

# Második házifeladat

Bonyolultság elmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

## Feladat 1

Adott egy  $\text{poly}(n)$  méretű négyzetrács, amin Alíznak és Bobnak van egy-egy konvex  $n$ -szöge, koordináta listában megadva. Mutassuk meg, hogy  $O(\log^2 n)$  bit kommunikálásával el tudják dönteni, hogy üres-e a két sokszög metszete.

## Megoldás

A protokoll a következő. Alíz megkérdezi Bob-tól hogy egy számítól jobbra vagy balra van az ő alakzata. Erre Bob megválasolja 1 bitben, hogy igen vagy nem. Alíz minden olyan síkféltekre kérdez rá amiben az ő sokszöge is benne van.

Ha a maradandó síkrész már kisebb mint egy négyzet és még minden Bob-nak és Alíznak is ebben a részben benne van a sokszöge, akkor tudjuk hogy a metszet nem üres.

Mivel a protokoll minden felezi a maradó rácspontok számát, ezért  $\log(\text{poly}(n) \cdot \text{poly}(n))$  kérdés szükséges Alíz részéről. Nyilván  $O(\text{poly}(n) \cdot \text{poly}(n)) = O(\text{poly}(n))$ , továbbá  $O(\log \text{poly}(n)) = O(\log n)$ .

Mivel  $O(\log n)$  kérdése volt Alíznak és minden kérdésben egy számot kérdezett, plusz egy bittel megmondta, hogy most vízszintesen vagy függőlegesen oszt ketté, ezért egy összesen  $O(\log^2 n)$  a kommunikáció költsége.

Az alábbi ábra illusztrálja az állást az a két kérdés után, hogy

1.  $y = 0$ -tól jobbra lévő félsíkban benne van-e a te sokszöged, Bob?
2.  $x = 0$ -tól lefe lévő félsíkban benne van-e a te sokszöged, Bob?

