

SA22225226 李青航

**354**

组合意义：把  $p$  个元素分为  $k$  组（非空），共有  $S(p, k)$  种分法

i.

$$S(n, 1) = 1, \quad (n \geq 1)$$

把  $n$  个元素分为非空的1组，只有一种分法

ii.

$$S(n, 2) = 2^{n-1} - 1, \quad (n \geq 2)$$

把  $n$  个元素，分为非空的两组。先选出一部分作为一组，剩下作为另外一组。

先选一部分方法数  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ ；选一部分和选他的补集一样，所以再除以2；再减去非空选0个这种情况，减1

iii.

$$S(n, n-1) = \binom{n}{2}, \quad (n \geq 1)$$

有且仅有2个人一组，其他是1个人一组，先选2个人在一组方法数  $\binom{n}{2}$  剩余的自动一人一组了

iv.

$$S(n, n-2) = \binom{n}{3} + 3\binom{n}{4}, \quad (n \geq 2)$$

情况1，分组元素数为3, 1, 1, 1, 1... 共  $\binom{n}{3}$  种

情况2，分组元素数为2, 2, 1, 1, 1... 先选出4个元素  $\binom{n}{4}$  种，4个元素可分为  $\binom{4}{2} \div 2 = 3$  种

**369**

反证：

如果自共轭分拆数，当  $n \geq 2$  只有1部分，Frrers图就只有1行（或1列），关于对角线翻转后，变为1列（1行）就不关于对角线对称

**374**

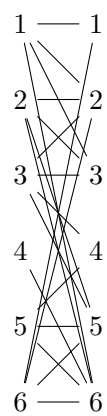
$\sqrt{x^2 - 6x + 1}$  的麦克劳林展开  $1 - 3x - 4x^2 - 12x^3 - 44x^4 + \dots$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} R_k x^k &= \frac{1}{2x} (-(x-1) - (1-3x-4x^2-12x^3-44x^4+\dots)) \\ &= \frac{2x+4x^2+12x^3+44x^4+\dots}{2x} \\ &= 1+2x+6x^2+22x^3+\dots \end{aligned}$$

综上，有  $R_0 = 1, R_1 = 2, R_2 = 6, R_3 = 22 \dots$

**378**

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\}, \quad Y = \{y_1, y_2, \dots, y_6\}$$



一个匹配 $\{1,1\};\{2,2\};\{3,3\};\{4,6\};\{5,4\};\{6,5\}$

379

$b_1$	$w_1$	$b_2$	x	x	$w_2$
x	$b_3$	$w_4$	x	$w_5$	$b_4$
x	$w_6$	$b_5$	$w_7$	$b_6$	x
x	x	x	x	x	$b_7$
x	x	x	$w_8$	$b_8$	$w_9$
$b_9$	$w_{10}$	x	x	$w_3$	$b_{10}$

- 11
- 22
- 33
- 44
- 55
- 66
- 77
- 88
- 99

线太乱，略 1010

一个覆盖是  $b_1w_1, b_3w_6, b_2w_4, b_5w_7 \dots$  总之存在

**378**

就是二分图的最大匹配，最大匹配7