
ES704 - Instrumentação Básica

Resumo Teórico

31 de agosto de 2021

Guilherme Nunes Trofino
217276

Conteúdo

1	Introdução	2
1.1	Medição	2
1.2	Calibração	2
1.2.1	Calibração Estática	2
1.2.2	Calibração Dinâmica	3
1.3	Erro	3
1.3.1	Erro Aleatório	3
1.3.2	Erro Sistemático	3
1.3.3	Erro Experimental	3
2	Análise de Sinais	4
2.1	Redução de Dados	4
2.1.1	Valor Médio	4
2.1.2	Valor Root Mean Square	4
2.2	Análise em Frequência	4
2.2.1	Série de Fourier	5
2.2.2	Transformada de Fourier	5
2.2.3	Transformada de Fourier Discreta	5

1. Introdução

Apresentação Neste documento será descrito as informações necessárias para compreensão e solução de exercícios relacionados a disciplina 1.0.0.0. Note que este documento são notas realizadas por Guilherme Nunes Trofino, em 31 de agosto de 2021.

1.1. Medição

Definição Atribuição do valor, ou tendência de valores, à variável de interesse, normalmente proveniente a um sistema que se de seja analisar.

1.2. Calibração

Definição Determinar matematicamente a relação entre a entrada e sistema de medição, possuindo **dimensões** que devem estar de acordo com as **Normas Técnicas**. Classificadas de acordo com mostrado a seguir:

1.2.1. Calibração Estática

Definição Aplicar uma entrada conhecida para medir a resposta do sistema, representada em um gráfico como mostrado a seguir:

Curva de Calibração Relação entre a entrada e saída de dados definida por $y = f(x)$.

Sensibilidade Estática Representa a proporção entre a entrada e a saída nas regiões de baixa e alta sensibilidade como expressado pela seguinte equação:

$$K = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \quad (1.2.1)$$

Faixa Dinâmica Intervalo no qual a curva de calibração é válida, pois há dados para suportar as hipóteses. Fora deste intervalo, a resposta será uma **Extrapolação**.

$$r_i = x_{\max} - x_{\min} \quad r_o = y_{\max} - y_{\min} \quad (1.2.2)$$

Resolução Menor incremento que pode ser detectado pelo sistema de medição. Geralmente determinado pela escala indicada pelos equipamentos de medição ou pelas restrições do sistema obtido pela seguinte equação:

$$\Delta R = \frac{\Delta E}{K} \quad (1.2.3)$$

Onde:

1. **Resolução Equipamento:** ΔE , Presente no equipamento de medição;
2. **Sensibilidade Estática:** K dada pela equação 1.2.1;

Coefficiente de Determinação Grau de compatibilidade entre os valores amostrados, y , e os valores do **Curve Fitting**, y_C , relacionados pela seguinte equação:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y_C)^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \quad (1.2.4)$$

Quanto mais próximo de 1 melhor será o ajuste da curva.

1.2.2. Calibração Dinâmica

Definição Aplicar uma entrada conhecida para medir a resposta do sistema com a saída sempre seguindo a forma de onda da entrada.

Constante de Tempo Variável denotada pela constante τ para representar o tempo necessário para que o sistema atinja 63,2% de seu valor final. Comumente, define-se que 5τ representa o tempo necessário para que sistema se estabilize após um estímulo.

1.3. Erro

Definição Diferença entre os valores medidos y e seus correspondentes valores reais y' de uma variável como expresso pela seguinte equação:

$$e = |y - y'| \quad (1.3.1)$$

1.3.1. Erro Aleatório

Definição Problemas que afetam a **Precisão** do sistema, pois causam o espalhamento dos dados em relação ao valor real.

1.3.2. Erro Sistemático

Definição Problemas que afetam a **Exatidão** do sistema, pois causam a deflexão do valor medido em relação ao valor real.

1.3.3. Erro Experimental

Definição Diferentes problemas visíveis durante a análise dos dados causados por métodos inadequados de experimentação, entre os principais estão:

1. **Histerese:** Diferença na resposta do sistema exitado por entradas crescentes, **upscale** e decrescentes, **downscale**;
2. **Linearidade:** Diferença na resposta em relação a curva de calibração linear;
3. **Sensibilidade:** Diferença no valor do ganho do sistema ;
4. **Retorno ao Zero:** Diferença na resposta do sistema para uma entrada nula;

2. Análise de Sinais

Definição Estudo de informações físicas sobre a variável medida, transmitida entre um processo e o sistema de medição entre os eságios do sistema de medição classificados em:

1. **Classes:**

- (a) **Analógico:** Contínuo em Magnitude e Tempo;
- (b) **Discreto:** Contínuo em Magnitude e Discretizado no Tempo;
- (c) **Digital:** Quantizado em Magnitude e Discretizado no Tempo;

2. **Magnitude:**

- (a) **Dinâmico:** Varia no tempo;
- (b) **Estático:** Não varia no tempo;

3. **Periodicidade:**

- (a) **Periódico:** Apresenta repetição;
- (b) **Aperiódico:** Não apresenta repetição;

4. **Previsibilidade:**

- (a) **Determinístico:** Expressa por uma função matemática;
- (b) **Não-Determinístico:** Não expressa por uma função matemática;

2.1. Redução de Dados

Definição Análise dos dados sobre dois parâmetros listados abaixo:

2.1.1. Valor Médio

Definição Caraceriza a componente DC, contínua, do sinal através da seguinte equação:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y(n) \quad (2.1.1)$$

2.1.2. Valor Root Mean Square

Definição Caraceriza a componente AC, alternada, do sinal através da seguinte equação:

$$y_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y^2(n)} \quad (2.1.2)$$

2.2. Análise em Frequência

Definição Sinais apresentaram informações relevantes sobre suas frequências de funcionamento e dessa forma será necessário analisá-lo com algumas ferramentas descritas na sequência.

2.2.1. Série de Fourier

Definição Dado um sinal periódico $y(t) = y(t + T)$ com período $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ então este poderá ser representado através de uma **Série de Fourier** pela seguinte equação:

$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)) \quad \text{onde:} \quad \begin{cases} A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} y(t) dt \\ A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} y(t) \cos(n\omega t) dt \\ B_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} y(t) \sin(n\omega t) dt \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Onde:

1. Se $y(t)$ é par então $B_n = 0$;
2. Se $y(t)$ é ímpar então $A_n = 0$;

2.2.2. Transformada de Fourier

Definição Extensão da série de Fourier para sinais periódicos e aperiódicos descrito a seguir:

Transformada Direta:

$$\mathcal{F}\{y(t)\} := \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.2.2)$$

Transformada Inversa:

$$\mathcal{F}^{-1}\{Y(\omega)\} := \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.2.3)$$

Note que o resultado da **Transformada de Fourier** será um número complexo da forma:

$$Y(\omega) = Y_R(\omega) + jY_I(\omega)$$

Onde:

1. Representa a parcela **Real** como $Y_R(\omega)$;
2. Representa a parcela **Imaginária** como $Y_I(\omega)$;

Assim como presente na teoria de Circuitos Elétricos, números complexos podem ser representados através de **Fasores** como representado pela seguinte equação:

$$Y(\omega) = |Y(\omega)| \angle \phi(\omega)^\circ \quad (2.2.4)$$

Onde:

1. **Espectro de Magnitude:** Ou também nomeado como **Amplitude** pela seguinte equação:

$$|Y(\omega)| = \sqrt{Y_R^2(\omega) + Y_I^2(\omega)}$$

2. **Espectro de Fase:** Ou também nomeado como **Fase** pela seguinte equação:

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{Y_I}{Y_R} \right)$$

2.2.3. Transformada de Fourier Discreta

Definição Seja um sinal discreto $y(n\Delta t) \approx y(n)$, onde Δt é o incremento temporal então a **Transformada de Fourier** será dada pela seguinte equação:

$$Y(k\Delta f) \approx Y(k) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j2\pi \frac{k}{N} n} \quad (2.2.5)$$

Onde:

1. **Incremento Espectral:** $\Delta f = \frac{1}{M\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$;

Note que esta transformação será calculada computacionalmente pelo algoritmo **Fast Fourier Transform** onde M deve ser utilizada como uma potência de 2. A fim de evitar vazamento espectral, também nomeado **Leakage**, aplica-se a **Função de Janelamento** antes da **FFT**.