

PROPRIEDADES DA INTEGRAL

1. $\int_a^b c \, dx = c(b - a)$, onde c é qualquer constante

2. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$

3. $\int_a^b cf(x) \, dx = c \int_a^b f(x) \, dx$, onde c é qualquer constante

4. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x) \, dx - \int_a^b g(x) \, dx$

5- $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

6- $\int_a^a f(x)dx = 0$

1 Cálculo de áreas

Exercício: 1) Esboce a região delimitada pelas curvas dadas e calcule a área da região.

a) $x = \frac{1}{2}$, $x = \sqrt{y}$ e $y = -x + 2$

b) $y = 5 - x^2$ e $y = x + 3$

c) $y = 1 - x^2$ e $y = -3$

d) $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$

e) $y = x^3 - x$ e $y = 0$

f) $x = y^3$ e $x = y$

g) $y = \ln x$, $y = 0$ e $x = 4$

h) $y = \sin x$, $y = -\sin x$ e $0 \leq x \leq 2\pi$

i) $y = -1 - x^2$, $y = -2x - 4$

j) $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 14$

k) $y = |x - 2|$ e $y = 2 - (x - 2)^2$

l) $x = y^2$ e $y = -\frac{x}{2}$

m) $y = x + 1$, $y = 9 - x^2$, $x = -1$, $x = 2$

n) $y = 12 - x^2$ e $y = x^2 - 6$

Respostas:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{9}{2}$

c) $\frac{32}{3}$

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| d) $e - 1$ | h) 8 | l) $\frac{4}{3}$ |
| e) $\frac{1}{2}$ | i) $\frac{32}{3}$ | |
| f) $\frac{1}{2}$ | j) 72 | m) 19,5 |
| g) $8 \ln 2 - 3$ | k) $\frac{7}{3}$ | n) 72 |

2) Calcule a área do triângulo com vértices dados por $(0, 0)$, $(2, 1)$ e $(-1, 6)$.

Resposta: 6,5

3) Encontre o número b tal que a reta $y = b$ divida a região delimitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 4$ em duas regiões de áreas iguais.

Resposta: $b = \sqrt[3]{16}$

4) Encontre os valores de c tal que a área da região limitada pelas parábolas $y = x^2 - c^2$ e $y = c^2 - x^2$ seja 576.

Resposta: $c = \pm 6$