Aula 3

Fundamentos da Computação

Prof. Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini

Conversa Inicial

Organização da disciplina

- Conceitos de probabilidade
- Regra da adição e regra da multiplicação
- Distribuição normal
- Distribuição binomial
- Distribuição de Poisson

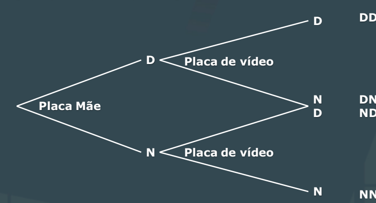
Conceitos de probabilidade

- Espaço amostral (S):
  conjunto de todos os possíveis
  resultados obtidos a partir de
  um experimento estatístico

- Exemplo:
  - Placa mãe
    (com defeito (D) ou sem defeito (N))
- Espaço amostral:
  - S={D, N}

- **Exemplo:**
  - **Placa mãe e placa de vídeo (com defeito (D) ou sem defeito (N))**

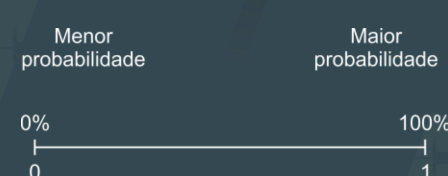
- **Espaço amostral: S={DD, DN, ND, NN}**



- **Evento:**
  - **Resultado específico do espaço amostral (subconjunto do espaço amostral)**

- **Exemplo:**
  - **Placa mãe e placa de vídeo (com defeito (D) ou sem defeito (N))**
- **Espaço amostral:**
  - **S = {DD, DN, ND, NN}**
- **Evento: apenas um item defeituoso**
  - **A = {DN, ND}**

- **Probabilidade: chance de que um evento ocorra**
  - **Com base em informações conhecidas, temos determinado grau de confiança**



$$P(A) = \frac{n}{N}$$

- **n é o número de elementos do evento A**
- **N é o número de elementos do espaço amostral**

- **Exemplo:**
  o sistema de controle de estoque identificou que na área de venda de um supermercado há 112 potes de determinada marca de iogurte e que 25 deles estão vencidos

- **Supondo que as embalagens de iogurtes vencidos ainda não foram retiradas e que elas estão colocadas de forma aleatória em relação às datas de vencimento, qual é a probabilidade de que um cliente, ao acaso, pegue uma embalagem de iogurte vencido?**

- **Resolução:**

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

$$P(A) = \frac{25}{112}$$

$$P(A) = 0{,}223214$$

$$P(A) = 22{,}32\%$$

Regra da adição e regra da multiplicação

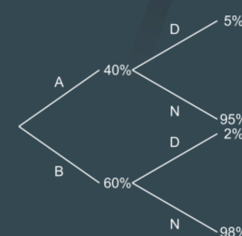
- **Eventos mutuamente exclusivos:**
  - **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$**
- **Eventos não mutuamente exclusivos:**
  - **$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$**

- **Eventos independentes:**
  - **P(A∩B)=P(A).P(B)**
- **Eventos compostos:**
  - **P(A∩B)=P(A).P(B|A) ou P(A∩B)=P(B).P(A|B)**

- **Teorema de Bayes:**

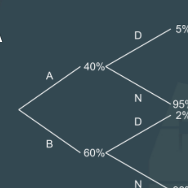
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$$

- **Exemplo: uma empresa produz telas para notebooks em duas fábricas diferentes**
  - **A Fábrica A produz 40% das telas**
  - **Na Fábrica B, a produção corresponde a 60% das telas**
  - **Na Fábrica A temos 5% de telas defeituosas sendo produzidas**
  - **Na Fábrica B a produção apresenta 2% de telas defeituosas**

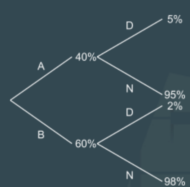


- **Com base nessas informações, determine:**

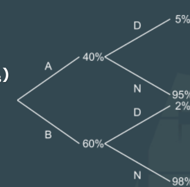
- **A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida pela fábrica A**
- **Resolução:**
  $P(A \cap D_A)=P(A).P(D_A)$
  $P(A \cap D_A)=0,4.0,05$
  $P(A \cap D_A)=0,02$
  $P(A \cap D_A)=2\%$



- **A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida pela fábrica B**
- **Resolução:**
  $P(B \cap D_B) = P(B).P(D_B)$
  $P(B \cap D_B) = 0{,}6.0{,}02$
  $P(B \cap D_B) = 0{,}012$
  $P(B \cap D_B) = 1{,}2\%$



- **A probabilidade de uma tela defeituosa ser produzida**
- **Resolução:**
  $P(D) = P(A).P(D_A) \cup P(B).P(D_B)$
  $P(D) = 0{,}4.0{,}05 + 0{,}6.0{,}02$
  $P(D) = 0{,}02 + 0{,}012$
  $P(D) = 0{,}032$
  $P(D) = 3{,}2\%$



- **A probabilidade de uma das peças defeituosas ter sido produzida pela fábrica A**
- **Resolução:**

$$P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

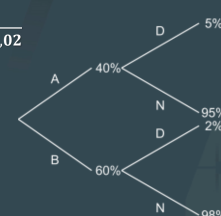
$$P(A|D) = \frac{0{,}4.0{,}05}{0{,}4.0{,}05+0{,}6.0{,}02}$$

$$P(A|D) = \frac{0{,}02}{0{,}02+0{,}012}$$

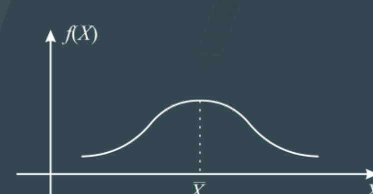
$$P(A|D) = \frac{0{,}02}{0{,}032}$$

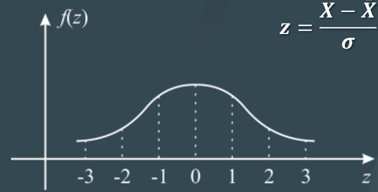
$$P(A|D) = 0{,}625$$

$$P(A|D) = 62{,}5\%$$

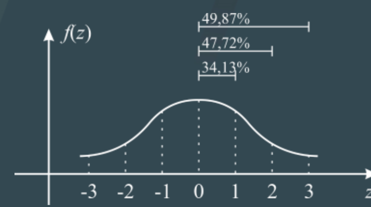


Distribuição normal





$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$



DISTRIBUIÇÃO NORMAL										
Z	0,00	0,1	0,2	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	01026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2451	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3534	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,1591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,470
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4809	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4822	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

- **Exemplo: determinado equipamento tem vida útil de 10.000 horas com desvio padrão de 600 horas**
  - **Qual é a probabilidade de que um equipamento, selecionado ao acaso, tenha vida útil entre 10.000 e 11.000 horas?**

- **Resolução:**

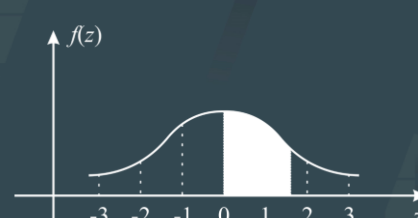
$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{11000 - 10000}{600}$$

$$z = \frac{1000}{600}$$

$$z = 1,666666...$$

$$z = 1,67$$



DISTRIBUIÇÃO NORMAL										
Z	0,00	0,1	0,2	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	01026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2451	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3534	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,1591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,470

- **P(10000≤X≤11000)=45,25%**

- **Exemplo: uma indústria de projetores multimídia estima que a vida útil das lâmpadas de seus projetores é de 4.000 horas com um desvio padrão de 400 horas**
  - **Qual é a probabilidade de que a lâmpada de um projetor selecionado aleatoriamente tenha vida útil entre 3.600 e 4.800 horas?**

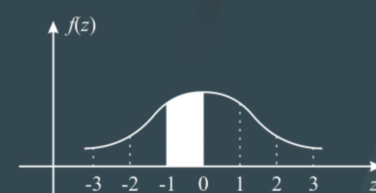
- **Resolução**
  Para 3.600 ≤ X ≤ 4.000:

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{3600 - 4000}{400}$$

$$z = \frac{-400}{400}$$

$$z = -1$$



DISTRIBUIÇÃO NORMAL										
Z	0,00	0,1	0,2	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	01026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2451	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3534	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177

- **P(3600≤X≤4000)=34,13%**

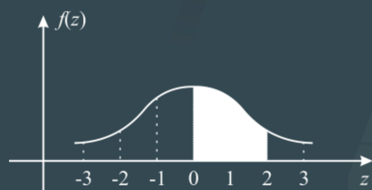
- **Resolução**
  Para 4.000 ≤ X ≤ 4.800:

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

$$z = \frac{4800 - 4000}{400}$$

$$z = \frac{800}{400}$$

$$z = 2$$



DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Z	0,00	0,1	0,2	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	01026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2451	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3448	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3534	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4396	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,1591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,470
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857

- **P(4000≤X≤4800)=47,72%**

- **Vida útil entre 3.600 e 4.800 horas**

- **P(3600≤X≤4800)= P(3600≤X≤4000)+P(4000≤X≤4800)**
- **P(3600≤X≤4800)=34,13%+47,72%**
- **P(3600≤X≤4800)=81,85%**

Distribuição binomial

$$P(X) = \frac{N!}{X!\,(N-X)!}.p^X.q^{N-X}$$

- **Média:**
  $\bar{X} = N.p$
- **Variância:**
  $\sigma^2 = N.p.q$
- **Desvio padrão:**
  $\sigma = \sqrt{N.p.q}$

- **Exemplo: o setor de atendimento ao cliente de uma empresa de informática conta com uma pesquisa de satisfação que é encaminhada por e-mail após o atendimento**
  - **Sabe-se que 15% dos clientes que receberam o e-mail responderam à pesquisa**

- **Considerando um total de 20 clientes atendidos, qual é a probabilidade de termos apenas uma resposta referente à pesquisa?**

- **Resolução:**
  - **N=20**
  - **X=1**
  - **p=0,15**
  - **q=0,85**

$$P(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!}.p^X.q^{N-X}$$

$$P(X) = \frac{20!}{1!(20-1)!}.0,15^1.0,85^{20-1}$$

$$P(X) = \frac{20!}{1!.19!}.0,15.0,85^{19}$$

$$P(X) = \frac{20.19!}{19!}.0,15.0,045599$$

$$P(X) = 20.0,15.0,045599$$

$$P(X) = 0,136797$$

$$P(X) = 13,68\%$$

Distribuição de Poisson

$$P(X) = \frac{\bar{X}^X . e^{-\bar{X}}}{X!}$$

$$e = 2,7182818...$$

- **Média:**

  $\bar{X} = N.p$

- **Variância:**

  $\sigma^2 = N.p.q$

- **Desvio padrão:**

  $\sigma = \sqrt{N.p.q}$

- **Exemplo: o atendimento ao cliente de determinada transportadora é feito por meio de chat**
  - **A média é de 10 atendimentos por hora**
  - **Qual é a probabilidade de que em determinada hora selecionada aleatoriamente a empresa tenha exatamente 5 atendimentos?**

- **Resolução:**

  $\bar{X} = 10$

  $X = 5$

  $P(X) = \frac{10^5 . e^{-10}}{5!}$

  $P(X) = \frac{100000.0,0000453999}{120}$

$$P(X) = \frac{4,53999}{120}$$

$$P(X) = 0,03783325$$

$$P(X) = 3,78\%$$


Fechar