

Como o ponteiro das horas é sempre o ponteiro menor, deduzimos que ele é  $w$ , e o ponteiro dos minutos é  $z$ . Assim, o relógio marca 9h (ou 21h, já que se trata de um jantar).

#### 4. Verificando

Se o horário secreto é 21h (9h), então o menor ponteiro deve estar no 9 (e portanto deve ser um número complexo de argumento  $\pi$ ) e o maior ponteiro deve estar no 12 (e portanto deve ser um número complexo de argumento  $\frac{\pi}{2}$ , além de ter módulo maior do que o outro número complexo).

Analisando  $z$  e  $w$ , temos que:

$$z = \alpha \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right], \text{ ou seja, tem} \\ \text{módulo } \alpha \text{ e argumento } \frac{\pi}{2}.$$

Usando a primeira fórmula de De Moivre, temos que:

$$w = z^2 = \alpha^2 \left[ \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) + i \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right] = \\ = \alpha^2 [\cos \pi + i \cdot \sin \pi]$$

Assim,  $w = \alpha^2 [\cos \pi + i \cdot \sin \pi]$ , ou seja, tem módulo  $\alpha^2$  e argumento  $\pi$ . Como  $\alpha < 1$ , então  $\alpha^2 < \alpha$ . Isso verifica todas as condições necessárias para que  $z$  e  $w$  indiquem o horário secreto das 21h.

#### 5. Emitindo a resposta

O jantar será às 21h (9 horas da noite).

#### 6. Ampliando o problema

- a) Se  $\alpha > 1$ , o horário do jantar seria diferente?  
b) *Discussão em equipe*

Em todas as épocas, houve necessidade de mandar mensagens secretas que deveriam ser lidas apenas pelo destinatário da mensagem, motivando o aparecimento de determinados processos que impedissem terceiros de conhecer o conteúdo da mensagem. Esses processos compõem um ramo da Matemática chamado *Criptografia* (do grego *kryptós*, 'escondido', e *gráphein*, 'escrita'). Hoje, a Criptografia está presente em vários momentos do nosso cotidiano, na maioria das vezes sem que percebamos. Por exemplo, quando você se cadastra em um *site* da internet, a senha é criptografada antes de ser armazenada no banco de dados. Assim, se um *hacker* roubar o banco de dados com as senhas, ele não conseguirá lê-las.

Conversem com seus colegas e opinem sobre outras possíveis situações em que a Criptografia está presente na vida moderna. Reflitam sobre quais informações são restritas e não devem ser de conhecimento de terceiros.

Radiciação  
Dado um nú

Exemplos:

- a) 2,  $-2$ ,  $2i$  e  $-2i$ , pois  $2^4 = 16$ ,  $(-2)^4 = 16$ ,  $(2i)^4 = 16$  e  $(-2i)^4 = 16$ .  
Há, portanto

- b)  $i$  e  $-i$  são as 4ªs raízes de  $-1$ , pois  $i^4 = 1$  e  $(-i)^4 = 1$ .  
Há, portanto

- c) 3 e  $-3$  são as 2ªs raízes de 9, pois  $3^2 = 9$  e  $(-3)^2 = 9$ .  
Há, portanto

- d) 1,  $-1$ ,  $i$  e  $-i$  são as 4ªs raízes de 1, pois  $1^4 = 1$ ,  $(-1)^4 = 1$ ,  $i^4 = 1$  e  $(-i)^4 = 1$ .  
Há, portanto

- e) A única