李青航 SA22225226

31

穷举得，11种覆盖

38

用Loubere's method方法构建7阶幻方，见表1

表 1: magic square of order 7

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

54

$$A \to C \to D \to E \to B$$

$$A \to C \to D \to F \to B$$

$$A \to D \to E \to B$$

$$A \to D \to F \to B$$

$$A \to E \to B$$

57

这个游戏不平衡，见表2，第4、3、1位不平衡，玩家I从数量为30的堆中拿26个石头（16+8+2），使得平衡，就能使玩家I赢

表 2: 5-heap Nim

	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
10	0	0	1	0	1	0
20	0	1	0	1	0	0
30	0	1	1	1	1	0
40	1	0	1	0	0	0
50	1	1	0	0	1	0

67

记b_i为大师在第i天所下的棋局数，且有$b_i \geq 1$,所以有两组序列

$$\{b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_i\}, 1 \leq i \leq 77 \tag{1}$$

$$\{b_0 + b_1 + +b_2 ... + b_j + k\}, 0 \leq j \leq 76, b_0 = 0 \tag{2}$$

每组序列都满足单增且大小都为77，序列(1)中没有重复元素，序列(2)中也没有重复元素。

序列(1)的上界为$12 \times 11 = 132$,序列(2)的上界S满足$S < b_1 + b_2 + \cdots + b_{77} + k \leq 12 \times 11 + 22 = 154$，同时S为整数，可以得到$S \leq 153$。

综上，序列(1)和序列(2)的上界为153，也即最多有153个不同的数。而序列中一共有154个数，由鸽巢原理序列(1)中至少有一个数$b_1 + b_2 + \cdots + b_y$与序列(2)中的某个数$b_1 + b_2 + \cdots + b_x + k$相同，满足，

$$b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_y = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_x + k$$

可以求出存在

$$k = b_{x+1} + ... + b_y$$

所以有$x + 1$到y天，大师下了刚好22盘。