

# Negyedik házi feladat

TOFFALINI LEONARDO, leonardotoffalini@gmail.com, JPWNJX

## Feladat

Hogyan keressünk hatékonyan egy csúcssúlyozott fában (negatívok is lehetnek a súlyok) maximális összsúlyú független csúcshalmazt.

## Megoldás

Jelöljünk ki egy tetszőleges  $r$  csúcsot mint gyökeret.

Jelölje  $A[v]$  a maximális súlyú független csúcshalmaz súlyát azon részfában, mely  $v$  alatt van és  $v$  benne van a csúcshalmazban.

Hasonlóképpen, jelölje  $B[v]$  a maximális független csúcshalmaz súlyát azon részfában, mely  $v$  alatt van és  $v$  nincs benne a csúcshalmazban.

Ekkor mindegyik  $v$  csúcsra, ha  $v$  benne van a csúcshalmazban, akkor egyik gyereke se lehet benne, ezért

$$A[v] = w(v) + \sum_u B[u],$$

ahol  $u$  gyereke  $v$ -nek az  $r$  gyökerű fában.

Ha viszont  $v$  nincs benne a csúcshalmazban, akkor bármelyik gyereke benne lehet vagy nem, ezért

$$B[v] = \sum_u \max\{A[u], B[u]\},$$

ahol  $u$  gyereke  $v$ -nek.

Ezeket az alfeladatokat megoldjuk DFS sorrendben, és a végső válaszuk a következő:

$$\max\{A[r], B[r]\}.$$

A futásidő lineáris a csúcsok számában  $n$ , mivel mindkét dinamikus programozási tömb  $n$  méretű és ezért  $2n$  részfeladatot kell megoldanunk.

Egy kicsit kell figyelnünk arra, hogy mennyi idő egy következő részfeladatot megkapni. Ha naivan azt mondjuk, hogy legfeljebb  $n$  elem maximumát kell megtalálni, akkor  $O(n^2)$ -es algoritmust kapnánk. Viszont megfigyelhetjük, hogy egy maximumnál  $d(v) - 1$  elem közül kell megtalálnunk a maximumot, és ha ezeket összeadjuk akkor  $O(m)$ -et kapunk, ami egy fában  $O(n)$ .