

Ötödik házifeladat

TOFFALINI LEONARDO, leonardotoffalini@gmail.com, JPWNJX

Feladat

Szerepeljen a G összefüggő irányítatlan multigráfban minden él páros sokszor. Bizonyítsuk be, hogy $O(m)$ időben megadható egy Euler-körséta, ahol m az élek száma!

Megoldás

Mivel minden él páros sokszor szerepel és összefüggő a gráf ezért tudjuk, hogy létezik Euler-körséta, mert minden csúcs foka páros.

Az algoritmus kiindul egy tetszőleges s csúcsból és bármilyen bejárási módszerrel végig halad az összes csúcson addig ameddig nem ér vissza s -be. Így találunk egy körsétát, viszont nem biztos hogy minden élen átment. Ha van olyan u csúcs amiből még mennek ki élek amiket nem használtunk fel, akkor most u -ból is keressünk egy körsétát. Az u -ból talált körsétával kibővítjük az eredeti s -ből induló körsétát úgy, hogy ahol u -t érintettük ott megtoldjuk még az új körsétával ami visszatér u -ba.

A leírt algoritmus megtalálja az Euler-körsétát, mivel minden bővítésnél körsétát kapunk és az algoritmus végére bejárunk minden élt.

Az algoritmus $O(m)$ időben fut, mivel minden élet pontosan egyszer processzálunk. A körséta bővítések megoldhatóak $O(1)$ időben, ha oda-vissza láncolt listát használunk a válasz megadására, mert ekkor ebbe a listába bárhova be tudunk illeszteni egy másik listát. Azt, hogy van-e még olyan csúcs aminek van járatlan éle, azt szintén el tudjuk döntenи $O(1)$ időben, ha a még használatlan éleket egy sorban tartjuk.