Derivadas: Exercícios

Calculo 1 - P2

2025/1

Instruções Gerais

Para cada uma das funções $h(x)$ abaixo:

1. Encontre o domínio de h;
2. Encontre os pontos críticos de h;
3. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento de h;
4. Encontre os máximos e mínimos relativos de h;
5. Determine a concavidade e os pontos de inflexão de h;
6. Encontre as assíntotas horizontais e verticais (se existirem);
7. Faça um esboço do gráfico de h.

Exercícios

a) $h(x) = \dfrac{x^2}{x-3}$

b) $h(x) = x^4 - 32x + 48$

c) $h(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - 2x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 30x + 10$

d) $h(x) = e^{x-x^2}$

e) $h(x) = \ln(x^2+1)$

f) $h(x) = \dfrac{x}{x^2-9}$

g) $h(x) = \dfrac{1}{x^2-9}$

h) $h(x) = \sqrt{x^2-4}$

i) $h(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$

j) $h(x) = xe^{-x}$

k) $h(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

l) $h(x) = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ (para $x \in [0, 2\pi]$)

m) $h(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

n) $h(x) = \arctan(x) - x$

o) $h(x) = \dfrac{e^x}{x^2}$

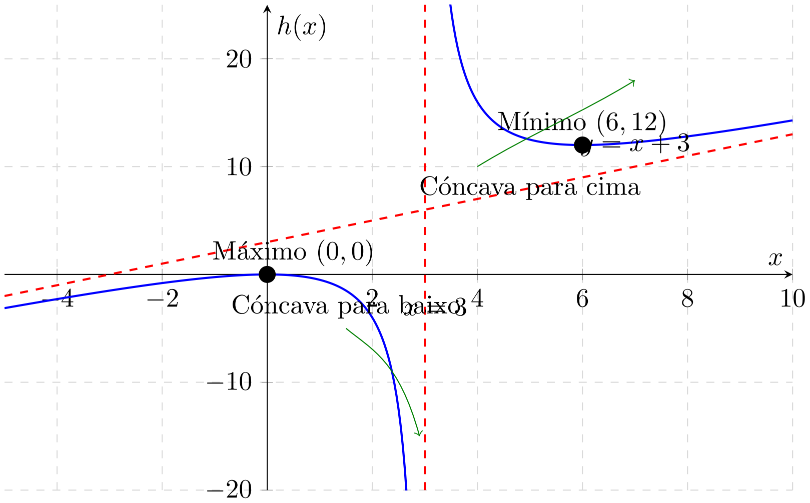
Exemplo Resolvido

Função: $h(x) = \dfrac{x^2}{x-3}$

1. **Domínio**: $x \neq 3$ ($\mathbb{R} \setminus \{3\}$).
2. **Derivada**:
$$h'(x) = \frac{2x(x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2}$$
Pontos críticos: $x = 0$ e $x = 6$.
3. **Crescimento/Decrescimento**:
   - $h'(x) > 0$ em $(-\infty, 0) \cup (6, \infty)$ (crescente).
   - $h'(x) < 0$ em $(0, 3) \cup (3, 6)$ (decrescente).
4. **Extremos**:
   - Máximo local em $x = 0$ ($h(0) = 0$).
   - Mínimo local em $x = 6$ ($h(6) = 12$).
5. **Concavidade**:
$$h''(x) = \frac{18}{(x-3)^3}$$
   - Côncava para cima em $(3, \infty)$.
   - Côncava para baixo em $(-\infty, 3)$.

   Sem pontos de inflexão no domínio.
6. **Assíntotas**:
   - Vertical: $x = 3$.
   - Oblíqua: $y = x + 3$ (pois $\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{h(x)}{x} = 1$).
7. **Esboço do gráfico**: Combinar todas as informações para desenhar o gráfico.

Gráfico de $h(x) = \dfrac{x^2}{x-3}$



Legenda do Gráfico

- Linha azul: Gráfico de $h(x) = \dfrac{x^2}{x-3}$
- Linha vermelha tracejada: Assíntotas ($x = 3$ e $y = x + 3$)
- Pontos marcados: Extremos locais em $(0, 0)$ e $(6, 12)$
- Setas verdes: Indicação da concavidade