Zepellin Gewerbeschule Konstanz

Mathematik

Die Wissenschaft der Zahlen

Autor
Leonard Röpcke
Klasse TG-J2b

Datum
October 10, 2025

Contents

1 Stochastik

1.1 Biominalverteilung

1.1.1 Beispiel: Uhr tragen

In einer Schule werden $n = 1000$ Schülerinnen und Schüler gefragt, ob sie eine Uhr tragen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $p = 0{,}45$. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Uhrenträger:innen maximal um 3σ abweicht.

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}45 = 450$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{1000 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55} \approx 15{,}73$$

$$3\sigma \approx 3 \cdot 15{,}73 = 47{,}19$$

Mit der kumulierten Binomialverteilung:
Mit dem Taschenrechner (gerundetes σ auf zwei Nachkommastellen) ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von etwa

$$P(|X-\mu| \leq 3\sigma) \approx 0{,}9973 \quad bzw. 99{,}73\%.$$

Mit der kumulierten Normalverteilung:

$$P(402 \leq X \leq 497) = \int_{402{,}5}^{497{,}5} \varphi(x)\, dx \approx 0{,}9987 - 0{,}0012 = 0{,}9975 \quad bzw. 99{,}75\%.$$

Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Uhrenträger:innen maximal um 3σ abweicht, etwa 99,75%. Hinweis: Es wird eine sogennate Stetigkeitskorrektur durchgeführt, indem 0,5 zu den Grenzen addiert bzw. subtrahiert wird.

mit der Sigma-Regel:

$$p(|X-\mu| \leq 3\sigma) \approx 0{,}9973 \quad bzw. 99{,}73\%.$$

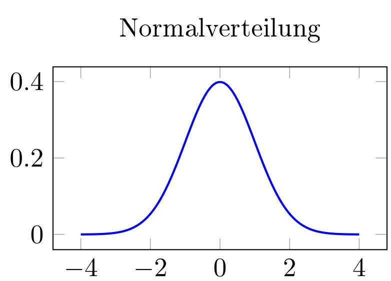
1.2 Wahrscheinlichkeiten bei kontinuierlichen Größen

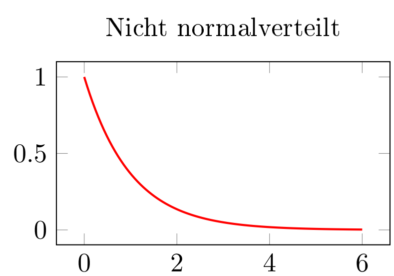
Die Normalverteilung hat den Vorteil, dass sie insbessondere bei nicht-diskreten, also kontinuierlichen Größen verwendet werden kann. Beispiele hierfür sind:

1.2.1 Körpergwecht von erwachsenen Männern

Voraussetzungen:

- Das Körpergewicht muss normalverteilt sein.





- Mittelwert $\mu = 78$ kg
- Standardabweichung $\sigma = 8$ kg

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{8\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-78)^2}{2\cdot 8^2}}$$