

**SEGUNDO INFORME DE AUTOMATIZACIÓN DE PROCESOS:**  
**SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES.**

LEONARDO FABIO FERNANDEZ DIAZ  
CARLOS CRUZ PÉREZ

UNIVERSIDAD DE LA SALLE  
BOGOTÁ D.C  
2020

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	4
MARCO TEÓRICO.....	5
METODOLOGÍA.....	6
Método de Ziegler y Nichol: .....	7
Método de Cohen y Coon: .....	8
Método de López, Miller, Smith y Murri: .....	8
Método de Kaya y Sheib: .....	9
Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:.....	10
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	12
Sistema de flujo: .....	12
Método de Ziegler y Nichols: .....	14
Método de Cohen y Coon: .....	17
Método de López, Miller, Smith y Murril:.....	20
Método de Kaya y Sheib: .....	26
Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:.....	27
Sistema de presión: .....	30
Métodos de Ziegler y Nichols vs Cohen y Coon:.....	30
Método de López, Miller, Smith y Murril:.....	31
Método de Kaya y Sheib: .....	33
Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:.....	34
CONCLUSIONES.....	37

## RESUMEN

Este documento esta basado en una práctica de laboratorio la cual consiste en realizar la sintonización de diferentes controladores: PI, PID Idea, PID Industrial mediante diferentes métodos propuestos por Victor M. (2002). Se tienen 1 sistema de flujo y otro de presión, a los cuales se les tomaron diferentes medidas de magnitud y tiempo ante una entrada escalón que excito la planta. Estos datos se usaron para construir un modelo de identificación tanto para flujo como para presión obteniendo de esta forma una función de transferencia que permitiría implementar un controlador. Para la sintonización de los diferentes controladores PID se usaron diferentes ecuaciones propuestas por el autor de cada método, se discretizaron y expresaron en ecuaciones en diferencias para poder implementar a futuro en un PLC y realizar una comparación de rendimiento entre cada uno.

*Palabras Claves:* Identificación, Controlador, Sintonización, Discretización, Diferencias.

# INTRODUCCIÓN.

En los procesos industriales es común la implementación de controladores PID para la regulación de diferentes variables como la temperatura, presión, flujo, etc., es por ello que nace la necesidad de crear diferentes metodologías que permitan ajustar este tipo de controladores de forma sencilla, confiable y en base a las medidas o datos del proceso. De hecho, es común no tener un proceso o maquina totalmente modelada y hacerlo tomaría mucho tiempo, es por ello que se opta por construir modelos aproximados a partir de las mediciones del proceso que son más fáciles de obtener para luego diseñar o sintonizar un controlador dependiendo de las necesidades.

La sintonización resulta ser una solución bastante útil cuando se desea regular un proceso que no es demasiado complejo y se desean obtener resultados confiables en poco tiempo. De hecho, varios investigadores como Ziegler, López, Kaya, etc., han desarrollado diferentes metodologías para el calculo de las constantes de controladores P, PI, PID Ideal, PID interactuantes y PID Industriales, las cuales basan su funcionamiento en diferentes criterios de desempeño y pruebas experimentales sobre diversos procesos de plantas industriales.

Es por ello, que en este documento se explora la aplicación e implementación de estas metodologías de sintonización para los controladores respectivos con el fin de regular el comportamiento de un sistema de flujo y otro de presión y definir cual método es el mas optimo manteniendo un overshoot menor al 25% y un tiempo de establecimiento lo suficientemente rápido para el proceso. Esta comparación se hace sobre el controlador representado en ecuaciones en diferencias, ya que es con esta representación que se puede implementar en un PLC, es decir, en procesos industriales.

# MARCO TEÓRICO

## CONTROLADOR:

Un es un programa informático que permite al sistema operativo interactuar con un periférico, haciendo una abstracción del hardware y proporcionando una interfaz (posiblemente estandarizada) para utilizar el dispositivo.

## IDENTIFICACIÓN:

La identificación de sistemas es la teoría y el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándonos en las entradas y salidas observadas.

## SINTONIZAR:

Sintonizar un sistema de control realimentado significa regular parámetros en el controlador para lograr implementar un control robusto en el proceso.

## ESTABILIDAD:

Un sistema es estable si la respuesta del sistema al impulso tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito. Si el sistema tiende a un valor finito diferente de cero, se puede decir que el sistema es crítico o marginalmente estable.

## DISCRETIZACIÓN:

Es el proceso de transferir funciones continuas, modelos, variables y ecuaciones a contrapartes discretas. Este proceso generalmente se lleva a cabo como un primer paso para hacerlos adecuados para la evaluación numérica y la implementación en computadoras digitales.

## METODOLOGÍA

Se desea sintonizar diferentes controladores PID por distintas metodologías propuestas [1], para lograr controlar una planta de Flujo y otra de Presión. Para ello, se tomaron diferentes medidas de presión, flujo y tiempo ante una entrada escalón para cada planta. Estos datos permitieron construir diferentes modelos para cada sistema basados en los modelos de orden reducido de tres puntos [2]. En este documento solo se hará uso de dos modelos:

### Modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM):

Este modelo presenta la siguiente estructura:

$$G_{p1}(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Donde:

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau &= 0,9102 (t_{75} - t_{25}) \\ t_m &= 1,2620 t_{25} - 0,2620 t_{75} \end{aligned} \quad (2)$$

### Modelo de polo doble más tiempo muerto (PDMTM):

$$G_{p2}(s) = \frac{k_p e^{-t'_m s}}{(\tau' s + 1)^2}$$

Donde:

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau' &= 0,5776 (t_{75} - t_{25}) \\ t'_m &= 1,5552 t_{25} - 0,5552 t_{75} \end{aligned} \quad (3)$$

Estos modelos se construyen a través de los datos tomados en cada sistema e interpolando los tiempos para las amplitudes del 25%, 50% y 75%.

Para la sintonización de los controladores PID se utilizan las siguientes expresiones:

- Controlador PID Ideal:

$$u(s) = K_c \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \tau_f s} \right] (r(s) - y(s)) \quad (3)$$

- Controlador PID Industrial:

$$G_c'(p) = K_c' \left[ 1 + \frac{1}{T_i' p} \right] \left[ \frac{1 + T_d' p}{1 + \alpha T_d' p} \right] \quad (4)$$

Con los modelos construidos para cada sistema (flujo y presión) se procede a sintonizar los controladores PID usando métodos experimentales que se mencionan a continuación [1]:

### Método de Ziegler y Nichol:

Este método propone ciertas expresiones para el cálculo de las constantes K,  $T_i$  y  $T_d$  para un controlador P, Pi y PID, las cuales fueron construidas empíricamente y están basadas en el **modelo de identificación de primer orden más tiempo muerto**. Las expresiones de sintonización propuestas son:

Tabla 1. Ecuaciones de sintonización de Ziegler y Nichol.

Controller	$K_r$	$T_n$	$T_v$
P-Controller	$\frac{T_s}{K_s \cdot T_t}$	-	-
PI-Controller	$0.9 \cdot \frac{T_s}{K_s \cdot T_t}$	$3.33 \cdot T_t$	-
PID-Controller	$1.2 \cdot \frac{T_s}{K_s \cdot T_t}$	$2.0 \cdot T_t$	$0.5 \cdot T_t$

Fuente: (남자, 2020)

Según la Tabla 1:

$T_s$  es el constante tao.

$K_s = K_p$ , es la constante proporcional del modelo.

$T_t = t_m$ , es el tiempo muerto del sistema.

Estas constantes están dadas por el modelo de primer orden mas tiempo muerto, por lo que ya están calculadas y se reemplazan en las ecuaciones de la tabla 1.

## Método de Cohen y Coon:

Este método está basado en el de Ziegler y Nichols, pero con la diferencia de considerar un índice de auto regulación haciendo el controlador un poco más robusto. De igual forma propone diferentes expresiones para el cálculo de las constantes  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de los controladores P, PI y PD, mostradas en la siguiente tabla:

Tabla 2. Ecuaciones de sintonización de Cohen y Coon.

Tipo de Controlador	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$\frac{1}{k}(\frac{\tau}{\theta})[1 + \frac{1}{3}(\frac{\theta}{\tau})]$		
PI	$\frac{1}{k}(\frac{\tau}{\theta})[.9 + \frac{1}{12}(\frac{\theta}{\tau})]$	$\theta \left[ \frac{30+3(\frac{\theta}{\tau})}{9+20(\frac{\theta}{\tau})} \right]$	
PID	$\frac{1}{k}(\frac{\tau}{\theta})[\frac{4}{3} + \frac{1}{4}(\frac{\theta}{\tau})]$	$\theta \left[ \frac{32+6(\frac{\theta}{\tau})}{13+8(\frac{\theta}{\tau})} \right]$	$\theta \left[ \frac{4}{11+2(\frac{\theta}{\tau})} \right]$

Fuente: (Díaz, 2010)

Según la tabla 2:

$\tau$  es la constante de tiempo.

$\theta$  es el tiempo muerto.

$K = K_p$ , constante proporcional del modelo de primer orden.

## Método de López, Miller, Smith y Murri:

Este método implementa una función de costo que optimiza el cálculo de las constantes de un controlador PID Ideal e Industrial, donde los criterios de desempeño estaban basados en tres técnicas: Integral del error absoluto (**IAE**), integral del error absoluto por el tiempo (**ITAE**) e integral del error cuadrático (**ISE**). Por ello, las expresiones propuestas por López., et al, son:

$$K_c k_p = a \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^b ; \quad \frac{T_i}{\tau} = \frac{1}{c} \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^{-d} ; \quad \frac{T_d}{\tau} = e \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^f ; \quad \frac{T_i}{\tau} = \frac{1}{c + d(t_m/\tau)}$$



Donde las constantes a, b, c, d, e, f., fueron estimadas por las técnicas de integración utilizadas, cuyos valores son los siguientes:

Tabla 3. Constantes para las ecuaciones del método de López.

	<i>A</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
IAE	1,435	-0,921	0,878	-0,749	0,482	1,137
ITAE	1,357	-0,947	0,842	-0,738	0,381	0,995
ISE	1,495	-0,945	1,101	-0,771	0,560	1,006

Fuente: Álvaro M. (2002)

Vale la pena resaltar, que el método de López también está basado en el mejor modelo de primer orden más tiempo muerto del sistema.

### Método de Kaya y Sheib:

Este método se basa en el de López, con la diferencia de proponer diferentes valores para las constantes a, b, c, d, e, f., usando las mismas técnicas de integración, con el fin de sintonizar controladores como el PID Ideal y el PID Industrial. Es decir, que usan las mismas ecuaciones de López para un modelo de primer orden más tiempo muerto.

Las tablas de los criterios de desempeño son:

Tabla 4. Constantes para las ecuaciones del método de Kaya y Sheib.

<i>Controlador “clásico” - Regulador</i>						
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
IAE	0,98089	-0,76167	0,91032	-1,05211	0,59974	0,89819
ITAE	0,77902	-1,06401	1,14311	-0,70949	0,57137	1,03826
ISE	1,11907	-0,89711	0,79870	-0,95480	0,54766	0,87798
<i>Controlador “industrial” - Regulador</i>						
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
IAE	0,91000	-0,79380	1,01495	-1,00403	0,54140	0,78480
ITAE	0,70580	-0,88720	1,03326	-0,99138	0,60006	0,97100
ISE	1,11470	-0,89920	0,93240	-0,87530	0,56508	0,91107

Fuente: Álvaro M.(2002)

### Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:

Este método a diferencia de los demás mencionados anteriormente, esta basado en un **modelo de segundo orden más tiempo muerto** (polo doble) enfocado a la minimización del ITAE y para controladores PID ideales. Las ecuaciones propuestas por este método son:

$$K_c k_p = -0,04 + \left[ 0,333 + 0,949 \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^{-0.983} \right] \zeta, \zeta \leq 0,9$$

$$K_c k_p = -0,544 + 0,308 \left( \frac{t_m}{\tau} \right) + 1,408 \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^{-0.832} \zeta, \zeta > 0,9$$

$$\frac{T_i}{\tau} = \left[ 2,055 + 0,072 \left( \frac{t_m}{\tau} \right) \right] \zeta, \frac{t_m}{\tau} \leq 1$$

$$\frac{T_i}{\tau} = \left[ 1,768 + 0,329 \left( \frac{t_m}{\tau} \right) \right] \zeta, \frac{t_m}{\tau} > 1$$

(13d)

$$\frac{\tau}{T_d} = \left[ 1 - \exp \left( \frac{-(t_m/\tau)^{0.060} \zeta}{0,870} \right) \right] \left[ 0,55 + 1,683 \left( \frac{t_m}{\tau} \right)^{-1,090} \right]$$

(13e)

Donde zitta es la proporción:  $t_m/\tau$ .

El objetivo de este documento es aplicar los diferentes métodos de sintonización para los controladores PID en los cuales se basaron sobre el sistema de Flujo y Presion suministrado por el docente del curso de Automatización de procesos de la universidad de La Salle. Para compararlos y definir que método es más optimo, teniendo en cuenta que el porcentaje de overshoot debe ser **Mp < 25%** y el **tiempo de establecimiento el menos posible**.

Sin embargo, para hacer las comparaciones entre métodos no se usará el diseño de los controladores en continuo sino en **ecuaciones en diferencias**, ya que a futuro se plantea introducir estos controladores en un PLC que maneja la planta de procesos (flujo y presión).

Para lograr representar el controlador en ecuaciones de diferencias se necesita discretizar la planta por **tustin** o **zoh** según sea necesario. Así que se necesita un tiempo de discretización que en este caso es estimado según el siguiente criterio:

$$\frac{tr}{20} < Ts < \frac{tr}{10}$$

Donde:

tr corresponde al tiempo de subida de la curva de control.

Ts el tiempo de muestreo para la discretización.

Se sabe que tanto el modelo de primer y segundo orden mas tiempo muerto, poseen un término difícil de tratar en ecuaciones de diferencias:  $e^{-tm*s}$ . Este término debe ser aproximado mediante un método numérico para evitar obtener una expresión compleja a la hora de discretizar el controlador. Esto se logra mediante la herramienta **pade** de Matlab, el cual arroja una fracción de polinomios en el espacio "s" que reemplaza:  $e^{-tm*s}$ .

En resumen, la metodología consiste:

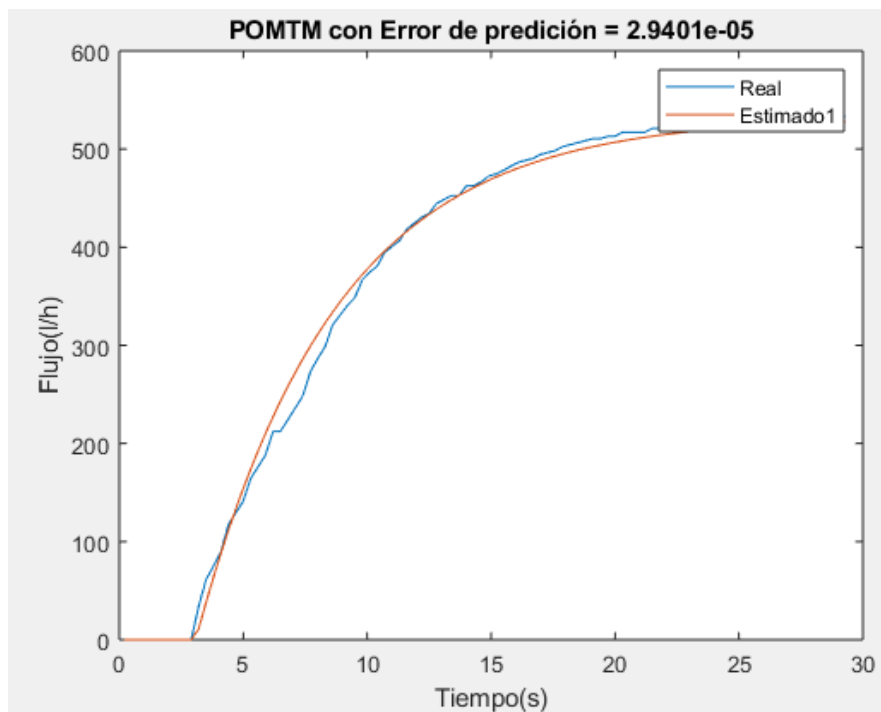
- Implementar cada método de sintonización en continuo para los sistemas de flujo y presión.
- Discretizar y expresar en ecuación de diferencias cada controlador propuesto por los métodos de sintonización.
- Comparar el comportamiento de cada controlador (en ecuación en diferencias) para determinar el óptimo para cada sistema.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

### Sistema de flujo:

Para aplicar los primeros 4 métodos de sintonización para los controladores PID se utilizará el modelo de primer orden mas tiempo muerto identificado para el sistema (en este caso de flujo). En la Figura 1, se puede observar que el comportamiento de este modelo estimado es similar al sistema real, por lo que puede ser usado sin problemas.

Figura 1. Modelo de primer orden más tiempo muerto.

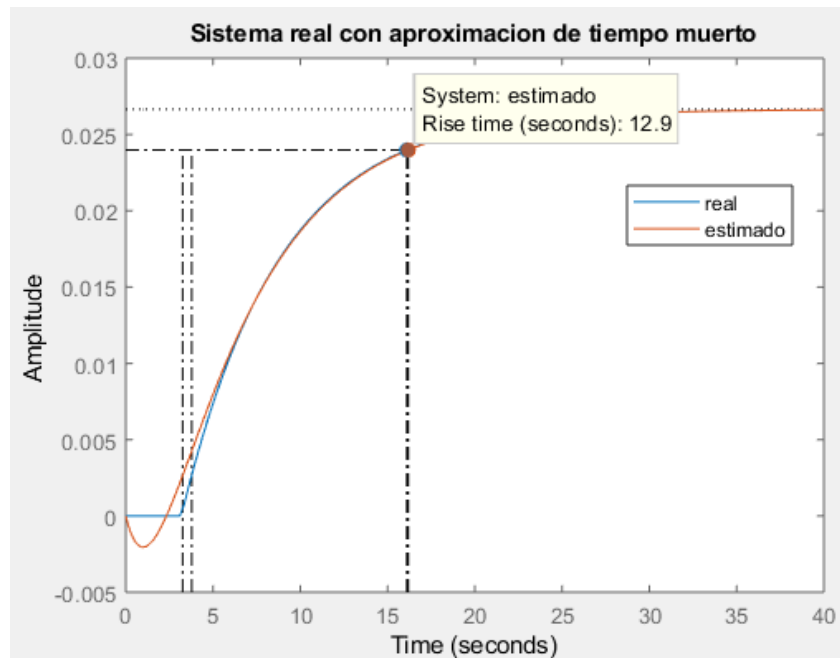


La función de transferencia de primer orden estimada para el sistema de flujo es:

$$G_{p1F} = \exp(-3.19 \cdot s) * \frac{0.02665}{5.609 \cdot s + 1}$$

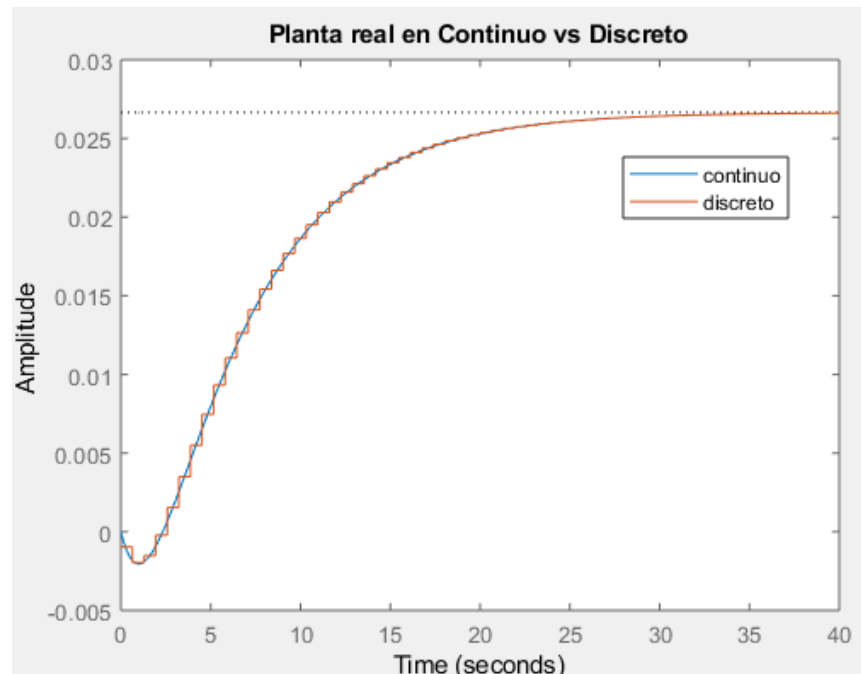
Sin embargo, para representar los controladores sintonizados en ecuaciones en diferencias se debe discretizar el sistema por **tustin** y aproximando con **pade** el exponencial de **Gp1F**. Obteniendo lo siguiente:

Figura 2. Modelo real vs Modelo estimado para el sistema de flujo.



Como se observa en la Figura 2, el modelo estimado con **pade** es similar al modelo real identificado, pero no igual del todo. Por ello, la discretización y la representación en ecuaciones en diferencias de la planta serán solo una aproximación de la realidad que es válida. Además, los valores de amplitud son pequeños porque se inyecta un **step unitario**, si desea poner en unidades coherentes se debe usar un **step** de 20000, pero no representa ningún problema.

Figura 3. Discretización de la planta (sistema de flujo).



Para discretizar la planta como se observa en la Figura 3, se usa el tiempo de subida del sistema mostrado en la Figura 2, es decir, 12.9 segundos, como criterio para el tiempo de muestreo:  $T_s = 12.9 / 20$ .

- Función de transferencia del sistema de flujo aproximada con **pade**:

$$G_f = \frac{-0.02665 s + 0.01673}{5.609 s^2 + 4.522 s + 0.6279}$$

- Función de transferencia del sistema de flujo Discretizada:

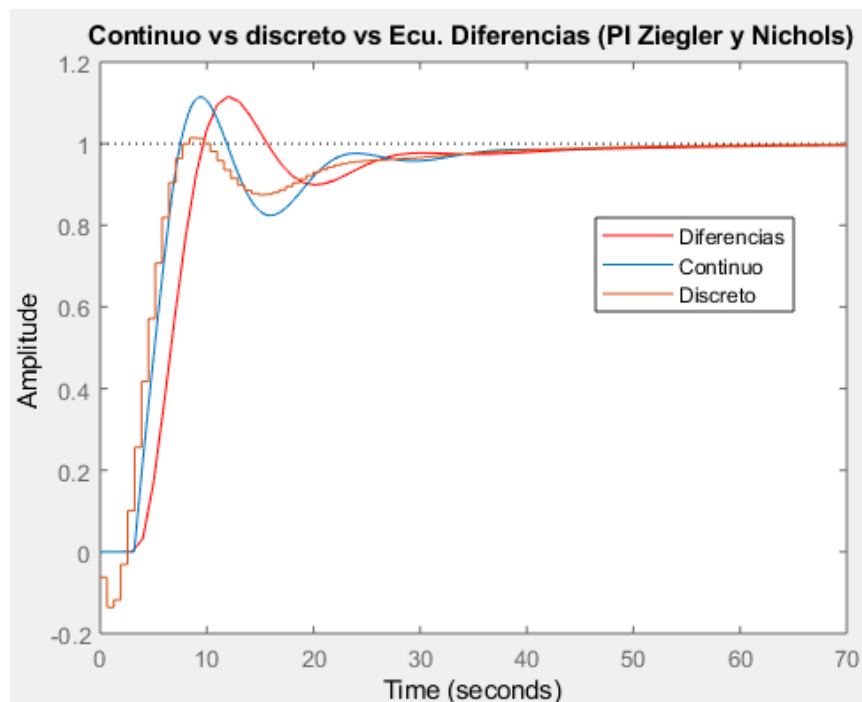
$$G_z = \frac{-0.000961 z^2 + 0.000488 z + 0.001449}{z^2 - 1.554 z + 0.5911}$$

Con esta consideración se procede entonces a implementar cada método de sintonización obteniendo lo siguiente:

### Método de Ziegler y Nichols:

Control PI:

Figura 4. Control PI de Ziegler y Nichols.



- Control PI de Ziegler y Nichols en Continuo:

$$G_{cl} = \frac{631.4 s + 59.47}{10.62 s}$$

- Control PI de Ziegler y Nichols en Discreto:

$$G_{cz} = \frac{61.27 z - 57.66}{z - 1}$$

- Control PI de Ziegler y Nichols en Ecu. Diferencias:

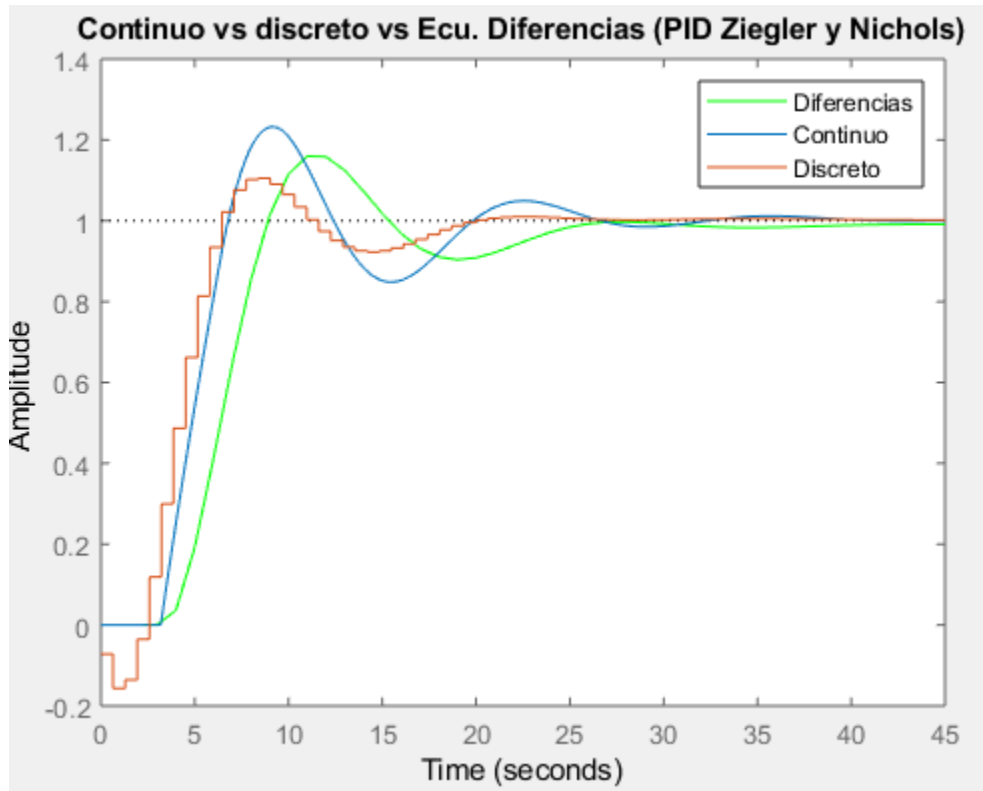
```
for k = 3:70
    y(k) = -0.000961*U(k)+0.000488*U(k-1)+0.001449*U(k-2)+1.554*y(k-1)-0.5911*y(k-2);
    e(k) = ref-y(k);
    U(k) = 61.27*e(k)-57.66*e(k-1)+1*U(k-1);
end
```

En la figura 4, se puede observar la acción de control PI sintonizado por el método de Ziegler y Nichols para el sistema de flujo expresado en continuo, discreto y en ecuaciones de diferencias.

La razón por la cual no son iguales es porque la discretización viene de la aproximación hecha por **pade** la cual presenta ciertas diferencias con el modelo continuo, eso lleva a que el modelo en ecuaciones de diferencias posea errores. Posee **12% de Overshoot** y **39 segundos** como tiempo de establecimiento, con respecto a la representación en Ecu. Diferencias. (Esta representación es la de mayor importancia para implementar en un PLC)

Control PID:

Figura 5. Control PID de Ziegler y Nichols.



- Controlador PID de Ziegler en Continuo:

$G_{c2} =$

$$\frac{2425 s^2 + 633.3 s + 52.86}{35.74 s^2 + 6.371 s}$$

- Controlador PID de Ziegler en Discreto:

$G_{c2z} =$

$$\frac{69.73 z^2 - 128.1 z + 58.92}{z^2 - 1.891 z + 0.8913}$$

- Controlador PID de Ziegler en Ecuaciones en diferencias:

```
for k = 3:45
    Y(k) = -0.000961*U2(k)+0.000488*U2(k-1)+0.001449*U2(k-2)+1.554*Y(k-1)-0.5911*Y(k-2);
    E(k) = ref-Y(k);
    U2(k) = 69.73*E(k)-128.1*E(k-1)+58.92*E(k-2)+1.891*U2(k-1)-0.8913*U2(k-2);
end
```

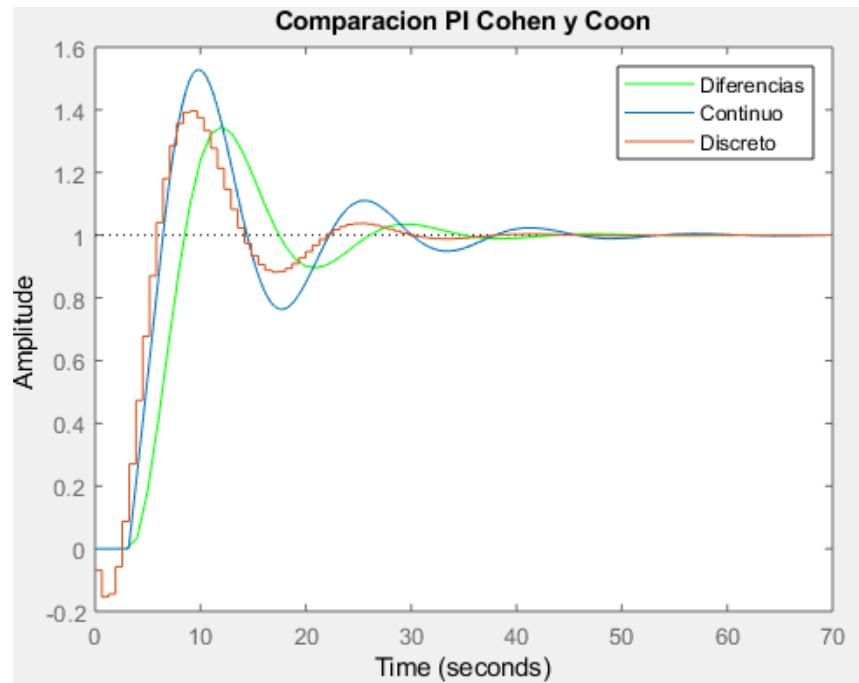


Nuevamente, se observa en la figura 5 que la representación del controlador en ecuaciones en diferencias es diferente al continuo, debido a las aproximaciones realizadas. Sin embargo, logra comportarse de forma aceptable con **16% Overshoot** y **25,3 segundos** como tiempo de establecimiento.

### Método de Cohen y Coon:

#### Control PI:

Figura 6. Control PI de Cohen y Coon sobre el sistema de flujo.



- Control PI de Cohen en Continuo:

$$G_{ccl} = \frac{310.5 \text{ s} + 62.6}{4.961 \text{ s}}$$

- Control PI de Cohen en Discreto:

$$G_{cclz} = \frac{66.66 \text{ z} - 58.53}{z - 1}$$

- Control PI de Cohen en ecuación de diferencias:

```

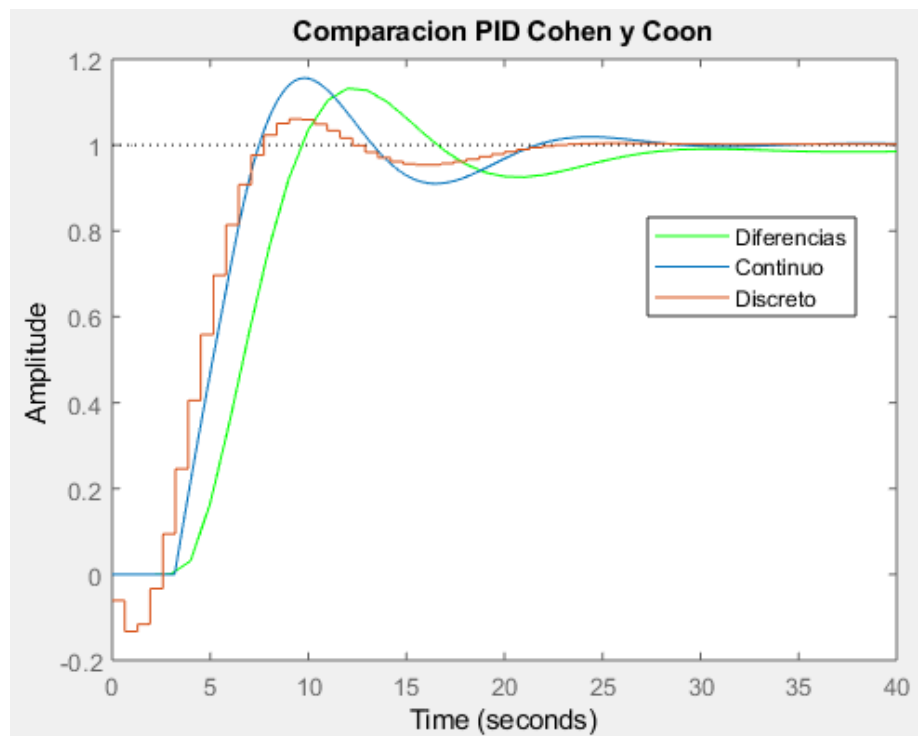
for k = 3:70
    Yc1(k) = -0.000961*Uc1(k)+0.000488*Uc1(k-1)+0.001449*Uc1(k-2)+1.554*Yc1(k-1)-0.5911*Yc1(k-2);
    Ec1(k) = ref-Yc1(k);
    Uc1(k) = 66.66*Ec1(k)-58.53*Ec1(k-1)+Uc1(k-1);
end

```

Según la Figura 6, el controlador PI hace que el sistema tenga **33% de Overshoot** y **33 segundos de tiempo de establecimiento**. Al estar por encima del 25% lo hace un control no óptimo para el proceso, sin embargo, quizás pueda ser mejorado al reducir el valor de la constante proporcional de controlador.

### Control PID:

Figura 7. Control PID de Cohen y Coon



- Control PID de Cohen en Continuo:

$G_{cc} =$

$$\frac{2087 \text{ s}^2 + 586.8 \text{ s} + 48.74}{36.06 \text{ s}^2 + 6.429 \text{ s}}$$

- Control PID de Cohen en Discreto:

$$G_{cc2z} = \frac{59.81 z^2 - 109.2 z + 49.89}{z^2 - 1.891 z + 0.8913}$$

- Control PID en ecuaciones en diferencias:

```
for k = 3:45
    Yc2(k) = -0.000961*Uc2(k)+0.000488*Uc2(k-1)+0.001449*Uc2(k-2)+1.554*Yc2(k-1)-0.5911*Yc2(k-2);
    Ec2(k) = ref-Yc2(k);
    Uc2(k) = 59.81*Ec2(k)-109.2*Ec2(k-1)+49.89*Ec2(k-2)+1.891*Uc2(k-1)-0.8913*Uc2(k-2);
end
```

Según la Figura 7, la representación del controlador PID de Cohen en ecuaciones en diferencias posee **13% de overshoot** y **26 segundos de tiempo de establecimiento**.

En conclusión, se observa que para valores de overshoot pequeños, el tiempo de establecimiento es mayor y viceversa, por lo que existe una relación inversamente proporcional entre ambas variables. Además, el **controlador PI mas adecuado para el sistema de flujo es el ziegler** ya que presenta un overshoot menor al 25% y el **controlador PID Ideal mas optimo es el de Cohen** ya que posee el overshoot mas pequeño y un tiempo de establecimiento similar al de Ziegler. Esto se puede comprobar en los siguientes gráficos:

Figura 8. Comparación entre el control PI de Ziegler y de Cohen.

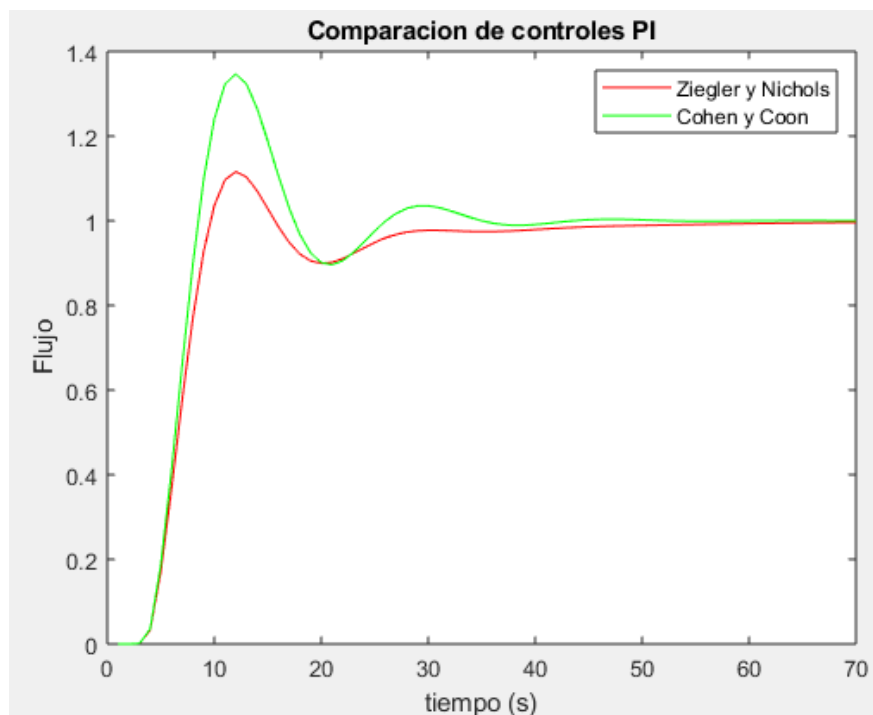
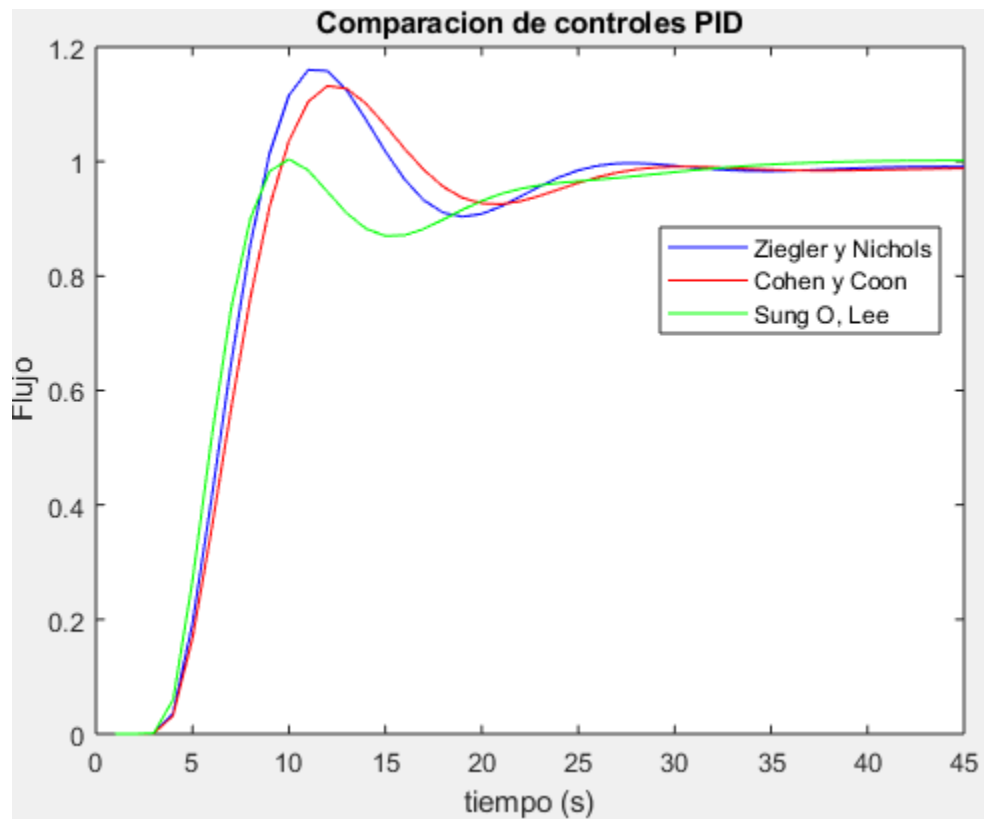


Figura 9. Comparación de controles PID de Ziegler y de Cohen.



En la Figura 8 se encuentra graficado el control PI del método de Ziegler y también el de Cohen, donde se observa que el de Ziegler presenta menor Overshoot y un tiempo de establecimiento similar al de Cohen.

En la Figura 9 se encuentran graficados los controladores PID obtenidos por el método de Ziegler, Cohen y Sung, donde se observa que poseen tiempos de establecimiento similares, pero quien posee un overshoot menor es el modelo de Sung, el cual se mencionará más adelante.

### **Método de López, Miller, Smith y Murriel:**

A continuación, se muestran las funciones de transferencia obtenidas para cada controlador del Método de López y se compara el comportamiento de cada técnica mediante su replantación en ecuaciones en diferencias para los controladores PID Ideal e Industrial.

## CONTROL PID IDEAL:

### Integral del error absoluto (IAE):

- Control PID Ideal en continuo:

$$G_{cAL} = \frac{5842 s^2 + 1135 s + 60.45}{79.03 s^2 + 12.39 s}$$

- Control PID Ideal en Discreto:

$$G_{cALz} = \frac{74.84 z^2 - 140.6 z + 66.03}{z^2 - 1.904 z + 0.9037}$$

- Control PID en ecuaciones en diferencias:

```
for k = 3:100
    Y1(k) = -0.000961*U1(k)+0.000488*U1(k-1)+0.001449*U1(k-2)+1.554*Y1(k-1)-0.5911*Y1(k-2); %Y/U=Gz
    E1(k) = ref-Y1(k); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U1(k) = 74.84*E1(k)-140.6*E1(k-1)+66.03*E1(k-2)+1.904*U1(k-1)-0.9037*U1(k-2); %U/E = Alpha
end
```

### Integral del error absoluto por el tiempo (ITAE):

- Control PID Ideal en continuo:

$$G_{cTL} = \frac{5231 s^2 + 1093 s + 58.01}{74.03 s^2 + 13.26 s}$$

- Control PID Ideal en discreto:

$$G_{cTLz} = \frac{71.38 z^2 - 133.4 z + 62.37}{z^2 - 1.891 z + 0.8907}$$

- Control PID Ideal en ecuaciones de diferencias:

```
for k = 3:100
    Y1T(k) = -0.000961*U1T(k)+0.000488*U1T(k-1)+0.001449*U1T(k-2)+1.554*Y1T(k-1)-0.5911*Y1T(k-2);
    E1T(k) = ref-Y1T(k); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U1T(k) = 71.38*E1T(k)-133.4*E1T(k-1)+62.37*E1T(k-2)+1.891*U1T(k-1)-0.8907*U1T(k-2); %U/E = Alp
end
```

### Integral del error cuadrático (ISE):

- Control PID Ideal en continuo:

$$G_{cSL} = \frac{4007 s^2 + 900.2 s + 63.84}{47.73 s^2 + 8.458 s}$$

- Control PID en discreto:

$$G_{cSLz} = \frac{85.3 z^2 - 158.6 z + 73.79}{z^2 - 1.892 z + 0.8919}$$

- Control PID en ecuaciones en diferencias:

```
for k = 3:100
    Y1S(k) = -0.000961*U1S(k)+0.000488*U1S(k-1)+0.001449*U1S(k-2)+1.554*Y1S(k-1)-0.5911*Y1S(k-2);
    E1S(k) = ref-Y1S(k); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U1S(k) = 85.3*E1S(k)-158.6*E1S(k-1)+73.79*E1S(k-2)+1.892*U1S(k-1)-0.8919*U1S(k-2); %U/E = Alp
end
```

## CONTROL PID INDUSTRIAL:

### Integral del error absoluto (IAE):

- Parámetros PID Industrial en continuo:

$$\text{Alpha} = \frac{749.1 s + 60.45}{12.39 s} \quad \text{Betta} = \frac{1.421 s + 1}{1.615 s + 1}$$

- Parametros PID Industrial en discreto:

$$\text{Alphaz} = \frac{62.02 z - 58.88}{z - 1} \quad \text{Bettaz} = \frac{0.8795 z - 0.5503}{z - 0.6708}$$

- Paramteros PID industrial en Ecu.Diferencias:

```
for k = 3:100
    Y2(k) = -0.000961*U2(k)+0.000488*U2(k-1)+0.001449*U2(k-2)+1.554*Y2(k-1)-0.5911*Y2(k-2);
    Ec2(k) = ref-((0.8795*Y2(k)-0.5503*Y2(k-1)+0.6708*Y2(k-1))); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U2(k) = 62.02*Ec2(k)-58.88*Ec2(k-1)+U2(k-1); %U/E = Alpha
end
```

### Integral del error absoluto por el tiempo (ITAE):

- Control PID Industrial en continuo:

$$\text{AlpT} = \frac{769.4 s + 58.01}{13.26 s} \quad \text{BetaT} = \frac{1.217 s + 1}{1.211 s + 1}$$

- Control PID Industrial en Discreto:

$$\text{AlpTz} = \frac{59.42 z - 56.6}{z - 1} \quad \text{BetaTz} = \frac{1.005 z - 0.5921}{z - 0.5871}$$

- Control PID Industrial en Ecu. Diferencias:

```
for k = 3:100
    Y2T(k) = -0.000961*U2T(k)+0.000488*U2T(k-1)+0.001449*U2T(k-2)+1.554*Y2T(k-1)-0.5911*Y2T(k-2);
    E2T(k) = ref-((1.005*Y2T(k)-0.5921*Y2T(k-1)+0.5871*Y2T(k-1))); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U2T(k) = 59.42*E2T(k)-56.6*E2T(k-1)+U2T(k-1); %U/E = Alpha
end
```

### Integral del error cuadrático (ISE):

- Control PID Ind. En continuo:

$$\text{AlpS} = \frac{540 s + 63.84}{8.458 s} \quad \text{BettaS} = \frac{1.778 s + 1}{1.788 s + 1}$$

- Control PID Ind. En discreto:

$$\text{AlpSz} = \frac{66.27 z - 61.4}{z - 1} \quad \text{BettaSz} = \frac{0.994 z - 0.6913}{z - 0.6972}$$

- Control PID Ind. En ecu.diferencias:

```
for k = 3:100
    Y2S(k) = -0.000961*U2S(k)+0.000488*U2S(k-1)+0.001449*U2S(k-2)+1.554*Y2S(k-1)-0.5911*Y2S(k-2);
    E2S(k) = ref-((0.994*Y2S(k)-0.6913*Y2S(k-1)+0.6972*Y2S(k-1))); %Y(k)=Ref-Y(k)*Bettaz
    U2S(k) = 66.27*E2S(k)-61.4*E2S(k-1)+U2S(k-1); %U/E = Alpha
end
```

Figura 10. Comparación de controladores PID Ideales del método de López.

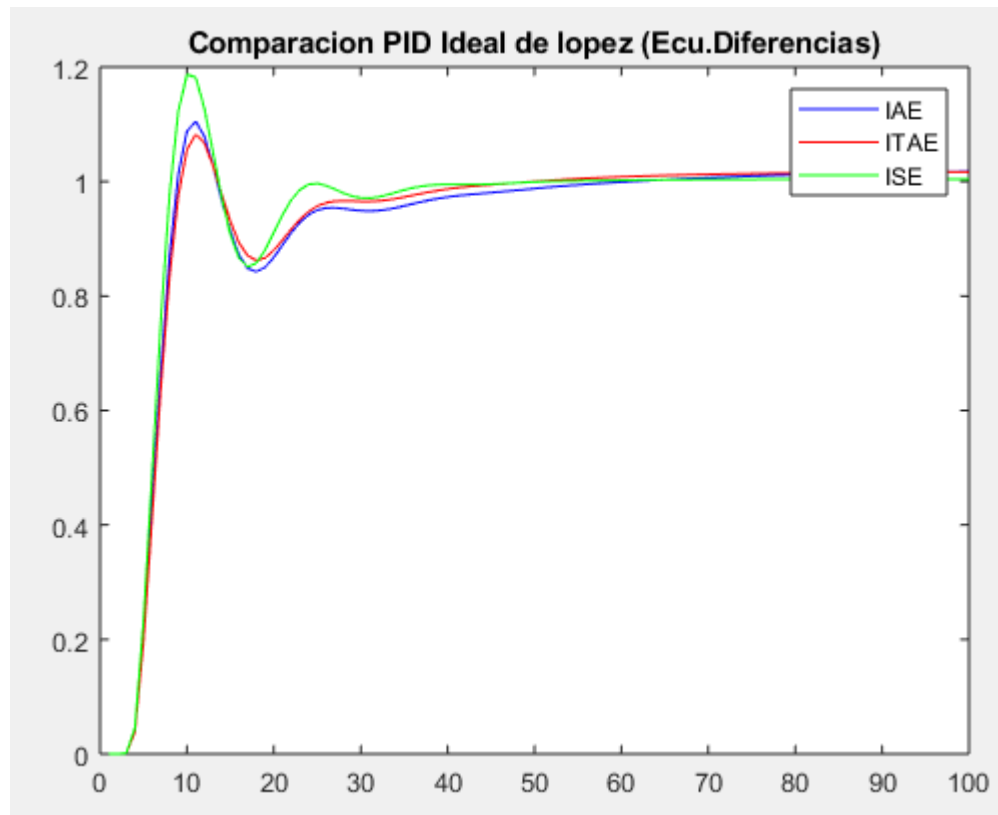
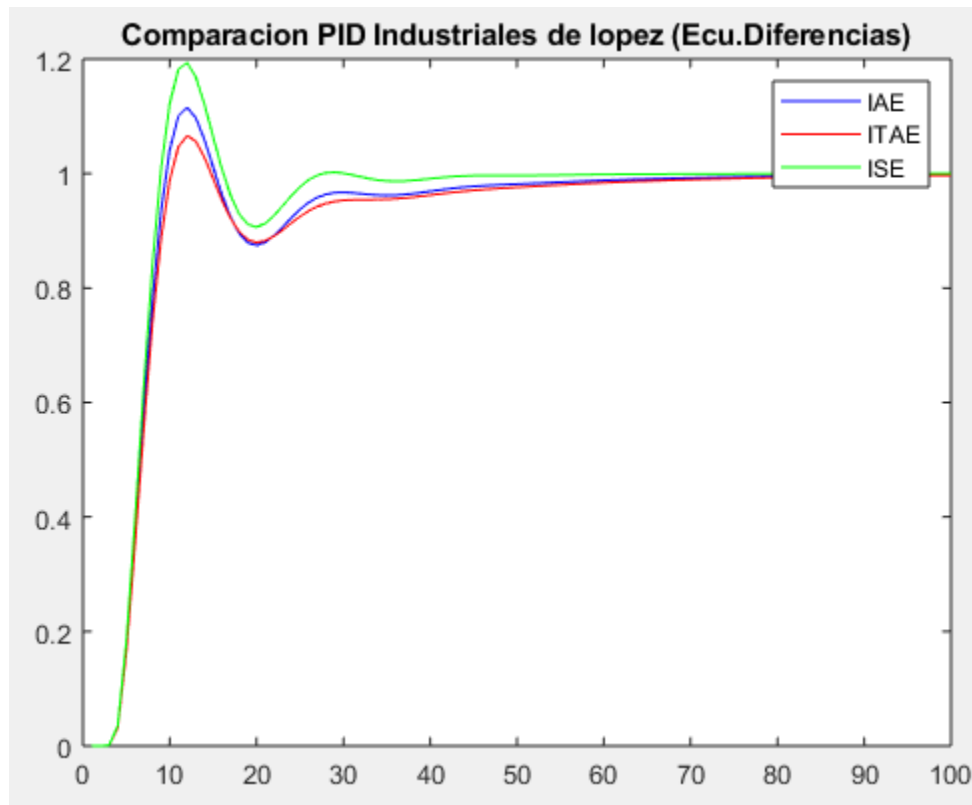




Figura 11. Comparación de controladores PID Industriales de López.



Como se observa en la figura 10, todos son controladores PID Ideales, pero utilizan diferentes criterios de optimización, donde el sistema mas optimo resulta ser el **ITAE** ya que posee un **overshoot 8.2%** y un tiempo de establecimiento medio de **38 segundos**.

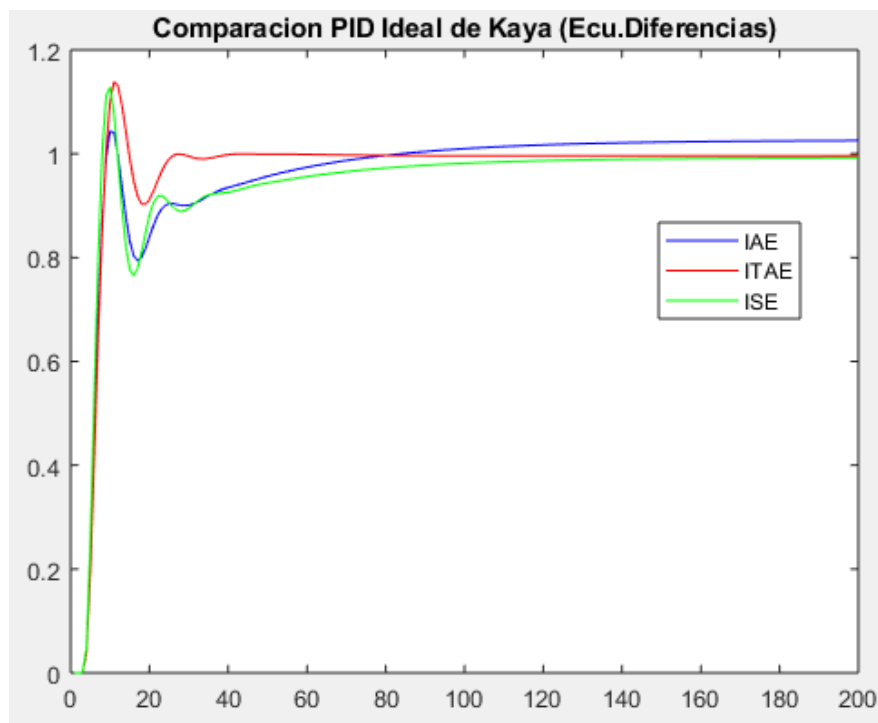
Como se observa en la figura 11, se encuentran todos los PID Industriales desarrollados con la metodología de López donde el método mas optimo es el **ITAE** en cuanto a **overshoot (6,6%)** y **tiempo 48,6 s**, pero en cuanto a tiempo de establecimiento es más rápido el **ISE** con **25,2 s** y **overshoot de 20%**.

### Método de Kaya y Sheib:

Para este método se usaron las expresiones y tablas mencionadas en las metodologías, así que, con el fin de ahorrar espacio, de ahora en adelante se encontraran las curvas de comportamiento para cada controlador y se analizara cual es el óptimo. Además en las **tablas 5 y 6** (más adelante) se encuentran el valor de cada constante para cada controlador de cada método.

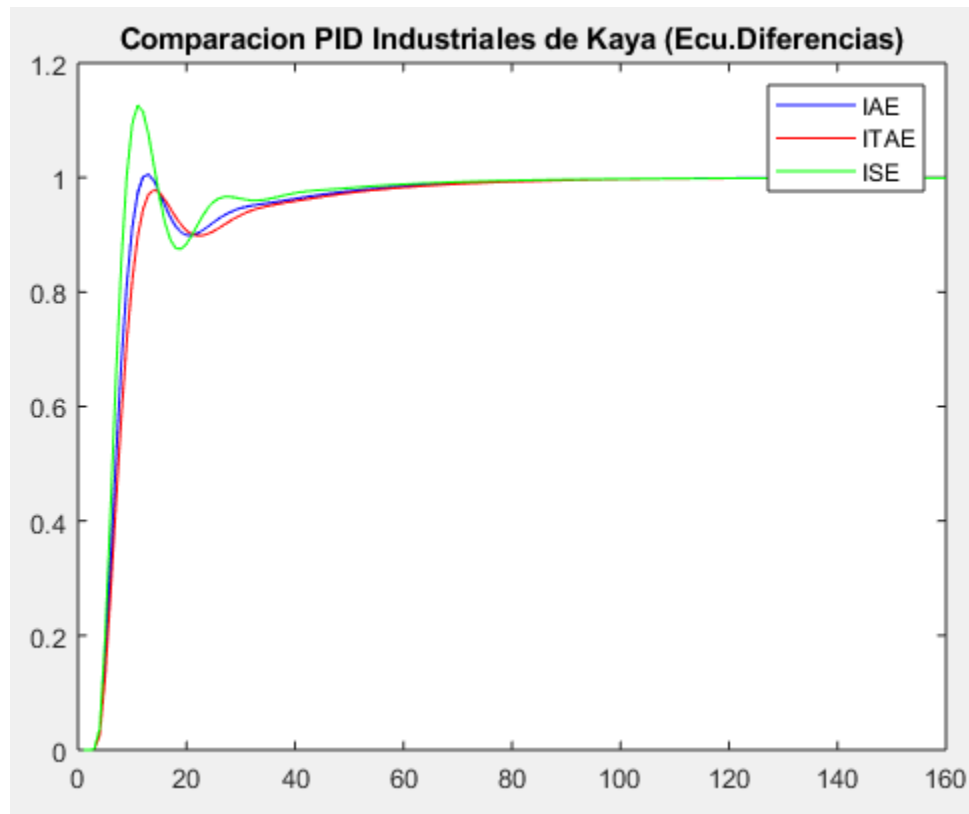
PID IDEAL:

Figura 12. Comparación de Controles PID Ideales de Kaya.



Como se observa en la figura 12, se encuentran los controladores PID ideales contruidos mediante la metodología propuesta por Kaya, donde el mas optimo resulta ser el método **ITAE** con un **overshoot de 14%** y **24,5 segundos**, tambien esta la opción de usar el ISE que posee un overshoot de apenas 4.4% pero es demasiado lento con 63 segundos.

Figura 13. Comparación controles PID Industriales de Kaya.

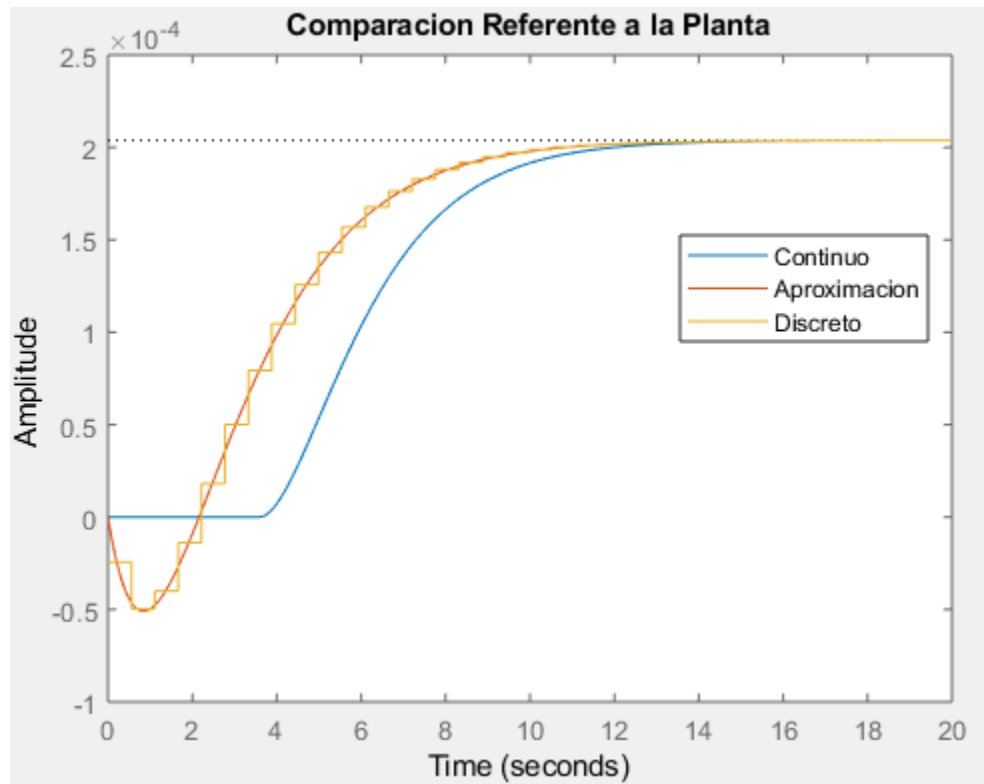


Según Figura 13, el controlador PID Industrial de Kaya mas optimo es el **ISE** ya que a pesar de que posee un **overshoot** mayor a los demás (**12,7%**) el tiempo de establecimiento es el más rápido con **41,3 segundos**. Aunque si se desea un overshoot mas pequeño se puede usar el IAE.

#### Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:

Como se mencionó en la metodología, este método utiliza el modelo de segundo orden mas tiempo muerto del sistema, por lo que ahora la expresión de la planta cambia un poco y debe discretizarse nuevamente para un tiempo de subida de 8,01 segundos, es decir, que el tiempo de muestreo es:  $T_s=8.01/20$ .

Figura 14. Modelo de polo doble más tiempo muerto (PDMTM) para Flujo.



- Función de transferencia en continuo:

$G_{p2P} =$

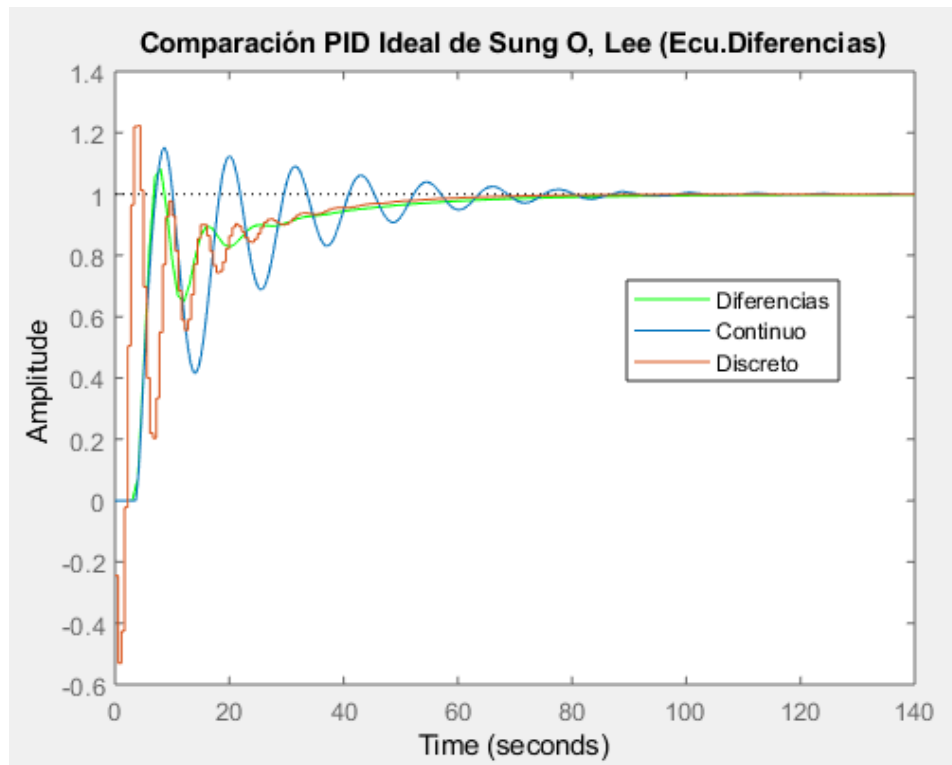
$$\exp(-3.58*s) * \frac{0.0002038}{2.014 s^2 + 2.838 s + 1}$$

- Función de transferencia en discreto:

$G_f =$

$$\frac{-0.0002038 s + 0.0001138}{1.419 s^2 + 1.792 s + 0.5582}$$

Figura 15. Comparación PID Ideal de Sung.



Este sistema ya se analizó con respecto a los métodos de Ziegler y el de Cohen, donde se determinó que su **overshoot es 4%** y **27 segundos de establecimiento**.

## Sistema de presión:

### Métodos de Ziegler y Nichols vs Cohen y Coon:

Figura 16. Comparación de controles PI para Presión.

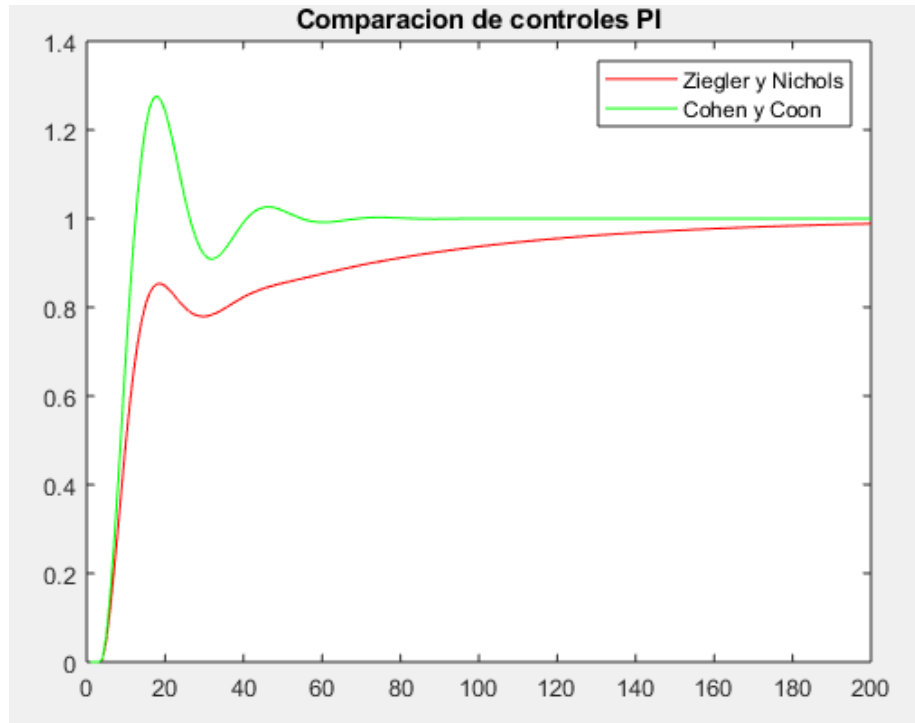
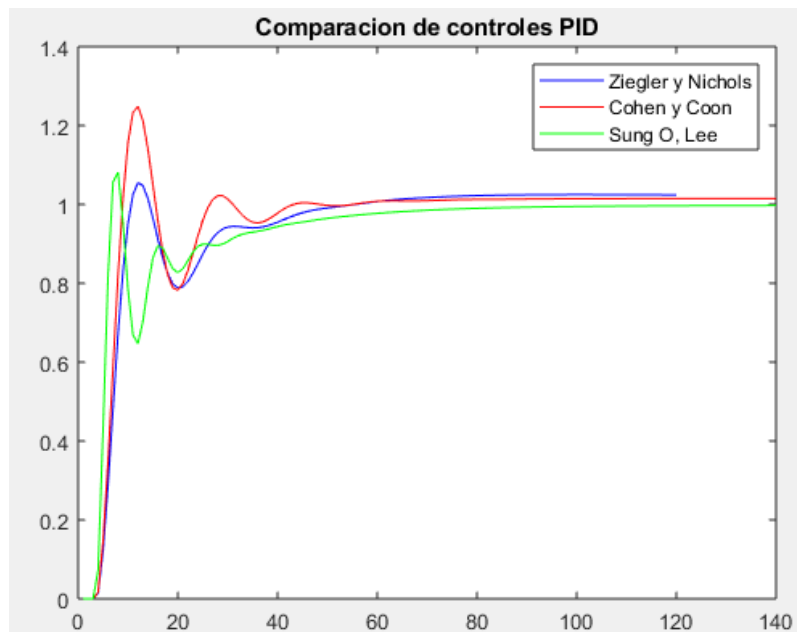


Figura 17. Comparación controles PID Ideales para Presión.

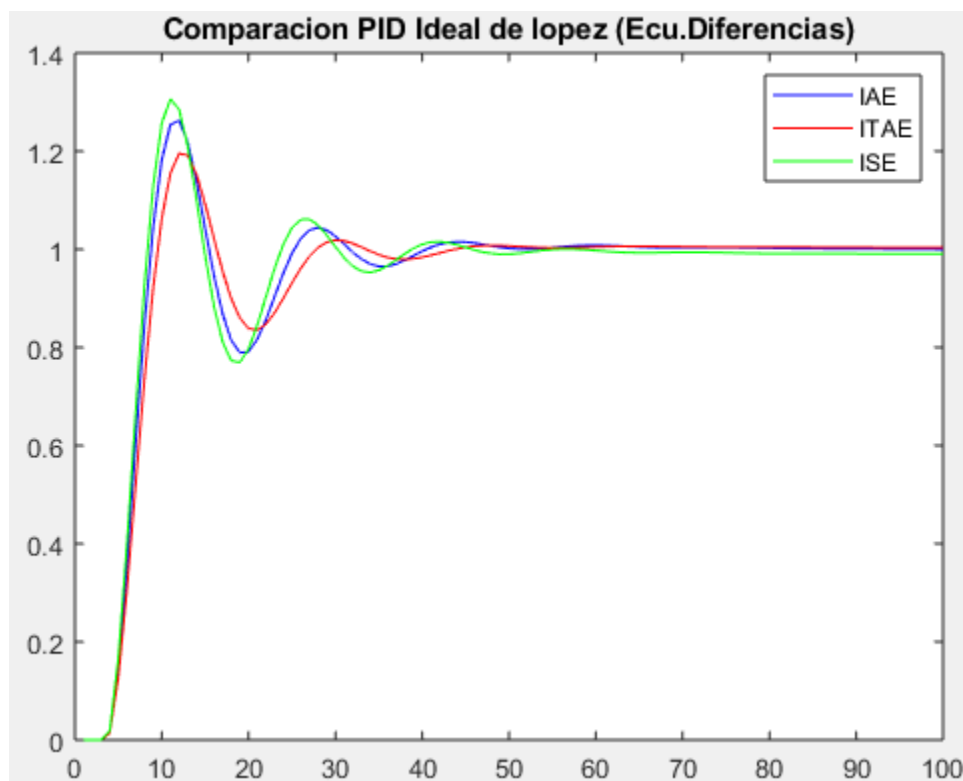


Como se observa en la Figura 16, tanto el método de Ziegler como el de Cohen para el control PI sobre el sistema de presión son inválidos, ya que el de Ziegler es demasiado lento **145 segundos** y el de Cohen posee un overshoot mayor al 25%.

Por ello, la mejor opción es usar un **PID** y en la Figura 17 se muestra que el mas optimo es el de **Ziegler** con **24,8%** de **Overshoot** y **40,3 segundos** de establecimiento.

### Método de López, Miller, Smith y Murril:

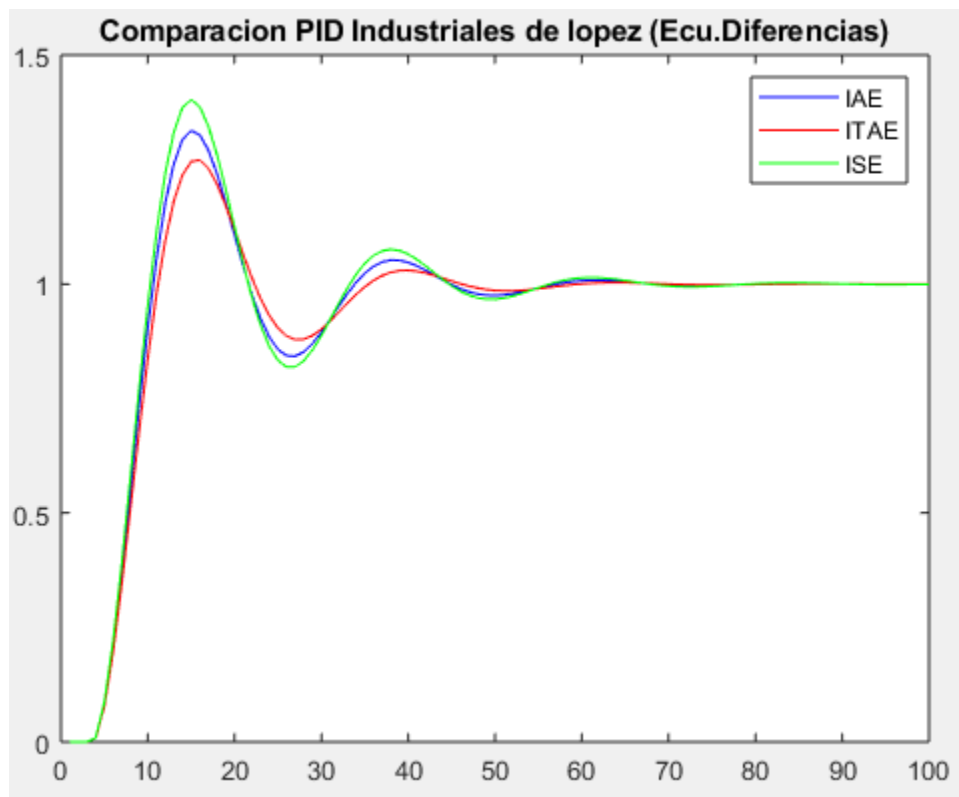
Figura 18. Comparación de controles PID Ideales de López.



Según la figura 18, el controlador PID Ideal sintonizado por el método de López mas optimo para el proceso de Presión es el **ITAE** con **20%** de Overshoot y **26,7 segundos** de establecimiento. Los demás se salen del 25% de overshoot por lo que no se toman en cuenta.

Vale la pena resaltar que estos controladores pueden optimizarse reduciendo la constante proporcional para reducir el overshoot o mejor la conste derivativa para que se establezcan más rápido.

Figura 19. Comparación controles PID Industriales de López para Presión.



Según la figura 19, ningún controlador PID Industrial cumple con el criterio de overshoot menor o igual al 25%, por lo que deben ser mejorados reduciendo la constante proporcional. El que mas cercano esta a ser aceptable es el **ITAE** con 26,7% de overshoot y 34 segundos.



## Método de Kaya y Sheib:

Figura 20. Comparación PID Ideal de Kaya para Presión.

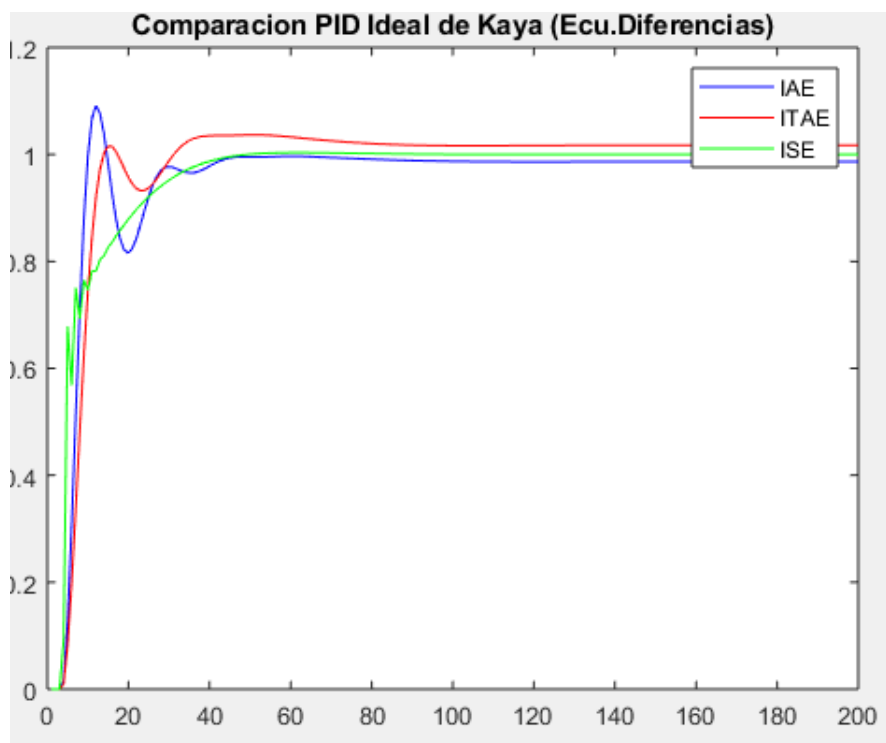
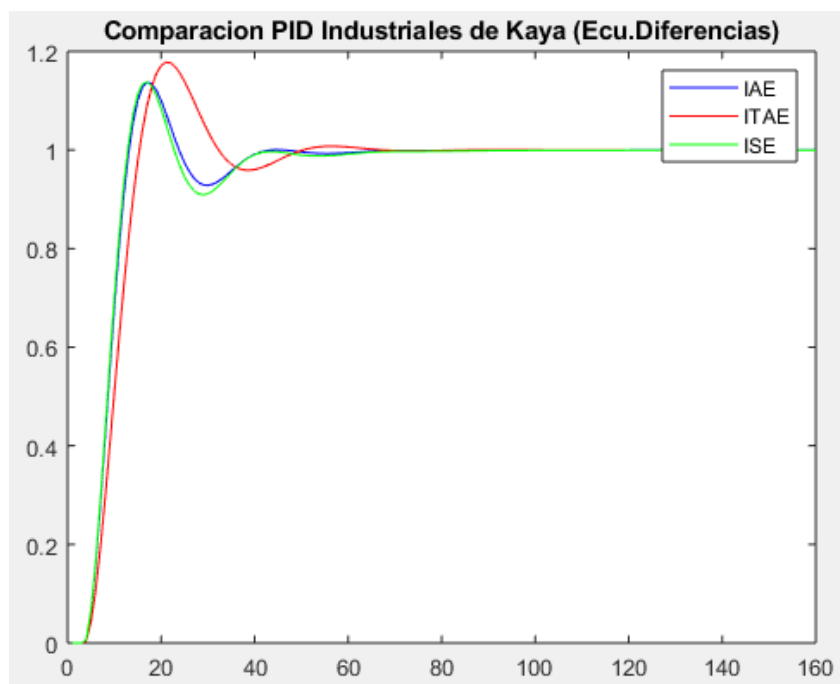


Figura 21. Comparación PID Industrial de Kaya para Presión.

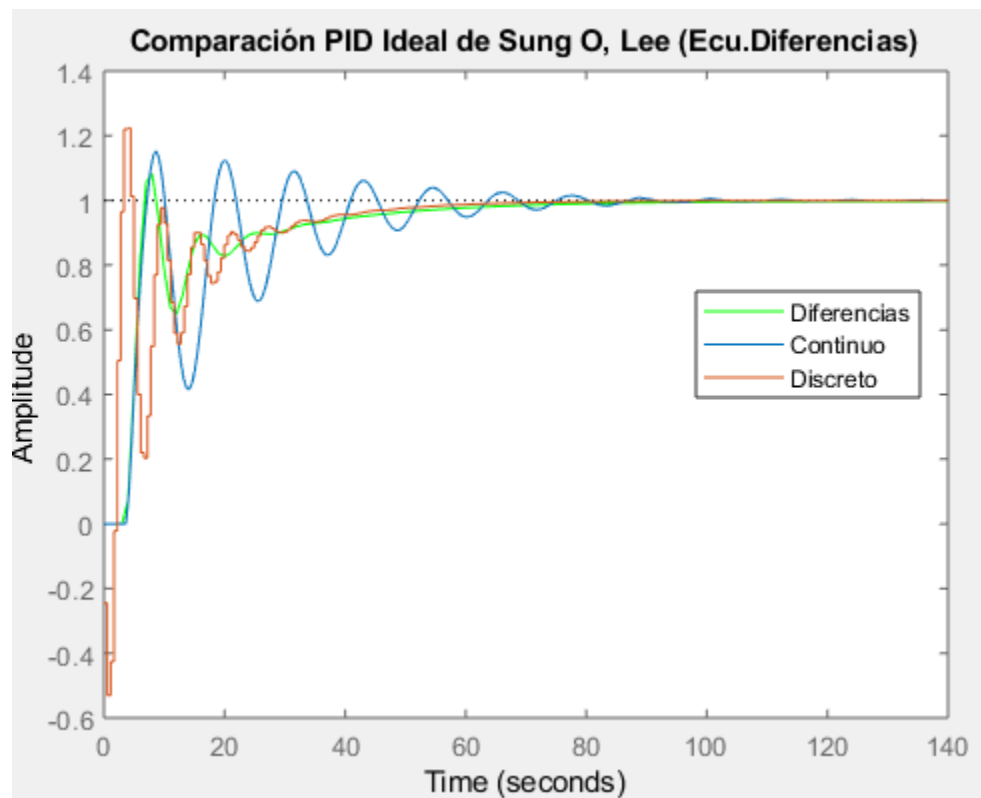


Según la figura 20, el controlador PID Ideal sintonizado por el método de Kaya óptimo para el sistema de Presión es el **ITAE** con **14%** de overshoot y **24,5 segundos** de establecimiento. Aunque el IAE posee un overshoot mas pequeño, es demasiado lento con 63 segundos.

Según la figura 21, el controlador PID Industrial sintonizado por Kaya optimo es **ISE** con **12,7%** de overshoot y **41,3 segundos** de establecimiento. A pesar de que los demás métodos tienen sobresaltos pequeños son demasiado lentos y por eso no se eligen.

### Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi:

Figura 22. Control PID Ideal sintonizado por Sung.



En comparación con el PID de Ziegler y el de Cohen, el de Sung posee un tiempo de establecimiento similar pero un overshoot menor a todos ellos, por lo que puede ser una buena opción usando el modelo de segundo orden mas tiempo muerto.

Tabla 5. Sintonización de controladores para el sistema de Flujo.

SINTONIZACION PARA EL SISTEMA DE FLUJO														
	Controlador PI				Controlador PID					Controlador PID INDUSTRIAL				
	K	Ti	Mp	Ts	K	Ti	Td	Mp	Ts	K	Ti	Td	Mp	Ts
Método de Ziegler y Nichols	59,4683	10,6178	12%	39 s	52,8607	6,3707	1,5927	16%	25,3 s					
Método de Cohen y Coon	62,5951	4,9607	33%	33 s	48,7408	6,4249	1,0499	13%	26 s					
Método de López y Miller.					60,4489	12,3917	1,4208	10,50%	42,1 s	60,449	12,392	1,4208	11,50%	42,2 s
					58,0104	13,2635	1,2171	8,20%	38 s	58,01	13,264	1,2171	6,60%	48,6 s
					63,8375	8,4583	1,7777	19%	21,9 s	63,838	8,4583	1,7777	20%	25,2 s
Método de Kaya y Sheib					56,6358	17,9287	2,0237	4,40%	63 s	53,507	12,611	1,9479	0,60%	49,6
					53,3731	7,578	1,781	14%	24,5 s	43,753	11,927	1,943	0%	52,2 s
					69,7612	21,8681	1,8692	12,80%	76,7 s	69,571	12,885	1,8929	12,70%	41,3 s
Método de Sung O,					39,2954	2,871	4,4839	0,0040%	27 s					

Tabla 6. Sintonización de controladores para el sistema de presión.

SINTONIZACION PARA EL SISTEMA DE PRESIÓN														
	Controlador PI				Controlador PID					Controlador PID INDUSTRIAL				
	K	Ti	Mp	Ts	K	Ti	Td	Mp	Ts	K	Ti	Td	Mp	Ts
Método de Ziegler y	2.294,7	14,3446	0%	145 s	3059,6	8,6067	2,1517	5,0%	44 s					
Método de Cohen y	2703,6	3,2418	27,6%	43 s	4626,1	6,5996	1,1593	24,8%	40,3 s					
Método de López y Miller.					3852,9	4,1587	2,2688	26,20%	30,1 s	3852,9	4,1587	2,2688	33,50%	46,6 s
					3582	4,3054	1,6342	20,00%	26,7 s	3582	4,3054	1,6342	26,70%	34 s
					3951,5	3,3645	2,4194	30,7%	29 s	3951,5	3,3645	2,4194	40,2%	43 s
Método de Kaya y Sheib					2963,2	4,8913	2,4145	9,10%	38,1 s	2655,5	4,2512	2,0237	13,80%	37,5 s
					1904,7	3,1127	2,5212	1,60%	29 s	1937,5	4,1414	2,5337	18%	44,2 s
					3052	5,2309	2,1759	0,00%	28,4 s	3036	4,2536	2,2942	13,80%	37 s
Método de Sung O,					4608,8	9,311	1,2205	8,20%	45,9 s					

## CONCLUSIONES.

- A la hora de discretizar se realiza una aproximación del modelo estimado por lo que la representación en ecuaciones de diferencias resulta ser una aproximación con errores que deben ser tenidos en cuenta sobre procesos críticos.
- En varios modelos de sintonización se observó que a medida que el overshoot disminuía el tiempo de establecimiento aumentaba, por lo que se debe tener un equilibrio entre ambas propiedades para elegir el método óptimo.
- Se observó que el controlador PI de Ziegler y Cohen puede funcionar en el sistema de flujo, pero no en el de presión. Además que no brinda una buena regulación del tiempo de establecimiento por lo que se recomienda un PID.
- Los mejores métodos de sintonización para un controlador PID Ideal en el sistema de flujo fueron el de **Ziegler** con 16% de Mp y 25,3 segundos juntos con el de **López ISE** que tiene 19% de Mp y 21,9 segundos.
- Los mejores métodos de sintonización para el PID Industrial fueron de **López** siendo el **IAE** con 11,50% de Mp y 42,2 segundos junto con el **ISE** con 20% de overshoot y 25,2 segundos.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Víctor M. Alfaro Ruiz (2002). *Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores*. Ingeniería: Revista de la Universidad de Costa Rica. Vol. 12., 17 páginas.
- [2] Víctor M. Alfaro (2007). *Método de identificación de modelos de orden reducido de tres puntos 123c*. Universidad de Costa Rica, 7 páginas.
- [3] Víctor M. Alfaro Ruiz (1993). *¿Son todos los controladores iguales?* Revista de la Universidad de Costa Rica. Vol. 3., 17 páginas.
- [4] 남자, 미. (2 de 2 de 2020). Ziegler-Nichols Method. Obtenido de <https://how-to-make-a-quadcopter.tistory.com/5>
- [5] Díaz, M. E. (28 de 05 de 2010). MÉTODOS DE SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES . Obtenido de <http://controldprocesos.blogspot.com/2010/05/metodos-de-sintonizacion-de.html>.