



# FUNDAMENTOS DA COMPUTAÇÃO

AULA 3



Prof. Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini



## CONVERSA INICIAL

Olá! Seja muito bem-vindo à terceira aula de Fundamentos da Computação.

Constantemente estamos lidando com questões relacionadas à probabilidade. Mesmo de forma intuitiva, a probabilidade faz parte de nossas vidas. Pensamos na probabilidade de chover ou não, de acertarmos todas as questões de uma prova, de fazermos uma viagem, dentre muitas outras situações.

A probabilidade é utilizada quando precisamos analisar situações onde há diferentes possibilidades de acontecimentos. Por meio de técnicas específicas, é possível obter medidas que indicam quais são as chances de que um determinado evento possa ocorrer. Para que possamos conhecer algumas destas técnicas, estudaremos importantes temas relacionados à probabilidade.

## TEMA 1 – CONCEITOS DE PROBABILIDADE

A probabilidade é a medida de ocorrência de um evento que ocorre em um espaço amostral e está relacionada a um evento aleatório.

Um **espaço amostral S é o conjunto de todos os possíveis resultados obtidos a partir de um experimento estatístico** e um evento aleatório E é um fato que pode ocorrer repetidas vezes sob as mesmas condições onde não é possível saber qual é o seu resultado exato antes da realização do fato.

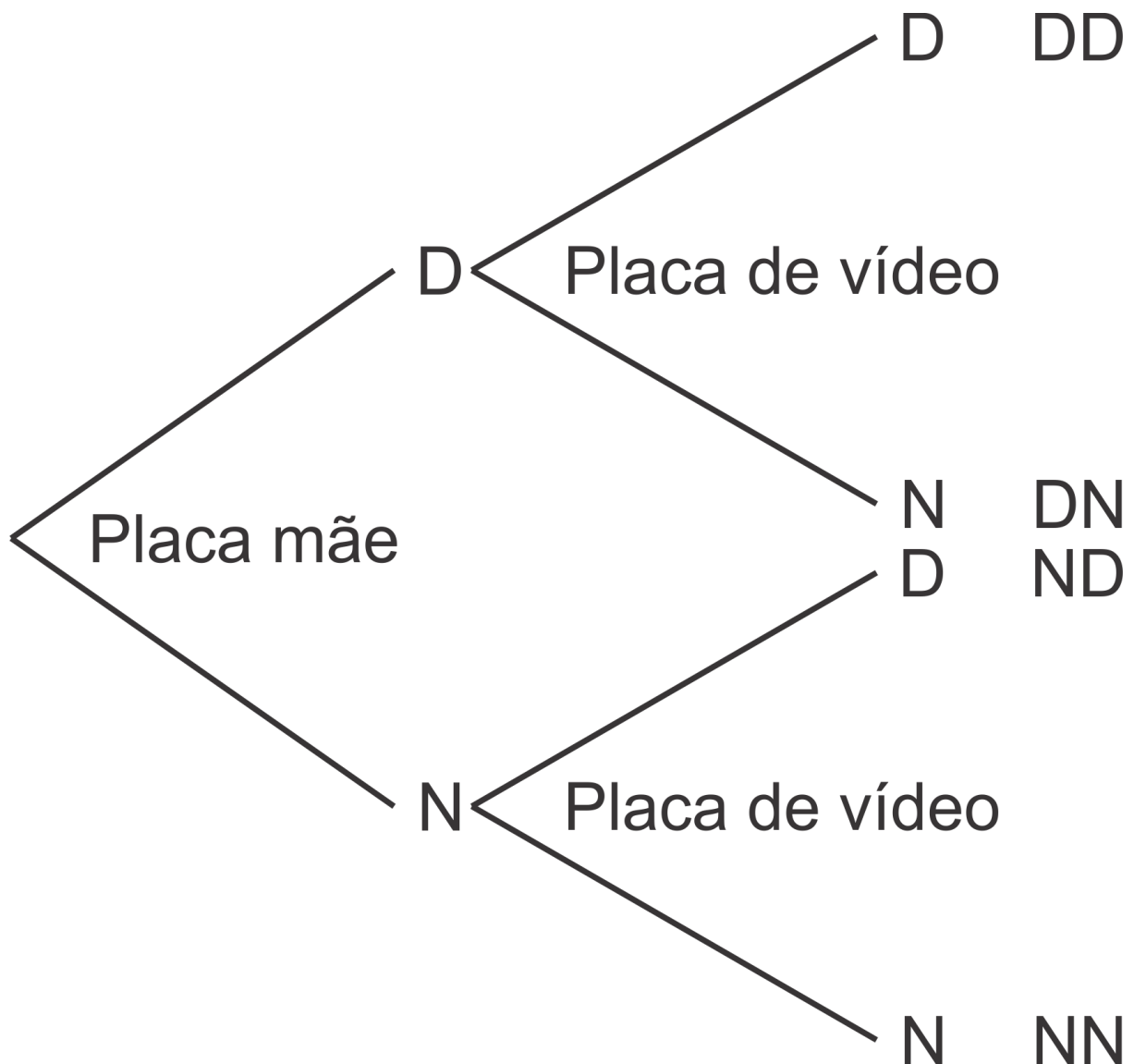
Por exemplo, se uma indústria fabrica placas mãe para computadores e queremos saber se há ou não defeitos nas placas produzidas, precisaremos fazer testes após a fabricação de cada uma delas, pois mesmo mantendo as mesmas características, o mesmo padrão de produção, algumas placas podem apresentar defeito e outras não. Assim, temos um evento aleatório e o espaço amostral é dado por  $S=\{D, N\}$  onde D indica uma placa mãe com defeito e N indica uma placa mãe sem defeito.

Podemos pensar também em uma indústria que fabrica um kit contendo uma placa mãe e uma placa de vídeo para computadores. Pensando na possibilidade de haver ou não defeito nestes produtos, o espaço amostral agora



está associado à existência ou não de defeito na placa mãe e na placa de vídeo, apenas na placa mãe ou apenas na placa de vídeo.

Assim, podemos representar as possibilidades de defeito ou não por meio de um diagrama em árvore:



Neste caso, o espaço amostral é:

$$S=\{DD, DN, ND, NN\}$$

Onde DD indica defeito na placa mãe e na placa de vídeo, DN indica que a placa mãe tem defeito e a placa de vídeo não, ND indica que a placa mãe não tem defeito e a placa de vídeo apresenta defeito e NN indica que tanto a placa mãe quanto a placa de vídeo não apresentam defeitos.



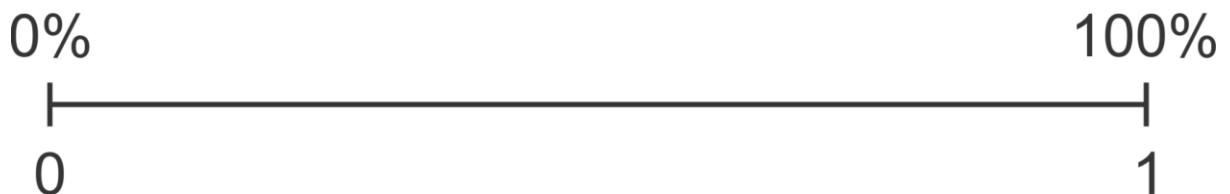
Vamos pensar agora em alguns casos específicos (eventos) que podem ocorrer.

Considerando a indústria que fabrica um kit contendo uma placa mãe e uma placa de vídeo para computadores, o evento pode ser, por exemplo, a existência de apenas um item defeituoso no kit produzido. Assim, o evento é formado pelos elementos do conjunto  $A=\{DN, ND\}$  onde DN indica que a placa mãe tem defeito e a placa de vídeo não e ND indica que a placa mãe não tem defeito e a placa de vídeo apresenta defeito. Observe que  $A=\{DN, ND\}$  é um subconjunto do espaço amostral  $S=\{DD, DN, ND, NN\}$ .

A probabilidade é a chance de que um evento ocorra. Com base em informações conhecidas, temos um determinado grau de confiança, ou seja uma probabilidade maior ou uma probabilidade menor de que determinado fato possa acontecer.

Menor  
probabilidade

Maior  
probabilidade



Para calcularmos a probabilidade  $P$  de ocorrência de um fato  $A$ , representada por  $P(A)$ , basta dividirmos o número  $n$  de elementos do evento  $A$  por  $N$ , o número de elementos do espaço amostral. Sendo assim,

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

Exemplo: O sistema de controle de estoque identificou que na área de venda de um supermercado há 112 potes de uma determinada marca de iogurte e que 25 deles estão vencidos. Supondo que as embalagens de iogurtes vencidos ainda não foram retiradas e que estas embalagens estão colocadas de



forma aleatória em relação às datas de vencimento, qual é a probabilidade de que um cliente, ao acaso, pegue uma embalagem de iogurte vencido?

Para este problema, temos 25 embalagens de iogurte vencido em um total de 112 unidades. Logo,  $n=25$  e  $N=112$ . A probabilidade de que um cliente, ao acaso, pegue uma embalagem de iogurte vencido é dada por:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

$$P(A) = \frac{25}{112}$$

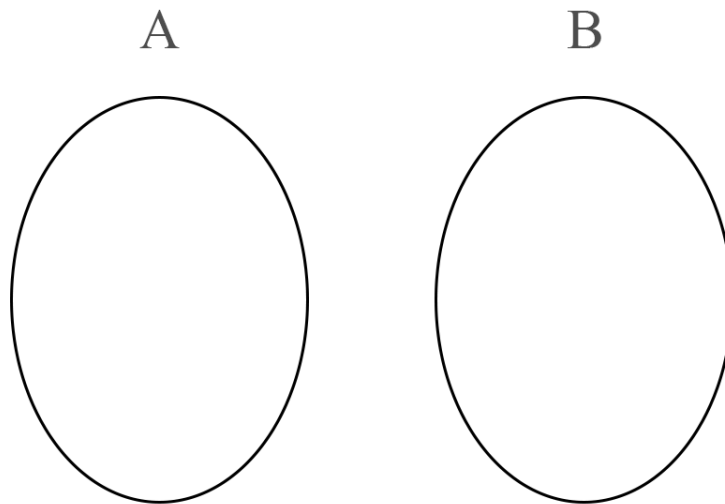
$$P(A) = 0,223214$$

$$P(A) = 22,32\%$$

## TEMA 2 – REGRA DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO

Sabemos calcular a probabilidade de que um determinado evento ocorra. No entanto, podemos ter que calcular a probabilidade quando temos mais do que um evento. Pensando então na ocorrência de dois eventos, eles podem ser eventos mutuamente exclusivos ou eventos não mutuamente exclusivos.

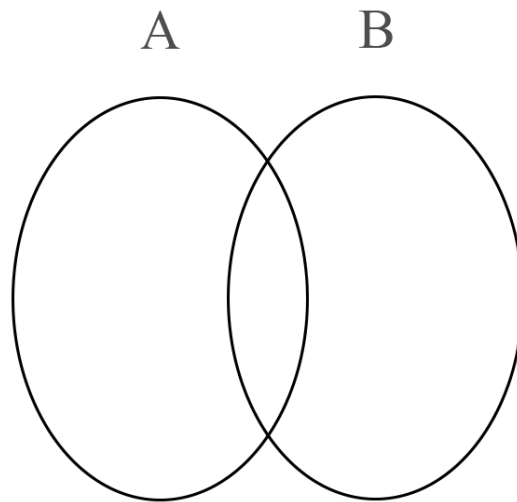
Dois eventos A e B são mutuamente exclusivos quando a ocorrência de um deles exclui a ocorrência do outro, ou seja, quando os eventos A e B não podem ocorrer ao mesmo tempo. Pensando em conjuntos, dizemos que A e B são disjuntos, ou seja, eles não possuem elementos em comum.



Quando temos eventos mutuamente exclusivos, a probabilidade de que os dois eventos ocorram é a soma das probabilidades de ocorrência de cada evento, ou seja,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

No caso dos eventos não mutuamente exclusivos A e B, podemos ter a ocorrência apenas do evento A, a ocorrência apenas do evento B ou a ocorrência dos eventos A e B ao mesmo tempo.



Neste caso, a probabilidade de que os dois eventos ocorram é a soma das probabilidades de ocorrência de cada evento menos a probabilidade de ocorrência dos dois eventos simultaneamente, pois como temos uma intersecção dos conjuntos A e B, precisamos eliminar a duplicidade da probabilidade nesta intersecção

eventos não mutuamente exclusivos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A probabilidade  $P(A \cap B)$  é calculada multiplicando as probabilidades de ocorrência dos eventos A e B, ou seja,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Para eventos independentes, ou seja, quando o fato de sabermos a probabilidade de um evento não interfere na probabilidade do outro exemplo, basta multiplicarmos as probabilidades de cada evento:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

No caso de eventos compostos, temos a probabilidade de A vezes B quando A já ocorreu:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

ou a probabilidade de B vezes A quando B já ocorreu

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$



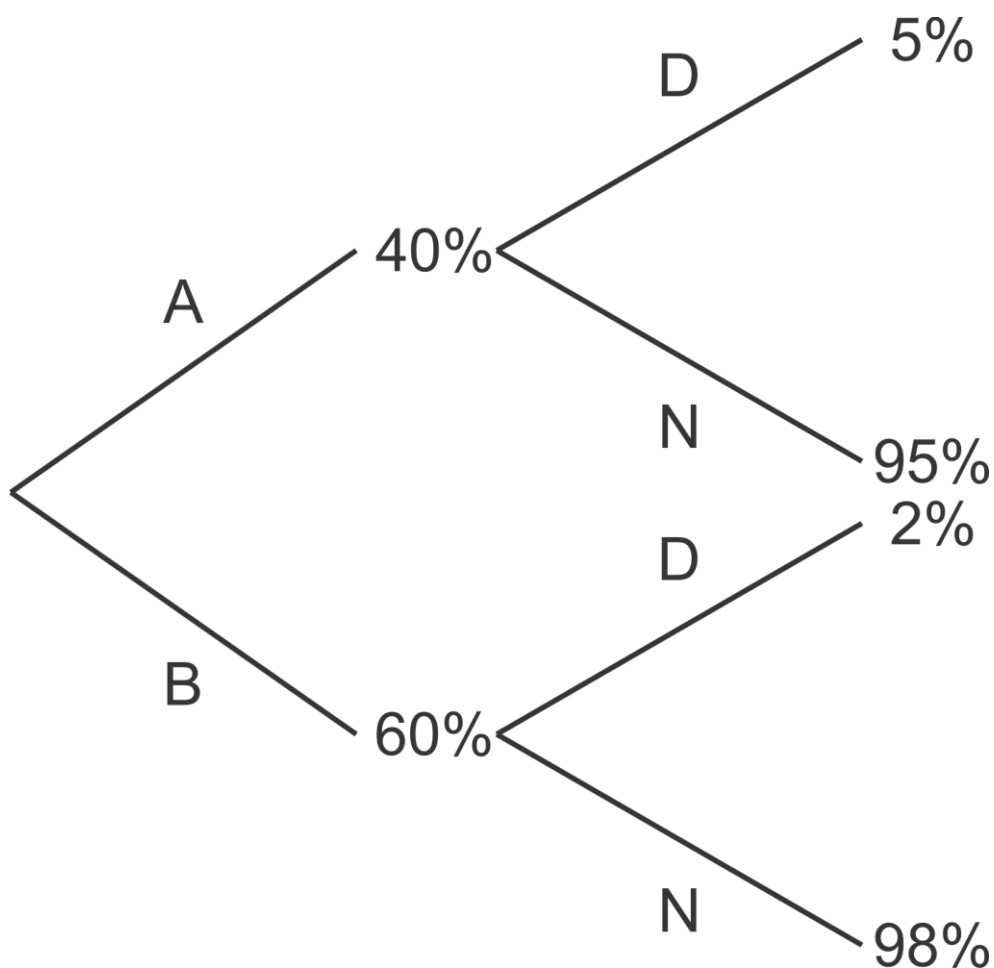
Um importante fato que pode ocorrer no estudo de probabilidade é descrito pelo **teorema de Bayes**:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

**Este teorema descreve a probabilidade de ocorrência de um evento quando outro evento relacionado já ocorreu.**

Exemplo:

Uma empresa produz telas para notebooks em duas fábricas diferentes. Na Fábrica A são produzidas 40% das telas. Na Fábrica B, a produção corresponde a 60% das telas. Na Fábrica A temos 5% de telas defeituosas sendo produzidas e na Fábrica B a produção apresenta 2% de telas defeituosas.



A partir destas informações, determine:





a) A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida pela Fábrica A.

Resolução:

$$P(A \cap DA) = P(A) \cdot P(DA)$$

$$P(A \cap DA) = 0,4 \cdot 0,05$$

$$P(A \cap DA) = 0,02$$

$$P(A \cap DA) = 2\%$$

b) A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida pela Fábrica B.

Resolução:

$$P(B \cap DB) = P(B) \cdot P(DB)$$

$$P(B \cap DB) = 0,6 \cdot 0,02$$

$$P(B \cap DB) = 0,012$$

$$P(B \cap DB) = 1,2\%$$

c) A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida.

Resolução:

$$P(D) = P(A) \cdot P(DA) \cup P(B) \cdot P(DB)$$

$$P(D) = 0,4 \cdot 0,05 + 0,6 \cdot 0,02$$

$$P(D) = 0,02 + 0,012$$

$$P(D) = 0,032$$

$$P(D) = 3,2\%$$

d) A probabilidade de uma das telas defeituosas ter sido produzida pela Fábrica A.

Resolução:

$$P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

$$P(A|D) = \frac{0,4 \cdot 0,05}{0,4 \cdot 0,05 + 0,6 \cdot 0,02}$$

$$P(A|D) = \frac{0,02}{0,02 + 0,012}$$

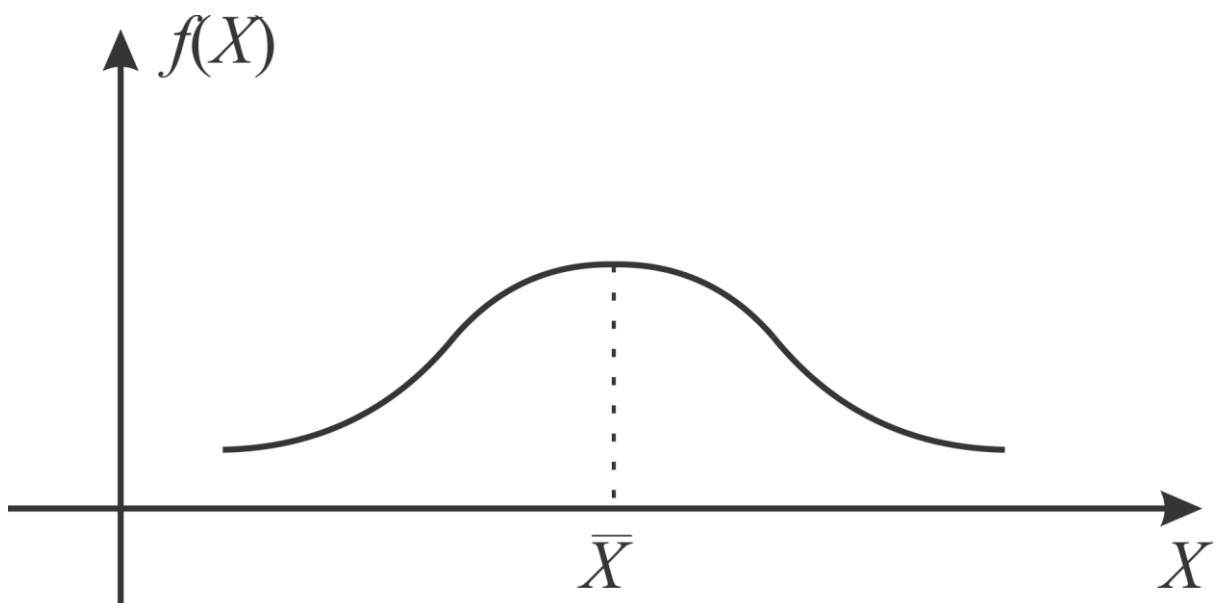
$$P(A|D) = \frac{0,02}{0,032}$$

$$P(A|D) = 0,625$$

$$P(A|D) = 62,5\%$$

### TEMA 3 – DISTRIBUIÇÃO NORMAL

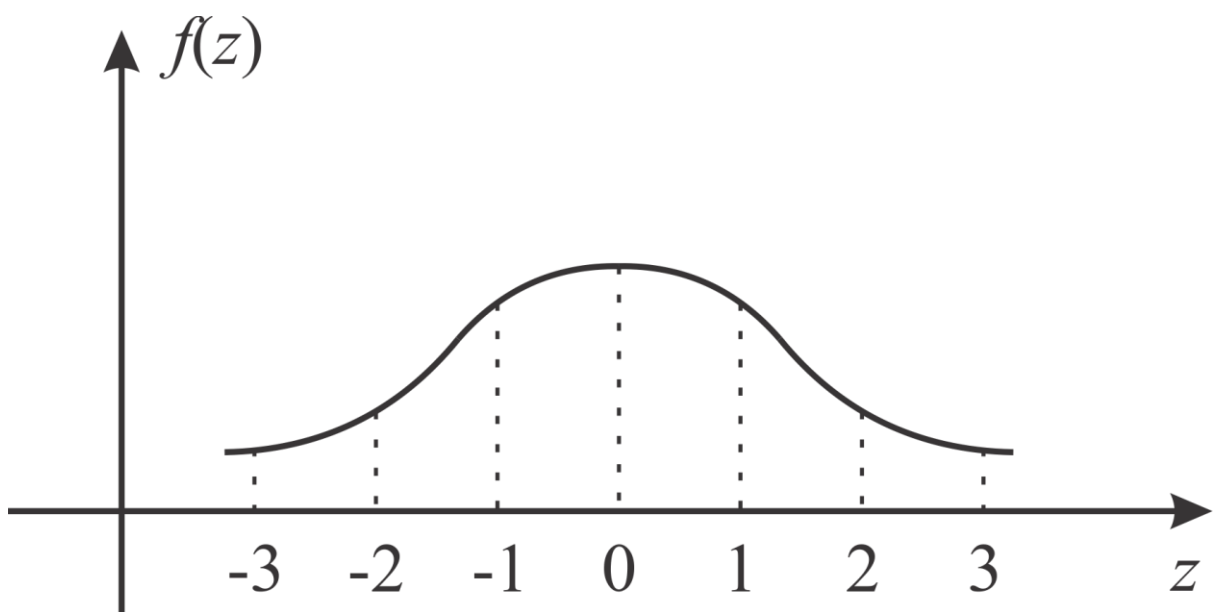
Muitas vezes fenômenos comuns possuem um comportamento que pode ser descrito por meio de uma distribuição normal de probabilidade. Uma distribuição normal apresenta uma concentração maior de dados em torno da média e uma quantidade menos de dados longe da média. Graficamente, uma distribuição normal é simétrica em relação à média e possui um formato parecido com um sino.



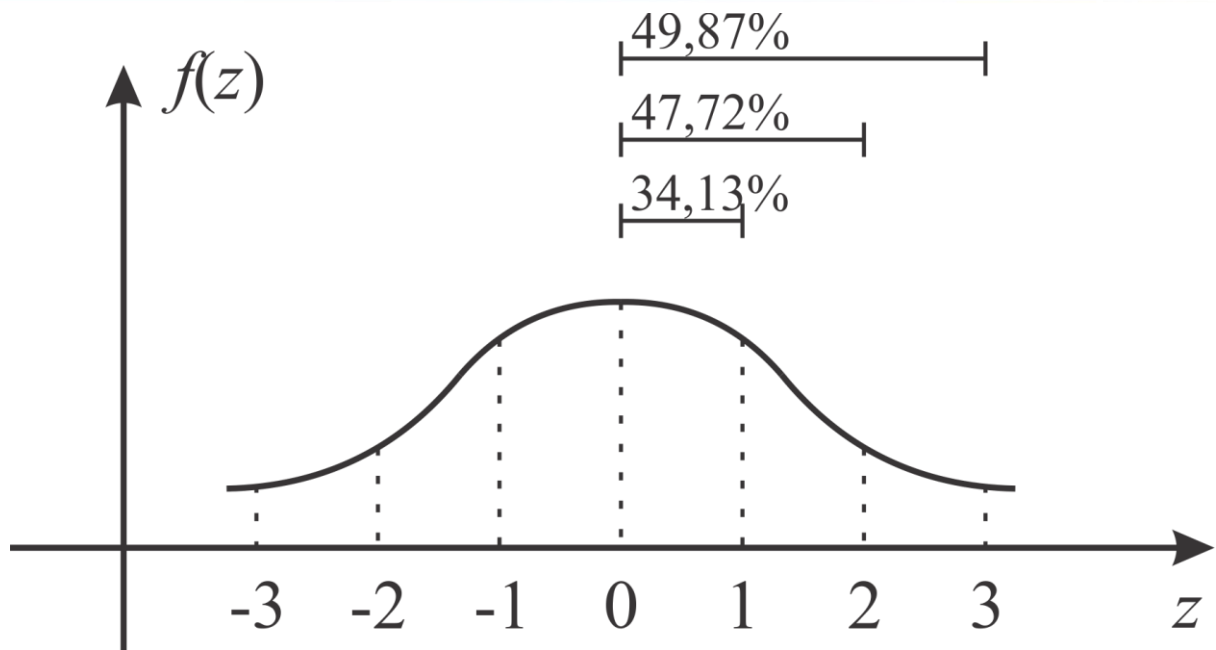


Para estudos relacionados a dados que se comportam de acordo com uma distribuição normal, precisamos conhecer a média  $\bar{X}$  e o desvio padrão  $\sigma$ .

Alguns detalhes em relação à distribuição normal. Podemos dividir o gráfico em três partes para a direita da média e três partes para a esquerda da média. Cada parte tem medida que corresponde ao desvio padrão. Assim, podemos considerar uma variável  $z$  onde cada unidade de  $z$  corresponde ao desvio padrão do problema associado. Fazendo  $z=0$  correspondente à média, temos valores positivos para  $z$  acima de média e valores negativos para  $z$  abaixo da média.



A probabilidade de termos dados em cada uma destas partes é a mesma, independente do problema. Assim, para cada porção do gráfico temos uma porcentagem associada.



Estas porcentagens foram obtidas por meio de cálculos específicos e assim podem ser facilmente obtidas por meio de uma tabela de distribuição normal.



Distribuição Normal										
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4703
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4922	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

Para relacionarmos  $z$  com os dados do problema e, conseqüentemente, para obtermos a probabilidade desejada, utilizamos a fórmula

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

para escrever os dados do problema em função de  $z$  em, em seguida, por meio da tabela, obter a respectiva probabilidade.

Exemplo:

Um determinado equipamento tem vida útil de 10000 horas com desvio padrão



de 600 horas. Determine a probabilidade de que um equipamento, selecionado ao acaso, tenha vida útil entre 10000 e 11000 horas?

Supondo que os dados estão de acordo com uma distribuição normal, temos uma média de 10000 e um desvio padrão de 600 horas. Para este problema, X é igual a 11000 horas. Assim, para calcularmos a probabilidade desejada, o primeiro passo é escrevermos os dados do problema em função de z:

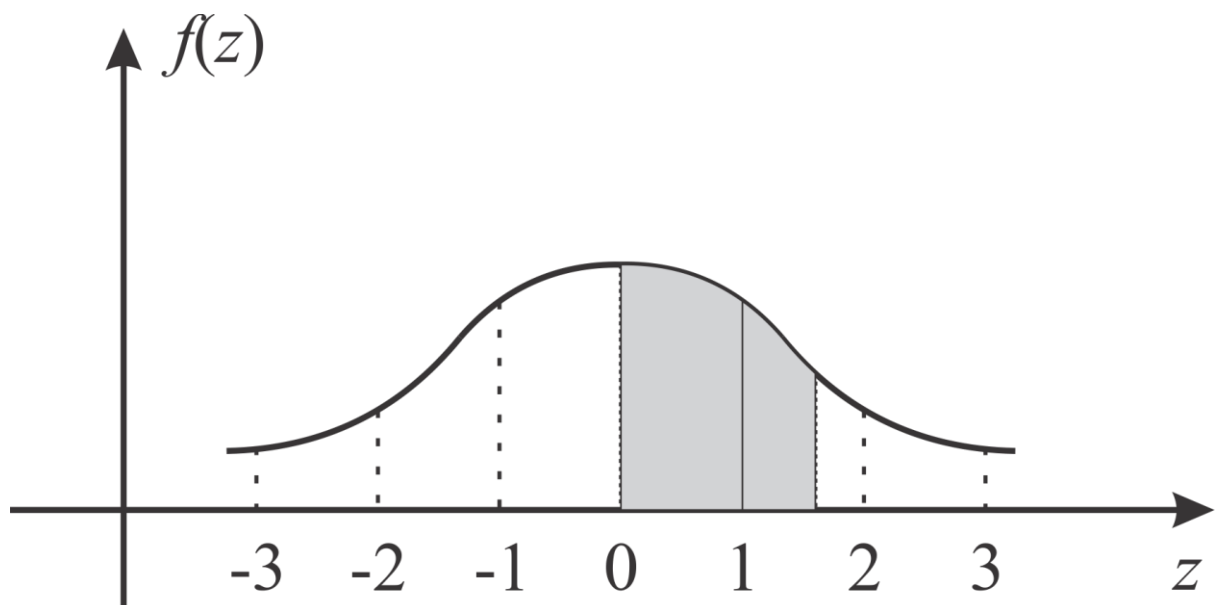
$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{11000 - 10000}{600}$$

$$z = \frac{1000}{600}$$

$$z = 1,67$$

Como  $z=1,67$ , a região do gráfico que contém os dados que estão entre 10000 horas e 11000 horas é:







Para sabermos a porcentagem associada a esta região, vamos considerar, em uma tabela de distribuição normal, z na linha referente a 1,6 e na coluna referente a 0,07 para que tenhamos a probabilidade quando  $z=1,67$ :

Distribuição Normal										
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3534	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4703

Como o número corresponde a 0,4525, podemos dizer que a probabilidade de que um equipamento, selecionado ao acaso, tenha vida útil entre 10000 e 11000 horas corresponde a 45,25%, ou seja,  $P(10000 \leq X \leq 11000) = 45,25\%$ .

Exemplo:

Uma indústria de projetores multimídia estima que a vida útil das lâmpadas de seus projetores é de 4000 horas com um desvio padrão de 400 horas. Qual é a probabilidade de que a lâmpada de um projetor selecionado aleatoriamente tenha vida útil entre 3600 e 4800 horas?

Como o cálculo de z é sempre em relação à média, neste caso precisamos dividir o problema em duas partes. Uma considerando a



probabilidade abaixo da média, outra considerando a probabilidade acima da média e, no final, somar as probabilidades obtidas.

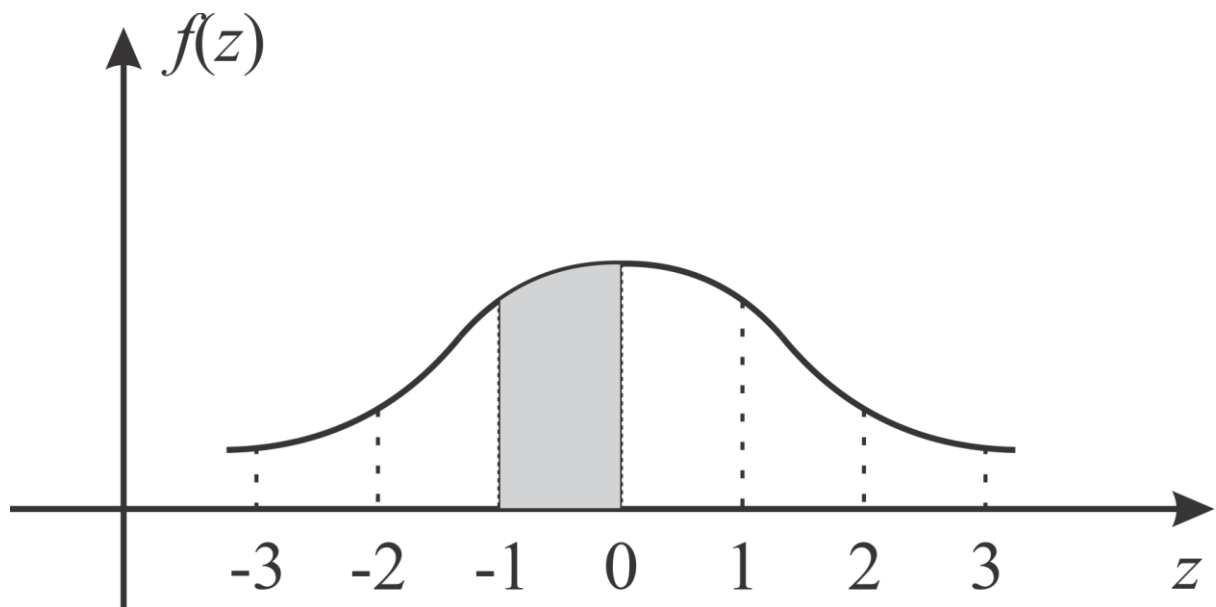
Para  $3600 \leq X \leq 4000$ , temos:

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{3600 - 4000}{400}$$

$$z = \frac{-400}{400}$$

$$z = -1$$



Como o gráfico é simétrico em relação à média,  $z=-1$  é equivalente a  $z=1$ .





Distribuição Normal										
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177

Assim,  $P(3600 \leq X \leq 4000) = 34,13\%$ .

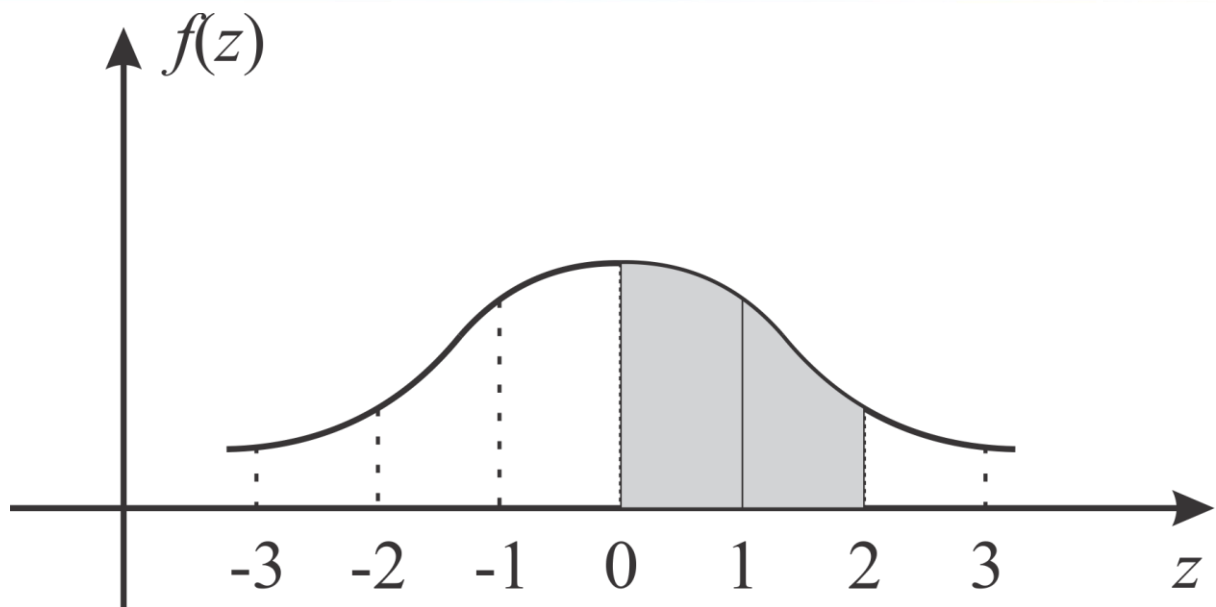
Para  $4000 \leq X \leq 4800$ :

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{4800 - 4000}{400}$$

$$z = \frac{800}{400}$$

$$z = 2$$

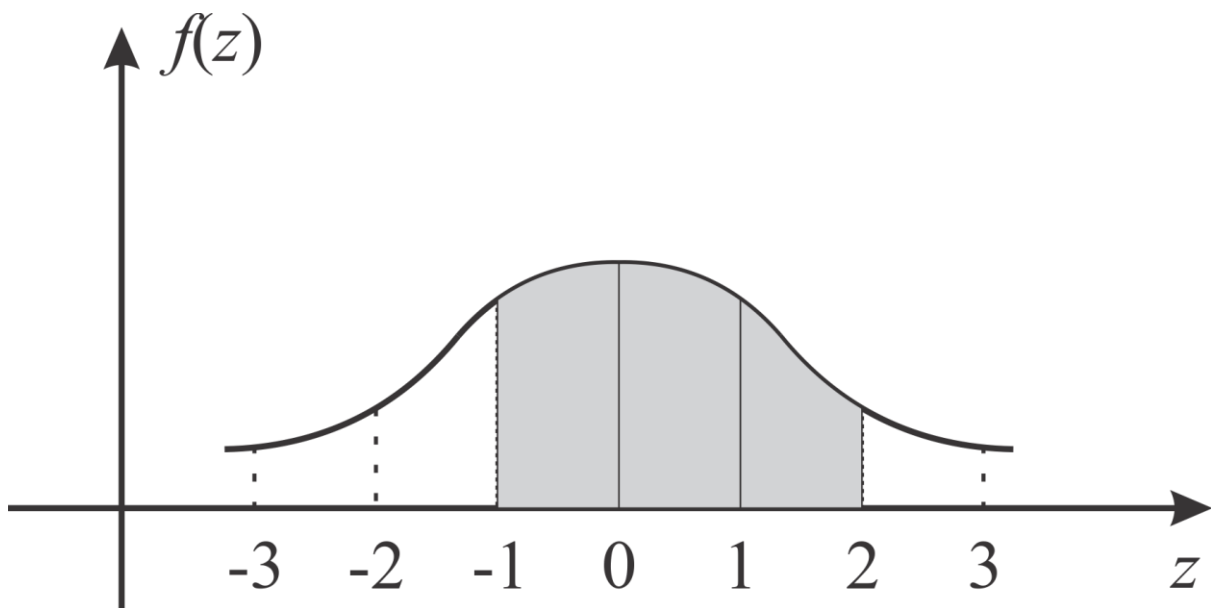


Distribuição Normal										
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4703
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857

Logo,  $P(4000 \leq X \leq 4800) = 47,72\%$ .



A probabilidade de ter vida útil entre 3.600 e 4.800 horas pode ser representada da seguinte maneira:



Portanto:

$$P(3600 \leq X \leq 4800) = P(3600 \leq X \leq 4000) + P(4000 \leq X \leq 4800)$$

$$P(3600 \leq X \leq 4800) = 34,13\% + 47,72\%$$

$$P(3600 \leq X \leq 4800) = 81,85\%$$

A probabilidade de que a lâmpada de um projetor selecionado aleatoriamente tenha vida útil entre 3600 e 4800 horas é de 81,85%

#### TEMA 4 – DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Uma distribuição binomial está associada a fenômenos que possuem duas situações possíveis: sucesso ou insucesso de ocorrência.

Chamando de  $p$  a probabilidade de sucesso, chamando de  $q$  a possibilidade de insucesso,  $N$  o número de tentativas e  $X$  o número de ocorrências do evento, temos

$$P(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!} \cdot p^X \cdot q^{N-X}$$



Como sucesso e insucesso não podem ocorrer simultaneamente,  $p+q=100\%$  ou, na forma decimal,  $p+q=1$ .

Em uma distribuição binomial, a média é dada por

$$\bar{X} = N \cdot p$$

A variância é dada por

$$\sigma^2 = N \cdot p \cdot q$$

e o desvio padrão por

$$\sigma = \sqrt{N \cdot p \cdot q}$$

Exemplo:

O setor de atendimento ao cliente de uma empresa de informática conta com uma pesquisa de satisfação que é encaminhada por e-mail após o atendimento. Sabe-se que 15% dos clientes que receberam o e-mail responderam a pesquisa. Considerando um total de 20 clientes atendidos, qual é a probabilidade de termos apenas uma resposta referente à pesquisa?

Para este problema, temos:

$$N=20$$

$$X=1$$

$$p=0,15$$

$$q=0,85$$

$$P(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!} \cdot p^X \cdot q^{N-X}$$

$$P(X) = \frac{20!}{1!(20-1)!} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{20-1}$$

$$P(X) = \frac{20!}{1!(19)!} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{19}$$

$$P(X) = \frac{20 \cdot 19!}{1!(19)!} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{19}$$



$$P(X) = 20.0,15.0,045599$$

$$P(X) = 0,136797$$

$$P(X) = 13,68\%$$

A probabilidade de termos apenas uma resposta referente à pesquisa é de 13,68%

## TEMA 5 – DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

Uma distribuição de Poisson é um tipo de distribuição binomial onde o número de repetições ocorre sucessivamente, sem um número limitado de vezes. A probabilidade, neste caso, é calculada por meio da fórmula

$$P(X) = \frac{\bar{X}^X \cdot e^{-\bar{X}}}{X!}$$

O termo “e” é uma constante que corresponde a 2,7182818...

Assim como em uma distribuição binomial, a média relacionada a uma distribuição de Poisson é dada por

$$\bar{X} = N \cdot p$$

A variância é dada por

$$\sigma^2 = N \cdot p \cdot q$$

e o desvio padrão por

$$\sigma = \sqrt{N \cdot p \cdot q}$$

Exemplo:

O atendimento ao cliente de uma determinada transportadora é feito por meio de chat. A média é de 10 atendimentos por hora. Qual é a probabilidade de que em uma determinada hora selecionada aleatoriamente a empresa tenha exatamente 5 atendimentos?

Como o número de atendimentos ocorre em sequência, sem um limite para isto, temos um exemplo de distribuição de Poisson.



Para obtermos a probabilidade desejada, basta fazermos

$$P(X) = \frac{\bar{X}^X \cdot e^{-\bar{X}}}{X!}$$

$$P(X) = \frac{10^5 \cdot e^{-10}}{5!}$$

$$P(X) = \frac{100000.0,0000453999}{120}$$

$$P(X) = \frac{4,53999}{120}$$

$$P(X) = 0,03783325$$

$$P(X) = 3,78\%$$

Assim, a probabilidade de que em uma determinada hora selecionada aleatoriamente a empresa tenha exatamente 5 atendimentos é de 3,78%

## FINALIZANDO

Chegamos ao final da nossa aula de Fundamentos da Computação. Nesta aula aprendemos conceitos relacionados à probabilidade. Vimos como é possível calcular a probabilidade associada a um único evento. Aprendemos também a calcular a probabilidade relacionada a dois eventos mutuamente exclusivos ou não mutuamente exclusivos. Estudamos o teorema de Bayes e as distribuições de probabilidade normal, binomial e de Poisson.

## REFERÊNCIAS

- CASTANHEIRA, N. P.; Estatística aplicada a todos os níveis. Curitiba: InterSaberes, 2012.
- DAGHLIAN, Jacob. Lógica e álgebra de boole. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995.
- DASGUPTA, Sanjoy; PAPADIMITRIOU, Christos; VAZIRANI, Umesh. Algoritmos. Porto Alegre: AMGH, 2010.
- GUPTA, B. C.; GUTTMAN, I. Estatística e probabilidade: com aplicações para engenheiros e cientistas. Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- LARSON, R.; FARBER, B.; Estatística aplicada. 6ª ed. São Paulo: Pearson, 2015.



---

ROCHA, S. Estatística geral e aplicada: para cursos de engenharia. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2015.