



PRÉ-CÁLCULO

AULA 4



Prof. Guilherme Lemermeier Rodrigues



CONVERSA INICIAL

Nesta etapa, iniciaremos os estudos da trigonometria. Para isso, o primeiro tópico que será estudado é a ideia de ângulos. Veremos como é o comportamento da marcação dos ângulos em um círculo de raio unitário. Esse conhecimento é fundamental para o desenvolvimento dos estudos futuros que envolvam trigonometria.

TEMA 1 – ÂNGULOS E MEDIDAS

Usualmente temos duas unidades de marcação de ângulos: graus e radianos.

Acompanhe no exemplo 1, no vídeo, a ideia das marcações dos ângulos nas duas unidades em um círculo trigonométrico (raio unitário), o que é um arco côngruo e a menor determinação positiva de um ângulo.

Vídeo: Aula 4 – Exemplo 1 – 4min.

TEMA 2 – TRANSFORMAÇÕES ENTRE GRAUS E RADIANOS

Um dos pontos importantes desse tópico é a transformação entre a marcação de um ângulo em graus para radianos e vice-versa.

Acompanhe no vídeo do exemplo 2 a ideia central dessas transformações.

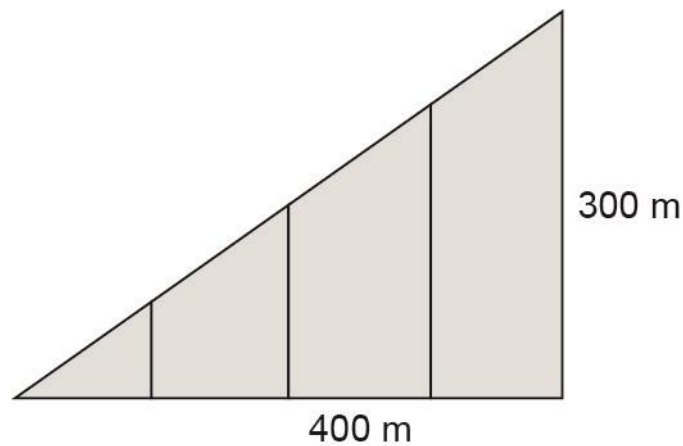
Vídeo: Aula 4 – Exemplo 2 – 4min.

TEMA 3 – TRIÂNGULO RETÂNGULO

Um triângulo que possui um ângulo reto (90°) é chamado *triângulo retângulo*.

Acompanhe no vídeo do exemplo 3 as ideias centrais das principais características do triângulo retângulo e do teorema de Pitágoras.

Exemplo 3 (Fundação Carlos Chagas/SCE-BA 2022): Um terreno que tem a forma de um triângulo retângulo com os lados correspondentes aos catetos medindo 300 m e 400 m, foi dividido em quatro lotes de mesma largura por paralelas ao cateto menor, como representado na figura a seguir.



A metragem mínima de arame necessária para cercar e fazer as divisões demarcadas usando dois fios de arame é

Alternativas

- a. 3300 m.
- b. 2700 m.
- c. 3000 m.
- d. 2400 m.
- e. 3600 m.

Vídeo: Aula 4 – Exemplo 3 – 4min.

TEMA 4 – RAZÕES E RELAÇÕES NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Acompanhe no vídeo do exemplo 4 as demonstrações das principais razões e relações do triângulo retângulo.

Vídeo: Aula 4 – Exemplo 4 – 7min.

TEMA 5 – EXERCÍCIOS PRÁTICOS

Exemplo 5. Suponha que uma pizza de tamanho grande tenha 40 cm de diâmetro e seja cortada em 12 pedaços iguais.

- a. Calcule o ângulo de corte de cada pedaço.
- b. Calcule a área da pizza.
- c. Calcule a área de uma fatia.

Vídeo: Aula 4 – Exemplo 5 – 4min.

Exemplo 6. Uma roda de bicicleta modelo *speed* de tamanho 700 tem uma roda com aro de 290 mm de raio.



Créditos: Eshma/Shutterstock.

Sendo assim:

- Qual é a distância percorrida por uma volta dessa roda?
- Quantas voltas (aproximadamente) essa roda dá em um percurso de 5 km?
- Qual é a área dessa roda?

Observação: considerar nos cálculos o valor $\pi = 3,14$.

Vídeo: Aula 4 – Exemplo 6 – 6min.

Exemplo 7. Assista ao vídeo sobre as classificações dos triângulos relativas aos seus lados e ângulos.

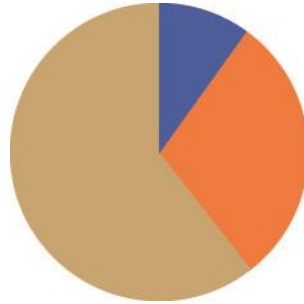
Vídeo: Aula 4 – Exemplo 7- 5min.

FINALIZANDO

- Transforme 36° em radianos:
- Transforme $\frac{3\pi}{5}$ rad em graus:
- Qual é a medida em graus do ângulo $\frac{7\pi}{3}$ na sua menor determinação de arco côngruo?
- (UFMT/Prefeitura de Nobres (MT) – 2022): Um agricultor nobrense preparou uma área circular dividida em três setores circulares, conforme figura abaixo,



para plantar três culturas. O raio desse círculo é 1 km, o setor de menor área possui ângulo de 36° e o ângulo do setor de maior área é o dobro do ângulo do setor de área intermediária. Admitindo $\pi = 3,14$, qual o perímetro do setor de área intermediária?



- a. 5.768 m.
- b. 1.884 m.
- c. 3.768 m.
- d. 3.884 m.

5. (Avança/Prefeitura de Rio Claro (SP) - 2021) Qual é o valor da diferença entre o perímetro da figura 1 e a figura 2? Considere duas casas decimais para o valor de Pi. ($\pi=3,14$)

Figura 1

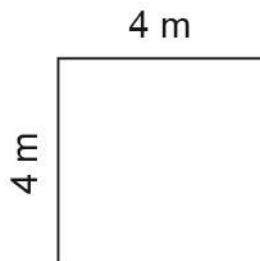
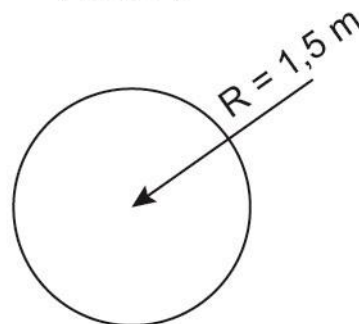


Figura 2



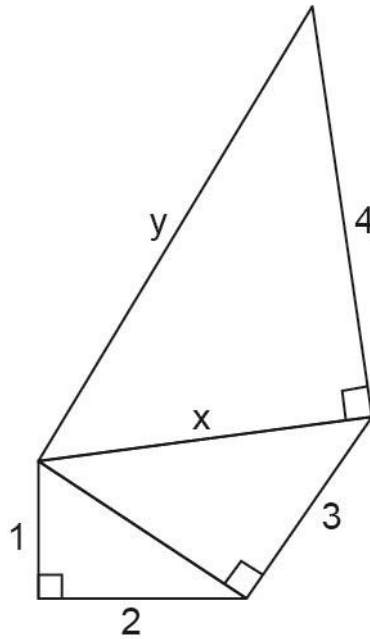
- a. 6,58 m.
- b. 7,58 m.
- c. 8,58 m.
- d. 9,58 m.
- e. 10,58 m.

6. Classifique, em relação aos lados, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 25cm.

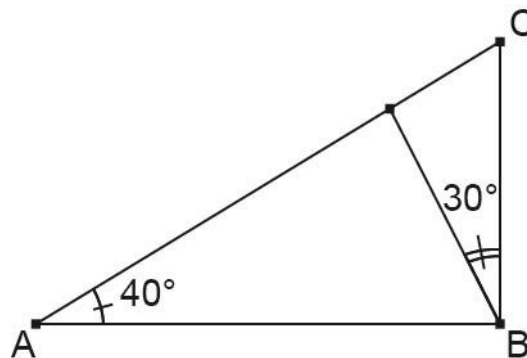
7. Classifique, em relação ao ângulo, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 9cm e 17cm.



8. Na figura a seguir, calcule o valor de y :



9. O triângulo $\hat{A}BC$ abaixo é pitagórico. Calcule os valores dos outros ângulos:



10. (Unesc/Prefeitura de Maracajá (SC) – 2020): Ao realizar um trabalho de trigonometria, Mercedes encontrou um ângulo que mede 3780° . Para continuar seu trabalho essa medida deverá ser convertida para radianos. Qual o valor em radianos que Mercedes encontrou?

Alternativas

- a. 31π
- b. 27π
- c. 23π
- d. 21π

Confira o gabarito após a seção Referências.



REFERÊNCIAS

AXLER, S. **Pré-cálculo**: uma preparação para o cálculo. 2. ed. São Paulo: LTC, 2016.

DEMANA, F. D. et al. **Pré-cálculo**. São Paulo: Pearson, 2009.



GABARITO

1. Transforme 36° em radianos:

Resolução:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$36^\circ = x$$

$$180x = 36\pi$$

$$x = \frac{36\pi}{180}$$

$$x = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

2. Transforme $\frac{3\pi}{5}$ rad em graus:

Resolução:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$x = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$$

$$x\pi = \frac{180 \cdot 3\pi}{5}$$

$$x = \frac{180 \cdot 3\pi}{5\pi}$$

$$x = 108^\circ$$

3. Qual é a medida em graus do ângulo $\frac{7\pi}{3}$ na sua menor determinação de arco côngruo?

Resolução:

$$\frac{7\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

$\frac{\pi}{3}$ é o arco côngruo

Logo:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$x\pi = \frac{180 \cdot \pi}{3}$$

$$x = \frac{180 \cdot \pi}{3\pi}$$

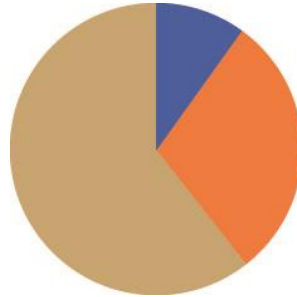
$$x = 60^\circ$$

Fatorando para obter múltiplos de 2π
(1 volta completa)

4. (UFMT/Prefeitura de Nobres (MT) – 2022): Um agricultor nobrense preparou uma área circular dividida em três setores circulares, conforme figura abaixo,

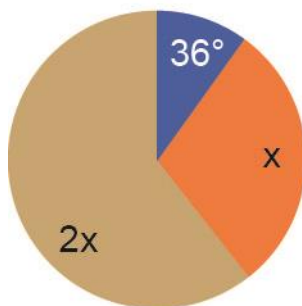


para plantar três culturas. O raio desse círculo é 1 km, o setor de menor área possui ângulo de 36° e o ângulo do setor de maior área é o dobro do ângulo do setor de área intermediária. Admitindo $\pi = 3,14$, qual o perímetro do setor de área intermediária?



- a. 5.768 m.
- b. 1.884 m.
- c. 3.768 m.
- d. 3.884 m.**

Resolução:



Sendo $36^\circ + x + 2x = 360^\circ$, logo

$$36^\circ + 3x = 360^\circ$$

$$3x = 360^\circ - 36^\circ$$

$$x = \frac{324^\circ}{3}$$

$$x = 108^\circ$$

Calculando o perímetro (*Uma volta, $C = 2\pi R$*), lembrando que $R = 1\text{Km} = 1000\text{m}$:

$$360^\circ \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot 1000$$

$$108^\circ \rightarrow P$$

$$360^\circ \cdot P = 108^\circ \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 1000$$

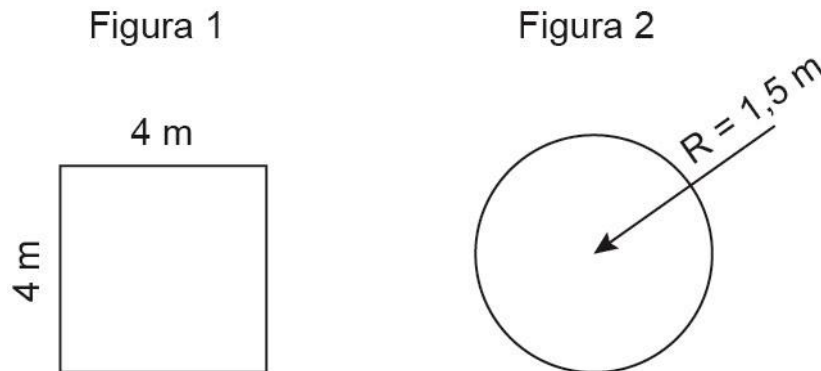
$$360 \cdot P = 678240$$

$$P = \frac{678240}{360}$$

$$P = 1884 \text{ m (Alternativa D)}$$



5. (Avançar/Prefeitura de Rio Claro (SP) - 2021): Qual o valor da diferença entre o perímetro da figura 1 e a figura 2? Considere duas casas decimais para o valor de Pi. (Pi=3,14)



- a. 6,58 m.
- b. 7,58 m.
- c. 8,58 m.
- d. 9,58 m.
- e. 10,58 m.

Resolução:

Perímetro do quadrado (Figura 1):

$$F_1 = 4 \cdot lado$$

$$F_1 = 4 \cdot 4m$$

$$F_1 = 16m$$

Perímetro do círculo (Figura 2):

$$F_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1,5$$

$$F_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5$$

$$F_2 = 9,42m$$

Portanto, a diferença entre o perímetro da figura 1 e a figura 2:

$$16m - 9,42m = 6,58m \text{ (Alternativa a)}$$

6. Classifique, em relação aos lados e ao ângulo, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 15cm e 25cm.

Resolução:

Tomando que:

$$a = 25$$

$$b = 12$$

$$c = 15.$$

Temos que todos os lados são diferentes, logo triângulo escaleno.



Verificando no teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$), considerando o lado a como hipotenusa, pois tem a maior medida.

$$a^2 = 25^2 = 625$$

$$b^2 = 12^2 = 144$$

$c^2 = 15^2 = 225$, logo, note que $625 > 144 + 225$, então o triângulo é obtuso.

Portanto, esse triângulo é escaleno e obtuso.

7. Classifique, em relação ao ângulo, o triângulo formado pelos lados de medidas 12cm, 9cm e 17cm.

Resolução:

Fazendo:

$a = 17$ (considerado como hipotenusa, pois tem a maior medida)

$$b = 12$$

$$c = 9$$

Temos:

$$a^2 = 17^2 = 289$$

$$b^2 = 12^2 = 144$$

$$c^2 = 9^2 = 81$$

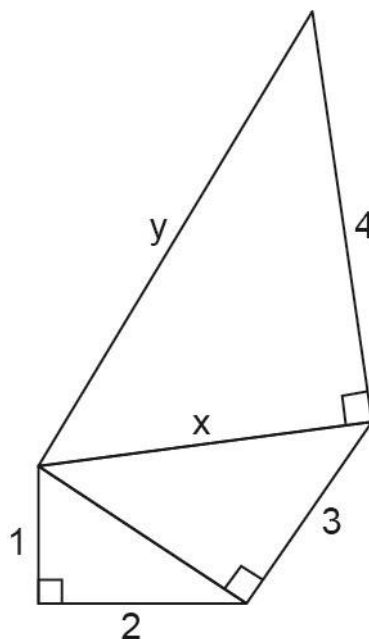
Verificando no teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$), temos que:

$$b^2 + c^2 = 144 + 81 = 225$$

Sendo assim, a conclusão é que:

$289 > 144 + 81$, logo $289 > 225$, da teoria, $a^2 > b^2 + c^2$, portanto, o triângulo é obtuso.

8. Na figura a seguir, calcule o valor de y :





Resolução:

Usando aplicações sucessivas do teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 1^2 + 2^2$$

$$a^2 = 1 + 4$$

$$a^2 = 5$$

$$a = \sqrt{5}$$

$$x^2 = \sqrt{5}^2 + 3^2$$

$$x^2 = 5 + 9$$

$$x^2 = 14$$

$$x = \sqrt{14}$$

$$y^2 = \sqrt{14}^2 + 4^2$$

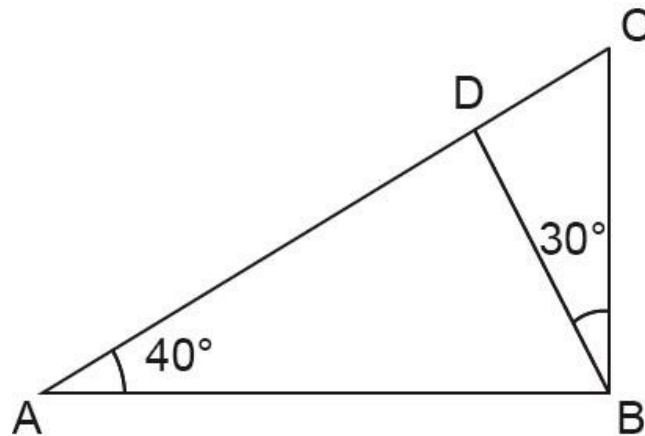
$$x^2 = 14 + 16$$

$$x^2 = 30$$

$$x = \sqrt{30}$$

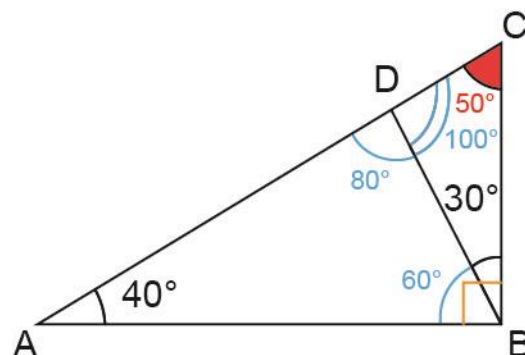
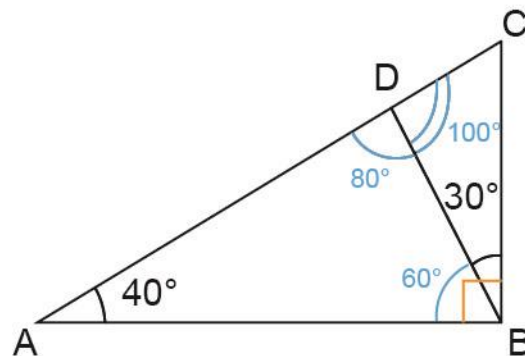
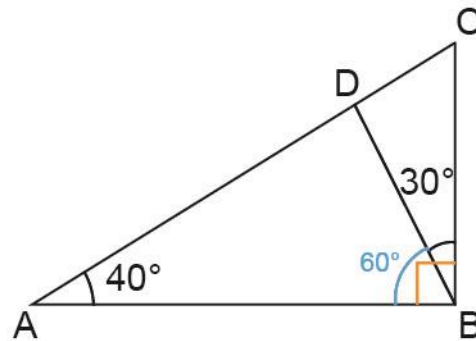
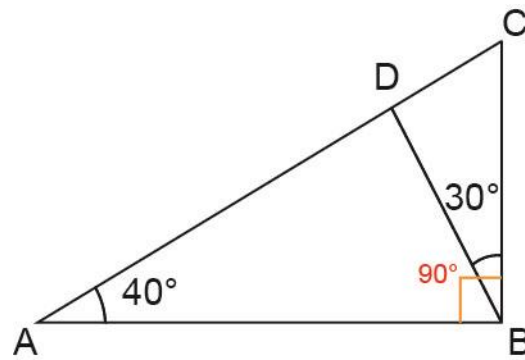
$$x = 5,48$$

9. O triângulo $\hat{A}\hat{B}C$ é pitagórico. Calcule os valores dos outros ângulos:



Resolução:

Lembrando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° :



10. (Unesc/Prefeitura de Maracajá (SC) – 2020): Ao realizar um trabalho de trigonometria, Mercedes encontrou um ângulo que mede 3780° . Para continuar seu trabalho essa medida deverá ser convertida para radianos. Qual o valor em radianos que Mercedes encontrou?

Alternativas



a. 31π .

b. 27π .

c. 23π .

d. 21π .

Resolução:

$$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}$$

$$3780^\circ \leftrightarrow x$$

Logo:

$$180 \cdot x = 3780 \cdot \pi$$

$$x = \frac{3780 \cdot \pi}{180}$$

$$x = 21\pi \text{ rad (Alternativa d)}$$