# Control en Cascada

Juan Pablo Velandia Suarez, 45161133 Harold David León Hurtado, 45161031 Automatización de procesos - Ing. Tumialan Borja José Antonio Universidad de la Salle

## **RESUMEN**

El presente informe nace como una evidencia del trabajo realizado en la práctica de laboratorio consistió en el diseño e implementación de un control en cascada por medio de un controlador diseñado por medio del lugar geométrico de las raíces, complementado por un control PI, para hacerlo más robusto a perturbaciones y lograr mantener la estabilidad del sistema.

Se opto por el desarrollo de un controlador PI, ya que se quería lograr el seguimiento de referencias y además establecer un error estacionario cercano a cero, por lo que al ser un sistema que controla variables como flujo y presión, muchas veces no se requiere que sea tan rápido, por lo que con las componentes proporcional e integral se cumplían los requerimientos.

Primeramente, se realizó el desarrollo en Matlab, donde se llevó a cabo la identificación del modelo, la simulación del controlador en cascada en el dominio continuo, discreto y ecuación en diferencias para luego pasar a su implementación en PLC, con ayuda del entorno de desarrollo TIA Portal se implementó el controlador, encontrando unos controladores que seguían referencias y sin error estado estacionario, teniendo en cuenta mayores aspectos de la planta. Sin embargo, se logró un paso aceptable de la simulación a la vida real, dando por cumplidos los objetivos de la práctica.

# I. Introducción

El control en cascada se define como la configuración donde la salida de un controlador de retroalimentación es el punto de ajuste para otro controlador de retroalimentación, por lo menos. El control de cascada involucra sistemas de control de retroalimentación o circuitos que estén ordenados uno dentro del otro.

#### Cuando utilizarlo:

- Cuando el control realimentado simple no provee un desempeño satisfactorio a lazo cerrado.
- Cuando se tiene una variable manipulable y más de una variable medida.
- Cuando las perturbaciones afectan directamente a la variable de proceso manipulada

El control en cascada tiene dos lazos un lazo primario con un controlador primario también llamado "maestro" y un lazo secundario con un controlador secundario también denominado "esclavo", siendo la salida del primario el punto de consigna del secundario. La salida del controlador secundario es la que actúa sobre el proceso.

#### Funciones:

- Reduce los efectos de una perturbación en la variable secundaria sobre la variable primaria.
- Reduce los efectos de los retardos de tiempo.
- El controlador primario recibe ayuda del controlador secundario para lograr una gran reducción en la variación de la variable primaria.

## Requisitos:

- El lazo interno (secundario) debe ser más rápido que el lazo externo (primario).
- La frecuencia de oscilación en el lazo secundario debe ser al menos tres veces la frecuencia en el lazo primario, si estos están bien sintonizados.

Un controlador PI (proporcional-integral) es un elemento de transferencia de un sistema de control de bucle cerrado que comprende componentes de elemento tanto P como I. La ecuación de controlador para un controlador PI es:

$$y(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau.$$

El primer término describe la respuesta del componente P y el segundo término la del componente I. Lo siguiente aplica a la amplificación del controlador PI:

$$K_I = \frac{K_P}{T_N}$$

Por consiguiente, la ecuación del controlador puede también tomar la siguiente forma:

$$y(t) = K_P \left( e(t) + rac{1}{T_N} \int\limits_0^t e( au) d au 
ight).$$

La respuesta de paso del controlador PI muestra que el componente P adelanta el efecto del controlador I por el tiempo de acción-integral TN. Por lo tanto, el componente proporcional del controlador permite que el sistema sea corregido ligeramente más rápido, mientras que el componente I permite una corrección completa sin un error de control.

El PI por lugar de las raíces es diseñado teniendo en cuenta el trasciente del sistema, por lo que se hace necesario conocer su respuesta en el tiempo, para luego establecer unas condiciones de error en estado estacionario e ir acoplando la dinámica para lograr ese comportamiento.

## II. OBJETIVOS

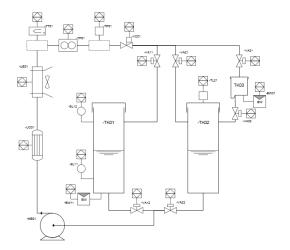
- Diseñar un controlador PI de presión y de flujo para el módulo de procesos.
- Implementar un control en cascada para controlar simultáneamente presión y flujo en el módulo de procesos.

## III. METODOLOGÍA

Se desea implementar un controlador de Flujo y Presión en la unidad de entrenamiento en Automatización proporcionada por la Universidad de la Salle.

Dicha unidad cuenta con los siguientes elementos:

- Una bomba controlada mediante un variador de frecuencia. (MB01)
- 2 tanques de almacenamiento. (TK01, TK02)
- 4 electroválvulas. (VA11, VA21, VA12, VA22)
- 1 válvula proporcional (VC01).
- Transmisor de nivel.
- Transmisor de presión (TP01)
- Transmisor de flujo (TF01).



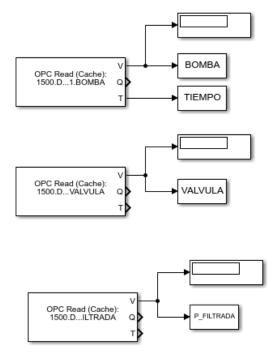
Fuente: Universidad de La Salle, 2020

Como se describió anteriormente, la unidad de entrenamiento cuenta con un transmisor de presión y otro de flujo, los cuales miden dichas variables a medida que el fluido circula por el sistema. La apertura y cierre de las válvulas pueden modificar el comportamiento de la presión y el flujo. Sin embargo, para este caso se

desea trabajar con todas las válvulas abiertas, y excitar el sistema mediante el variador que controla a la bomba. Para lograr los objetivos propuestos, se realizaron las siguientes actividades:

#### Actividad 1

Poner en funcionamiento la unidad de entrenamiento mediante el uso del PLC 1500 de siemens con el que cuenta, dejando todas las válvulas abiertas para que el fluido pueda circular fácilmente por el sistema. Posteriormente, realizar una conexión OPC entre TIA portal y Matlab mediante el uso de KepServer y tomar medidas de flujo y presión para el sistema.



#### **Actividad 2:**

Realizar el respectivo tratamiento de los vectores de datos registrados mediante la conexión OPC entre Matlab y TIA para el tiempo, flujo y presión. Es decir, enfocar el análisis sobre la ventana de tiempo en que se excito el sistema hasta que se estabilizo.

Posteriormente, se deben identificar ambos sistemas y construir un modelo de primer orden más tiempo muerto tanto para la presión como para el flujo.

#### Actividad 3:

Diseñar un controlador en cascada. Para ello se diseña un controlador PI para la planta sin considerar el tiempo muerto y luego, se construye la estructura del controlador en cascada teniendo en cuenta: la planta más tiempo muerto y los lazos de control a supervisar.

# • Control PI para Flujo (Teorema del límite):

Se requiere que el sistema siga referencias con error en estado estacionario de cero. Es por ello que se recurre al diseño de un controlador PI teniendo las siguientes consideraciones en cuenta:

$$Gc = Kp + \frac{Ki}{s} = \frac{Kp * s + Ki}{s} = \frac{Kp\left(s + \frac{Ki}{Kp}\right)}{s}$$
$$Gc = \frac{Kp * (s + a)}{s}$$

Donde:

Kp: es la ganancia proporcional del controlador. a: es el cero del controlador ubicado en -Ki/Kp. además, que posee un polo en el origen.

Para calcular Kp se puede utilizar el teorema del límite final de la siguiente forma:

$$K = \lim_{s \to 0} (Kp * Gp) = \lim_{s \to 0} \left( \frac{Kp * a1}{s + b1} \right) = \frac{Kp * a1}{b1}$$

$$essp = \frac{1}{1 + K} = \frac{b1}{b1 + a1 * Kp}$$

$$Kp = \frac{b1 * (1 - essp)}{essp * a1}$$

Donde:

Gp es la función de transferencia del sistema.

Essp es el error de posición deseado, en este caso cero. K es la constante de posición.

a1 y b1: Son constantes conocidas dadas por el modelo de identificación.

Una vez calculada la ganancia Kp que permite seguir referencias en el controlador PI, se debe calcular la ganancia Ki. Para ello se usará la teoría del diseño por el lugar geométrico de las raíces, teniendo en cuanta que el controlador PI ubica un polo en el origen y un cero muy cercano al origen según lo permita el sistema. Este cero viene dado por la proporción:

$$\frac{Ki}{Kp} = a$$

Es decir, que se puede calcular el valor de Ki, teniendo la constante Kp y el cero (a) del controlador o también, se puede calcular la ubicación del cero (a) teniendo las constantes del controlador PI.

La otra alternativa es utilizar el teorema del límite para velocidad, según la siguiente expresión:

$$Gcl = Gc * Gp = \left(Kp + \frac{Ki}{s}\right) * \left(\frac{a1}{s + b1}\right)$$

Reemplazando la función en lazo cerrado en el teorema del límite:

$$Kv = \lim_{s \to 0} s * (Gcl) =$$

$$= \lim_{s \to 0} s * \left(\frac{(Kp * s + Ki)(a1 * Kp)}{s(s + b1)}\right) =$$

$$= \frac{Ki * Kp * a1}{b1}$$

$$Kv = Ki * Kp * c1$$
 (donde:  $c1 = a1/b1$ )

Reemplazando Kv en la expresión del error para velocidad y despejando Ki:

$$essv = \frac{1}{Kv} = \frac{1}{Ki * Kp * c1}$$

$$Ki = \frac{1}{Kp * c1 * essv}$$

Gcl es el sistema en lazo cerrado entre el controlador PI y la planta.

Kp v Ki son las constantes del controlador.

Essy es el error deseado en estado estacionario.

C1 es conocido ya que es la división entre a1 sobre b1.

De esta forma, la expresión 4 y 5 describen la forma en que se puede calcular las constante Kp y Ki del controlador conociendo la función de transferencia de la planta y el error deseado en estado estacionario.

• Control PI para Presión (Asignación de polos):

La metodología anterior, se usará para diseñar el controlador PI del Flujo, sin embargo, para el de Presión

se optó por diseñar un controlador PI por asignación de polos.

Para diseñar un controlador por este método, se parte de las siguientes consideraciones:

$$Gp = \frac{a1}{s+h1}$$

Donde:

Gp es la función de transferencia de la planta. a1 es la ganancia de la planta en lazo abierto. b1 es el polo de la planta en lazo abierto.

Se desea que la planta en lazo cerrado se comporte de acuerdo con unos criterios de diseño: Tiempo de establecimiento (Tss) y Overshoot (Os). Asignando estos criterios se puede calcular la constante de amortiguamiento y la frecuencia deseada para el sistema:

$$\xi = \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{\%os}{100}\right)^{2}}{\pi^{2} + \ln\left(\frac{\%os}{100}\right)^{2}}}$$

$$wn = \frac{3}{\xi * Tss}$$

Donde:

 $\boldsymbol{\xi}$  es la constante de amortiguamiento.

wn es la frecuencia del sistema.

%os es el porcentaje de overshoot.

Tss es el tiempo de establecimiento.

Estos criterios de diseño construyen la ecuación característica del controlador para que el sistema se comporte como se desea en lazo cerrado. Esta ecuación está dada así:

$$Gc = s^2 + (2 * \xi * wn) * s + wn^2$$

La expresión anterior, expresa la ubicación de los polos en lazo cerrado para el sistema controlado mediante una función cuadrática, de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$p1,2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La ecuación característica deseada será comparada con la ecuación en lazo cerrado, es decir, controlador más planta, de la siguiente forma:

• Planta:

$$Gp = \frac{a1}{s + b1} = \frac{A}{B}$$

Controlador:

$$Gc = \frac{kp * Td * s^{2} + Kp * s + \frac{Kp}{Ti}}{s} = \frac{d2 * s^{2} + d1 * s + d0}{s} = \frac{D}{E}$$

Donde:

Td es la constante derivativa = 0.

• Ecuación en lazo cerrado (H):

$$H(s) = \frac{DA}{EB + DA} =$$

$$= \frac{a1(d2 * s^2 + d1 * s + d0)}{s(s+b1) + a1(d2 * s^2 + d1 * s + d0)}$$

$$H(s) = \frac{a1(d2 * s^2 + d1 * s + d0)}{s^2(1 + a1 * d2) + s(b1 + a1 * d1) + a1 * d0}$$
La ecuación en lazo cerrado característica es:

$$s^{2}(1 + a1 * d2) + s(b1 + a1 * d1) + a1 * d0$$

• Cálculo de las constantes Kp y Ti:

La expresión anterior se compara con la ecuación deseada y se despejan las expresiones para cada constante del controlador (Kp, Ti, Td):

$$s^{2}(1 + a1 * d2) + s(b1 + a1 * d1) + a1 * d0 =$$

$$= s^{2} + (2 * \xi * wn) * s + wn^{2}$$

**Entonces:** 

$$1 = (1 + a1 * d2) = (1 + a1 * Kp * Td)$$

$$(2 * \xi * wn) = (b1 + a1 * d1) = (b1 + a1 * Kp)$$

$$wn^{2} = a1 * d0 = a1 * \frac{Kp}{Ti}$$

Sabiendo que: Td=0, y usando las últimas dos expresiones anteriores, se encuentra que las expresiones para las contantes son:

$$Kp = \frac{(2 * \xi * wn) - b1}{a1}$$
;  $Ti = \frac{a1 * Kp}{wn^2}$ 

Al diseñar el controlador PI para cada sistema, se construirá el controlador en cascada teniendo en cuenta la planta más tiempo muerto del sistema:

$$Gpt = \frac{e^{(-tm)*S}a1}{s+b1}$$

#### **Actividad 4:**

Discretizar el controlador en cascada y expresarlo en ecuaciones en diferencias para su implementación en un controlador lógico programable que controle el flujo y presión dentro de la unidad de entrenamiento en automatización.

Para la discretización se debe seleccionar un tiempo de muestreo según los siguientes criterios:

$$\frac{Tr}{20} < Tm < \frac{Tr}{10}$$

$$\frac{Tss}{75} < Tm < \frac{Tss}{25}$$

Donde:

Tr es el tiempo de subida en lazo abierto. Tss tiempo de establecimiento en lazo abierto. Tm es el tiempo de muestro.

Se puede usar cualquiera de los dos criterios y discretizar la ecuación de la planta y el controlador usando Tustin.

Posteriormente se expresa ambas ecuaciones discretizadas en ecuación en diferencias y se implementa en el PLC usando variables, de la siguiente forma:

#### Diseño del controlador Cascada:

Para el diseño del controlador en cascada fue necesario identificar el controlador de presión Smith anteriormente implementado en laboratorios pasados, para este caso se realizó con una referencia de presión de 0 a 2.5 bares.

A continuación, en la Figura 1 se presenta la comparativa del sistema identificado con el sistema real.

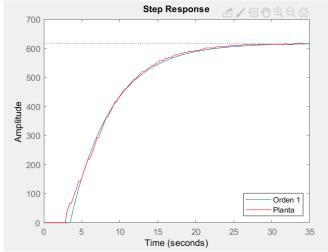


Figura 1 Comparativa de la identificación del lazo de control de presión Smith y el sistema de primer orden identificado.

La funcion de transferencia asociada la Figura 1 es la siguiente:

$$Gp1 =$$

Figura 2 Funcion de transferencia identificada. Posteriormente se seleccionaron los criterios de diseño del controlador, teniendo como referencia la Figura 1 se escogió:

$$\% os = 5$$
  
 $t_s = 15 s$ 

El punto de diseño es el siguiente.

$$s = 0.2667 + 0.27i$$

Posteriormente de calcular la ganancia y el polo se obtiene:

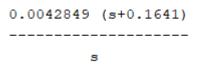


Figura 3 Funcion de transferencia del controlador maestro.

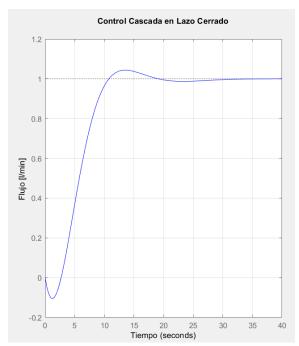


Figura 4 Respuesta del Sistema a la planta identificada.

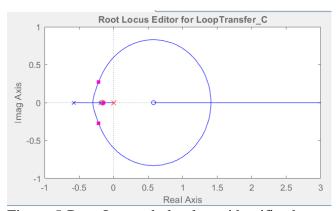


Figura 5 Root Locus de la planta identificada con el controlador Smith.

Para validar el rango de operación se implementó el siguiente simulink.

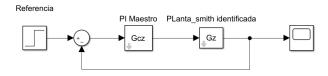


Figura 6 Diagrama de bloques del controlador en cascada simplificado.

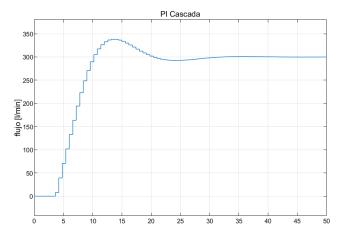


Figura 7 Simulación del Sistema ante una referencia de 300 l/min.

# Implementación en PLC:

Lo primero a realizar es la discretización del controlador del maestro con un tiempo de 0.6 segundos obteniendo:

Figura 8 Funcion de transferencia del controlador discretizada.

Para efectos prácticos se saco el numerador y denominador de la función de transferencia propuesta en la Figura 8.

```
NGz =

0.0045 -0.0041

DGz =

1 -1
```

Figura 9 Ecuaciones de diferencias de controlador PI maestro en cascada.

Para la implementación en el PLC en el ciclo de interrupción con un periodo de 0.6 segundos se implementó el bloque función mostrado en la Figura 10.

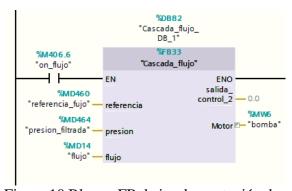


Figura 10 Bloque FB de implementación de control cascada.

Para tener completa la estructura del controlador cascada es necesario de tener la señal de presión y flujo de la planta, la presión por motivos del lazo esclavo y el flujo por el lazo de control principal, estas señales son adquiridas desde el bloque funcion "Cascada flujo" mostrado en la Figura 10.

```
//Bloque Cascada Flujo
    #ec2 := #referencia - #fluio:
    #uc2 := 0.0045*#ec2-0.0041*#e1c2+1.000*#u1c2;//PI maestroS
    #salida_control_2 := #uc2;
    #e := #uc2 - #presion;
    //Controlador Smith de Presion
    #u := 1864.4 * #e - 4033.0 * #e1 + 3045.5 * #e2 - 930.6 * #e3 + 96.8 * #e4 +
    #baux := #u;
    //saturador de la bomba
10 □IF #baux > 27000.0 THEN
        #Motor := 27000.0:
    ELSIF #baux < 7000.0 THEN
        #Motor := 7000;
    ELSE
15
        #Motor := #baux:
16 END IF:
    //Actualizar las variables del controlador esclavo
    //entradas
    #e4 := #e3;
    #e3 := #e2:
   #e2 := #e1;
    #e1 := #e;
    //salidas
    #u4 := #u3;
   #u3 := #u2;
    #u2 := #u1;
```

Figura 11 Implementación de control en cascada de flujo.

Para la implementación de la Figura 11 se inició calculando el error de flujo en la línea 2 denotado como "#ec2", posteriormente ese valor fue ingresado al controlador PI implementado en el lazo de control maestro del cascada en la línea 3, con la salida "#uc2", se calculo el error de presión en la línea 5, el error de presión se ingreso al Smith de la línea 7, este control entrega la consigna de bomba por ende se coloca los saturadores de la bomba en las líneas 10 a 16, de tal forma que ante cualquier problema externo la bomba no salga de sus parámetros de funcionamiento. Por último, de la línea 19 a 27 se actualizan las variables con los respectivos corrimientos.

## IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS:

Después de implementar el control en cascada en el tia porta se procedió adquirir la información para analizar el comportamiento del controlador.

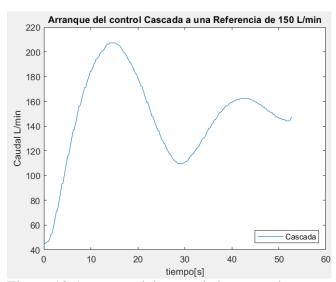


Figura 12 Arranque del controlador cascada.

En la Figura 12 se puede evidenciar el inicio del funcionamiento del controlador cascada, para este caso en particular se evidenció un overshoot mayor al 80%, algo normal para los arranques de los sistemas.

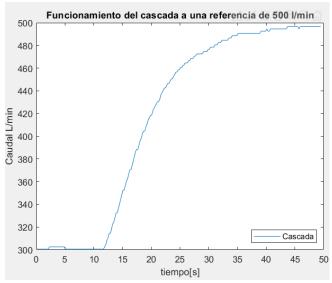


Figura 13 Funcionamiento normal del controlador cascada a una referencia de 500 l/min.

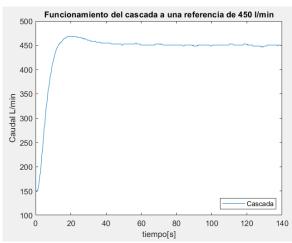


Figura 14 Funcionamiento normal del controlador cascada a una referencia de 450 1/min.

En la Figura 13 y Figura 14 se puede evidenciar el funcionamiento del sistema ante dos referencias, se puede evidenciar gráficamente que cumplen con los criterios de diseño del controlador, además de que no superan el 5% de overshoot presentes en el diseño.

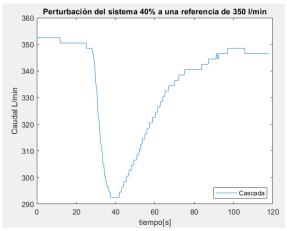


Figura 15 Comportamiento del Sistema ante una perturbación del 40 %.

En la Figura 15 se puede evidenciar el comportamiento ante una perturbación muy grande en el sistema propuesta por la válvula, en este caso en particular se llevó la válvula al valor de consigna de 18000. Reduciendo el flujo de 350 a 295, posteriormente de 40 segundos el sistema se volvió a estabilizar en el valor de la referencia.

#### v. Conclusiones

- El control en cascada se estabiliza rápidamente ante perturbaciones de presiones siguiendo correctamente la referencia de flujo.
- En la Figura 5 se puede evidenciar que el grafico del lugar geométrico de las raíces pasa por el punto de diseño propuesto del controlador, por ende, cumple con los criterios de diseño.
- En el diseño del controlador PI es necesario tener en cuenta que si se diseña sin el tiempo muerto de la planta es necesario de implementar una estrategia de control como la Smith para subir ese déficit, para nuestro caso en particular no funcionó esta técnica por ende se volvió a diseñar un controlador teniendo en cuenta el tiempo muerto de la planta.
- En la Figura 13 y Figura 14 se puede evidenciar el correcto funcionamiento del sistema cumpliendo con los criterios de diseño.

#### REFERENCIAS

[1] Víctor M. Alfaro Ruiz (2002). Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores. Ingeniería: Revista de la Universidad de Costa Rica. Vol. 12., 17 páginas.