

## Fundamentos da Computação

Prof. Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini

## Conversa Inicial

## Organização da disciplina

- Média
- Moda
- Mediana
- Variância
- Desvio padrão

## Média

## Breve introdução

- A estatística é um ramo da matemática que tem por objetivo coletar, analisar, interpretar e apresentar informações numéricas ou dados

- Métodos estatísticos são formas organizadas de tratamento de dados

- População é o conjunto de elementos a serem observados
- Amostra é um subconjunto da população

- Medidas de posição: média, moda e mediana
- Medidas de dispersão: variância e desvio padrão

### Média

- Exemplo 1: os dados a seguir estão relacionados aos preços de determinado disco rígido externo de 1 TB encontrado em diferentes estabelecimentos comerciais

- R\$ 439,90, R\$ 478,00, R\$ 399,90, R\$ 512,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 489,00, R\$ 459,00, R\$ 499,90

- Calcule o preço médio do disco rígido pesquisado

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\sum x_i = 439,90 + 478,00 + 399,90 + 512,90 + 419,90 + 439,90 + 439,90 + 489,00 + 459,00 + 499,90$$

$$\bar{X} = \frac{4578,30}{10}$$

$$\bar{X} = 457,83$$

- Exemplo 2: uma empresa de comércio eletrônico está fazendo um estudo em relação aos valores dos fretes de suas mercadorias

- Na tabela a seguir, são apresentados os valores dos fretes e as respectivas quantidades de envios feitos a cada dia

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Com base nessas informações, qual é o valor médio do frete das mercadorias da empresa?

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$
R\$ 12,90	5	R\$ 64,50
R\$ 17,50	12	R\$ 210,00
R\$ 19,80	22	R\$ 435,60
R\$ 19,90	45	R\$ 895,50
R\$ 21,10	39	R\$ 822,90
R\$ 23,40	23	R\$ 538,20
R\$ 27,70	31	R\$ 858,70
R\$ 32,30	18	R\$ 581,40
R\$ 39,90	7	R\$ 279,30
R\$ 45,10	11	R\$ 496,10
Total:	213	R\$ 5182,20

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{5182,20}{213}$$

$$\bar{X} = 24,33$$

- Exemplo 3: uma empresa de tecnologia desenvolveu um aplicativo de comunicação entre os funcionários de uma indústria e está monitorando o tempo diário em horas de uso deste aplicativo

- A seguir, são apresentados os resultados diários obtidos

Tempo	Quantidade
0 ┤ 1	12
1 ┤ 2	21
2 ┤ 3	39
3 ┤ 4	15
4 ┤ 5	22

- Qual o tempo médio de permanência de cada funcionário no aplicativo?

Tempo	Quantidade	$p_{mi}$	$p_{mi} \cdot f_i$
0 ┤ 1	12	0,5	6
1 ┤ 2	21	1,5	31,5
2 ┤ 3	39	2,5	97,5
3 ┤ 4	15	3,5	52,5
4 ┤ 5	22	4,5	99
Total	109	---	286,5

$$\bar{X} = \frac{\sum p_{mi} \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{286,5}{109}$$

$$\bar{X} = 2,63$$

## Moda

## Moda

- Exemplo 1: os dados a seguir estão relacionados aos preços de determinado disco rígido externo de 1 TB encontrado em diferentes estabelecimentos comerciais

- R\$ 439,90, R\$ 478,00, R\$ 399,90, R\$ 512,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 489,00, R\$ 459,00, R\$ 499,90

- Obtenha a moda do preço do disco rígido pesquisado

- Dados ordenados (rol):
  - R\$ 399,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 459,00, R\$ 478,00, R\$ 489,00, R\$ 499,90, R\$ 512,90
  - ✓ Moda: R\$ 439,90

- Exemplo 2: uma empresa de comércio eletrônico está fazendo um estudo em relação aos valores dos fretes de suas mercadorias

- Na tabela a seguir, são apresentados os valores dos fretes e as respectivas quantidades de envios feitos a cada dia

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Com base nessas informações, qual é a moda do frete das mercadorias da empresa?

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Moda: R\$ 19,90

- Exemplo 3: uma empresa de tecnologia desenvolveu um aplicativo de comunicação entre os funcionários de uma indústria e está monitorando o tempo diário em horas de uso deste aplicativo

- A seguir, são apresentados os resultados diários obtidos

Tempo	Quantidade
0 — 1	12
1 — 2	21
2 — 3	39
3 — 4	15
4 — 5	22

- Qual é a moda relacionada ao tempo de permanência de cada funcionário no aplicativo?

Tempo	Quantidade
0 — 1	12
1 — 2	21
2 — 3	39
3 — 4	15
4 — 5	22

$$Mo = L_i + \frac{f_{post} \cdot A}{f_{ant} + f_{post}}$$

$$Mo = 2 + \frac{15.1}{21+15}$$

$$Mo = 2 + \frac{15}{36}$$

$$Mo = 2 + 0,416667$$

$$Mo = 2,42$$

Mediana

### Mediana

- Exemplo 1: os dados a seguir estão relacionados aos preços de determinado disco rígido externo de 1 TB encontrado em diferentes estabelecimentos comerciais

- R\$ 439,90, R\$ 478,00, R\$ 399,90, R\$ 512,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 489,00, R\$ 459,00, R\$ 499,90

- Obtenha a mediana do preço do disco rígido pesquisado

▪ Dados ordenados (rol):

- R\$ 399,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 459,00, R\$ 478,00, R\$ 489,00, R\$ 499,90, R\$ 512,90

✓ Mediana:

$$Md = \frac{439,90 + 459,00}{2} = \frac{898,90}{2} = 449,45$$

- Exemplo 2: uma empresa de comércio eletrônico está fazendo um estudo em relação aos valores dos fretes de suas mercadorias

- Na tabela a seguir, são apresentados os valores dos fretes e as respectivas quantidades de envios feitos a cada dia

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Com base nessas informações, qual é a mediana do frete das mercadorias da empresa?



Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )	$f_a$
R\$ 12,90	5	5
R\$ 17,50	12	17
R\$ 19,80	22	39
R\$ 19,90	45	84
R\$ 21,10	39	123
R\$ 23,40	23	146
R\$ 27,70	31	177
R\$ 32,30	18	195
R\$ 39,90	7	202
R\$ 45,10	11	213

$$\frac{213}{2} = 106,5$$

107ª posição

$$Md = 21,10$$

- Exemplo 3: uma empresa de tecnologia desenvolveu um aplicativo de comunicação entre os funcionários de uma indústria e está monitorando o tempo diário em horas de uso deste aplicativo

- A seguir, são apresentados os resultados diários obtidos

Tempo	Quantidade
0 — 1	12
1 — 2	21
2 — 3	39
3 — 4	15
4 — 5	22

- Qual é a mediana referente ao tempo de permanência de cada funcionário no aplicativo?

Tempo	Quantidade	$f_a$
0 — 1	12	12
1 — 2	21	33
2 — 3	39	72
3 — 4	15	87
4 — 5	22	109

$$\frac{109}{2} = 54,5$$

55ª posição

$$Md = L_i + \frac{\left(\frac{n}{2} - \sum f_{ant}\right)}{f_{Md}} \cdot A$$

$$Md = 2 + \frac{(109/2 - 33)}{39} \cdot 1$$

$$Md = 2 + 0,551282$$

$$Md = 2,55$$

## Variância

## Variância

- Exemplo 1: os dados a seguir estão relacionados aos preços de determinado disco rígido externo de 1 TB encontrado em diferentes estabelecimentos comerciais

- R\$ 439,90, R\$ 478,00, R\$ 399,90, R\$ 512,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 489,00, R\$ 459,00, R\$ 499,90

- Calcule a variância referente ao preço do disco rígido pesquisado

- Amostra: 
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

- População: 
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ \sum x_i &= 439,90 + 478,00 + 399,90 + 512,90 + \\ & 419,90 + 439,90 + 439,90 + 489,00 + 459,00 + 499,90 \\ \bar{X} &= \frac{4578,30}{10} \\ \bar{X} &= 457,83\end{aligned}$$

$x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
R\$ 399,90	-R\$ 57,93	R\$ 3.355,88
R\$ 419,90	-R\$ 37,93	R\$ 1.438,68
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 459,00	R\$ 1,17	R\$ 1,37
R\$ 478,00	R\$ 20,17	R\$ 406,83
R\$ 489,00	R\$ 31,17	R\$ 971,57
R\$ 499,90	R\$ 42,07	R\$ 1.769,88
R\$ 512,90	R\$ 55,07	R\$ 3.032,70
Total:	---	R\$ 11.941,38

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{11941,38}{10-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{11941,38}{9}$$

$$\sigma^2 = 1326,82$$

- Exemplo 2: uma empresa de comércio eletrônico está fazendo um estudo em relação aos valores dos fretes de suas mercadorias

- Na tabela a seguir, são apresentados os valores dos fretes e as respectivas quantidades de envios feitos a cada dia

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Com base nessas informações, qual é a variância referente ao frete das mercadorias da empresa?

- Amostra:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n-1}$$

- População:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

Frete (x <sub>i</sub> )	Quantidade (f <sub>i</sub> )	x <sub>i</sub> ·f <sub>i</sub>
R\$ 12,90	5	R\$ 64,50
R\$ 17,50	12	R\$ 210,00
R\$ 19,80	22	R\$ 435,60
R\$ 19,90	45	R\$ 895,50
R\$ 21,10	39	R\$ 822,90
R\$ 23,40	23	R\$ 538,20
R\$ 27,70	31	R\$ 858,70
R\$ 32,30	18	R\$ 581,40
R\$ 39,90	7	R\$ 279,30
R\$ 45,10	11	R\$ 496,10
Total:	213	R\$ 5182,20

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{5182,20}{213}$$

$$\bar{X} = 24,33$$

Frete (x <sub>i</sub> )	Quantidade (f <sub>i</sub> )	(x <sub>i</sub> - $\bar{X}$ ) <sup>2</sup>	(x <sub>i</sub> - $\bar{X}$ ) <sup>2</sup> · f <sub>i</sub>
R\$ 12,90	5	R\$ 130,64	R\$ 653,22
R\$ 17,50	12	R\$ 46,65	R\$ 559,79
R\$ 19,80	22	R\$ 20,52	R\$ 451,46
R\$ 19,90	45	R\$ 19,62	R\$ 883,12
R\$ 21,10	39	R\$ 10,43	R\$ 406,88
R\$ 23,40	23	R\$ 0,86	R\$ 19,89
R\$ 27,70	31	R\$ 11,36	R\$ 352,06
R\$ 32,30	18	R\$ 63,52	R\$ 1143,38
R\$ 39,90	7	R\$ 242,42	R\$ 1696,97
R\$ 45,10	11	R\$ 431,39	R\$ 4745,32
Total:	213	---	R\$ 10912,10

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{10912,10}{213}$$

$$\sigma^2 = 51,23$$

- Exemplo 3: uma empresa de tecnologia desenvolveu um aplicativo de comunicação entre os funcionários de uma indústria e está monitorando o tempo diário em horas de uso deste aplicativo

- A seguir, são apresentados os resultados diários obtidos

Tempo	Quantidade
0 — 1	12
1 — 2	21
2 — 3	39
3 — 4	15
4 — 5	22

- Qual a variância associada ao tempo de permanência de cada funcionário no aplicativo?

- Amostra:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (p_{m_i} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n-1}$$

- População:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (p_{m_i} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

Tempo	Quantidade	$p_{m_i}$	$p_{m_i} \cdot f_i$
0 — 1	12	0,5	6
1 — 2	21	1,5	31,5
2 — 3	39	2,5	97,5
3 — 4	15	3,5	52,5
4 — 5	22	4,5	99
Total	109	---	286,5

$$\bar{X} = \frac{\sum p_{m_i} \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{286,5}{109}$$

$$\bar{X} = 2,63$$

Tempo	Quantidade	$p_{mi}$	$(p_{mi} - \bar{X})^2$	$(p_{mi} - \bar{X})^2 \cdot f_i$
0 — 1	12	0,5	4,5369	54,4428
1 — 2	21	1,5	1,2769	26,8149
2 — 3	39	2,5	0,0169	0,6591
3 — 4	15	3,5	0,7569	11,3535
4 — 5	22	4,5	3,4969	76,9318
<b>Total</b>	<b>109</b>	---	---	<b>170,2021</b>

$$\sigma^2 = \frac{\sum (p_{mi} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{170,2021}{109}$$

$$\sigma^2 = 1,56$$

## Desvio padrão

## Desvio padrão

- Exemplo 1: os dados a seguir estão relacionados aos preços de determinado disco rígido externo de 1 TB encontrado em diferentes estabelecimentos comerciais

- R\$ 439,90, R\$ 478,00, R\$ 399,90, R\$ 512,90, R\$ 419,90, R\$ 439,90, R\$ 439,90, R\$ 489,00, R\$ 459,00, R\$ 499,90

- Calcule o desvio padrão referente ao preço do disco rígido pesquisado

■ Amostra:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

■ População:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\sum x_i = 439,90 + 478,00 + 399,90 + 512,90 + 419,90 + 439,90 + 439,90 + 489,00 + 459,00 + 499,90$$

$$\bar{X} = \frac{4578,30}{10}$$

$$\bar{X} = 457,83$$

$x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
R\$ 399,90	-R\$ 57,93	R\$ 3.355,88
R\$ 419,90	-R\$ 37,93	R\$ 1.438,68
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 439,90	-R\$ 17,93	R\$ 321,48
R\$ 459,00	R\$ 1,17	R\$ 1,37
R\$ 478,00	R\$ 20,17	R\$ 406,83
R\$ 489,00	R\$ 31,17	R\$ 971,57
R\$ 499,90	R\$ 42,07	R\$ 1.769,88
R\$ 512,90	R\$ 55,07	R\$ 3.032,70
Total:	---	R\$ 11.941,38

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$\sigma = \sqrt{1326,82}$$

$$\sigma^2 = \frac{11941,38}{10-1}$$

$$\sigma = 36,43$$

$$\sigma^2 = \frac{11941,38}{9}$$

$$\sigma^2 = 1326,82$$

- Exemplo 2: uma empresa de comércio eletrônico está fazendo um estudo em relação aos valores dos fretes de suas mercadorias

- Na tabela a seguir, são apresentados os valores dos fretes e as respectivas quantidades de envios feitos a cada dia

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )
R\$ 12,90	5
R\$ 17,50	12
R\$ 19,80	22
R\$ 19,90	45
R\$ 21,10	39
R\$ 23,40	23
R\$ 27,70	31
R\$ 32,30	18
R\$ 39,90	7
R\$ 45,10	11

- Com base nessas informações, qual é o desvio padrão referente ao frete das mercadorias da empresa?

Amostra: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n-1}}$$

População: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}}$$

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$
R\$ 12,90	5	R\$ 64,50
R\$ 17,50	12	R\$ 210,00
R\$ 19,80	22	R\$ 435,60
R\$ 19,90	45	R\$ 895,50
R\$ 21,10	39	R\$ 822,90
R\$ 23,40	23	R\$ 538,20
R\$ 27,70	31	R\$ 858,70
R\$ 32,30	18	R\$ 581,40
R\$ 39,90	7	R\$ 279,30
R\$ 45,10	11	R\$ 496,10
Total:	213	R\$ 5182,20

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{5182,20}{213}$$

$$\bar{X} = 24,33$$

Frete ( $x_i$ )	Quantidade ( $f_i$ )	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i$
R\$ 12,90	5	R\$ 130,64	R\$ 653,22
R\$ 17,50	12	R\$ 46,65	R\$ 559,79
R\$ 19,80	22	R\$ 20,52	R\$ 451,46
R\$ 19,90	45	R\$ 19,62	R\$ 883,12
R\$ 21,10	39	R\$ 10,43	R\$ 406,88
R\$ 23,40	23	R\$ 0,86	R\$ 19,89
R\$ 27,70	31	R\$ 11,36	R\$ 352,06
R\$ 32,30	18	R\$ 63,52	R\$ 1143,38
R\$ 39,90	7	R\$ 242,42	R\$ 1696,97
R\$ 45,10	11	R\$ 431,39	R\$ 4745,32
Total:	213	---	R\$ 10912,10



$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{10912,10}{213}$$

$$\sigma^2 = 51,23$$

$$\sigma = \sqrt{51,23}$$

$$\sigma = 7,16$$

- Exemplo 3: uma empresa de tecnologia desenvolveu um aplicativo de comunicação entre os funcionários de uma indústria e está monitorando o tempo diário em horas de uso deste aplicativo

- A seguir, são apresentados os resultados diários obtidos

Tempo	Quantidade
0 — 1	12
1 — 2	21
2 — 3	39
3 — 4	15
4 — 5	22

- Qual o desvio padrão associado ao tempo de permanência de cada funcionário no aplicativo?

- Amostra: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (p_{m_i} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n-1}}$$
- População: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (p_{m_i} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}}$$

Tempo	Quantidade	$p_{mi}$	$p_{mi} \cdot f_i$
0   1	12	0,5	6
1   2	21	1,5	31,5
2   3	39	2,5	97,5
3   4	15	3,5	52,5
4   5	22	4,5	99
<b>Total</b>	<b>109</b>	<b>---</b>	<b>286,5</b>

$$\bar{X} = \frac{\sum p_{mi} \cdot f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{286,5}{109}$$

$$\bar{X} = 2,63$$

Tempo	Quantidade	$p_{mi}$	$(p_{mi} - \bar{X})^2$	$(p_{mi} - \bar{X})^2 \cdot f_i$
0   1	12	0,5	4,5369	54,4428
1   2	21	1,5	1,2769	26,8149
2   3	39	2,5	0,0169	0,6591
3   4	15	3,5	0,7569	11,3535
4   5	22	4,5	3,4969	76,9318
<b>Total</b>	<b>109</b>	<b>---</b>	<b>---</b>	<b>170,2021</b>

$$\sigma^2 = \frac{\sum (p_{mi} - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{170,2021}{109}$$

$$\sigma^2 = 1,56$$

$$\sigma = \sqrt{1,56}$$

$$\sigma = 1,25$$

