

# Ötödik házifeladat

TOFFALINI LEONARDO, leonardotoffalini@gmail.com, JPWNJX

## Feladat

Szerepeljen a  $G$  összefüggő irányítatlan multigráfban minden él páros sokszor. Bizonyítsuk be, hogy  $O(m)$  időben megadható egy Euler-körséta, ahol  $m$  az élek száma!

## Megoldás

Mivel minden él páros sokszor szerepel és összefüggő a gráf ezért tudjuk, hogy létezik Euler-körséta, mert minden csúcs foka páros.

Az algoritmus kiindul egy tetszőleges  $s$  csúcsból és bármilyen bejárési módszerrel végig halad az összes csúcson addig ameddig nem ér vissza  $s$ -be. Így találunk egy körsétát, viszont nem biztos hogy minden élen átment. Ha van olyan  $u$  csúcs amiből még mennek ki élek amiket nem használtunk fel, akkor most  $u$ -ból is keressünk egy körsétát. Az  $u$ -ból talált körsétával kibővítjük az eredeti  $s$ -ből induló körsétát úgy, hogy ahol  $u$ -t érintettük ott megtoldjuk még az új körsétával ami visszatér  $u$ -ba.

A leírt algoritmus megtalálja az Euler-körsétát, mivel minden bővítésnél körsétát kapunk és az algoritmus végére bejárunk minden élt.

Az algoritmus  $O(m)$  időben fut, mivel minden élet pontosan egyszer processzálunk. A körséta bővítések megoldhatóak  $O(1)$  időben, ha oda-vissza láncolt listát használunk a válasz megadására, mert ekkor ebbe a listába bárhova be tudunk illeszteni egy másik listát. Azt, hogy van-e még olyan csúcs aminek van járatlan éle, azt szintén el tudjuk dönteni  $O(1)$  időben, ha a még használatlan éleket egy sorban tartjuk.