EA611 - Circuitos II

Resumo Teórico

20 de agosto de 2021

Guilherme Nunes Trofino
217276

Conteúdo

1. Introdução

Apresentação Neste documento será descrito as informações necessárias para compreensão e solução de exercícios relacionados a disciplina Note que este documento são notas realizadas por em 20 de agosto de 2021.

1.1. Transformada de Laplace

Definição Conversão de uma equação diferencial em equação algébrica e uma convolução em multiplicação. Formalmente descrita pelas seguintes equações:

Forma Bilateral:

$$\boxed{F(s) = \mathcal{B}\{f(t)\} := \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ e^{-st}\ \mathrm{d}t} \tag{1.1.1}$$

Forma Unilateral:

$$\boxed{F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} := \int_{0}^{+\infty} f(t)\ e^{-st}\ \mathrm{d}t} \tag{1.1.2}$$

Note que a forma `Unilateral` será um caso particular da `Bilateral`. Além disso, no estudo de circuitos elétricos será conveniente a adoção do domínio dos complexos para análise. Assim $s = \sigma + \omega \mathrm{j}$ onde j será a **Unidade Imaginária**, evitando confusão com **Corrente Elétrica** causada pela notação matemática canónica.

Transformações A seguir encontram-se as principais transformações pela definição `Unilateral` necessárias:

	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
Degrau Unitário	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
Impulso Unitário	$\delta(t)$	1
	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
	$\sin(at)$	$\frac{a}{(s^2+a^2)}$
	$\cos(at)$	$\frac{s}{(s^2+a^2)}$
Seno Hiperbólico	$\sinh(at)$	$\frac{a}{(s^2-a^2)}$
Cosseno Hiperbólico	$\cosh(at)$	$\frac{s}{(s^2-a^2)}$
	$e^{at}\ \sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
	$e^{at}\ \cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
Convolução	$\int_0^t f(\varphi)\ g(t-\varphi)\mathrm{d}\varphi$	$F(s) \cdot G(s)$
Integral	$\int_0^t f(\varphi)\ u(t-\varphi)\mathrm{d}\varphi$	$\frac{F(s)}{s}$
Derivada	$\dfrac{\mathrm{d}f(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}$	$s \cdot F(s)$

Tabela 1: Tabela de Transformadas de Laplace

Conside que as funções **Trigonométricas Hiperbólicas** são definidas pelas equações abaixo:

$$\boxed{\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}} \qquad \boxed{\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}} \tag{1.1.3}$$

1.1.1. Degrau Unitário

Definição Representação de descontinuidade unitária, normalmente utilizada para representar mudanças instantâneas em sistemas. Formalmente descrita pela seguinte equação:

$$\boxed{u(x-a) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{1}{2}, & x = a; \\ 1, & x > a; \end{cases}} \tag{1.1.4}$$

1.1.2. Impulso Unitário

Definição Distribuição infinita no ponto zero e nula no restante da reta. Formalmente descrita pela seguinte equação:

$$\boxed{\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0; \\ \infty, & x = 0; \end{cases}} \tag{1.1.5}$$

Obedecendo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\ \mathrm{d}x = 1 \quad \text{e} \quad \boxed{\int_a^b f(t)\delta(t)\ \mathrm{d}t = \begin{cases} f(0); & \text{se } 0 \in [a,b] \\ 0; & \text{se } 0 \notin [a,b] \end{cases}}$$

1.1.3. Transformada da Deriva

Definição Quando aplicada em uma derivada de ordem n será necessário utilizar da recursão e integração por partes, obtendo a seguinte equação geral:

$$\boxed{\mathcal{L}\left\{\frac{\mathrm{d}^n f(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi^n}\right\} = s^n \cdot F(s) - s^{n-1} \cdot f(0) - s^{n-1} \cdot f'(0) - \cdots - s \cdot f^{n-2}(0) - f^{n-1}(0)} \tag{1.1.6}$$

1.2. Transformada de Componentes

Definição Substituir as equações que descrevem cada componente empregado em um circuito através de seu equivalente em **Laplace** simplificará os cálculos e poderá integrar suas condições iniciais na análise como representado abaixo:

1.2.1. Capacitor

Definição Genericamente considera-se a seguinte equação para descrever o comportamento do componente:

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t)\ \mathrm{d}t + v_C(0)$$

Aplica-se a **Transformada de Laplace**, obtendo a seguinte equação:

$$\boxed{V_C(s) = \frac{1}{sC}\ I_C(s) + \frac{v_C(0)}{s}} \tag{1.2.1}$$

1.2.2. Indutor

Definição Genericamente considera-se a seguinte equação para descrever o comportamento do componente:

$$v_L(t) = L\ \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}$$

Aplica-se a **Transformada de Laplace**, obtendo a seguinte equação:

$$\boxed{V_L(s) = sL\ I_L(s) - L\ I_L(0)} \tag{1.2.2}$$

1.2.3. Resistor

Definição Genericamente considera-se a seguinte equação para descrever o comportamento do componente:

$$v_R(t) = R\, i_R(t)$$

Aplica-se a **Transformada de Laplace**, obtendo a seguinte equação:

$$\boxed{V_R(s) = R\, I_R(s)} \tag{1.2.3}$$