

## PARCIAL TEÓRICO PRIMER CORTE.

Leonardo Fabio Fernández Díaz.

Código: 45161174

Universidad de La Salle.

Bogotá D.C.

- 1) Obtener la función de transferencia que representa la dinámica del proceso a través de los datos obtenidos de un prototipo experimental. La entrada de excitación fue del 80% del flujo de calor en la cámara, donde  $Q_{in} = 57.74[\text{KW}]$

Tabla 1. Medidas del proceso.

Medición #	Tiempo ( minutos )	Temperatura ( °C )	Medición #	Tiempo ( minutos )	Temperatura ( °C )
1	0	26.00	11	5	29.85
2	0.5	26.00	12	5.5	30.15
3	1	26.01	13	6	30.30
4	1.5	27.35	14	6.5	30.40
5	2	27.80	15	7	30.50
6	2.5	28.20	16	7.5	30.60
7	3	28.60	17	8	30.65
8	3.5	28.90	18	8.5	30.70
9	4	29.30	19	9	30.70
10	4.5	29.65	20	10	30.70

### a) Obtener la función de transferencia del sistema:

Para lograr estimar la función de transferencia del sistema a partir de las medidas de la tabla 1, se usará el Modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM). Para ello se debe calcular la ganancia  $K_p$ , el tiempo muerto y el constante  $\tau$  del sistema según las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau &= 0,9102 (t_{75} - t_{25}) \\ t_m &= 1,2620 t_{25} - 0,2620 t_{75}\end{aligned}$$

Donde:

$\Delta y$  es la diferencia entre el máximo y el mínimo de la señal de temperatura.

$\Delta u$  es la diferencia entre el máximo y el mínimo de la señal de entrada.  
 $t_{25}$ ,  $t_{50}$ ,  $t_{75}$ ., serán los valores de tiempo para los cuales el sistema tiene la señal de salida al 25%, 50% y 75%.

Esos valores porcentuales de la señal de salida se obtienen así:

```
T25=(0.25*(max(T)-min(T)))+26;
T50=(0.50*(max(T)-min(T)))+26;
T75=(0.75*(max(T)-min(T)))+26;
TT=[T25 T50 T75];
```

Se tiene en cuenta que la señal de salida del sistema (Temperatura) empieza en 26 °C y termina en 30.7 °C, así que para obtener valores coherentes se le suma 26 °C a cada valor porcentual.

Lo siguiente, es hallar los valores de tiempo para T25, T50 y T75, y ello se logra interpolando los datos mediante la siguiente expresión:

```
tt(i) = (((x2-x1)/(y2-y1))*(TT(i)-y1))+x1;
```

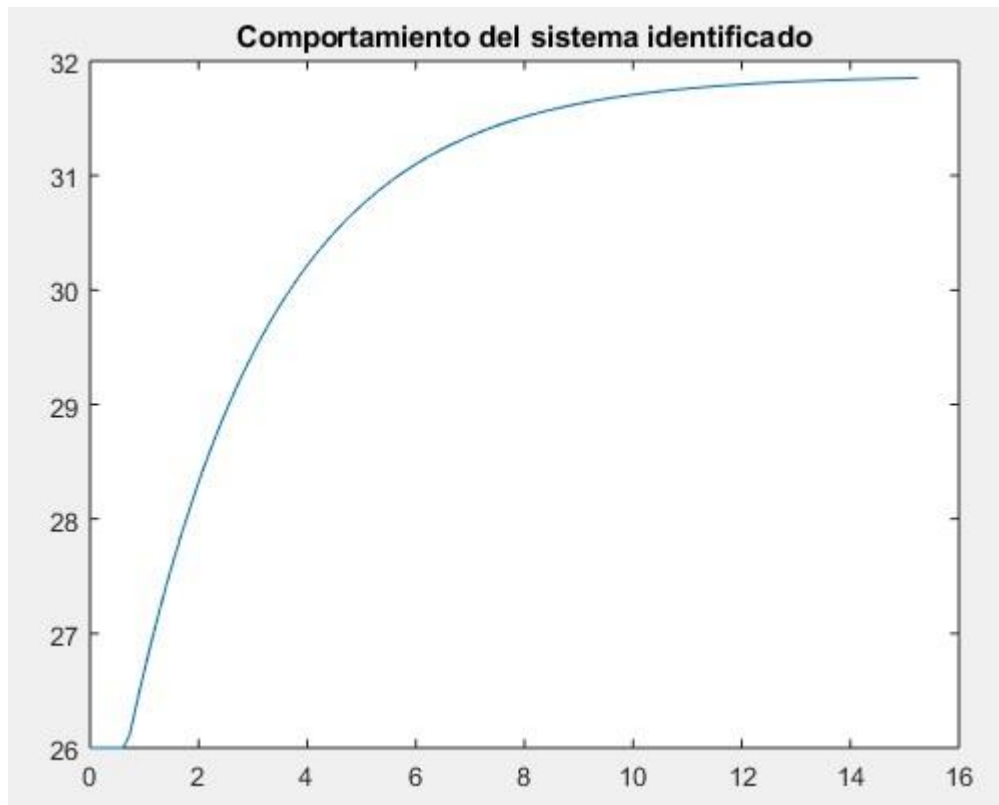
Donde:

X1 y x2 Son las medidas de tiempo anteriores y posteriores respectivamente.  
Y1 y Y2 son las medidas de temperatura anteriores y posteriores. Así que al implementar esa expresión en un ciclo que recorre el vector de tiempo y temperatura se obtuvieron los siguientes tiempos:

```
tt =
    1.4347    2.6875    4.3214
```

Con los tiempos calculados y sabiendo que:  $\Delta u = 57.74 \cdot 0.8$  y  $\Delta y = 4.7$ , la función de transferencia estimada por el modelo POMTM es:

```
GplF =
exp(-0.678*s) * 0.1017 / (2.627 s + 1)
```



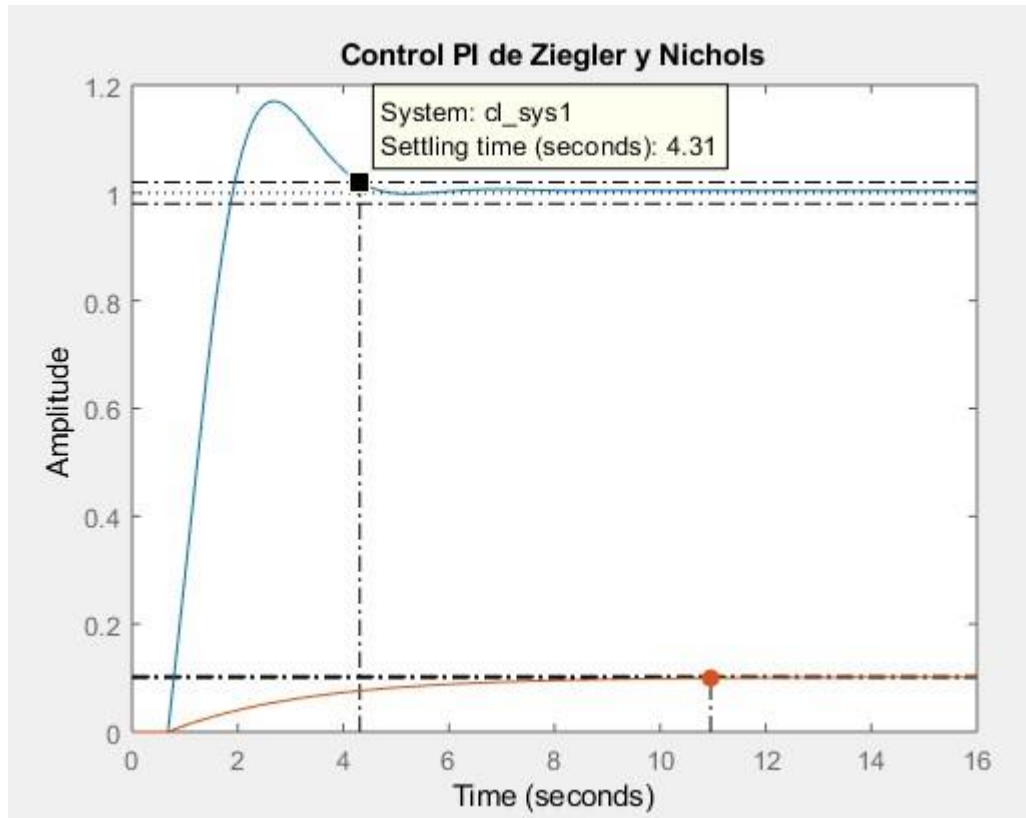
Comportamiento de la función de transferencia identificada por el método POMTM.

#### b) Sintonizar el controlador para el proceso:

Se sabe que la variable a controlar del proceso es la temperatura y que, por naturaleza, varía lentamente. Es por ello que un controlador PI puede ser adecuado ya que solo se desea una acción proporcional para el seguimiento de referencias y la integral para disminuir el error.

Para la sintonización se usará el método de Ziegler y Nichols donde se calcula la constante  $K$  y  $T_i$ , luego, se construye la ecuación del controlador PI y se analiza el comportamiento en lazo cerrado:

```
% Control PI
Kp1 = (0.9*(taoF/(KpF*tmF)))/2;
Til = (tmF/0.3);
Gcl = Kp1*(1+(1/(Til*s)));
cl_sys1 = feedback(Gcl*GplF,1);
figure
step(cl_sys1)
title(['Control PI de Ziegler y Nichols'])
```



Como se observa en el grafico el control PI (señal en Azul) logra seguir el step unitario que se le inyecta además de que el error es de cero y se establece en un tiempo de 4.31 segundos y un overshoot del 18%.

### c) Diseñar un controlador para el proceso (LGR):

Teniendo en cuenta que la planta posee tiempo muerto, se debe diseñar un controlador con estructura Smith. Para ello se usará el lugar geométrico de las raíces para diseñar un control PI a la planta sin tiempo muerto y luego, se armara la estructura del controlador Smith teniendo en cuenta el tiempo muerto del sistema.

- Planta sin tiempo muerto:

$$V_{s1} = \frac{0.1017}{2.627 s + 1}$$

- Criterios de diseño:

Tiempo de establecimiento:  $t_{ss} = 5 \text{ segundos}$ .

Porcentaje de overshoot:  $\%Ov = 10 \%$ .

$$Z = \frac{|\ln (\%ov/100)|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln (\%ov/100))^2}} = \mathbf{0.5912}$$

$$Wn = \frac{3}{Z * t_{ss}} = \mathbf{1.015}$$

Donde:

**Z** es el coeficiente de amortiguamiento.

**Wn** la frecuencia del sistema.

Entonces, la ubicación de los polos de diseño es:

$$Pd = -Z * Wn \pm Wn * \sqrt{1 - Z^2}$$

$$Pd = -0.6 \pm i * 0.8186$$

Ahora se comprueba si el polo de diseño pertenece al LGR del sistema:

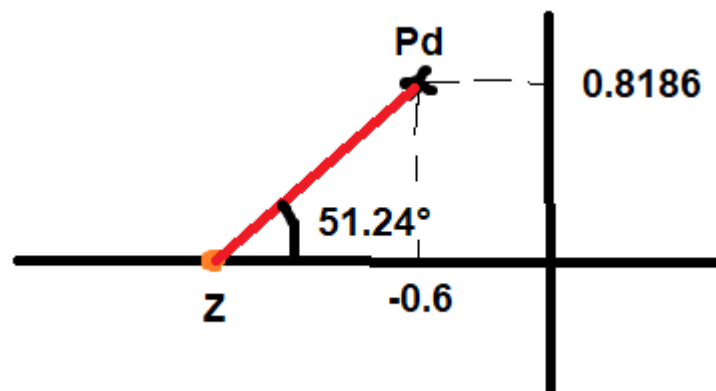
$$Ang \left( Gp * \left( \frac{1}{s} \right) \right) = \left| \left( \frac{0.1017}{2.67 * s + 1} \right) * \left( \frac{1}{s} \right) \right| s = -0.6 + i * 0.8186$$

$$Ang = 128.76^\circ$$

Como se observa el angulo que aporta el polo de diseño no pertenece al LGR del sistema, ya que no es un múltiplo de  $180^\circ$ . Por ello, toca agregar una compensación con cero. El angulo de compensación del cero de diseño será:

$$Ang(Z) = 180^\circ - 128.76^\circ = \mathbf{51.24^\circ}$$

Sabiendo el ángulo que aporta el cero, se calcula su magnitud teniendo en cuenta el polo de diseño y el LGR, así:



$$Z = \frac{0.8186}{\tan (51.24^\circ)} = \mathbf{0.6573}$$

Ahora se calcula la ganancia **Kp** del controlador **Pi**:

$$\left| Kp * Gp * \left( \frac{s+Z}{s} \right) \right| = 1$$

$$Kp = \frac{1}{\left| Gp * \left( \frac{s+Z}{s} \right) \right|}$$

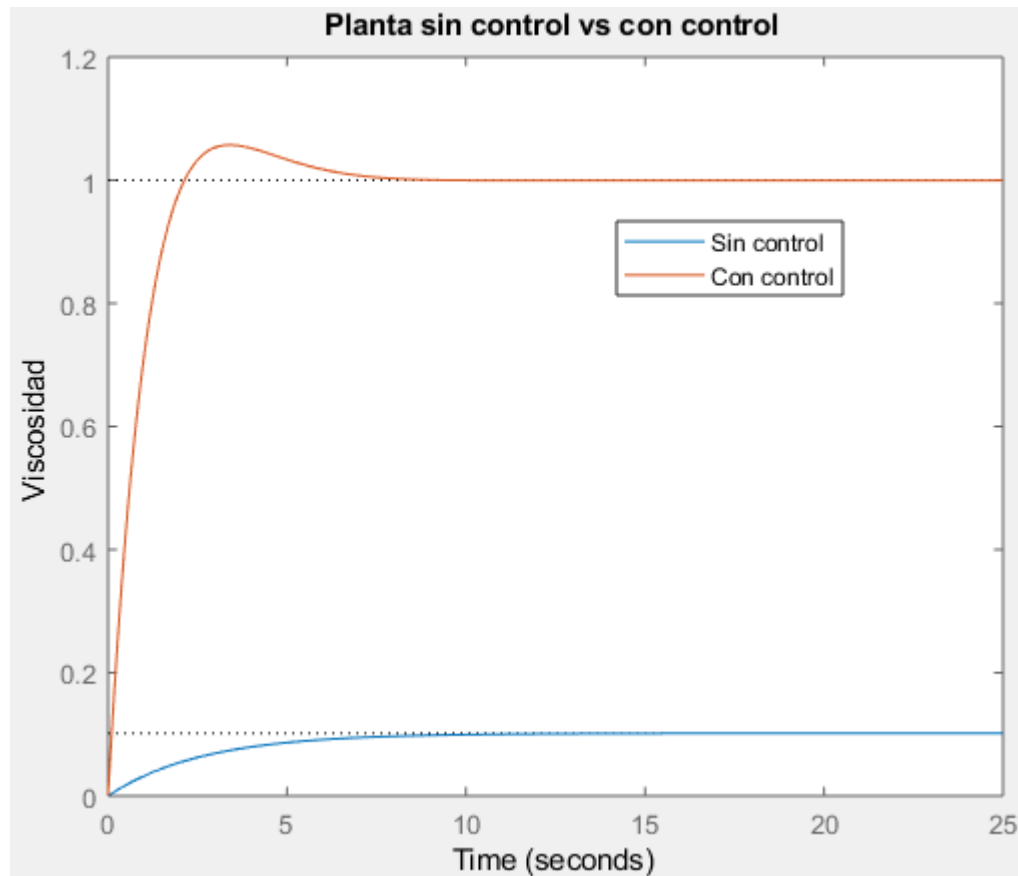
En la ecuación de Kp se debe evaluar el polo de diseño para relacionarlo con la ganancia proporcional:  $S = -0.6 + i * 0.8186$

$$Kp = \frac{1}{\left| \left( \frac{0.1017}{2.627 * s + 1} \right) * \left( \frac{s + 0.6573}{s} \right) \right|} = \mathbf{27.076}$$

Entonces, el controlador Pi, es el siguiente:

$$PI = \frac{Kp * s + Ki}{s} = \frac{Kp(s + \frac{Ki}{Kp})}{s} = \frac{Kp(s + Z)}{s}$$

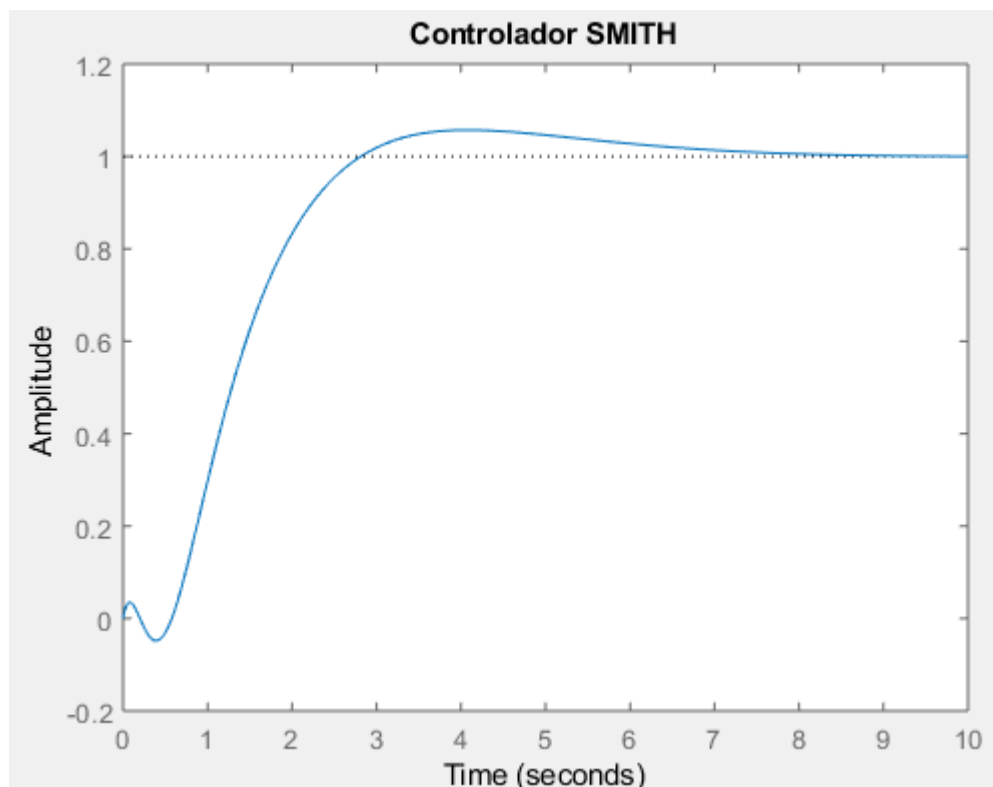
$$PI = \frac{27.076(s + 0.6573)}{s}$$



Ahora, para tener en cuenta el tiempo muerto, se construye un controlador Smith, en base a: el control PI, la planta sin tiempo muerto y la planta con tiempo muerto, así:

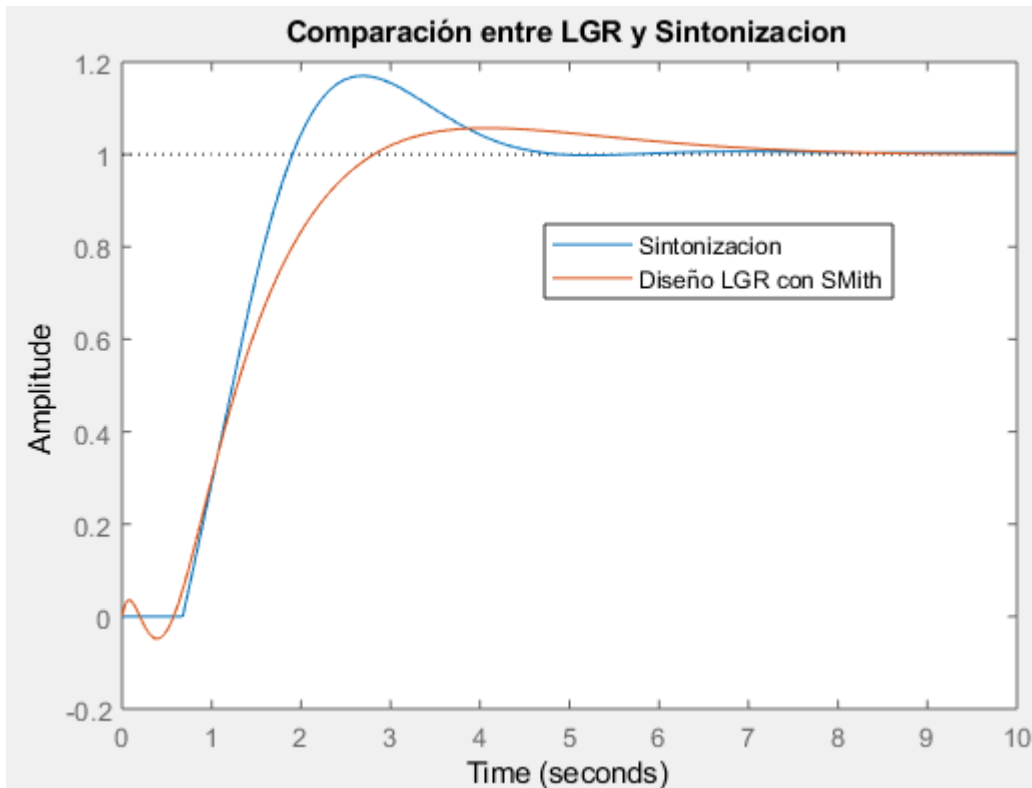
```
tmF = 0.678;  
KpF=0.1017;  
taoF=2.627;  
  
[N1,D1]=pade(tmF,2);  
ret = tf(N1,D1);  
Gr = (KpF*ret)/((taoF*s)+1);  
CL = feedback(Cs,Vsl)  
Ceq = feedback(CL,-Gr)
```

Obteniendo, el siguiente resultado:



Como se observa, el controlador PI permite controlar el sistema en poco tiempo y error estacionario cero, además que el overshoot no sobre pasa el 25% por lo que es válido. En el Smith se observa el efecto del tiempo muerto, pero aun así logra controlar sin problemas el sistema.

d) Analizar y comprar los resultados de los dos controladores:



Como se observa en la gráfica de comparación, la sintonización y el diseño LGR logran controlar el sistema en poco tiempo, pero la sintonización presenta un overshoot mas alto que el diseño LGR, pero este ultimo presenta oscilaciones durante el tiempo muerto, que al ser pequeñas, pueden despreciarse.

**2)** (1.5) Obtener el modelo de la función de transferencia del siguiente proceso; la entrada de energía está en forma de vapor a través de tubos de cobre que transfiere calor al depósito; El objetivo es controlar la temperatura dentro del depósito a 25 C; las dimensiones del depósito se presentan en la figura 1.(Dejar las ecuaciones en función de las variables)

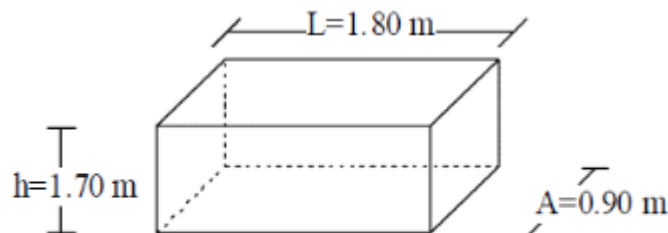


Fig.1 Dimensiones del deposito



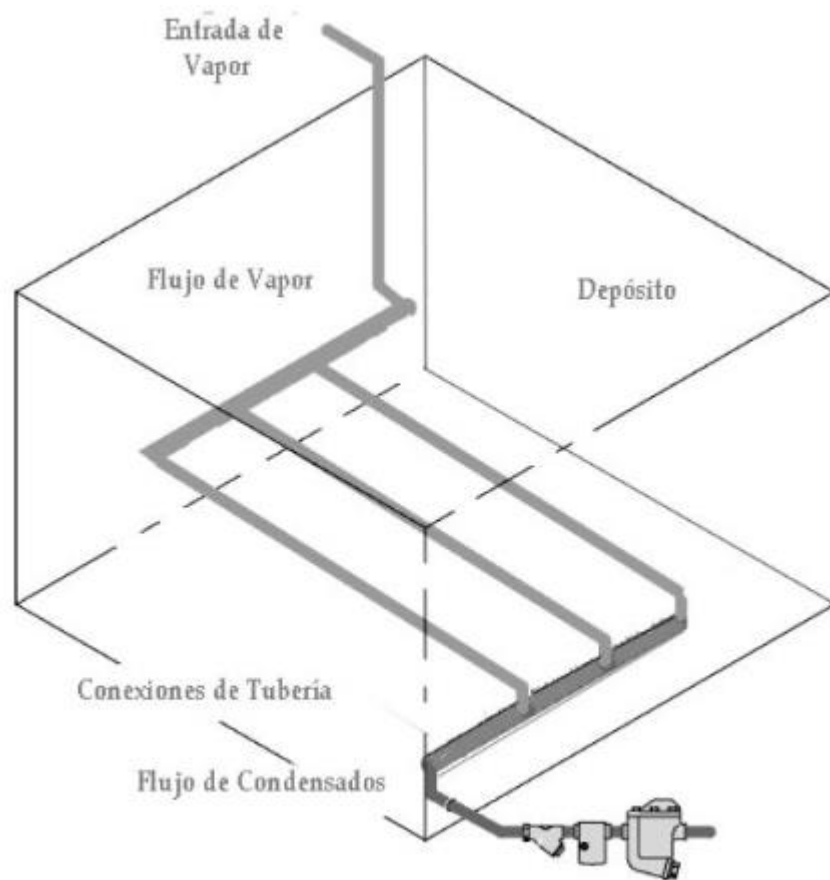


Fig. 2 Diagrama del proceso.

Balance de energía:

$$UA(T_s - T_i) = \frac{d}{dt} (P \cdot C_p \cdot V \cdot T_i) \rightarrow \text{dinámica del primer subsistema.}$$

$$P F_v \cdot C_{pv} \cdot T_v - P F_v \cdot C_{pc} \cdot T_s - UA(T_s - T_i) = P \cdot C_p \cdot V \frac{dT_s}{dt}$$

→ dinámica interna de la tubería.

→ Linealización: (Primer subsistema).

$$UA(T_s - T_i) = \frac{d}{dt} (P \cdot C_p \cdot V \cdot T_i)$$

$$\frac{d}{dt} (P \cdot C_p \cdot V \cdot T_i) - UA(T_s - T_i) = 0$$

$$* df(T_i, T_s, T_i^*) = 0$$

$$f(0) + \left( \frac{dT_i^*}{dt} \right) / \Delta T_i^* + \left( \frac{dT_i}{dt} \right) / \Delta T_i + \left( \frac{dT_s}{dt} \right) \Delta T_s$$

$$\triangleright \frac{dT_i^*}{dt} = P \cdot C_p \cdot V \quad \triangleright \frac{dT_i}{dt} = UA \quad \triangleright \frac{dT_s}{dt} = -UA$$

$$P \cdot C_p \cdot V \cdot \Delta T_i^* + UA \Delta T_i - UA \Delta T_s = 0$$

$$P \cdot C_p \cdot V \cdot \Delta T_i^* = UA \Delta T_s - UA \Delta T_i \rightarrow \text{función linealizada.}$$

$$\triangleright K_i = P \cdot C_p \cdot V$$

→ Laplace:

$$K_i \cdot s \cdot \Delta T_i(s) + UA \Delta T_i(s) = UA \Delta T_s(s)$$

$$\Delta T_i(s) [K_i \cdot s + UA] = UA \Delta T_s(s)$$

$$\triangleright UA = K_2$$

$$\triangleright \frac{\Delta T_i(s)}{\Delta T_s(s)} = \frac{UA}{K_i \cdot s + UA}$$

$$\triangleright \frac{\Delta T_i(s)}{\Delta T_s(s)} = \frac{K_2}{K_i \cdot s + K_2} \quad // R //$$

→ Linealización (segundo subsistema):

$$P_v \cdot F_v \cdot C_p \cdot T_v - P_c \cdot T_v \cdot C_p \cdot T_s - UA(T_s - T_i) = P \cdot C_p \cdot V \cdot \frac{dT_s}{dt}$$

$$\left( \frac{dF_v}{dt} \right) / \Delta F_v = (P_v \cdot C_{pv} \cdot T_v - P_c \cdot C_{pc} \cdot T_s) \Delta F_v$$

$$\triangleright \left( \frac{dT_v}{dt} \right) / \Delta T_v = P_v \cdot C_{pv} \cdot F_v \cdot \Delta T_v$$

$$\triangleright \left( \frac{dT_s}{dt} \right) / \Delta T_s = (P_c \cdot F_v \cdot C_{pc} - UA) \Delta T_s$$

$$\triangleright \left( \frac{dT_s^*}{dt} \right) / \Delta T_s^* = -P_c \cdot C_{pc} \cdot V \cdot \Delta T_s^*$$

$$\triangleright \frac{dT_i}{dt} = UA \cdot \Delta T_i$$

→ Reemplazando:

$$\alpha_1 \cdot T_v \cdot \Delta F_v - \alpha_2 \cdot T_s \cdot \Delta F_v + \alpha_1 \cdot F_v \cdot \Delta T_v + \alpha_2 \cdot F_v \cdot \Delta T_s - \alpha_3 \cdot \Delta T_s - \alpha_4 \cdot \Delta T_s^* + \alpha_3 \cdot \Delta T_i = 0$$

→ Laplace:

$$K_3 \cdot \Delta F_v(s) - K_4 \cdot \Delta F_v(s) + K_5 \cdot \Delta T_v(s) + K_6 \cdot \Delta T_s(s) - \alpha_3 \cdot \Delta T_s(s) - \alpha_4 \cdot s \cdot \Delta T_s(s) + \alpha_3 \cdot \Delta T_i(s) = 0$$

$$\Delta F_v(s) \cdot [K_3 - K_4] + K_5 \cdot \Delta T_v(s) + \alpha_3 \cdot \Delta T_i(s) = \Delta T_s(s) [-K_6 + \alpha_3 + \alpha_4 \cdot s]$$

$$\Delta T_s(s) = \frac{1}{\alpha_4 \cdot s + \alpha_3 - K_6} \left[ C_1 \cdot \Delta F_v(s) + K_5 \cdot \Delta T_v(s) + \alpha_3 \cdot \Delta T_i(s) \right]$$