

1 Exercícios: Aplicações de Derivadas

- (a) Encontre os intervalos nos quais f é crescente ou decrescente.
 (b) Encontre os valores máximo e mínimo local de f .
 (c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.

9. $f(x) = x^3 - 12x + 1$

11. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

15. $f(x) = e^{2x} + e^{-x}$

17. $f(x) = (\ln x)/\sqrt{x}$

Respostas:

9. (a) Cres. em $(-\infty, 2)$, $(2, \infty)$; decres. em $(-2, 2)$
 (b) Máx. loc. $f(-2) = 17$; mín. loc. $f(2) = -15$
 (c) CC on $(0, \infty)$; CB on $(-\infty, 0)$; PI $(0, 1)$
11. (a) Cres. em $(-1, 0)$, $(1, \infty)$; decres. em $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$
 (b) Máx. loc. $f(0) = 3$; mín. loc. $f(\pm 1) = 2$
 (c) CC em $(-\infty, -\sqrt{3}/3)$, $(\sqrt{3}/3, \infty)$;
 CB em $(-\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3)$; PI $(\pm\sqrt{3}/3, \frac{22}{9})$
15. (a) Cres. em $(-\frac{1}{3}\ln 2, \infty)$; decres. em $(-\infty, -\frac{1}{3}\ln 2)$
 (b) Mín. loc. $f(-\frac{1}{3}\ln 2) = 2^{-2/3} + 2^{1/3}$ (c) CC em $(-\infty, \infty)$
17. (a) Cres. em $(0, e^2)$; decres. em (e^2, ∞)
 (b) Máx. loc. $f(e^2) = 2/e$
 (c) CC em $(e^{8/3}, \infty)$; CB em $(0, e^{8/3})$; PI $(e^{8/3}, \frac{8}{3}e^{-4/3})$

- (a) Encontre os intervalos em que a função é crescente ou decrescente.
 (b) Encontre os valores máximos ou mínimos locais.
 (c) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.
 (d) Use as informações das partes (a)–(c) para esboçar o gráfico. Verifique seu trabalho com uma ferramenta gráfica, se você tiver uma.

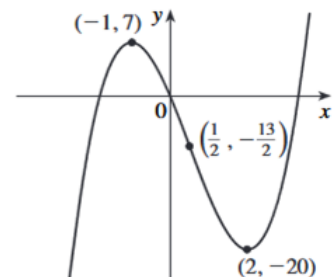
33. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

35. $f(x) = 2 + 2x^2 - x^4$

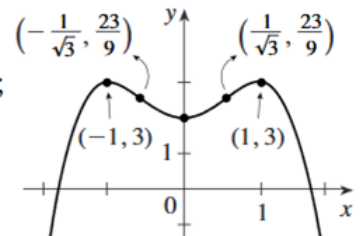
37. $h(x) = 3x^5 - 5x^3 + 3$

39. $A(x) = x\sqrt{x+3}$

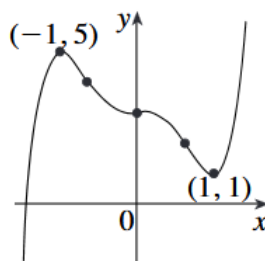
33. (a) Cres. em $(-\infty, -1)$, $(2, \infty)$;
 decres. em $(-1, 2)$
 (b) Máx. loc. $f(-1) = 7$;
 mín. loc. $f(2) = -20$
 (c) CC em $(\frac{1}{2}, \infty)$; CB em $(-\infty, \frac{1}{2})$;
 PI $(\frac{1}{2}, -\frac{13}{2})$
 (d) Ver o gráfico à direita.



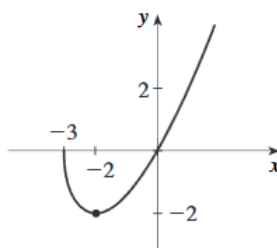
35. (a) Cres. em $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$;
 decres. em $(-1, 0)$, $(1, \infty)$
 (b) Máx. loc. $f(-1) = 3$, $f(1) = 3$;
 mín. loc. $f(0) = 2$
 (c) CC em $(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$;
 CB em $(-\infty, -1/\sqrt{3})$, $(1/\sqrt{3}, \infty)$;
 PI $(\pm 1/\sqrt{3}, \frac{23}{9})$



37. (a) Cres. em $(-\infty, -1), (1, \infty)$;
 decres. em $(-1, 1)$
 (b) Máx. loc. $h(-1) = 5$;
 mín. loc. $h(1) = 1$
 (c) CB em $(-\infty, -1/\sqrt{2}), (0, 1/\sqrt{2})$;
 CC em $(-1/\sqrt{2}, 0), (1/\sqrt{2}, \infty)$;
 PI $(0, 3), (\pm 1/\sqrt{2}, 3 \pm \frac{7}{8}\sqrt{2})$
 (d) Ver o gráfico à direita.



39. (a) Cres. em $(-2, \infty)$;
 decres. em $(-\infty, -2)$
 (b) Mín. loc. $A(-2) = -2$
 (c) CC em $(-3, \infty)$
 (d) Ver o gráfico à direita.



- (a) Encontre as assíntotas vertical e horizontal.
 (b) Encontre os intervalos nos quais a função é crescente ou decrescente.
 (c) Encontre os valores máximos e mínimos locais.
 (d) Encontre os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão.
 (e) Use a informação das partes (a)–(d) para esboçar o gráfico de f .

45. $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

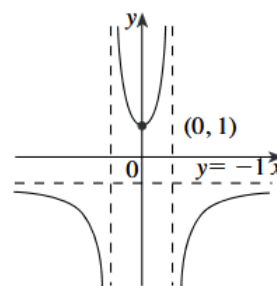
47. $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$

49. $f(x) = \ln(1 - \ln x)$

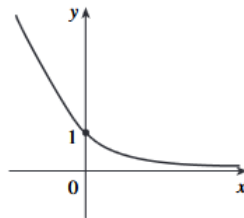
51. $f(x) = e^{-1/(x+1)}$

45. (a) AV $x = \pm 1$, AH $y = -1$
 (b) Cres. em $(0, 1), (1, \infty)$;
 decres. em $(-\infty, -1), (-1, 0)$
 (c) Mín. loc. $f(0) = 1$
 (d) CC em $(-1, 1)$;
 CB em $(-\infty, -1), (1, \infty)$
 (e) Ver o gráfico à direita.

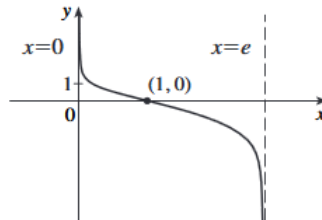
Respostas:



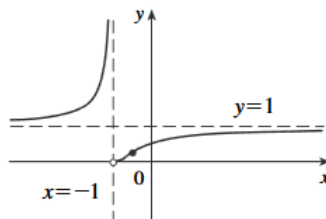
47. (a) AH $y = 0$
 (b) Decres. em $(-\infty, \infty)$
 (c) Nenhum
 (d) CC em $(-\infty, \infty)$
 (e) Ver o gráfico à direita.



49. (a) AV $x = 0, x = e$
 (b) Decres. em $(0, e)$
 (c) Nenhum
 (d) CC em $(0, 1)$; CB em $(1, e)$; PI $(1, 0)$
 (e) Ver o gráfico à direita.



51. (a) AH $y = 1$, AV $x = -1$
 (b) Cres. em $(-\infty, -1), (-1, \infty)$
 (c) Nenhum
 (d) CC em $(-\infty, -1), (-1, -\frac{1}{2})$; CB em $(-\frac{1}{2}, \infty)$; PI $(-\frac{1}{2}, 1/e^2)$
 (e) Ver o gráfico à direita.



47–62 Encontre os valores máximo e mínimo absolutos de f no intervalo dado.

47. $f(x) = 3x^2 - 12x + 5, \quad [0, 3]$

49. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, \quad [-2, 3]$

51. $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2, \quad [-3, 2]$

53. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad [0, 2]$

55. $f(t) = t\sqrt{4 - t^2}, \quad [-1, 2]$

57. $f(t) = 2\cos t + \sin 2t, \quad [0, \pi/2]$

59. $f(x) = xe^{-x^2/8}, \quad [-1, 4]$

Respostas:

47. $f(0) = 5, f(2) = -7$

49. $f(-1) = 8, f(2) = -19$

51. $f(-3) = 47, f(\pm\sqrt{2}) = -2$ 53. $f(1) = \frac{1}{2}, f(0) = 0$

55. $f(\sqrt{2}) = 2, f(-1) = -\sqrt{3}$

57. $f(\pi/6) = \frac{3}{2}\sqrt{3}, f(\pi/2) = 0$

59. $f(2) = 2/\sqrt{e}, f(-1) = -1/\sqrt[8]{e}$

2 Regra de L'Hôpital

5–64 Encontre o limite. Use a Regra de L'Hôpital quando for apropriado. Se existir um método mais elementar, use-o. Se a Regra de L'Hôpital não for aplicável, explique por quê.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^3}$

25. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{5^t - 3^t}{t}$

39. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(\pi/x)$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^9 - 1}{x^5 - 1}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} px}{\operatorname{tg} qx}$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x}$

41. $\lim_{x \rightarrow 0} \cot 2x \sin 6x$

9. $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

43. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x^2}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$

31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x + \cos x}$

45. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x \operatorname{tg}(\pi x/2)$

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$

33. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{1 + \cos \pi x}$

47. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

35. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^a - ax + a - 1}{(x-1)^2}$

37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}$

Respostas:

- | | | | | |
|-------------------------|--------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| 5. -2 | 7. $\frac{9}{5}$ | 9. $-\infty$ | 11. ∞ | 13. p/q |
| 15. 0 | 17. $-\infty$ | 19. ∞ | 21. $\frac{1}{2}$ | |
| 25. $\ln \frac{5}{3}$ | 27. 1 | 29. $\frac{1}{2}$ | 31. 0 | 33. $-1/\pi^2$ |
| 35. $\frac{1}{2}a(a-1)$ | 37. $\frac{1}{24}$ | 39. π | 41. 3 | 43. 0 |
| 45. $-2/\pi$ | 47. $\frac{1}{2}$ | | | |