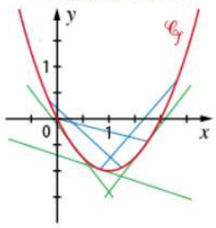
Synthèse sur la convexité et complément sur les dérivées page 220

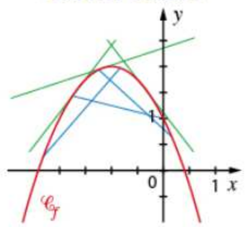
Convexité

Fonction convexe



$\mathscr{C}_f$ est située au-dessous de ses sécantes et au-dessus de ses tangentes.

Fonction concave



$\mathscr{C}_f$ est située au-dessus de ses sécantes et au-dessous de ses tangentes.

Point d'inflexion : point où la courbe $\mathscr{C}_f$ traverse sa tangente ; f change de convexité.

Convexité

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I.

- f est convexe sur I, équivaut à f' est croissante sur I, équivaut à f'' est positive sur I ;
- f est concave sur I, équivaut à f' est décroissante sur I, équivaut à f'' est négative sur I ;
- A(a ; $f(a)$) est un point d'inflexion équivaut à f'' s'annule en changeant de signe en a.

Convexité d'une fonction et dérivabilité

Fonction composée u suivie de v

$v \circ u$ telle que $v \circ u(x) = v(u(x))$

Dérivée de $v \circ u$

- $(v \circ u)'(x) = v'(u(x)) \times u'(x)$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(u^n)' = n\,u'\,u^{n-1}$ (où $n \in \mathbb{Z}^*$)
- $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

Exemple de calcul d'une limite

$\lim\limits_{x \to +\infty} (-2x) = -\infty$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x} = 0$