

Sísmica de Refração

Três escalas:

- Global (terremotos)
- Crustal (explosão sismológica)
- Rasa (aplicações de engenharia)

Principais aplicações:

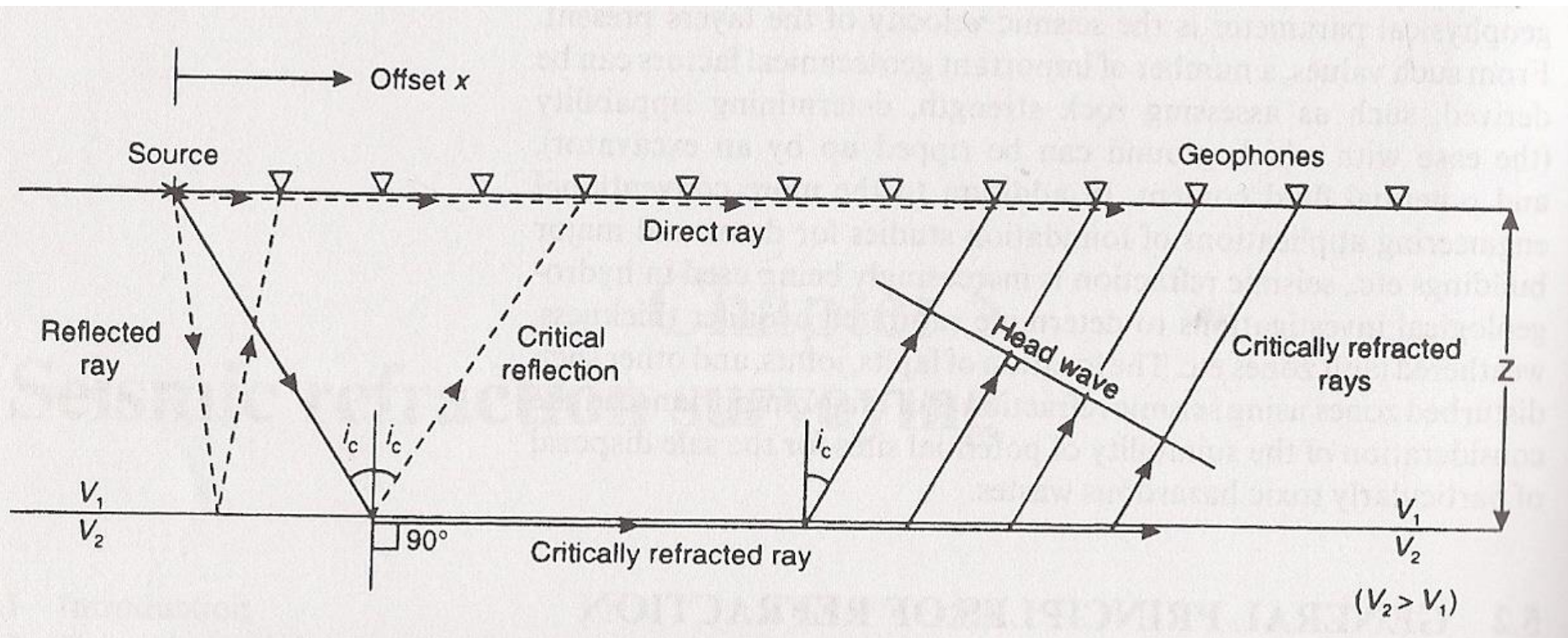
- Resolução lateral e em profundidade do refrator.
- Velocidade das ondas sísmicas no refrator.

Princípios Gerais

- O método se baseia no fato de ondas sísmicas mudarem de velocidade e direção de propagação ao mudarem de meio.
- Mudança de direção e velocidade -> Lei de Snell.
- Ângulos críticos diferentes para ondas P e S.
- Razão entre velocidades das ondas P e S diferentes para camadas diferentes.

- O método se baseia no aumento da velocidade com a profundidade ($V_2 > V_1$).
- Caso $V_2 < V_1$, haverá uma camada escondida.
- Assume-se que $d_n \geq d_{n-1} \geq \dots \geq d_1 > \lambda$, na qual d é a espessura da camada, n é a n -ésima camada e λ é o comprimento da onda incidente.
- Para um levantamento de Sísmica de Refração, geralmente considera-se apenas a propagação da onda P.

Componentes básicos de um experimento de sísmica de refração

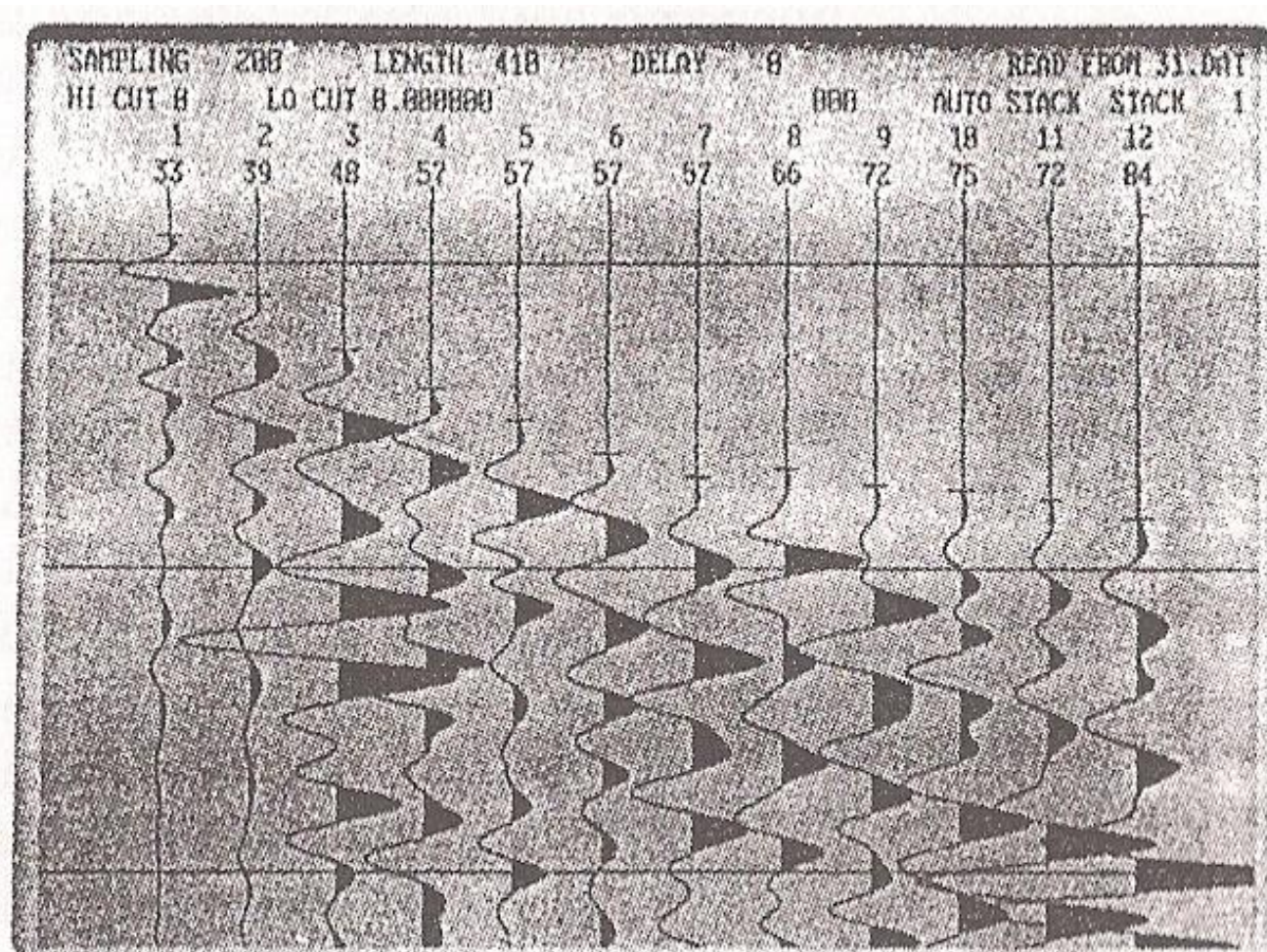


Três principais caminhos das ondas:

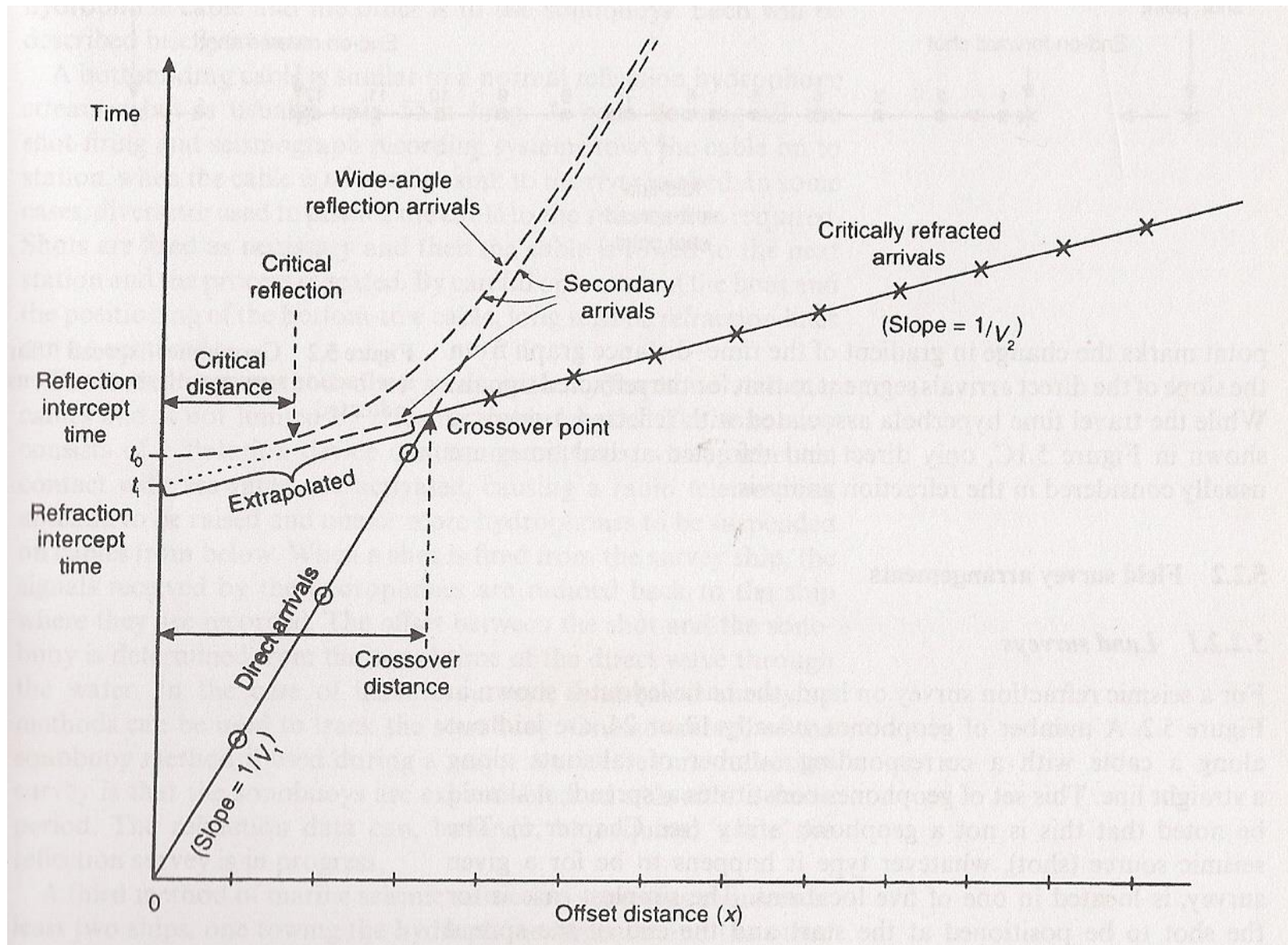
- Ondas diretas, viajando na superfície.
- Ondas refletidas.
- Ondas criticamente refratadas (mais importantes), viajando pela parte superior do refrator.

$$r = 90^{\circ} \Rightarrow \sin i_c = \frac{V_1}{V_2}$$

A chegada de cada onda é detectada ao longo de um arranjo de geofones e registrada em um sismógrafo.



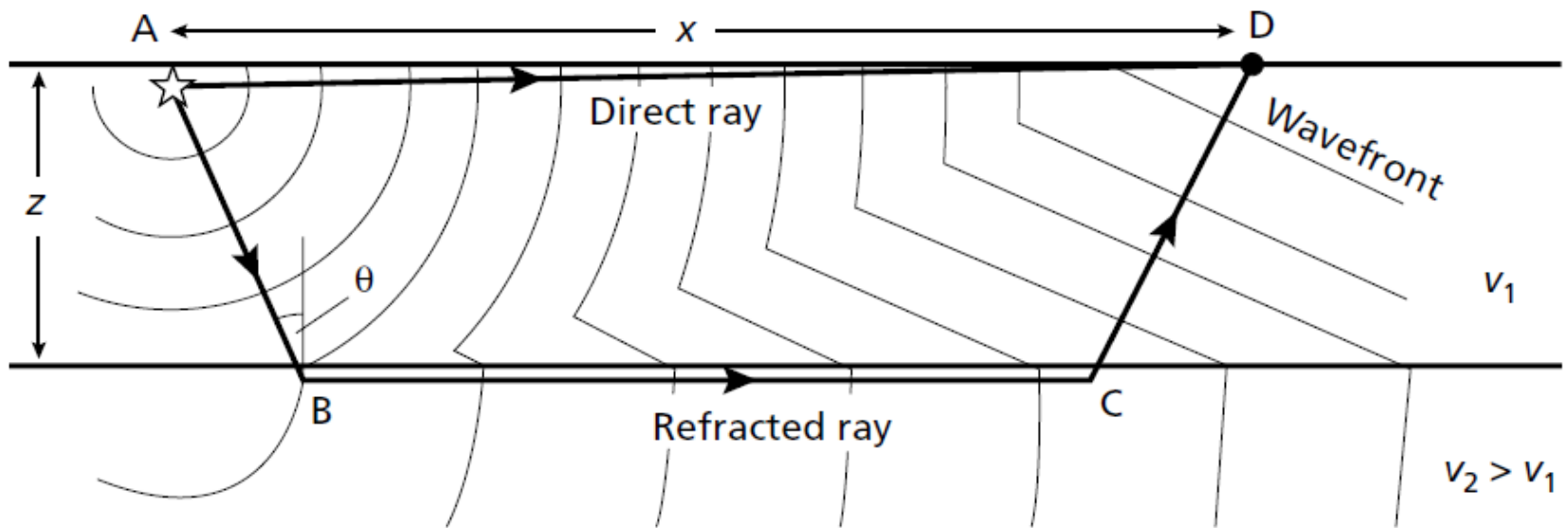
A partir do registro do sismógrafo, obtém-se um gráfico de *tempo vs distância*, como o da figura abaixo.

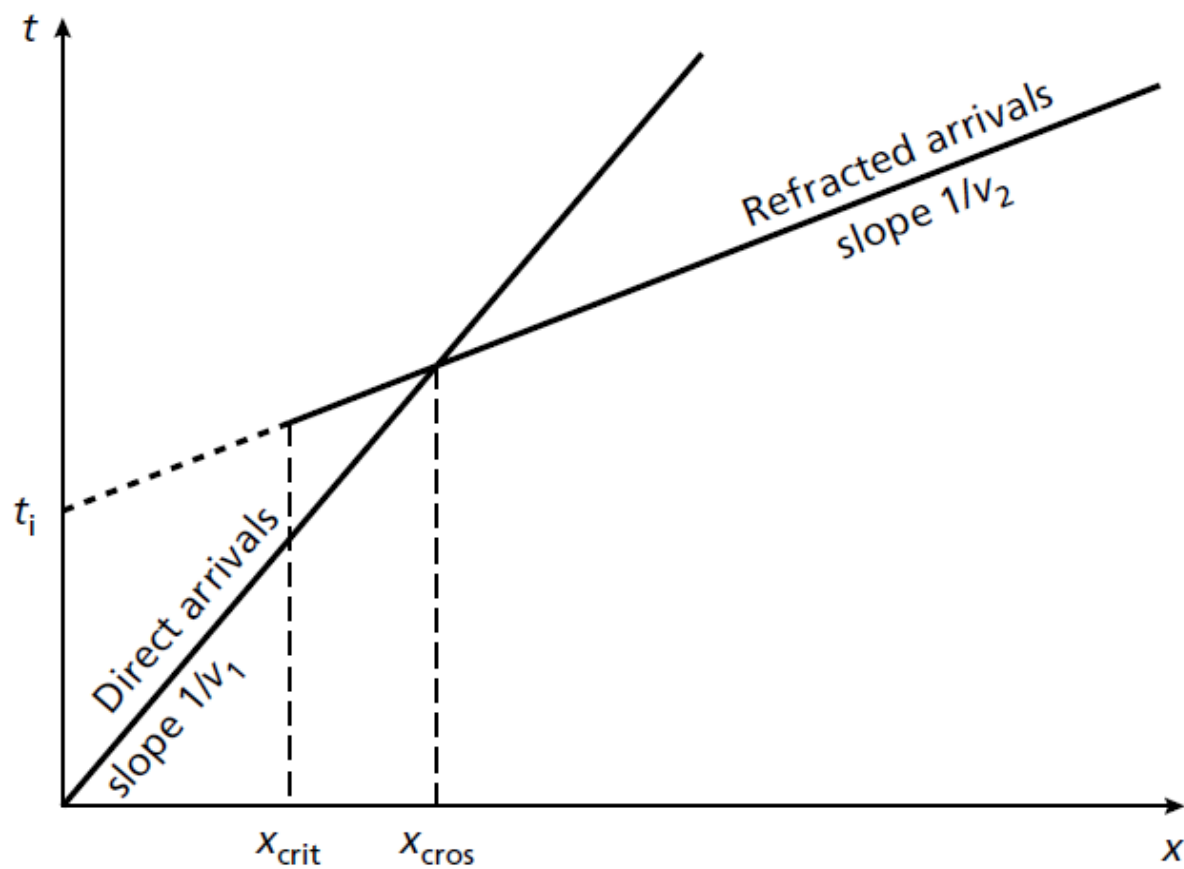


- *Critical distance* (distância crítica) -> distância na qual a chegada das ondas refletidas coincide com a chegada das primeiras ondas criticamente refratadas; idênticos tempos de trânsito ($i_c = i_r$).
- *Crossover distance* -> *offset* no qual as ondas criticamente refratadas atingem o geofone antes das ondas diretas. O *crossover point* indica a mudança no gradiente de velocidade do gráfico.

Geometria do Raio Refratado

- Caso de duas camadas





- O tempo de viagem da onda refratada é dado por: $T_{SG} = T_{SA} + T_{AB} + T_{BG}$

- Temos que: $T_{SA} = T_{BG} = \frac{z}{V_1 \cos i_c}$

$$T_{AB} = \frac{(x - 2z \tan i_c)}{V_2}$$

- Substituindo na primeira expressão temos:

$$T_{SG} = \frac{z}{V_1 \cos i_c} + \frac{(x - 2z \tan i_c)}{V_2} + \frac{z}{V_1 \cos i_c}$$

- Que se simplifica para

$$T_{SG} = \left(1/V_2\right)x + 2z(\cos i_c)/V_1$$

- Como simplificou?

– Utilizando as relações

$$\begin{cases} \sin i_c = V_1/V_2 \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \end{cases}$$

- Então, T_{SG} ? $T_{SG} = x/V_2 + t_i$

$$t_i = 2z\sqrt{V_2^2 - V_1^2} / V_1 V_2$$

$$z = t_i V_1 V_2 / 2\sqrt{V_2^2 - V_1^2}$$

- Utilizando a relação $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$
 $\sin i_c = V_1/V_2 \rightarrow \cos i_c = \sqrt{1 - (V_1/V_2)^2}$

Uso da *crossover distance* no cálculo da profundidade do refrator

- Onda direta $\rightarrow T = x_{cross} / V_1$
- Onda refratada $\rightarrow T = x_{cross} / V_2 + 2z\sqrt{V_2^2 - V_1^2} / V_1 V_2$
- Igualando T temos que

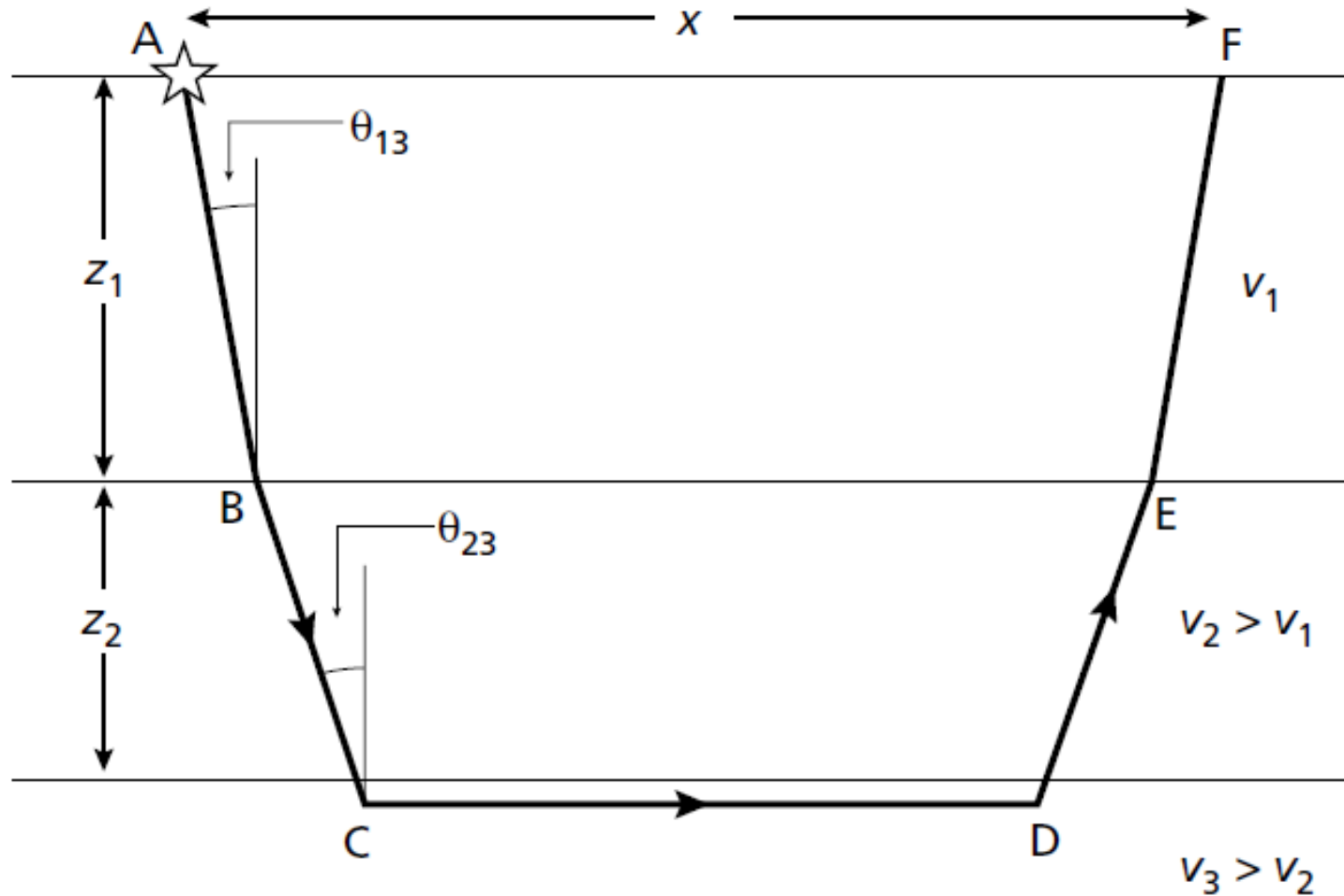
$$x_{cross} / V_1 = x_{cross} / V_2 + 2z\sqrt{V_2^2 - V_1^2} / V_1 V_2$$

- Resolvendo para distância do refrator z e x_{cross} temos que:

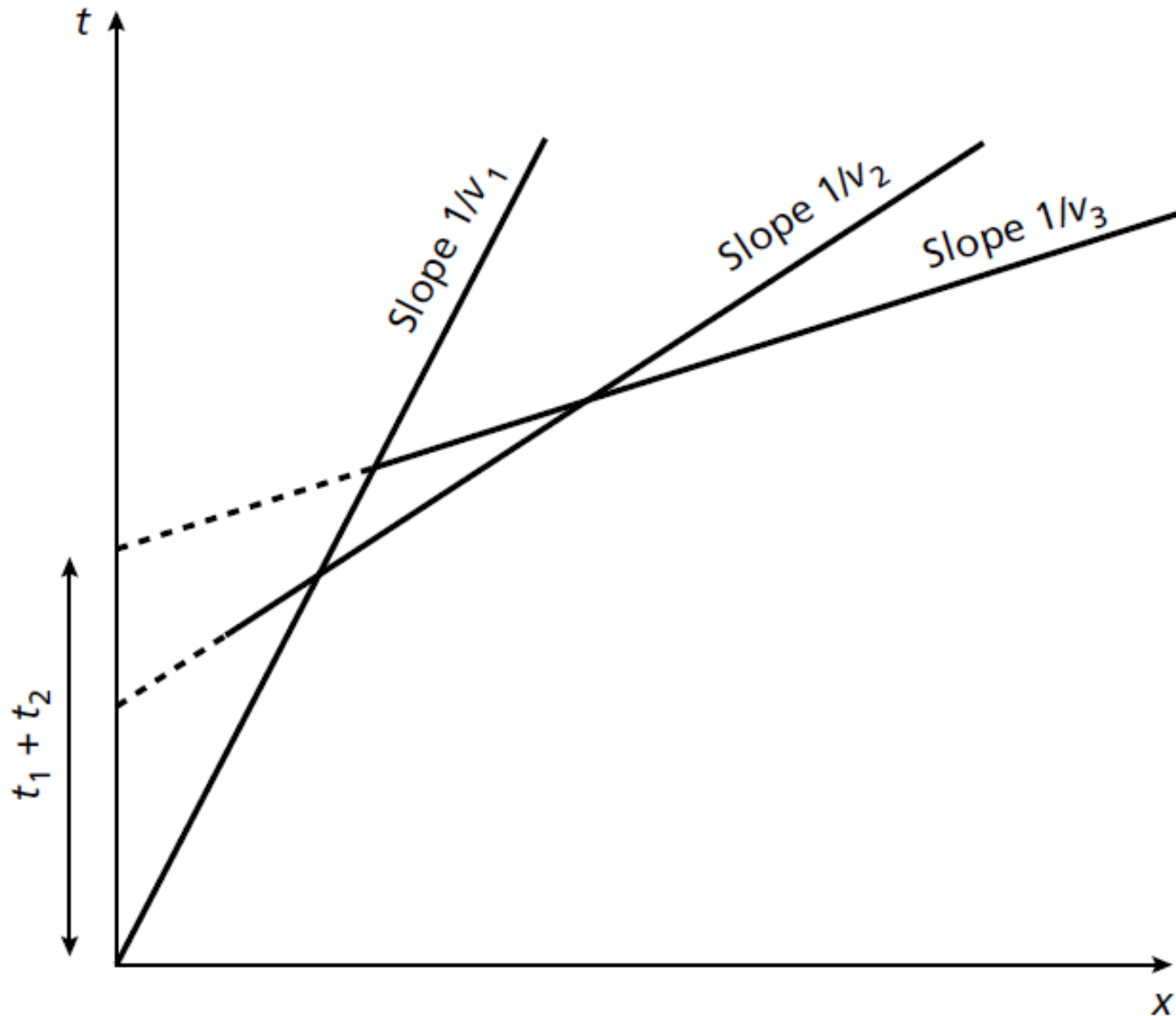
$$z = \frac{1}{2} x_{cross} \sqrt{V_2 - V_1 / V_2 + V_1}$$

$$x_{cross} = 2z\sqrt{V_2 + V_1 / V_2 - V_1}$$

Consideremos agora um caso de três camadas.



O gráfico obtido será com 3 retas agora.



- Temos que:

$$\frac{\sin \theta_1}{V_1} = \frac{\sin \theta_c}{V_2} = \frac{1}{V_3}$$

- A espessura das camadas podem ser calculadas por:

$$z_1 = \frac{t_1 V_1 V_2}{2\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

$$z_2 = \frac{t_2 V_2 V_3}{2\sqrt{V_3^2 - V_2^2}} - \frac{z_1 V_2 \sqrt{V_3^2 - V_1^2}}{V_1 \sqrt{V_3^2 - V_2^2}}$$

Para n -camadas, temos que:

$$T_n = 2 \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_k} \cos \theta_{k(n+1)}$$

$$h_n = \left[\frac{T_n}{2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_k}{v_k} \cos \theta_{k(n+1)} \right] \frac{v_n}{\cos \theta_{n(n+1)}}$$

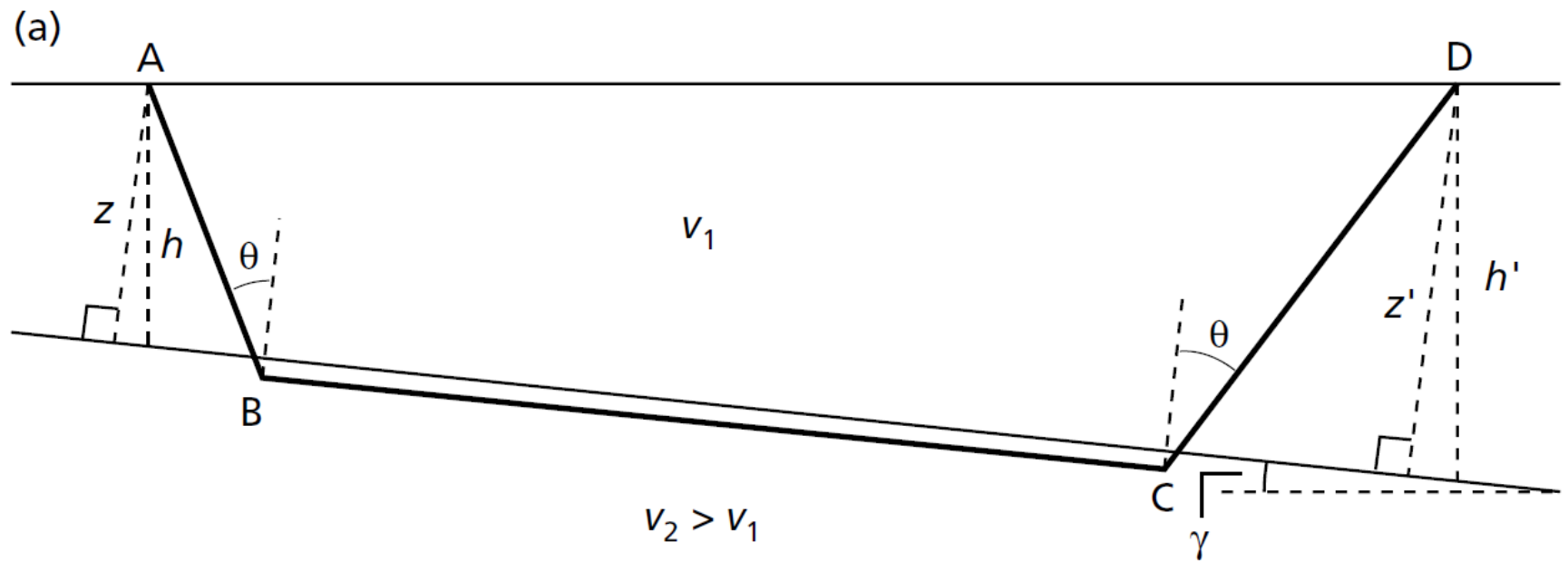
$$t_n = \frac{x}{v_n} + T_n$$

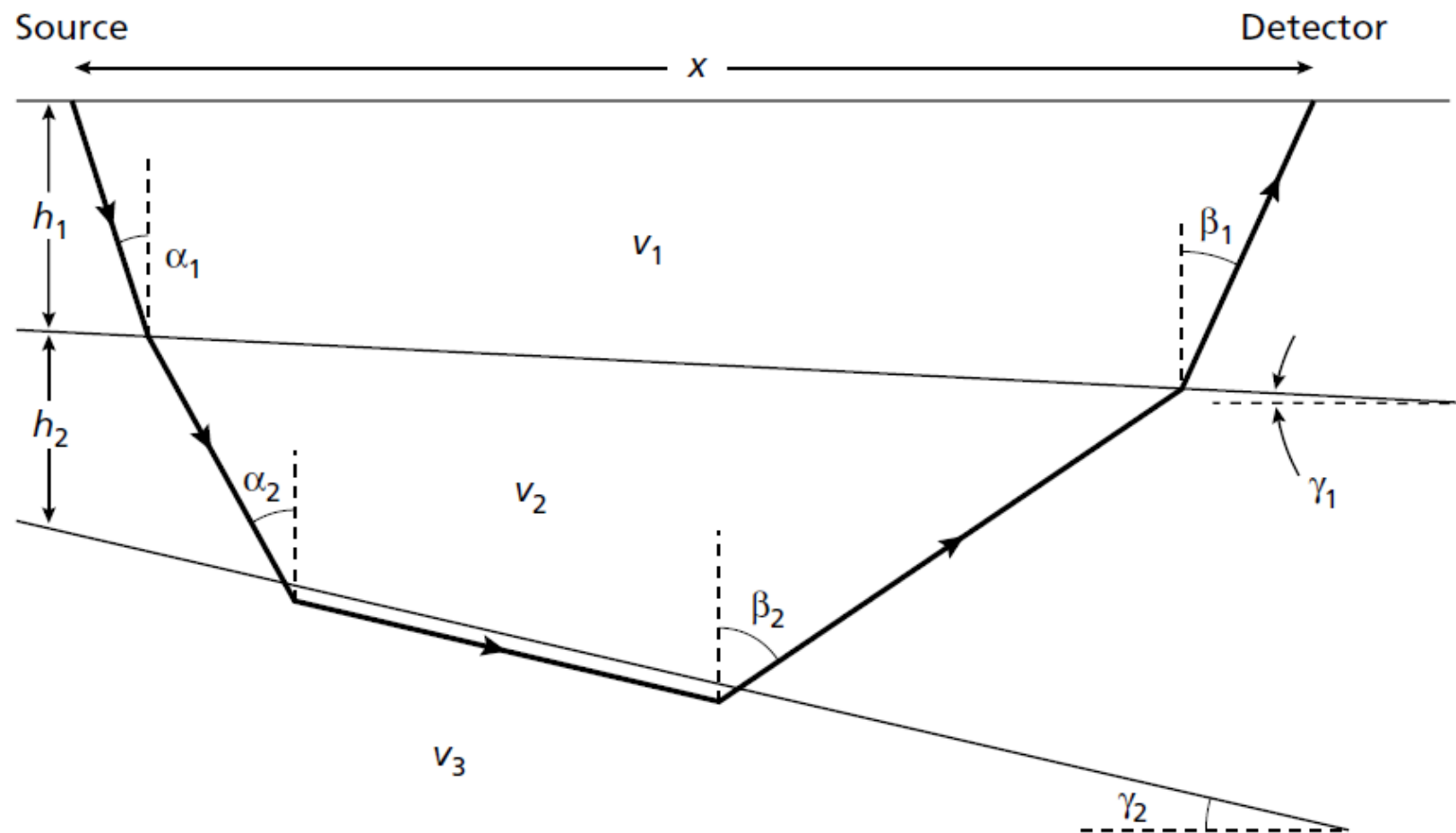
T_n -> ponto que a reta intercepta o eixo y .

h_n -> espessura da camada.

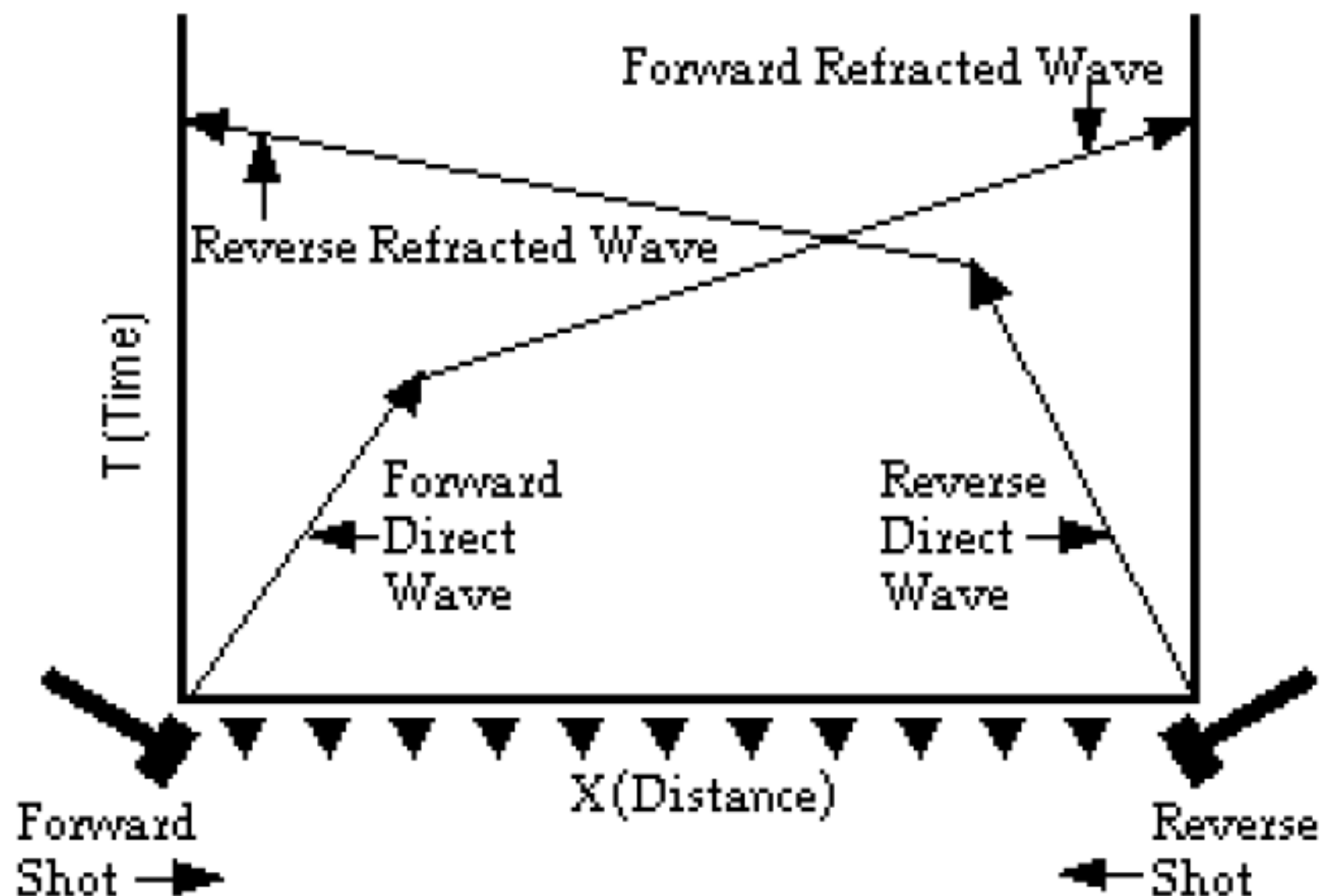
t_n -> equação da reta ($y = ax + b$)

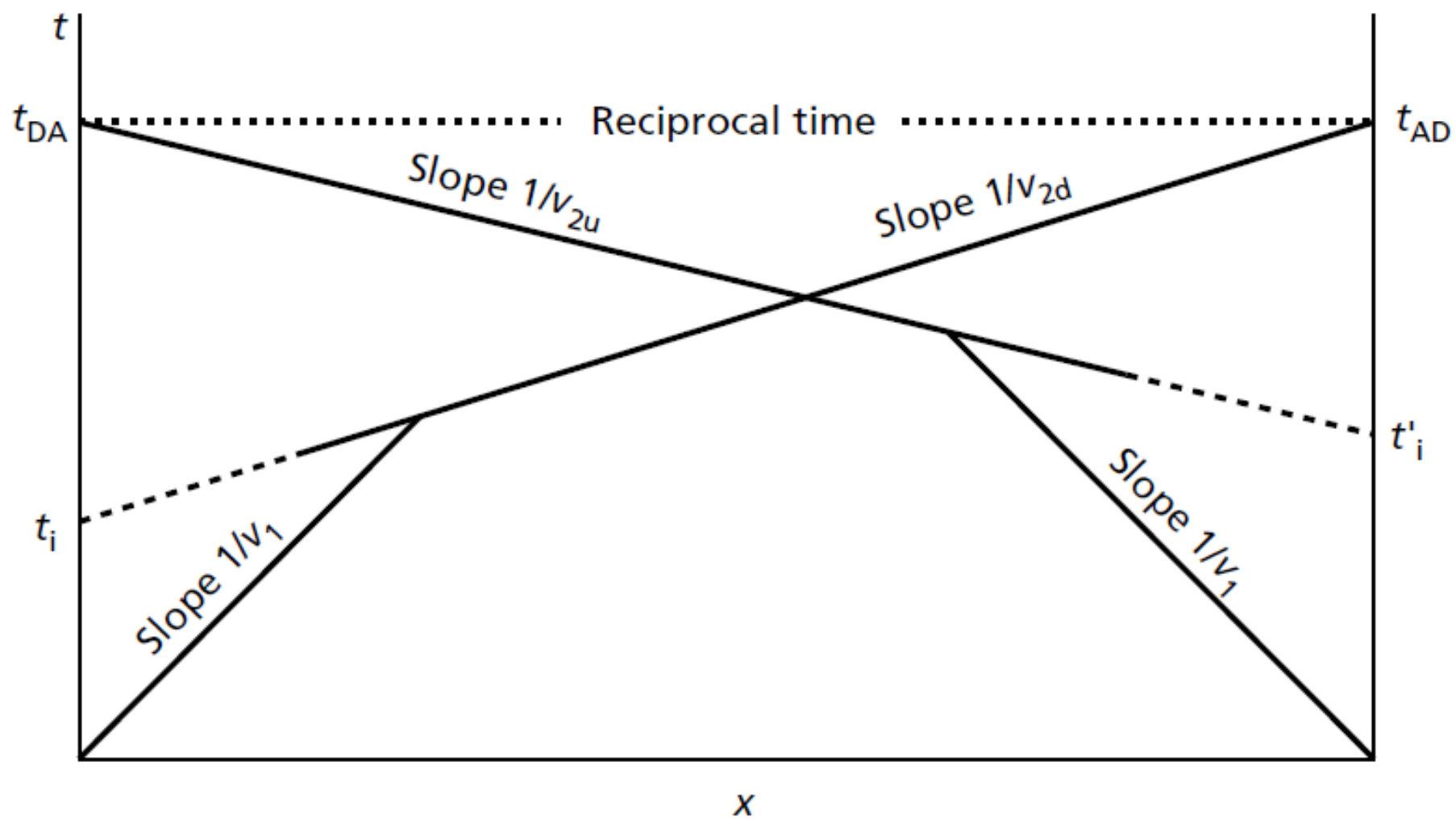
Camada em mergulho





Reverse Coverage T-X Plot for
Two Layer Dipping Model





A forma geral da equação para o tempo de viagem do raio criticamente refratado no n -ésimo refrator mergulhante é dada por

$$t_n = \frac{x \sin \beta_1}{v_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{h_i (\cos \alpha_i + \cos \beta_i)}{v_i}$$

na qual h_i é a espessura vertical diretamente abaixo do ponto de tiro, v_i é a velocidade de propagação da onda, α_i é o ângulo entre o raio que se desloca para baixo e a vertical, β_i é o ângulo entre o raio que se desloca para cima e a vertical, todos relativos à i -ésima camada, e x é a distância entre fonte e receptor.

Para o tiro que mergulha para baixo, temos

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{x \sin \beta_1}{v_1} + \frac{h_1 (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_1} \\ &= \frac{x \sin(\theta_{12} + \gamma_1)}{v_1} + \frac{h_1 \cos(\theta_{12} - \gamma_1)}{v_1} \\ &\quad + \frac{h_1 \cos(\theta_{12} + \gamma_1)}{v_1} \\ &= \frac{x \sin(\theta_{12} + \gamma_1)}{v_1} + \frac{2h_1 \cos \theta_{12} \cos \gamma_1}{v_1} \\ &= \frac{x \sin(\theta_{12} + \gamma_1)}{v_1} + \frac{2z \cos \theta_{12}}{v_1} \end{aligned}$$

Para o tiro que mergulha para cima, temos

$$t'_2 = \frac{x \sin(\theta_{12} - \gamma_1)}{v_1} + \frac{2z' \cos \theta_{12}}{v_1}$$

Nas equações anteriores, z é a distância perpendicular ao refrator abaixo do primeiro tiro (descida), enquanto z' é a distância perpendicular ao refrator abaixo do segundo tiro (subida)

Das equações da reta, para o tiro direto temos

$$1/v_{2d} = \sin(\theta_{12} + \gamma_1)/v_1$$

e para o tiro reverso

$$1/v_{2u} = \sin(\theta_{12} - \gamma_1)/v_1$$

Portanto, temos que

$$\theta_{12} + \gamma_1 = \sin^{-1}(v_1/v_{2d})$$

$$\theta_{12} - \gamma_1 = \sin^{-1}(v_1/v_{2u})$$

e, resolvendo para θ_{12} e γ_1 temos que

$$\theta_{12} = \frac{1}{2}[\sin^{-1}(v_1/v_{2d}) + \sin^{-1}(v_1/v_{2u})]$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}[\sin^{-1}(v_1/v_{2d}) - \sin^{-1}(v_1/v_{2u})]$$

- Velocidade na camada 2 dada por:

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_u} + \frac{1}{v_d} \right)$$

ou $v_2 = \frac{v_1}{\sin \theta_c}$

- As distâncias z e z' podem ser encontradas através dos tempos de interceptação t_i e t'_i dos tempos de viagem dos tiros direto e inverso, respectivamente. São dadas por

$$z = v_1 t_i / 2 \cos \theta_{12} \qquad z' = v_1 t'_i / 2 \cos \theta_{12}$$

- Velocidade na camada 2 dada por:

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_u} + \frac{1}{v_d} \right)$$

ou $v_2 = \frac{v_1}{\sin \theta_c}$

- As distâncias z e z' podem ser encontradas através dos tempos de interceptação t_i e t'_i dos tempos de viagem dos tiros direto e inverso, respectivamente. São dadas por

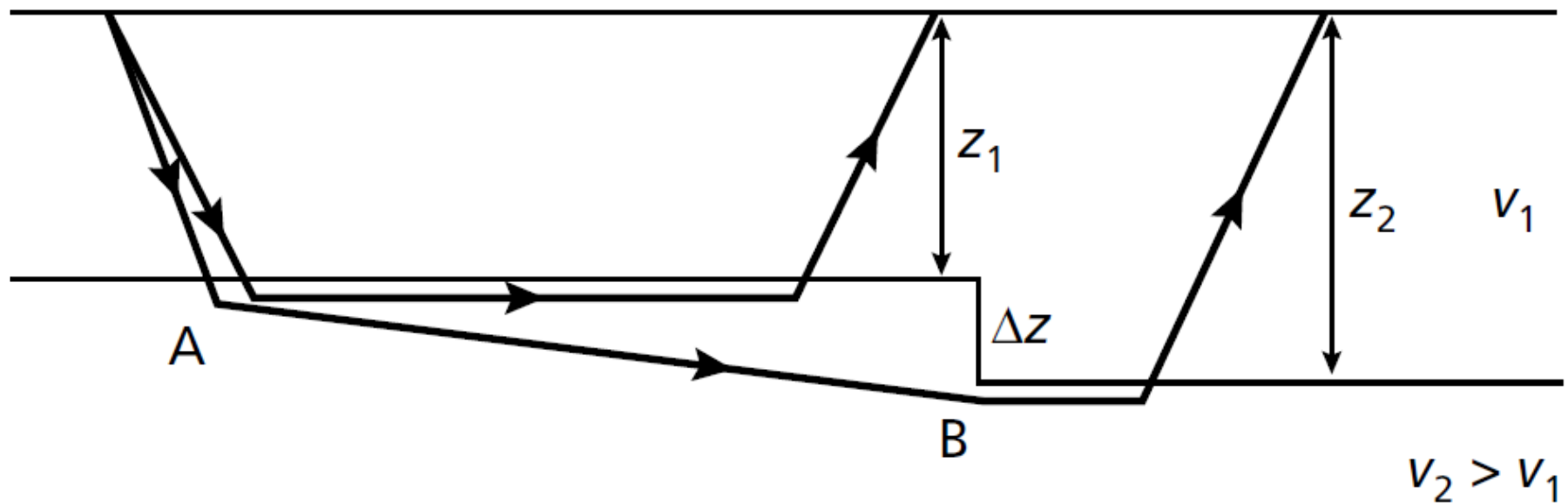
$$z = v_1 t_i / 2 \cos \theta_{12} \qquad z' = v_1 t'_i / 2 \cos \theta_{12}$$

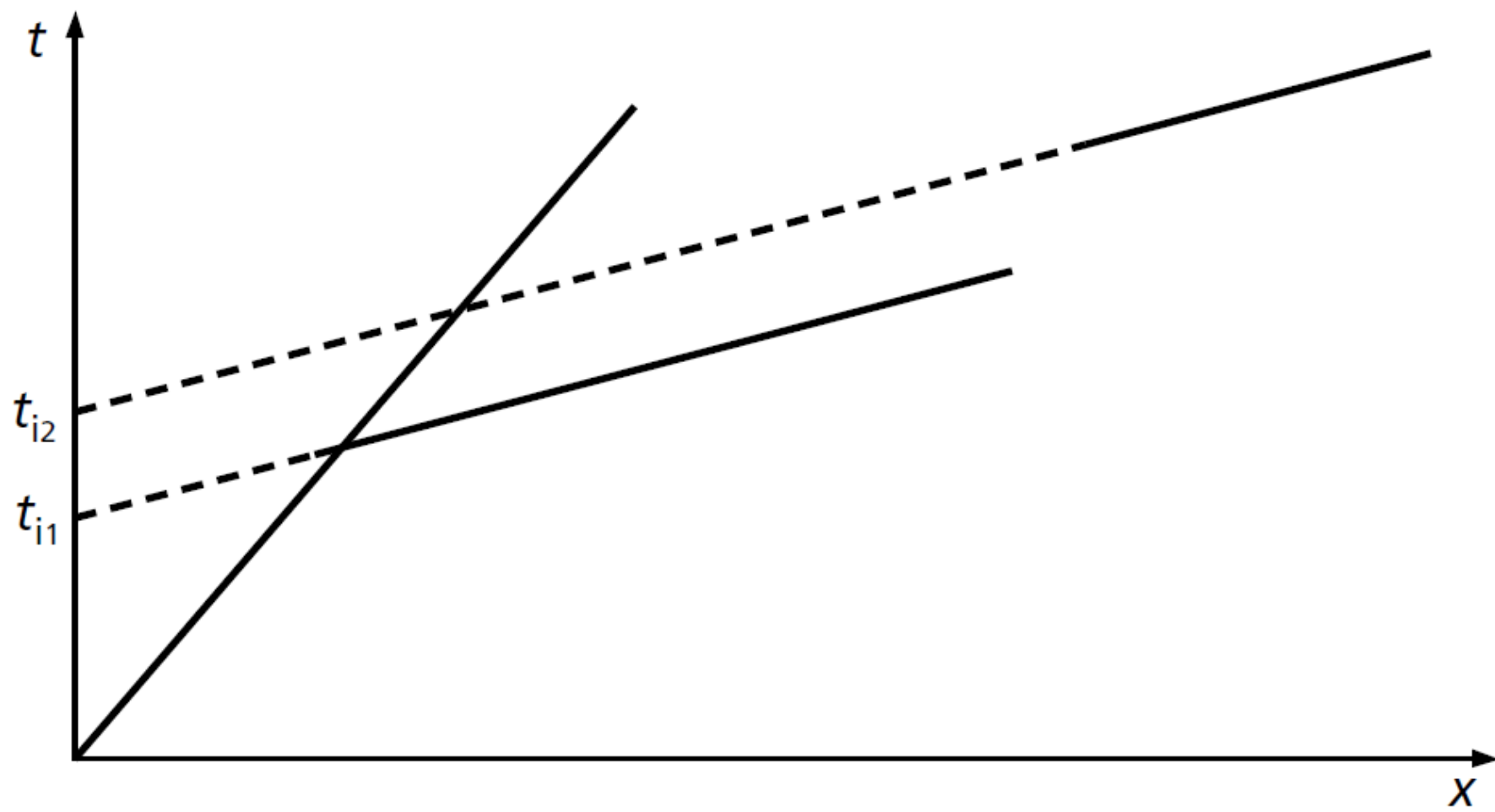
- As profundidades perpendiculares podem ser convertidas, então, em profundidades verticais h e h' , dadas por

$$h = z / \cos \gamma_1 \qquad h' = z' / \cos \gamma_1$$

- Note que o tempo de viagem de um ponto a outro da linha do perfil, seja direto ou reverso, deve ser o mesmo, de modo que $t_{AD} = t_{DA}$.

Camada com degrau (falha)





- O efeito de uma falha que desloca um refletor planar é causar um “deslocamento” no gráfico do tempo de viagem relativo a lados opostos da falha.
- Há dois tempos de interceptação, cada um associado a uma profundidade, e a diferença (positiva) ΔT entre esses tempos está relacionada ao tamanho do rejeito, de forma que

$$\Delta T \approx \frac{\Delta z \cos \theta}{v_1}$$

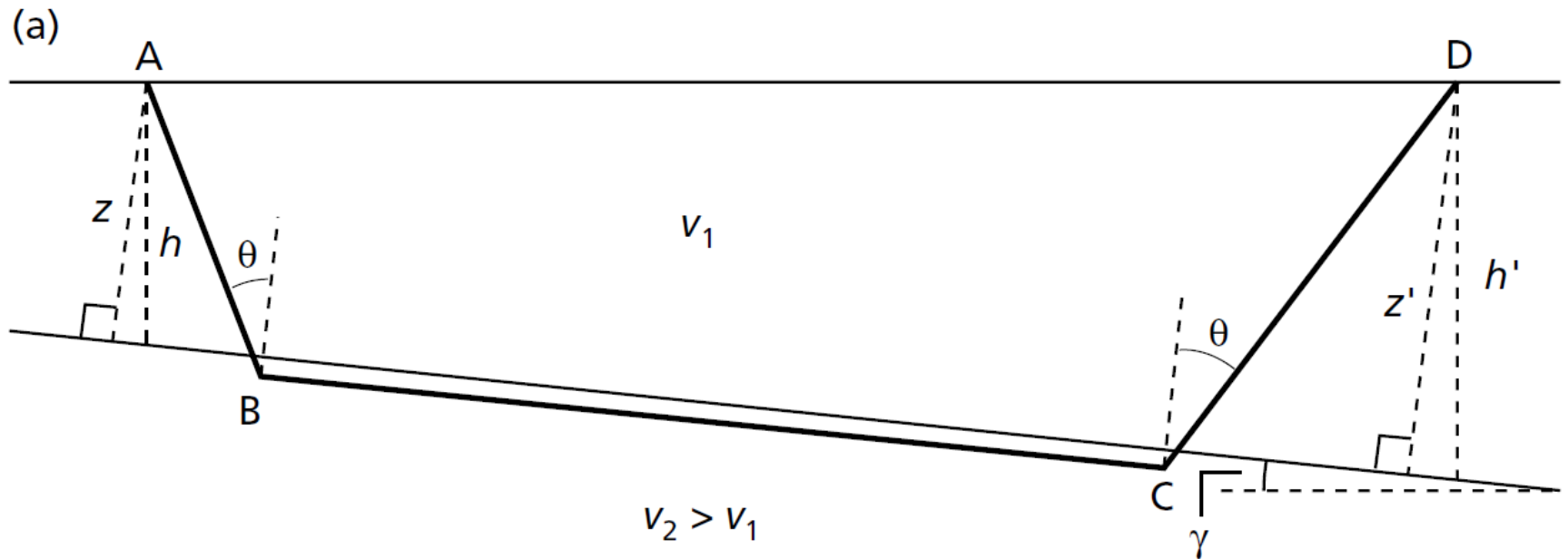
$$\Delta z \approx \frac{\Delta T v_1}{\cos \theta} = \frac{\Delta T v_1 v_2}{(v_2^2 - v_1^2)^{1/2}}$$

- Há uma aproximação nessa fórmula, uma vez que o raio que viaja para a “base” do rejeito não é criticamente refratado em A e envolve difração na base B.
- Entretanto, o erro é negligenciável quando o rejeito é pequeno comparado à profundidade do refrator.

Geometria dos perfis de aquisição para estudo de camadas planares

- A geometria de campo convencional para um perfil de sísmica de refração envolve disparar em cada ponta do perfil e recordar as chegadas ao longo da linha de ambos tiros.

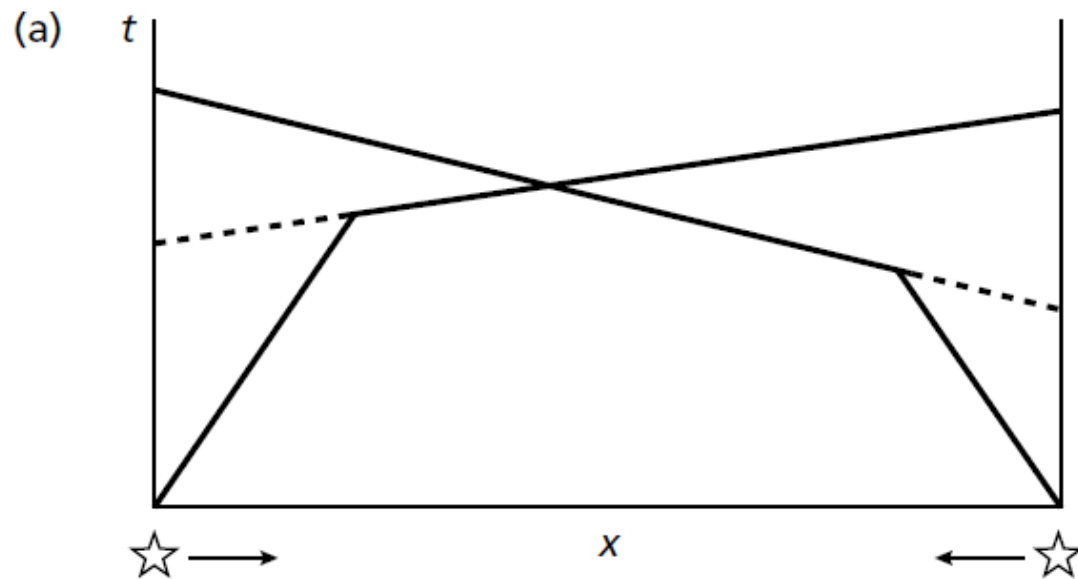
- Em relação à figura, apenas a parte central do refrator (de B a C) é amostrada por raios refratados detectados entre A e D.



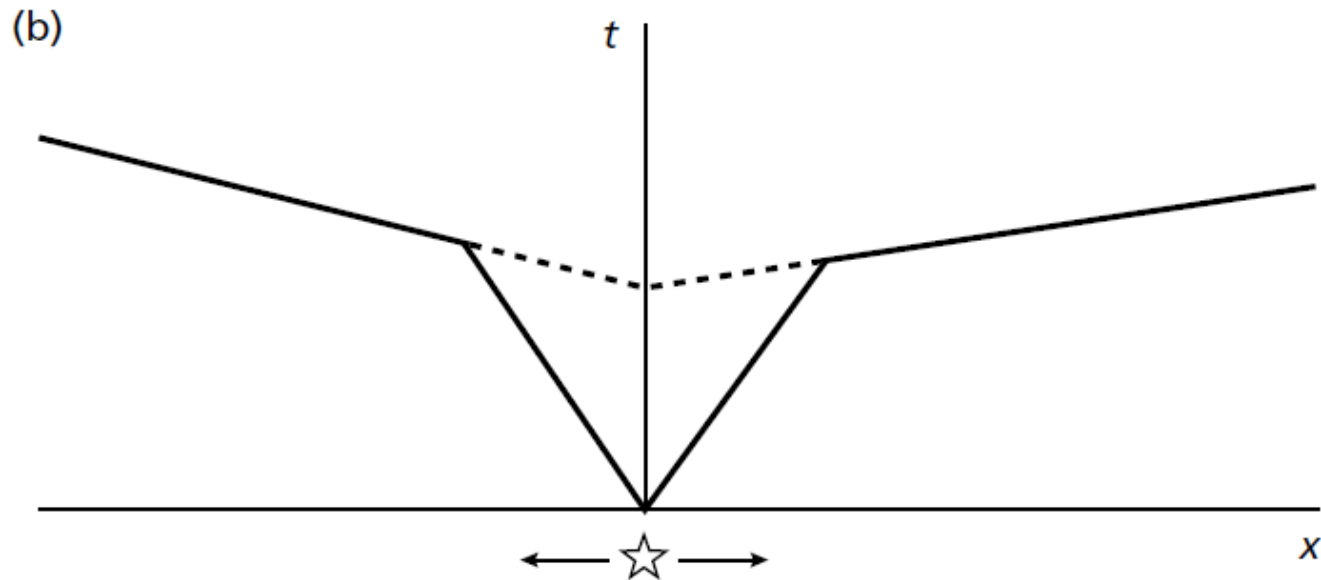
- Profundidades interpretadas do refrator sob os pontos finais da linha do perfil são estimados, baseados na geometria do refrator, e não medidos diretamente.
- Onde cobertura contínua da geometria do refrator é requerida ao longo de uma série de perfis, linhas de aquisição individuais deveriam ser arranjadas de forma a se sobrepor umas às outras, de modo que todas as partes do refrator sejam diretamente medidas pelas ondas criticamente refratadas.

- Profundidades interpretadas do refrator sob os pontos finais da linha do perfil são estimados, baseados na geometria do refrator, e não medidos diretamente.
- Onde cobertura contínua da geometria do refrator é requerida ao longo de uma série de perfis, linhas de aquisição individuais deveriam ser arranjadas de forma a se sobrepor umas às outras, de modo que todas as partes do refrator sejam diretamente medidas pelas ondas criticamente refratadas.

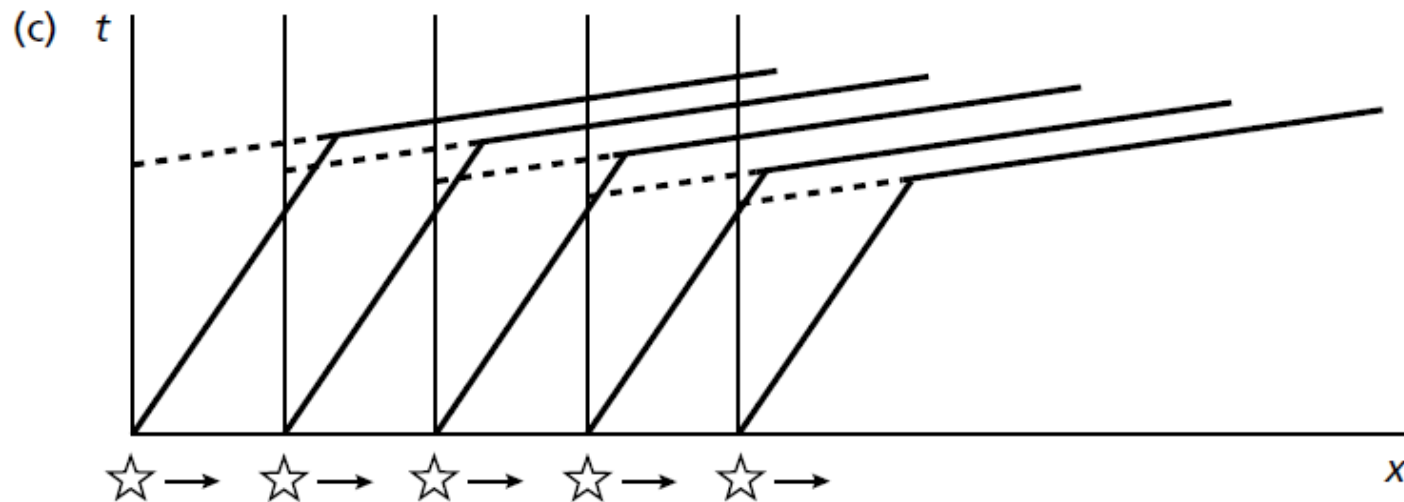
- Método do perfil reverso



- Método do perfil dividido

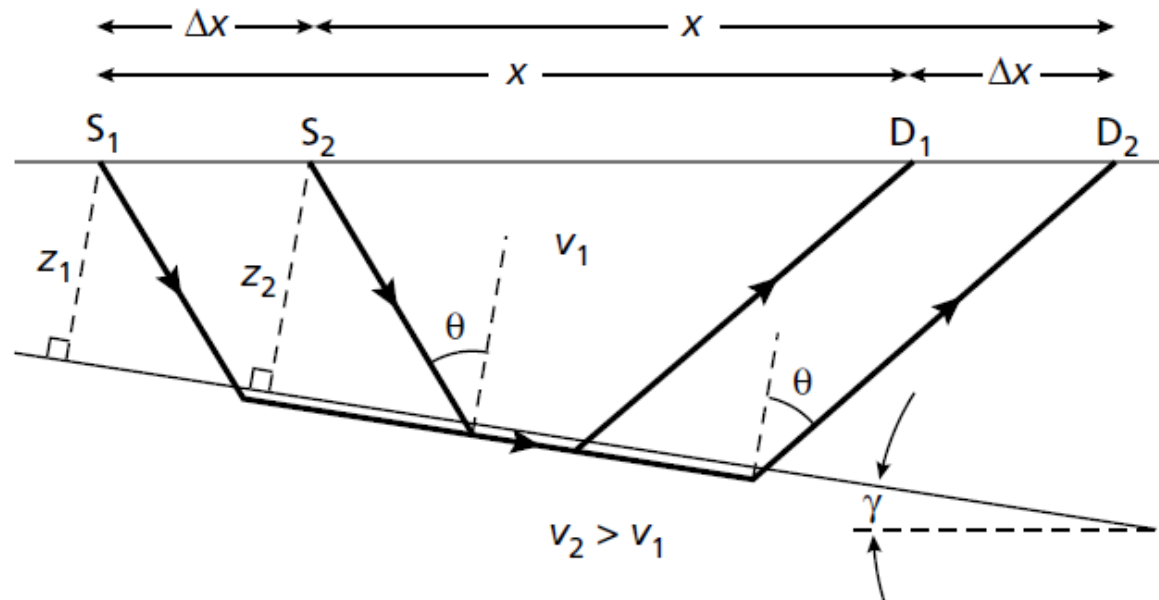


- Método do perfil com apenas um final -> muitos usado para se determinar as camadas superficiais de baixa velocidade.



- Para se obter um valor do mergulho do refrator, estimativas de velocidade aparente são necessárias em ambas direções diretas e reversas.
- A repetição de um tiro direto permite uma velocidade aparente na direção direta.

- Para computar a velocidade aparente na direção reversa, considere dois caminhos de raios refratados das fontes superficiais S_1 e S_2 , medidos nos detectores superficiais D_1 e D_2 .
- A distância de offset é x nos dois casos, a separação Δx de S_1 e S_2 e D_1 e D_2 é a mesma nos dois casos



- A equação do tempo de viagem entre S_1 e D_1 é

$$t_1 = \frac{x \sin(\theta + \gamma)}{v_1} + \frac{2z_1 \cos \theta}{v_1}$$

- A equação do tempo de viagem entre S_2 e D_2 é

$$t_2 = \frac{x \sin(\theta + \gamma)}{v_1} + \frac{2z_2 \cos \theta}{v_1}$$

- Nas equações, z_1 e z_2 são as profundidades perpendiculares ao refrator sob os pontos de tiro S_1 e S_2 .

- Sabendo que $z_2 - z_1 = \Delta x \sin \gamma$
 $\therefore z_2 = z_1 + \Delta x \sin \gamma$
- E calculando $t_2 - t_1$, temos

$$\begin{aligned}
 t_2 - t_1 = \Delta t &= \frac{\Delta x}{v_1} (2 \sin \gamma \cos \theta) \\
 &= \frac{\Delta x \sin(\theta + \gamma)}{v_1} - \frac{\Delta x \sin(\theta - \gamma)}{v_1}
 \end{aligned}$$

- Substituindo acima as equações para velocidade aparente de subida e descida, temos que

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{v_{2d}} - \frac{1}{v_{2u}}$$

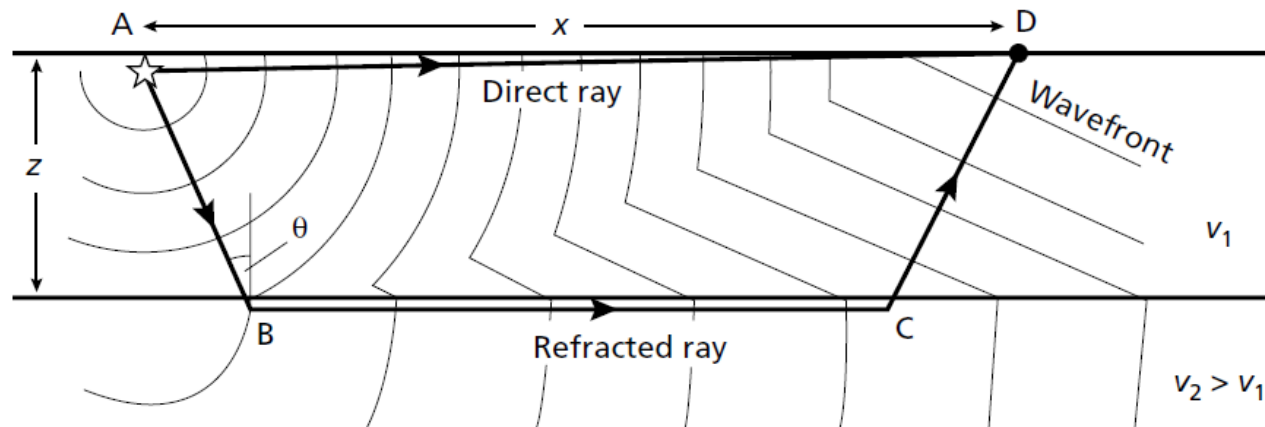
Interfaces Irregulares

- Assumir refração em interfaces planares leva a erros inaceitáveis ou imprecisão na interpretação de dados de sísmica de refração.
- O gráfico do (tempo de trânsito) vs (distância) fornece uma ideia da geometria predominante do refrator.
 - Sequência de camadas de refratores planos geram uma série de segmento de retas
- Gráficos irregulares de (tempo de trânsito) vs (distância) são um indicativo de refratores irregulares
 - Ou uma variação lateral da velocidade em cada camada
- Métodos de interpretação de tais gráficos irregulares, e como determinar a geometria não-planar do refrator são baseados no conceito do tempo de atraso (*delay time*)

Tempo de Atraso

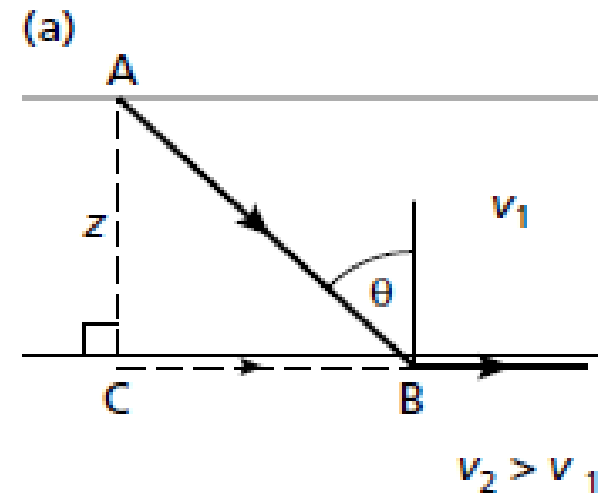
- Para a situação apresentada, o tempo de trânsito t é dado por

$$t = \frac{x}{v_2} + t_i$$



Tempo de Atraso

- O tempo de intercepto t_i pode ser considerado como composto de dois tempos de atraso resultante da presença de uma camada acima de cada final do caminho da raio.
- O tempo de atraso $\delta_t = t_{AB} - t_{BC}$



Tempo de Atraso

$$\begin{aligned}\delta_t &= t_{AB} - t_{BC} \\ &= \frac{AB}{v_1} - \frac{BC}{v_2} \\ &= \frac{z}{v_1 \cos \theta} - \frac{z}{v_2} \tan \theta \\ &= \frac{z}{v_1 \cos \theta} - \frac{z \sin \theta}{v_1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{z(1 - \sin^2 \theta)}{v_1 \cos \theta} = \frac{z \cos \theta}{v_1} \\ &= \frac{z(v_2^2 - v_1^2)^{1/2}}{v_1 v_2}\end{aligned}$$

- Portanto, o tempo de atraso pode ser convertido na profundidade do refrator se v_1 e v_2 são conhecidos, via

$$z = \delta_t v_1 / \cos \theta = \delta_t v_1 v_2 / (v_2^2 - v_1^2)^{1/2}$$

Tempo de Atraso

- O tempo de atraso t_i pode ser reescrito como

$$t = \frac{x}{v_2} + \delta_{ts} + \delta_{td}$$

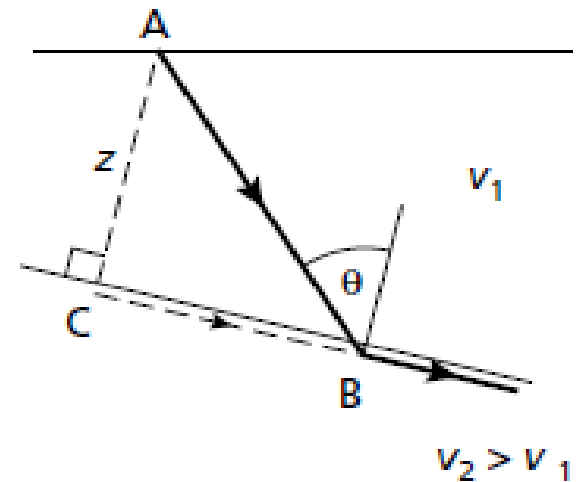
na qual δ_{ts} e δ_{td} são os tempos de atraso na ponta do tiro e na ponta do detector no caminho do raio refratado.

- Note que no caso de um refrator horizontal,

$$t = \frac{x}{v_2} + \frac{z \cos \theta}{v_1} + \frac{z \cos \theta}{v_1} = \frac{x}{v_2} + \frac{2z \cos \theta}{v_1}$$

Tempo de Atraso

- Na presença de um refrator mergulhante o tempo de atraso é definido similarmente exceto que a geometria do triângulo ABC rotacional com o refrator



Tempo de Atraso

- O tempo de atraso se relaciona com a profundidade z por

$$z = \delta_t \nu_1 / \cos \theta = \delta_t \nu_1 \nu_2 / (v_2^2 - v_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

- Agora z é a profundidade do refrator em A medido normal à superfície do refrator.

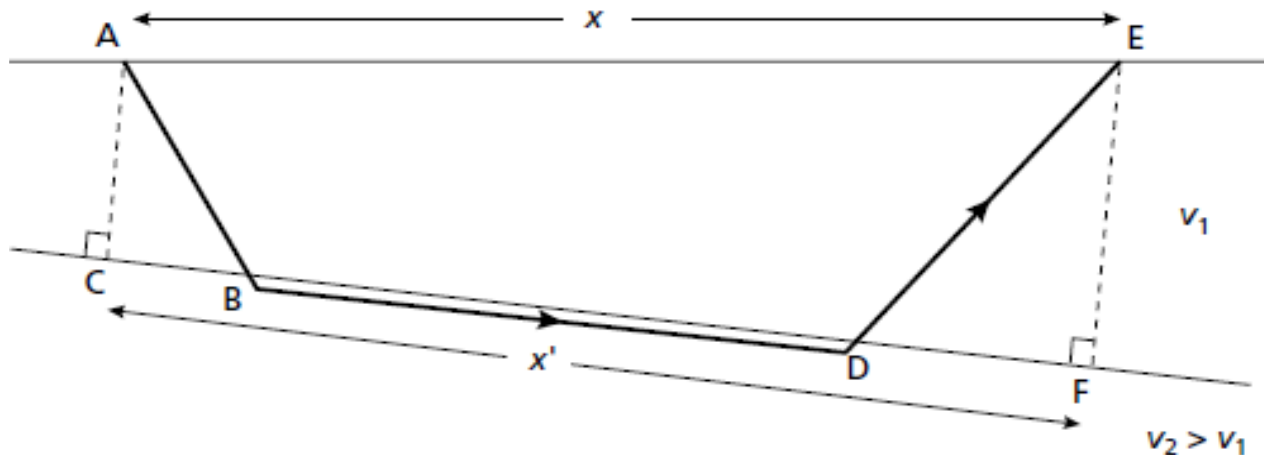
Tempo de Atraso

- O tempo de percurso agora é dado por

$$t = \frac{x'}{v_2} + \delta_{ts} + \delta_{td}$$

$$\delta_{ts} = t_{AB} - t_{BC}$$

$$\delta_{td} = t_{DE} - t_{DF}$$

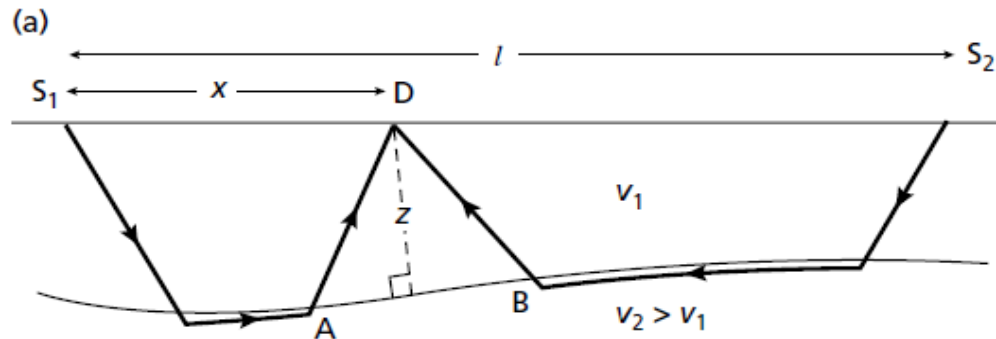


Tempo de Atraso

- Para mergulhos rasos, $x' \approx x$
 - É o caso também quando o rejeito no refrator é pequeno se comparado à média da profundidade do refrator.
- Tempos de atraso não podem ser medidos diretamente
- Método 'menos-mais' de Hagedoorn (1959) fornece meios de solucionar

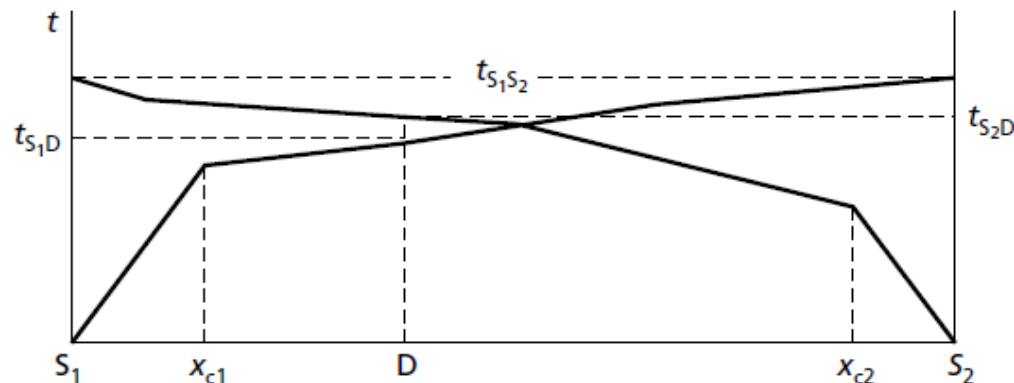
$$t = \frac{x}{v_2} + \delta_{ts} + \delta_{td}$$

O método 'menos-mais'



$$t_{S_1 S_2} = l/v_2 + \delta_{tS_1} + \delta_{tS_2}$$

δ_{tS_1} e δ_{tS_2} são os tempos de atraso nos pontos de tiro



O método 'menos-mais'

- Para raios viajando para uma posição intermediária de detector D a partir de cada extremo da linha, os tempos de trânsito são, partindo de S_1 (tiro direto) e S_2 (tiro reverso):

$$t_{S_1 D} = \frac{x}{v_2} + \delta_{tS_1} + \delta_{tD}$$

$$t_{S_2 D} = \frac{l - x}{v_2} + \delta_{tS_2} + \delta_{tD}$$

nas quais δ_{tD} é o tempo de atraso no detector.

O método 'menos-mais'

- v_2 não pode ser obtido diretamente do gráfico (irregular)
- Mas pode ser estimado via 'termo *menos* de Hagedoorn', obtido via cálculo de $t_{S_1D} - t_{S_2D}$

$$t_{S_1D} - t_{S_2D} = \frac{2x}{v_2} - \frac{l}{v_2} + \delta_{tS_1} - \delta_{tS_2}$$

$$t_{S_1D} - t_{S_2D} = \frac{2x - l}{v_2} + \delta_{tS_1} - \delta_{tS_2}$$

O método 'menos-mais'

- A subtração $t_{S_1D} - t_{S_2D} = \frac{2x-l}{v_2} + \delta_{tS_1} - \delta_{tS_2}$ elimina a variável δ_{tD} (dependente da posição do geofone).
- Uma vez que os últimos dois termos do lado direito da equação são constantes para uma linha particular do perfil, um gráfico de $(t_{S_1D} - t_{S_2D})$ vs $(2x - l)$ tem inclinação $\frac{1}{v_2}$.

O método 'menos-mais'

- Se a premissa do método 'menos-mais' for válida, o gráfico do tempo de subtração será uma linha reta.
- Portanto, é um gráfico valioso para controle de qualidade.

O método 'menos-mais'

- Da soma $t_{S_1D} + t_{S_2D}$, obtemos

$$t_{S_1D} + t_{S_2D} = \frac{l}{v_2} + \delta_{tS_1} + \delta_{tS_2} + 2\delta_{tD}$$

Usando

temos
$$t_{S_1S_2} = l/v_2 + \delta_{tS_1} + \delta_{tS_2}$$

$$t_{S_1D} + t_{S_2D} = t_{S_1S_2} + 2\delta_{tD}$$

Portanto

$$\delta_{tD} = \frac{1}{2} (t_{S_1D} + t_{S_2D} - t_{S_1S_2})$$

O método 'menos-mais'

- O tempo de atraso $\delta_{tD} = \frac{1}{2} (t_{S_1D} + t_{S_2D} -$

$$z = \delta_t v_1 / \cos \theta = \delta_t v_1 v_2 / (v_2^2 - v_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

O método 'menos-mais'

- Notar que o valor de todos os tempos de atraso dependem do *tempo recíproco*
 - *tempo recíproco* é o tempo gasto para a onda percorrer de uma ponta a outra do perfil, que deve ser o mesmo para o tiro direto e para o tiro reverso.
- Erros na medida do tempo recíproco (que geralmente apresentam a menor razão sinal-ruído) introduzem um erro constante em todos os tempos de atraso.

O método ‘menos-mais’

- O ‘termo mais’ e, portanto, uma profundidade local do refrator pode ser computada para todas as posições de detectores para as quais a chegada da frente da onda são reconhecidas nos dois extremos da linha.
 - Na prática, normalmente significa a porção da linha do perfil entre as distâncias de crossovers x_{c1} e x_{c2}

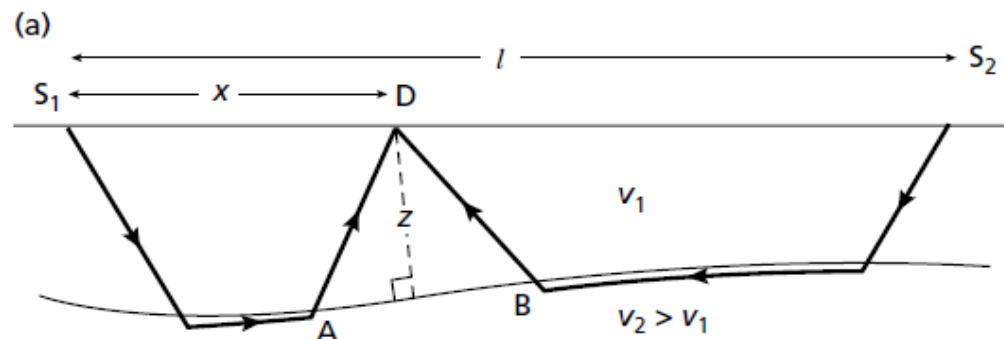
O método ‘menos-mais’

- Onde um refrator é coberto por mais de uma camada, a equação para profundidade não pode ser usada diretamente para obter a profundidade através do tempo de atraso. Neste caso
 - Ou a espessura de cada camada é computada separadamente usando as chegadas refratadas das interfaces mais rasas
 - Ou uma velocidade média é usada no lugar de v_1 na equação da profundidade para se obter uma conversão em profundidade.

$$z = \delta_t v_1 / \cos \theta = \delta_t v_1 v_2 / (v_2^2 - v_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

O método 'menos-mais'

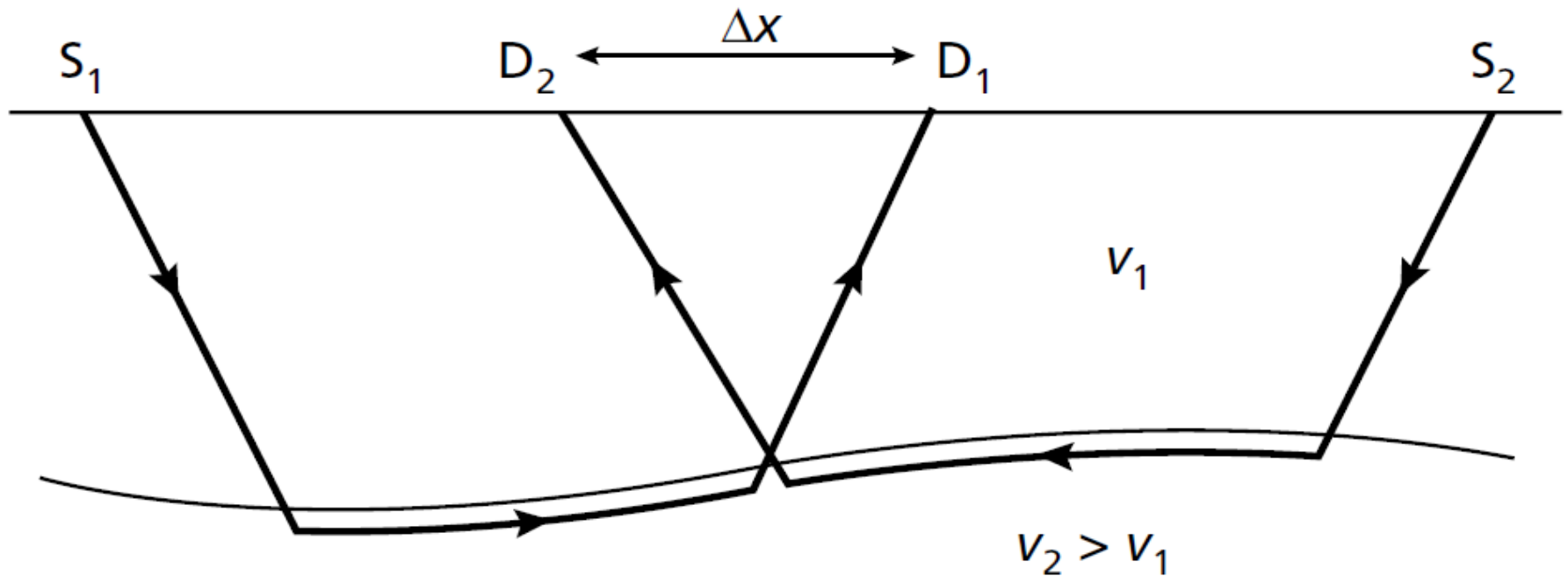
- O método só é aplicável para refratores que apresentem mergulhos rasos ($\leq 10^\circ$)
 - Para mergulhos maiores, $x \neq x'$
- Além, há um fator de suavização inerente ao método:
 - Ao computar o 'termo mais' para cada detector, o refrator é assumido plano entre os pontos de emergência do refrator no tiro direto e no tiro reverso (pontos A e B).



O método recíproco generalizado

- O problema da suavização do método 'mais-menos' é solucionado no método recíproco generalizado de interpretação de refração.
- A solução se dá combinando os raios diretos e reversos que deixam o refrator aproximadamente no mesmo ponto e chegam em diferentes posições de detectores separados por uma distância Δx

O método recíproco generalizado



O método recíproco generalizado

- O método usa uma função de análise de velocidade t_v dada por

$$t_v = \frac{1}{2} (t_{S_1 D_1} + t_{S_2 D_2} - t_{S_1 S_2})$$

com os valores sendo referente ao ponto médio entre cada par de posições de detectores D_1 e D_2 .

- Para casos onde $D_1 = D_2 = D$ (isto é, $\Delta x = 0$), a equação acima se reduz a uma forma similar ao ‘termo menos’ de Hagedoorn.

O método recíproco generalizado

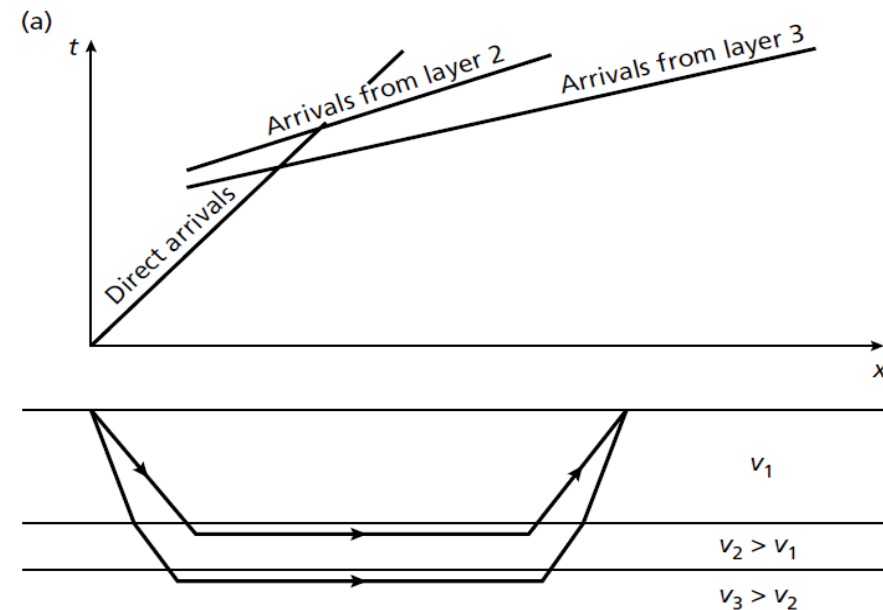
- O valor ótimo para Δx para um levantamento é o que produz a melhor aproximação a uma reta quando se produz um gráfico de t_v vs x .
- A interpretação de modo geral é mais complexa que no método 'menos-mais', embora resulte em melhores discriminações de velocidade, resolução lateral e estimativas de profundidade.
- Requer cobertura de dados mais densa que o 'menos-mais'.

Camadas Escondidas e Cegas

- É possível que camadas existam mas não produzam nenhuma onda refratada de primeira-chegada.
 - Camada indetectável
 - Dados observados interpretados erroneamente com os modelos obtidos até o momento.
- Para ser detectável:
 - $v_i < v_{i+1}$
 - Possuir espessura velocidade de modo que as frentes de onda sejam as primeiras a chegarem em algum ponto.

Camada Escondida

- Uma *camada escondida* é uma que, enquanto produz onda refratada, não dá surgimento a primeiras chegadas.
 - Pouca espessura da camada
 - Velocidade próxima à camada superior



Camada Cega

- Uma *camada cega* é resultado de uma camada de baixa velocidade ($v_i < v_{i+1}$), que não apresenta ondas criticamente refratadas.
 - Levam a uma superestimação da profundidade das interfaces.

