

1 Integral indefinida

Definição: Uma função F é denominada uma primitiva de f no intervalo I se $F'(x) = f(x)$ para todo x em I .

Teorema: Se F for uma primitiva de f em um intervalo I , então a primitiva mais geral de f em I é $F(x) + c$, onde c é uma constante arbitrária.

Exemplo: Encontre a primitiva mais geral de cada uma das seguintes funções.

a) $f(x) = \sin x$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$ c) $f(x) = x^n, \quad n \neq -1$ d) $f(x) = 3^x$

Exercícios

1-20 Encontre a primitiva mais geral da função. (Verifique sua resposta derivando.)

Respostas:

1. $f(x) = x - 3$

3. $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3$

5. $f(x) = (x+1)(2x-1)$

7. $f(x) = 5x^{1/4} - 7x^{3/4}$

9. $f(x) = 6\sqrt{x} - \sqrt[6]{x}$

1. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$

5. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$

9. $F(x) = 4x^{3/2} - \frac{6}{7}x^{7/6} + C$

3. $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{5}x^4 + C$

7. $F(x) = 4x^{5/4} - 4x^{7/4} + C$

Notação: $\int f(x)dx$ será usada para representar a primitiva de f e é chamada de integral indefinida. Assim:

$$\int f(x)dx = F(x) \text{ significa } F'(x) = f(x)$$

1 TABELAS DE INTEGRAIS INDEFINIDAS

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int k dx = kx + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$$

$$\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + C$$

Exercícios

5–18 Ache a integral indefinida geral.

Respostas:

5. $\int (x^2 + x^{-2}) dx$

5. $\frac{1}{3}x^3 - (1/x) + C$

7. $\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 + x + C$

7. $\int (x^3 + 6x + 1) dx$

9. $2t - t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 + C$

11. $\frac{1}{3}x^3 - 4\sqrt{x} + C$

9. $\int (1 - t)(2 + t^2) dt$

11. $\int \frac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x} dx$

1.1 Método da substituição

7–46 Calcule a integral indefinida.

7. $\int x \sin(x^2) dx$

23. $\int \cos \theta \sin^6 \theta d\theta$

9. $\int (3x - 2)^{20} dx$

25. $\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx$

11. $\int (x + 1)\sqrt{2x + x^2} dx$

27. $\int \frac{z^2}{\sqrt[3]{1 + z^3}} dz$

13. $\int \frac{dx}{5 - 3x}$

29. $\int e^{\tan x} \sec^2 x dx$

15. $\int \sin \pi t dt$

31. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

17. $\int \frac{a + bx^2}{\sqrt{3ax + bx^3}} dx$

33. $\int \sqrt{\cotg x} \operatorname{cosec}^2 x dx$

19. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

35. $\int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

21. $\int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$

37. $\int \cotg x dx$

Respostas:

7. $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + C$

11. $\frac{1}{3}(2x + x^2)^{3/2} + C$

15. $-(1/\pi)\cos \pi t + C$

19. $\frac{1}{3}(\ln x)^3 + C$

23. $\frac{1}{7}\sin^7 \theta + C$

27. $\frac{1}{2}(1 + z^3)^{2/3} + C$

31. $-1/(\sin x) + C$

35. $-\ln(1 + \cos^2 x) + C$

9. $\frac{1}{63}(3x - 2)^{21} + C$

13. $-\frac{1}{3}\ln|5 - 3x| + C$

17. $\frac{2}{3}\sqrt{3ax + bx^3} + C$

21. $2\sin \sqrt{t} + C$

25. $\frac{2}{3}(1 + e^x)^{3/2} + C$

29. $e^{\operatorname{tg} x} + C$

33. $-\frac{2}{3}(\cotg x)^{3/2} + C$

37. $\ln|\sin x| + C$