

# 1

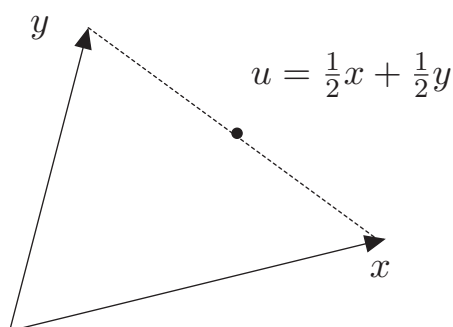
---

## Espacio de vectores

---

### 1.1 Álgebra de vectores

1. En la figura se muestra a  $u = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$ . Marque los puntos  $u = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y$ ,  $u = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y$  y  $u = x + y$ .



2. Sean  $x = (1, 2, 3)$ ,  $y = (-3, 1, -2)$  y  $z = (2, -3, -1)$ . Calcular  $x + y + z$  y  $2x + 2y + z$ .

### 1.2 Combinación lineal e independencia lineal

1. Expresar  $w$  como combinación lineal de los vectores  $u$  y  $v$ .

- (a)  $u = (7, 2)$ ,  $v = (3, 1)$ ,  $w = (7, 5)$ .
  - (b)  $u = (1, 2)$ ,  $v = (3, 1)$ ,  $w = (14, 8)$ .
2. Expresar  $v$  como combinación lineal de los vectores  $v_1$ ,  $v_2$  y  $v_3$ .
- (a)  $v = (7, 16, -3)$ ,  $v_1 = (4, 2, 1)$ ,  $v_2 = (4, -3, 2)$ ,  $v_3 = (1, 3, -1)$
  - (b)  $v = (4, 7, 0)$ ,  $v_1 = (4, 2, 1)$ ,  $v_2 = (4, -3, 2)$ ,  $v_3 = (0, 5, -1)$
3. En cada uno de los siguientes casos determinar si los vectores son linealmente independientes.
- (a)  $(1, 1)$ ,  $(-3, 2)$
  - (b)  $(-1, 1, 0)$ ,  $(0, 1, 2)$
  - (c)  $(1, 0, 0, 1)$ ,  $(0, 0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 1, 1)$
4. Sin realizar cálculos, indicar por qué los siguientes vectores son linealmente dependientes.
- (a)  $(1, 2)$ ,  $(3, 2)$ ,  $(5, 6)$
  - (b)  $(1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1)$ ,  $(3, 1, 3)$ ,  $(1, 3, 4)$
5. Determinar el valor de  $a$  de tal manera que los vectores  $(0, 1, a)$ ,  $(a, 1, 0)$  y  $(1, a, 1)$  sean linealmente independientes.
6. Demostrar que el conjunto  $\{(1, 1), (-1, 2)\}$  es una base de  $\mathbb{R}^2$  y hallar las coordenadas del vector  $(1, 0)$  con respecto a dicha base.
7. Sean  $(a, b)$  y  $(c, d)$  vectores en  $\mathbb{R}^2$ . Si  $ad - bc = 0$ , demuestre que los vectores son linealmente dependientes. Si  $ad - bc \neq 0$ , demuestre que son linealmente independientes.
8. Suponga que los vectores  $u$ ,  $v$  y  $w$  son linealmente independientes. Demuestre que los vectores  $u + v - 2w$ ,  $u - v - w$  y  $u + w$  también son linealmente independientes.