

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2021/22

Compito del 10/01/2023

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

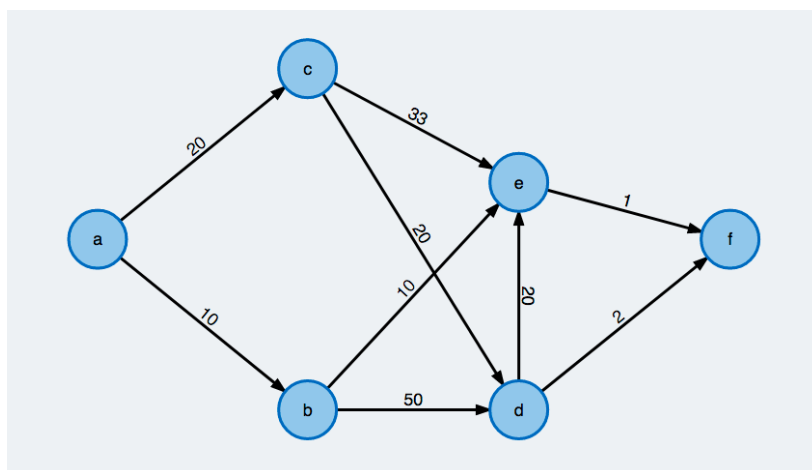
E-mail: _____

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

Avvertenza: Si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative gli esercizi non verranno valutati pienamente.

1. Si consideri una tabella Hash di dimensione $m = 8$, e indirizzamento aperto con doppio Hashing basato sulle funzioni $h_1(k) = k \bmod m$ e $h_2(k) = 1 + 2 * (k \bmod (m - 3))$. Si descriva in dettaglio come avviene l'inserimento della sequenza di chiavi: 10, 66, 71, 157.
2. In un grafo non orientato e pesato G , costituito da 10 vertici e 8 archi, risulta che i pesi degli archi sono uguali tra di loro. Stabilire (giustificando la risposta) quale delle seguenti affermazione è corretta:
 - a) G non possiede un albero di copertura minimo
 - b) G possiede esattamente un albero di copertura minimo
 - c) G possiede più di un albero di copertura minimo
3. Si supponga di eseguire l'algoritmo di Dijkstra sul seguente grafo:



In quale ordine verranno estratti i vertici del grafo e quante operazioni di rilassamento (“relax”) realizzerà l'algoritmo

- a) nel caso in cui si utilizzi “a” come vertice sorgente?
- b) nel caso in cui si utilizzi “f” come vertice sorgente?

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2021/22

Compito del 10/01/2023

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

Avvertenza: Si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative gli esercizi non verranno valutati pienamente.

1. Sia T un albero binario i cui nodi x hanno i campi **left**, **right** e **key**, dove **key** è un numero intero. L'albero si dice *k-compreso*, per un certo numero naturale k , se per ogni nodo x la somma delle chiavi dei nodi dell'albero radicato in x è compresa tra $-k$ e k .
 - a. Scrivere una funzione **efficiente** in C o C++ `k_compreso(u, k)` che dato in input la radice u di un albero T e un valore k verifica se T è *k-compreso* e ritorna 1 se T è *k-compreso*, 0 altrimenti.
 - b. Valutare la complessità della funzione, **indicando eventuali relazioni di ricorrenza e la loro risoluzione tramite il metodo di sostituzione**.
 - c. Specificare il linguaggio di programmazione scelto.
2. Dato un vettore A di n numeri naturali, scrivere una procedura **efficiente** che ordini A in modo tale che nel vettore risultante, dati i e j con $1 \leq i \leq j \leq n$, vale $\text{mod}(A[i], 3) \leq \text{mod}(A[j], 3)$, dove $\text{mod}(x, 3)$ è il resto della divisione di x per 3.
 - a. Dire se la soluzione proposta è in loco e se è stabile.
 - b. Valutare e giustificare la complessità della procedura proposta.
3. Per un certo problema sono stati sviluppati tre algoritmi risolutivi (dove n rappresenta la dimensione dei dati di ingresso):
 - L'algoritmo A scompone il problema in cinque sottoproblemi di dimensioni dimezzate, risolve ricorsivamente ogni sottoproblema e infine combina le soluzioni trovate in tempo lineare
 - L'algoritmo B risolve ricorsivamente due sottoproblemi di dimensione $n - 1$ e combina successivamente le soluzioni in tempo costante
 - L'algoritmo C scompone il problema in nove sottoproblemi di dimensione $n/3$, risolve ricorsivamente ogni sottoproblema e infine combina le soluzioni in tempo quadratico

Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, quale dei tre algoritmi è preferibile per input di dimensione sufficientemente grande.

4. Si definiscano formalmente le classi P, NP ed NPC e si enunci e dimostri il teorema fondamentale della NP-completezza. Siano inoltre \mathcal{P} e \mathcal{Q} due problemi in NP e si supponga $\mathcal{P} \leq_P \mathcal{Q}$. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa: "Se \mathcal{P} è un problema NP-completo, allora \mathcal{Q} è NP-completo". Potremmo dire la stessa cosa se $\mathcal{Q} \leq_P \mathcal{P}$? Perché?