ES570 - Transferência de Calor

Resumo Teórico

11 de setembro de 2021

Guilherme Nunes Trofino
217276

Conteúdo

1. Introdução

Apresentação Neste documento será descrito as informações necessárias para compreensão e solução de exercícios relacionados a disciplina 1.0.0.0. Note que este documento são notas realizadas por Guilherme Nunes Trofino, em 11 de setembro de 2021.

Definição Transferência de Calor é a energia térmica em trânsito devido a uma `Diferença de Temperatura` no espaço que ocorre nos seguintes processos:

1.1. Condução

Definição Energia transferida de partículas mais energéticas para menos energéticas de uma substância devido às interações entre partículas em repouso.

1.1.1. Lei de Fourier

Definição Considera-se que o fluxo de energia causado pela transferência de calor, **Fluxo Térmico**, através do espaço por unidade de tempo será dado por:

$$\boxed{\boldsymbol{q}'' = -K\nabla\boldsymbol{T} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]} \tag{1.1}$$

Onde:

1. **Fluxo Térmico:** $\boldsymbol{q}''$ em $\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$, perpedicular a direção de transferência;

   (a) `Unidimensional:` Caso trate-se de uma dimensão está equação será simplificada:

   $$\boxed{q''_x = -K\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}}$$

   Note que qualquer direção cartesiana poderia ser considerada para a equação.

   Considera-se durante análise de que o meio em que se dá a condução será **Isotérmico**, implicando que a `Condutividade Térmica` seja independente das direções empregadas. Além disso, a **Direção Normal** será normal a isotérmica na direção decrescente de temperatura.

2. **Condutividade Térmica:** K em $\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\ K}}\right]$;

   (a) `Convenção:` Trata-se de um fluxo da maior para a menor temperatura dessa forma há o sinal negativo;

3. **Gradiente de Temperatura:** $\nabla\boldsymbol{T}$ em $\left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}}\right]$;

   (a) `Coordenadas Cartesianas:`

   $$\boxed{\nabla\boldsymbol{T} = \left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right)} \tag{1.2}$$

   (a) `Coordenadas Cilíndricas:`

   $$\boxed{\nabla\boldsymbol{T} = \left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} + \boldsymbol{k}\frac{\partial T}{\partial z}\right)} \tag{1.3}$$

   (a) `Coordenadas Esféricas:`

   $$\boxed{\nabla\boldsymbol{T} = \left(\boldsymbol{i}\frac{\partial T}{\partial r} + \boldsymbol{j}\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} + \boldsymbol{k}\frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)} \tag{1.4}$$

Esta lei é deduzida experimentalmente e portanto não há dedução formal, os resultados são obtidos a partir da observação.

1.2. Convecção

Definição Energia transferida pelo fluxo de partículas seja um Movimento Aleatório ou um Movimento Global do fluído através de dois mecanismos:

1. **Convecção Forçada:** Escoamento causado por meios externos;
2. **Convecção Natural:** Escoamento induzido por diferenças de densidade;

Quantifica-se este fluxo de energia, independente do mecanismo, através da seguinte equação:

$$\boxed{q''_{\text{conv}} = \frac{q}{A} = h(T_S - T_\infty) \qquad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]} \tag{1.5}$$

Onde:

1. **Fluxo Térmico:** q''_{conv} em $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]$;
2. **Coeficiente de Transferêcia:** h em $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\ \text{K}}\right]$;

Nota-se que este coeficiente apresentará os seguintes valores típicos:

Situação		h $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\ \text{K}}\right]$
Convecção Natural	Gases	2 - 25
	Líquidos	50 - 1000
Convecção Forçada	Gases	25 - 250
	Líquidos	100 - 20000
Mudança de Fase		2500 - 100000

Tabela 1.1: Coeficiente de Transferência Térmica por Convecção

1.3. Radiação

Definição Energia transferida, não necessariamente demandando um meio material, pela matéria que se encontra a uma temperatura não nula.

1.3.1. Radiação Emitida

Definição Quantifica-se o fluxo de energia saindo de um corpo por radiação através da seguinte equação:

$$\boxed{E = \epsilon\ \sigma\ T_S^4 \qquad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]} \tag{1.6}$$

Onde:

1. **Permissividade:** $0 \leq \epsilon \leq 1$ adimensional;
2. **Constante de Stefan-Boltzmann:** $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ em $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\ \text{K}^4}\right]$;
3. **Temperatura Absoluta:** T_S em $[K]$;

1.3.2. Radiação Recebida

Definição Quantifica-se o fluxo de energia recebida, também nomeada como **Irradiação**, por um corpo por radiação através da seguinte equação:

$$\boxed{G = G_{\text{abs}} + G_{\text{unknown}} + G_{\text{ref}}} \tag{1.7}$$

Onde:

1. **Radiação Recebida:** G em ;
2. **Radiação Absorvida:** G_{abs} em ;
3. **Radiação :** G_{unknown} em ;
4. **Radiação Refletida:** G_{ref} em ;

1.3.3. Radiação Absorvida

Definição Quantifica-se o fluxo de energia entrando de um corpo por radiação através da seguinte equação:

$$\boxed{G_{\text{abs}} = \alpha G \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]} \tag{1.8}$$

Onde:

1. **Absortividade:** $0 \leq \alpha \leq 1$ adimensional;
2. **Irradiação:** G em $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]$;

1.3.4. Reservatório Térmico

Definição Caso haja uma superfície reduzida com temperatura T_S cercada por outra envolvente muito aumentada com temperatura T_{sur} então, caso $\epsilon = \alpha$, o fluxo de energia causado pela radiação será dado pela seguinte equação:

$$\boxed{q''_{\text{rad}} = \frac{q}{A} = \epsilon\sigma(T_S^4 - T_{\text{sur}}^4) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]} \tag{1.9}$$

Note que a equação acima pode ser resescrita como demonstrado a seguir:

$$\boxed{q_{\text{rad}} = h_r A(T_S - T_{\text{sur}}) \quad [\text{W}]} \qquad \boxed{h_r = \epsilon\sigma(T_S + T_{\text{sur}})(T_S^2 + T_{\text{sur}}^2)} \tag{1.10}$$

Desta forma, quando houver troca de calor simultaneamente na superfície por convecção e por radiação o fluxo de energia será dado pela seguinte equação:

$$\boxed{q = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = hA(T_S - T_{\text{sur}}) + \epsilon\sigma(T_S^4 - T_{\text{sur}}^4) \quad [\text{W}]} \tag{1.11}$$

1.4. Conservação de Energia

Definição

$$\boxed{\dot{E}_{\text{acu}} = \frac{\mathrm{d}E_{\text{corpo}}}{\mathrm{d}t} = \dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} + \dot{E}_{\text{ger}} \quad \left[\text{W} = \frac{\text{Kg m}^2}{s^3}\right]} \tag{1.12}$$

Onde:

1. **Energia Gerada:** $\dot{E}_{\text{ger}}$ em [W] obtida pela seguinte equação:

$$\boxed{\dot{E}_{\text{ger}} = \dot{q}\mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z} \tag{1.13}$$

2. **Energia Acumulada:** $\dot{E}_{\text{acu}}$ em [W] obtida pela seguinte equação:

$$\boxed{\dot{E}_{\text{acu}} = pc_{\text{p}}\frac{\partial T}{\partial t}\mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z} \tag{1.14}$$

1.4.1. Balanço de Energia em Superfície

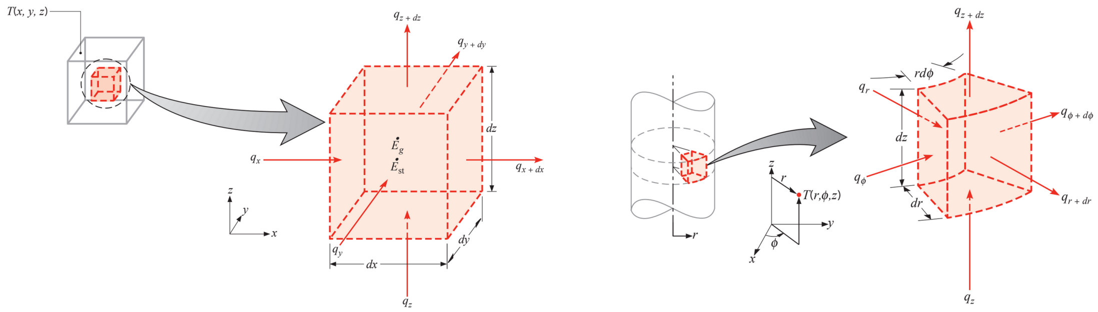
Definição Considera-se que superfícies não apresentam massa e portanto apresentam a seguinte equação para conservação de massa:

$$\boxed{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} = 0} \tag{1.15}$$

2. Condução

2.1. Equação Difusão Térmica

Definição Equação que permite analisar a distribuição de temperatura sobre uma superfície. Primeiramente define-se um **Volume de Controle Diferencial** uma região infinitesimal do espaço analisado como definido na seguinte figura:



(a) Coordenadas Cartesianas (b) Coordenadas Cilíndricas

Figura 2.1: Volume de Controle Diferencial

Na sequência substitui-se as variáveis definidas na equação 1.12, obtendo a seguinte equação em coordenadas cartesianas:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=p\;c_p\;\frac{\partial T}{\partial t}} \tag{2.1}$$

Alternativamente a mesma equação em coordenadas cilíndricas será:

$$\boxed{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=p\;c_p\;\frac{\partial T}{\partial t}} \tag{2.2}$$

3. Condução em Regime Permanente e Unidimensional

Apresentação Descrição de sistemas assumindo as seguintes considerações durante a análise:

1. Unidimensional;
2. Regime Permanente;
3. Geração de Calor Nula;
4. Condutividade Térmica Constante;
5. Temperaturas Conhecidas nas Fronteiras;

3.1. Sistemas Planares

Definição

Prova Nestas condições a Equação de Difusão Térmica na forma Cartesiana dada por 2.1 será simplificada à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) &= 0 && \text{Considerando (4)} \\ \boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0} \\ \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} &= c_1 \\ \boxed{T(x) = c_1 x + c_2} \end{aligned}$$

Desta forma, considera-se as condições iniciais trazidas por (5) como:

$$T(x) = c_1 x + c_2 = \begin{cases} T(0) = T_{S1} = c_1 0 + c_2 \\ T(x) = T_{S2} = c_1 L + c_2 \end{cases} \quad \text{obtendo} \quad \boxed{T(x) = \frac{(T_{S2} - T_{S1})}{L}x + T_{S1}}$$

Finalmente, aplica-se a Equação de Fourier dada por 1.1 com a condição (1) obtendo:

$$\boxed{q_x = -\frac{KA}{L}(T_{S2} - T_{S1})}$$

□

3.1.1. Resistência Térmica

Definição Represenação da dificuldade para o fluxo de calor ao longo de um material expressado pela seguinte equação:

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{T_1 - T_2}{q} = \begin{cases} R_{\text{cnd}} = \frac{L}{KA} & \text{Condução;} \\ R_{\text{cnv}} = \frac{1}{hA} & \text{Convecção;} \\ R_{\text{rad}} = \frac{1}{h_r A} & \text{Radiação;} \end{cases}} \tag{3.1}$$

3.1.2. Coeficiente Global de Transferência de Calor

Definição Obtido pela seguinte equação:

$$q_x = UA\Delta T \qquad \text{onde } \Delta T = T_{\infty,1} - T_{\infty,2} \tag{3.2}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{R_{\text{eq}}A} = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{L_A}{K_A} + \frac{L_B}{K_B} + \frac{L_C}{K_C} + \frac{1}{h_2}}}$$

Definição Considera-se

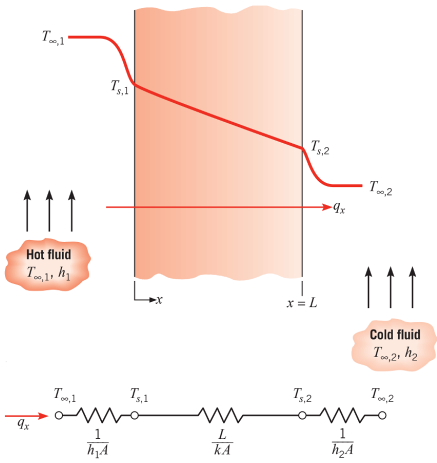


Figura 3.1: Coordenadas Cartesianas

$$\boxed{q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{KA} + \frac{1}{h_2 A}}} \tag{3.3}$$

Definição Considera-se

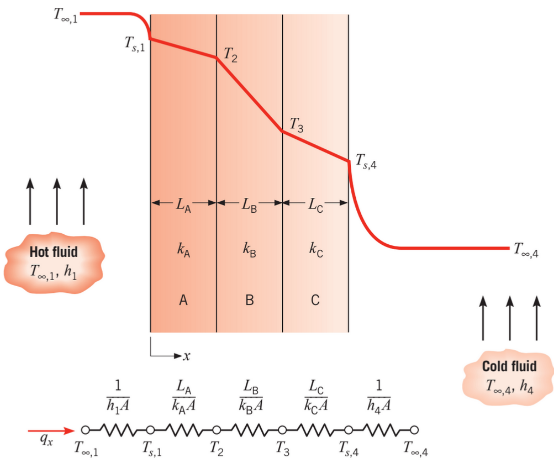


Figura 3.2: Coordenadas Cartesianas

$$\boxed{q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{L_A}{K_A A} + \frac{L_B}{K_B A} + \frac{L_C}{K_C A} + \frac{1}{h_2 A}}} \tag{3.4}$$

3.1.3. Resistência de Contato

Definição Superfícies em contato obtido pela seguinte equação:

$$\boxed{R''_{\text{cnt}} = \frac{T_A - T_B}{q''_x}} \tag{3.5}$$

3.2. Sistemas Radiais

Definição

Prova Nestas condições a Equação de Difusão Térmica na forma Cilíndrica dada por 2.2 será simplificada à:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(Kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0 \qquad \text{Considerando (4)}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0}$$

$$r\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = c_1$$

$$\boxed{T(r) = c_1 \ln(r) + c_2}$$

Desta forma, considera-se as condições iniciais trazidas por (5) como:

$$T(r) = c_1 \ln(r) + c_2 = \begin{cases} T(0) = T_i = c_1 \ln(T_i) + c_2 \\ T(r) = T_e = c_1 \ln(T_e) + c_2 \end{cases} \quad \text{obtendo} \quad \boxed{T(r) = \left(\frac{T_i - T_e}{\ln\left(\frac{r_i}{r_e}\right)}\right) \ln\left(\frac{r}{r_e}\right) + T_e}$$

Finalmente, aplica-se a Equação de Fourier dada por 1.1 com a condição (1) obtendo:

$$\boxed{q_r = -\frac{2\pi KL(T_e - T_i)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}}$$

□

3.2.1. Resistência Térmica

Definição Represenação da dificuldade para o fluxo de calor ao longo de um material expressado pela seguinte equação:

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{T_1 - T_2}{q} = \begin{cases} R_{\text{cnd}} = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi KL} & \text{Condução;} \\ R_{\text{cnv}} = & \text{Convecção;} \\ R_{\text{rad}} = & \text{Radiação;} \end{cases}} \tag{3.6}$$

3.2.2. Raio Crítico de Isolamento

Definição Isolamento ideal para superfícies cilíndricas ou cascas esféricas que causará maior discipação de calor obtido pela seguinte equação:

$$\boxed{r_C = \frac{K}{h}} \tag{3.7}$$

3.3. Sistemas Esféricos

Definição

Prova Nestas condições a Equação de Difusão Térmica na forma Cartesiana dada por 2.1 será simplificada à:

$$q_r = -K(4\pi r^2)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \qquad \text{Separação de Equações}$$

$$\boxed{\frac{q_r}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = -K\int_{T_{S1}}^{T_{S2}}\mathrm{d}T}$$

$$\frac{q_r}{4\pi}\left[\frac{-1}{r_2} - \frac{-1}{r_1}\right] = -K(T_{S2} - T_{S1})$$

$$\boxed{q_r = -4\pi K\frac{T_{S2} - T_{S1}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}}$$

□

3.3.1. Resistência Térmica

Definição Represenação da dificuldade para o fluxo de calor ao longo de um material expressado pela seguinte equação:

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{T_1 - T_2}{q} = \begin{cases} R_{\text{cnd}} = \frac{1}{4\pi K}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) & \text{Condução;} \\ R_{\text{cnv}} = & \text{Convecção;} \\ R_{\text{rad}} = & \text{Radiação;} \end{cases}} \tag{3.8}$$

4. Geração de Calor em Sólido

Apresentação Calor originário de processos internos ao corpo análise através dos seguintes processos:

1. Radiação;
2. Reações Químicas;
3. Reações Nucleares;
4. Resistência de Fios;

Obtido ela seguintes equação:

$$\boxed{\dot{q} = \frac{\dot{E}}{V} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3}\right]} \tag{4.1}$$

4.0.1. Parede Plana não Isolada

Definição

1. Unidimensional;
2. Regime Permanente;
3. Condutividade Térmica Constante;
4. Temperaturas Conhecidas nas Fronteiras;

Prova Nestas condições a Equação de Difusão Térmica na forma Cartesiana dada por 2.1 será simplificada à:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{q} = 0 \qquad \text{Considerando (3)}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\dot{q}}{K}}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\frac{\dot{q}}{K}x + c_1$$

$$\boxed{T(x) = -\frac{\dot{q}}{K}\frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2}$$

Desta forma, considera-se as condições iniciais trazidas por (5) como:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{K}\frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 = \begin{cases} T(0) = T_{S1} = -\frac{\dot{q}}{K} + c_1 0 + c_2 \\ T(L) = T_{S2} = -\frac{\dot{q}}{K}\frac{L^2}{2} + c_1 L + c_2 \end{cases}$$

Finalmente, obtêm-se:

$$\boxed{T(x) = -\frac{\dot{q}}{2K}(x^2 - Lx) + \frac{(T_{S2} - T_{S1})}{L}x + T_{S1}} \tag{4.2}$$

□

4.0.2. Parede Plana Semi-Isolada

Definição

1. Unidimensional;
2. Regime Permanente;
3. Condutividade Térmica Constante;
4. Temperaturas Conhecidas nas Fronteiras;

Prova Nestas condições a Equação de Difusão Térmica na forma Cartesiana dada por 2.1 será simplificada à:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\dot{q}=0 \qquad \text{Considerando (3)}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=-\frac{\dot{q}}{K}}$$

Desta forma, considera-se as condições iniciais trazidas por (5) como:

$$\begin{cases} T(0)=-K\dfrac{\partial T}{\partial x}=0 \\ T(L)=-K\dfrac{\partial T}{\partial x}=h(T_2-T_\infty) \end{cases}$$

Finalmente, obtêm-se:

$$\boxed{T(x)=T_\infty+\dot{q}\left[\frac{L}{h}+\frac{L^2-x^2}{2K}\right]} \tag{4.3}$$

□

4.1. Transferência de Calor em Superfícies

Definição 4.1. Considera-se que uma superfície com área não constante apresentará a seguinte equação:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[A_T\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right]_x-\frac{h}{K}\frac{\mathrm{d}A_S}{\mathrm{d}x}[T(x)-T_\infty]=0} \tag{4.4}$$

Onde:

1.

Definição 4.2. Considera-se que uma superfície com área constante apresentará a seguinte equação:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2}-\frac{h}{K}\frac{P}{A_T}[T(x)-T_\infty]=0} \tag{4.5}$$

Apresentando a seguinte **Solução Geral**:

$$\boxed{T(x)-T_\infty=c_1\mathrm{e}^{mx}+c_2\mathrm{e}^{-mx}} \tag{4.6}$$

Onde:

$$\boxed{m:=\sqrt{\frac{hP}{KA_T}}} \quad \text{e} \quad \boxed{\theta(x):=T(x)-T_\infty}$$

Prova area se transforma em perimetro □

4.1.1. Aleta Infinita

Definição 4.3. Considera-se uma aleta muito longa como infinita implicando que sua **Distribuição de Temperatura**:

$$T(x) - T_\infty = (T_B - T_\infty)\mathrm{e}^{-mx} \tag{4.7}$$