exos-types : Limites

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par :

$$f(x) = 4x + 3 + \frac{9}{x-2}$$

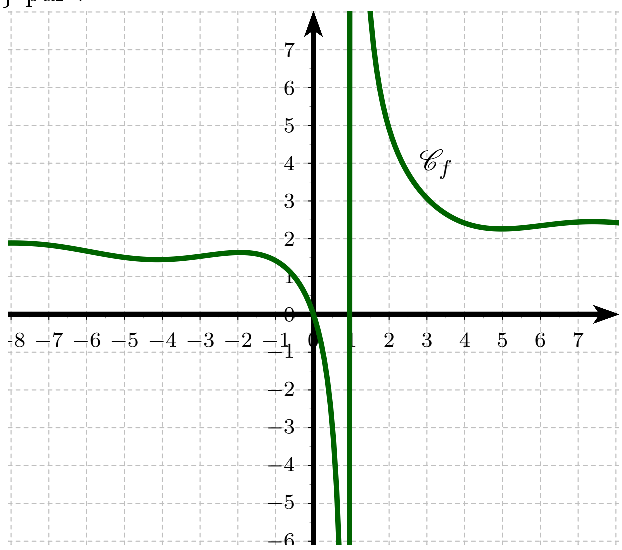
1. Calculer les limites de f en 2^+, en 2^-, en $+\infty$ et $-\infty$.
2. Démontrer que la fonction dérivée f' vaut : $f'(x) = \dfrac{(2x-7)(2x-1)}{(x-2)^2}$
3. Résoudre $f'(x) = 0$ puis déterminer le signe de la dérivée f'.
4. Dresser le tableau de variation..

Exercice 2

f est une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x - \sin(x)}{x-1}$$

On donne ci-contre la représentation de la courbe de la fonction f.



1. Conjecturer les limites de la fonction f en $-\infty$ et$+\infty$ et les limites à gauche et à droite de 1.
2. (a) Démontrer les limites en $-\infty$ et$+\infty$ grâce à un encadrement.
   (b) Déterminer les limites à gauche et à droite de 1.
   (c) Interpréter graphiquement les limites obtenues.

Exercice 3

Vrai ou Faux
Soit la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1

Dire si les propositions suivantes sont vraie ou fausse en se justifiant.

1. **Proposition 1** : l'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions.
2. **Proposition 2** : $\forall\ a \in \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = a$ admet au moins deux solutions .
3. **Proposition 3** : La courbe $\mathscr{C}_f$ admet deux asymptotes horizontales.
4. **Proposition 4** : L'équation $f'(x) = 0$ admet au moins une solution.
5. **Proposition 5** : $f(-50) = 0$.