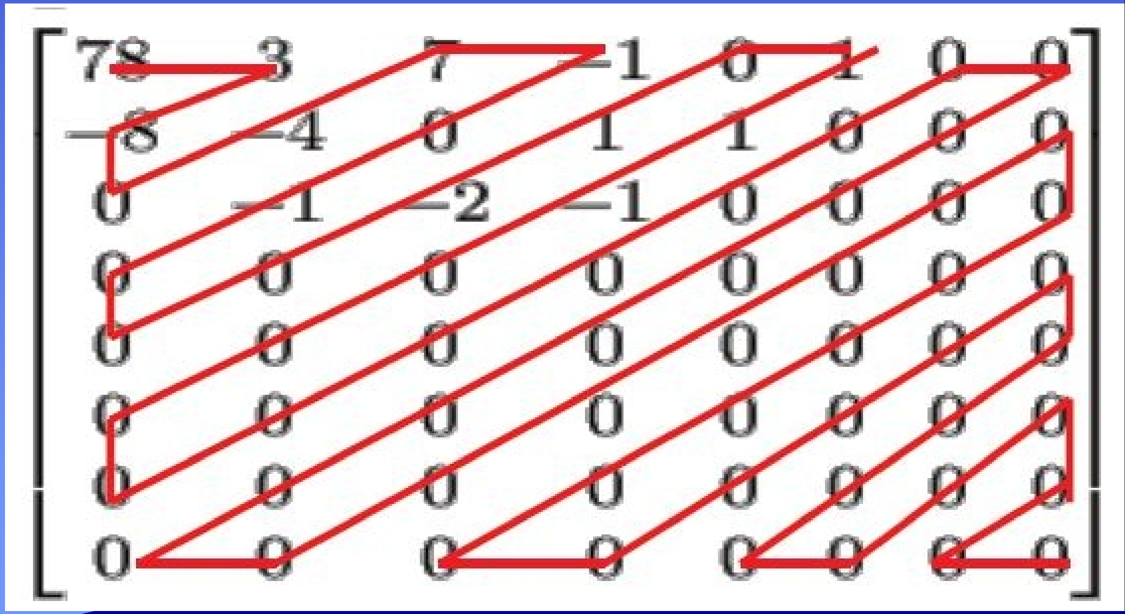
- Dann bekommen wir nach Anwendung der Formel auf jeden Wert:

78	3
-8	-4

$$F^Q(u,v) = Round(\frac{F(u,v)}{Q(u,v)})$$

6. Zick-Zack Scan und Lauflängkodierung

- Gehe mit Zick-zack scan über die Tabelle und schreibe dabei Tupel auf **(a,b)** (Kodierung)
- a = die Anzahl der 0-ellen bis zur nächsten **nicht-Null** Zahl
  - Wenn nur noch 0en,
    dann (a,b) = (0,0)
- b = die nächste Zahl

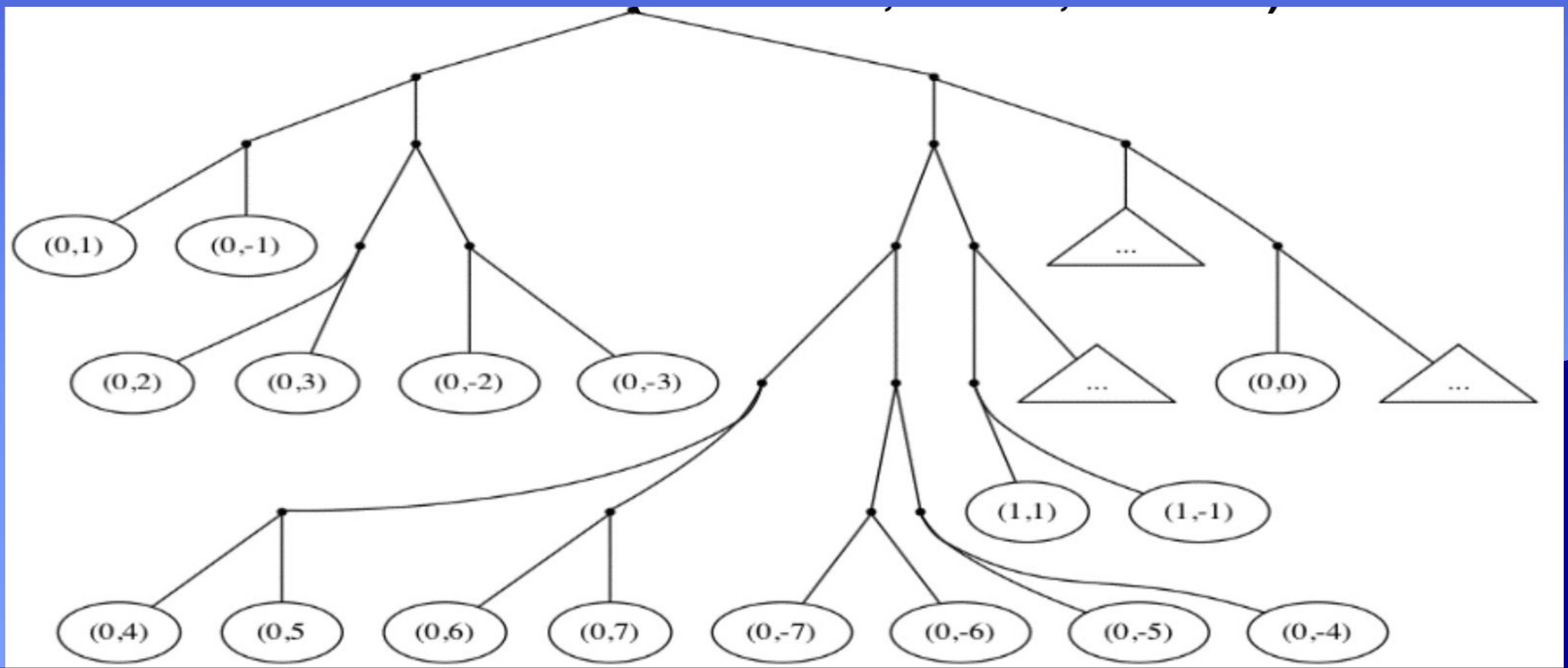


- Ausgabe (Beispiel Rechts):

(0,78) (0,3) (0,-8) (1,-4) (0,7) (0,-1) (1,-1) (3,-2)
(0,1) (1,1) (0,1) (0,-1) (0,0)

7. Huffman Kodierung

- Kodiere die Tupel aus 6 mithilfe eines Huffman-Baums
- Schreibe dann die kodierte Bitfolge auf



Arbeitsblatt #1

- Einfach Einsetzen in die Formel, nicht viel Überlegen!
  - Sieht zwar schwer aus, ist es aber wirklich nicht :)

Die Formel (1) definiert (wie im Übungszettel 5) eine 2*2 DCT. Formel (2) legt dazu die speziellen Zahlen c_0 und c_1 fest. Formel (3) gibt einige wichtige Funktionswerte von cos an.

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} f(x,y)\cdot c_u \cdot \cos\left(\frac{2\cdot x+1}{4}\cdot u\cdot\pi\right)\cdot c_v\cdot\cos\left(\frac{2\cdot y+1}{4}\cdot v\cdot\pi\right), u,v = 0\dots 1 \quad (1)$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c_1 = 1 \quad (2)$$

$$\cos\left(\tfrac{0}{4}\cdot\pi\right) = 1, \cos\left(\tfrac{1}{4}\cdot\pi\right) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}, \cos\left(\tfrac{2}{4}\cdot\pi\right) = 0, \cos\left(\tfrac{3}{4}\cdot\pi\right) = \tfrac{-1}{\sqrt{2}}, \cos\left(\tfrac{4}{4}\cdot\pi\right) = -1 \quad (3)$$

Rechne Schritt für Schritt eine möglichst weit vereinfachte Formel für F(0,1) aus:

Lösung

$$F(u,v)$$

$$F(0,1) \rightarrow u = 0, v = 1$$

$$F(0,1) = \sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} f(x,y)\cdot c_0 \cdot \cos(\frac{2x+1}{4}\cdot 0\cdot\pi)\cdot c_1\cdot\cos(\frac{2y+1}{4}\cdot 1\cdot\pi)$$

$$F(0,1) = \sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} f(x,y)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\frac{2x+1}{4}\cdot 0\cdot\pi)\cdot 1\cdot\cos(\frac{2y+1}{4}\cdot 1\cdot\pi)$$

$$F(0,1) = \sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} f(x,y)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{2y+1}{4}\cdot\pi)$$

$$F(0,1) = \sum_{y=0}^{1} (f(0,y)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{2y+1}{4}\cdot\pi) + f(1,y)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{2y+1}{4}\cdot\pi))$$

$$F(0,1) = f(0,0)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{1}{4}\cdot\pi) + f(0,1)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{2\cdot 1+1}{4}\cdot\pi)$$

$$+ f(1,0)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{1}{4}\cdot\pi) + f(1,1)\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0)\cdot\cos(\frac{2\cdot 1+1}{4}\cdot\pi)$$

$$F(0,1) = f(0,0)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos(0)\cdot\cos(\frac{1}{4}\cdot\pi) + f(0,1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos(0)\cdot\cos(\frac{2\cdot1+1}{4}\cdot\pi)$$

$$+ f(1,0)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos(0)\cdot\cos(\frac{1}{4}\cdot\pi) + f(1,1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos(0)\cdot\cos(\frac{2\cdot1+1}{4}\cdot\pi)$$

$$F(0,1) = f(0,0)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot1\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + f(0,1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot1\cdot\frac{-1}{\sqrt{2}} + f(1,0)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot1\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + f(1,1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot1\cdot\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

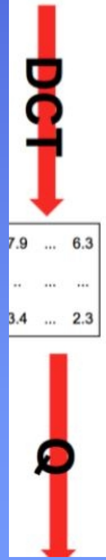
$$F(0,1) = f(0,0)\cdot\frac{1}{2} - f(0,1)\cdot\frac{1}{2} + f(1,0)\cdot\frac{1}{2} - f(1,1)\cdot\frac{1}{2}$$

$$\boxed{F(0,1) = \frac{1}{2}(f(0,0) - f(0,1) + f(1,0) - f(1,1))}$$

Arbeitsblatt #2

Medieninformatik 1, Arbeitsblatt JPEG 2

Wir arbeiten in dieser Aufgabe mit 2*2 Blöcken, wie im Übungszettel, nicht 8*8-Blöcke wie im Original-JPEG-Verfahren. Gegeben ist eine 2*2 DCT als Ergebnis des „DCT"-Schrittes der JPEG-Kodierung. Führe nun die folgenden Schritte der JPEG-Kodierung von Hand aus. Die benötigten Zusatzdaten stehen jeweils rechts daneben.



-30	-17
30	35

10	50
50	80

Quantisierung

Lösung

- 1. Schritt: Benutze die Formel

$$F^Q(u,v) = Round\left(\frac{F(u,v)}{Q(u,v)}\right)$$

- Bekomme somit:

-3	0
1	0

- F(0,0) = Round(-30/10) = -3,
- F(0,1) = Round(-17/50) = 0,
- F(1,0) = Round(30/50) = 1,
- F(1,1) = Round(35/80) = 0

Lösung

- 2. Schritt: Zick-zack scan und Lauflängkodierung

-3	0
1	0

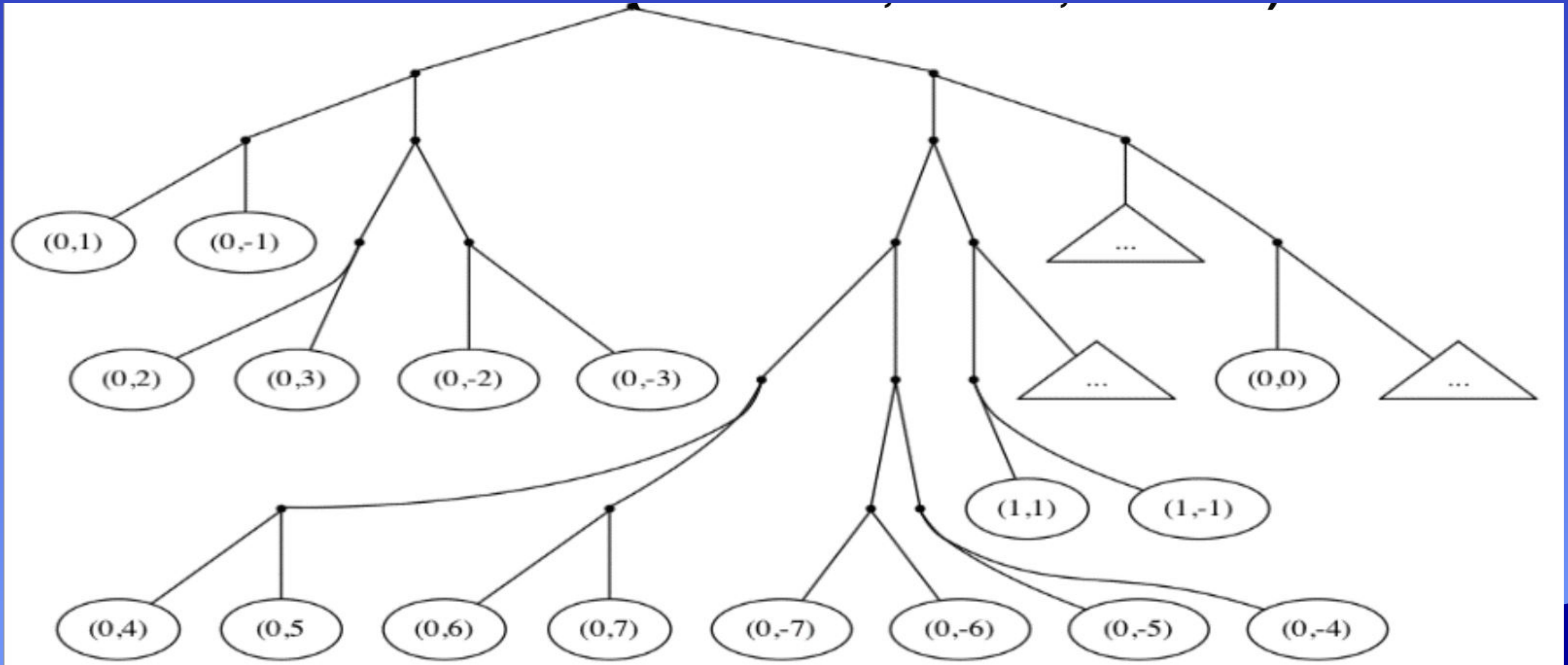
- Keine 0-en vor der -3 also (0,-3)
- Dann eine 0 vor der 1 also (1,1)
- Keine Zahlen mehr nach der 0 also (0,0)

- Bekomme also:

  (0,-3),(1,1),(0,0)

Lösung

- 3. Schritt: Huffmankodierung
  - Eingabe: (0,-3),(1,1),(0,0)



- Ausgabe: 0111 10100 1110

Übungsblatt 8 - Abgabe bis 17.01, 20:00 auf StudIP

Übung 5: JPEG

EINZELAUFGABE, 10 Punkte, Abgabe 17.01.2020, 20:00 Uhr in Stud.IP

1. **Chroma-Subsampling:** Berechne, um welchen Faktor das Chroma-Subsampling die Datenmenge reduziert (2*2 Subsampling, R, G, B, Y, Cb, Cr alle 8 bit). Begründe die Antwort. 1 P
2. **2*2 DCT:** Formel (1) definiere eine DCT auf einem 2*2 Bild, die wir in Übungsaufgabe 3 benutzen wollen in Analogie zur 8*8 DCT in der Vorlesung. Glücklicherweise vereinfacht sich die Formel stark, wenn man sie explizit für ein konkretes u und v aufschreibt. Zum Beispiel ergibt sich für $u = 0$, $v = 1$ Gleichung (4). Schreibe analog explizite und soweit wie möglich vereinfachte Formeln für $F(0,0)$, $F(1,0)$ und $F(1,1)$ auf. Gib einen detaillierten Rechenweg (gerne handschriftlich abfotografiert ins .pdf integriert). Tipp: (3) gibt einige wichtige Funktionswerte von cos an. 3 P

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} f(x,y)\cdot c_u \cdot \cos\left(\frac{2\cdot x+1}{4}\cdot u\cdot\pi\right)\cdot c_v\cdot\cos\left(\frac{2\cdot y+1}{4}\cdot v\cdot\pi\right), u,v = 0\ldots 1 \quad (1)$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c_1 = 1 \quad (2)$$

$$\cos\left(\tfrac{0}{4}\cdot\pi\right) = 1, \cos\left(\tfrac{1}{4}\cdot\pi\right) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}, \cos\left(\tfrac{2}{4}\cdot\pi\right) = 0, \cos\left(\tfrac{3}{4}\cdot\pi\right) = \tfrac{-1}{\sqrt{2}}, \cos\left(\tfrac{4}{4}\cdot\pi\right) = -1 \quad (3)$$

$$F(0,1) = \frac{1}{2}\left(f(0,0) + f(1,0) - f(0,1) - f(1,1)\right) \quad (4)$$

Das wars mal wieder!

Bis nächste Woche!