

Második házfeladat

Bonyolultság elmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

Feladat 1

Adott egy $\text{poly}(n)$ méretű négyzetrács, amin Alíznek és Bobnak van egy-egy konvex n -szöge, koordináta listában megadva. Mutassuk meg, hogy $O(\log^2 n)$ bit kommunikálásával el tudják dönteni, hogy üres-e a két sokszög metszete.

Megoldás

A protokoll a következő. Alíz megkérdezi Bob-tól hogy egy számtól jobbra vagy balra van az ő alakzata. Erre Bob megválasolja 1 bitben, hogy igen vagy nem. Alíz mindig olyan síkféltekre kérdez rá amiben az ő sokszöge is benne van.

Ha a maradandó síkrész már kisebb mint egy négyzet és még mindig Bob-nak és Alíznek is ebben a részben benne van a sokszöge, akkor tudjuk hogy a metszet nem üres.

Mivel a protokoll mindig felezi a maradó rácsponatok számát, ezért $\log(\text{poly}(n) \cdot \text{poly}(n))$ kérdés szükséges Alíz részéről. Nyilván $O(\text{poly}(n) \cdot \text{poly}(n)) = O(\text{poly}(n))$, továbbá $O(\log \text{poly}(n)) = O(\log n)$.

Mivel $O(\log n)$ kérdése volt Alíznek és minden kérdésben egy számot kérdezett, plusz egy bittel megmondta, hogy most vízszintesen vagy függőlegesen oszt ketté, ezért egy összesen $O(\log^2 n)$ a kommunikáció költsége.

Az alábbi ábra illusztrálja az állást az a két kérdés után, hogy

1. $y = 0$ -tól jobbra lévő félsíkban benne van-e a te sokszöged, Bob?
2. $x = 0$ -tól lefe lévő félsíkban benne van-e a te sokszöged, Bob?

