## HAMILTONSche Quaternionen

Proseminar Mathematik

Leon Richardt

7. Juli 2020

Universität Osnabrück

### Überblick

Reelle Algebren

Historisches

Die Quaternionenalgebra H

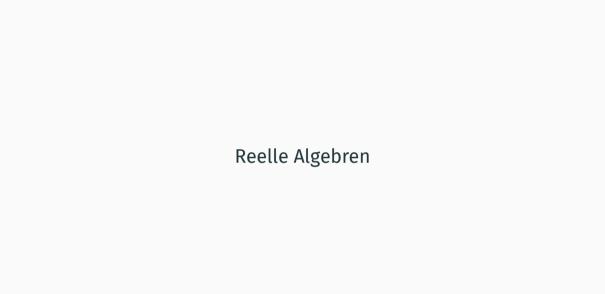
Der Imaginärraum von H

Bezug zu klassischen Vektorprodukten

Zentrum von H

Endomorphismen von H

Fundamentalsatz der Algebra für Quaternionen



#### Anmerkung

In dieser Präsentation stehen kleine griechische Buchstaben stets für reelle Zahlen; lateinische Buchstaben stehen für Elemente der momentan betrachteten Algebra.

#### Definition

Ein Vektorraum V über  $\mathbb R$  mit einer Produktabbildung

$$V \times V \to V, (x,y) \mapsto xy$$

heißt Algebra über  $\mathbb R$  (oder reelle Algebra), wenn die beiden Distributivgesetze

$$(\alpha x + \beta y)z = \alpha \cdot xz + \beta \cdot yz,$$
  
$$x(\alpha y + \beta z) = \alpha \cdot xy + \beta \cdot xz$$

für alle  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  und  $x, y, z \in V$  erfüllt sind.

#### Definition

Eine Algebra heißt ...

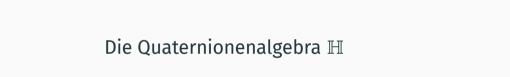
- · ... assoziativ, wenn x(yz) = (xy)z für alle  $x, y, z \in V$  gilt.
- · ... kommutativ, wenn xy = xy für alle  $x, y \in V$  gilt.
- ... mit Einselement, wenn es ein Element  $e \in V$  mit ex = xe = x für alle  $x \in V$  gibt.

#### Definition

Ein Element x einer Algebra  $\mathcal{A}$  heißt Nullteiler, falls es ein Element  $0 \neq y \in \mathcal{A}$  mit xy = 0 oder yx = 0 gibt.

Konsequenterweise heißt eine Algebra nullteilerfrei, falls sie keine Nullteiler  $\neq 0$  besitzt.





Der Imaginärraum von ⊞

# Der Imaginärraum von ⊞

Bezug zu klassischen Vektorprodukten





Fundamentalsatz der Algebra für Quaternionen