

ZEPELLIN GEWERBESCHULE KONSTANZ

# Mathematik

*Die Wissenschaft der Zahlen*

Autor

Leonard Röpcke

Klasse TG-J2b

Datum

October 10, 2025

# Contents

<b>1</b>	<b>Stochastik</b>	<b>2</b>
1.1	Binomialverteilung . . . . .	2
1.1.1	Beispiel: Uhr tragen . . . . .	2
1.2	Wahrscheinlichkeiten bei kontinuierlichen Größen . . . . .	2
1.2.1	Körpergewicht von erwachsenen Männern . . . . .	2

# 1 Stochastik

## 1.1 Biominalverteilung

### 1.1.1 Beispiel: Uhr tragen

In einer Schule werden  $n = 1000$  Schülerinnen und Schüler gefragt, ob sie eine Uhr tragen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt  $p = 0,45$ . Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Uhrenträger:innen maximal um  $3\sigma$  abweicht.

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0,45 = 450$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{1000 \cdot 0,45 \cdot 0,55} \approx 15,73$$

$$3\sigma \approx 3 \cdot 15,73 = 47,19$$

#### Mit der kumulierten Binomialverteilung:

Mit dem Taschenrechner (gerundetes  $\sigma$  auf zwei Nachkommastellen) ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von etwa

$$P(|X - \mu| \leq 3\sigma) \approx 0,9973 \quad \text{bzw. } 99,73\%.$$

#### Mit der kumulierten Normalverteilung:

$$P(402 \leq X \leq 497) = \int_{402,5}^{497,5} \varphi(x) dx \approx 0,9987 - 0,0012 = 0,9975 \quad \text{bzw. } 99,75\%.$$

Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Uhrenträger:innen maximal um  $3\sigma$  abweicht, etwa 99,75%. Hinweis: Es wird eine sogenannte Stetigkeitskorrektur durchgeführt, indem 0,5 zu den Grenzen addiert bzw. subtrahiert wird.

#### mit der Sigma-Regel:

$$p(|X - \mu| \leq 3\sigma) \approx 0,9973 \quad \text{bzw. } 99,73\%.$$

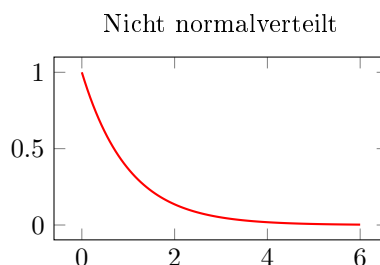
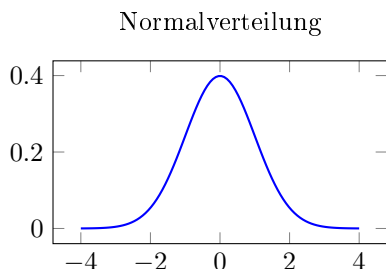
## 1.2 Wahrscheinlichkeiten bei kontinuierlichen Größen

Die Normalverteilung hat den Vorteil, dass sie insbesondere bei nicht-diskreten, also kontinuierlichen Größen verwendet werden kann. Beispiele hierfür sind:

### 1.2.1 Körpergewicht von erwachsenen Männern

Voraussetzungen:

- Das Körpergewicht muss normalverteilt sein.



- Mittelwert  $\mu = 78$  kg
- Standardabweichung  $\sigma = 8$  kg

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{8\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-78)^2}{2 \cdot 8^2}}$$

Normalverteilung mit  $\mu = 78$ ,  $\sigma = 8$

