

# Hatodik házifeladat

## Algoritmuskonceptek gyakorlat

Toffalini Leonardo

### Feladat 1

Egy hálózatban a kapacitások egész számok, továbbá adva van egy egészértékű maximális folyam. Az egyik él kapacitását eggyel lecsökkentjük. Határozzuk meg  $O(n + m)$  időben a módosított hálózatban a maximális folyamértékét!

**Megoldás:** Ha a módosított él az eredeti maximális folyamban nem volt telített, akkor nem kell semmit csinálnunk és készen vagyunk.

Ha az eredeti maximális folyamban a módosított él telített volt, akkor mostmár ez a folyam sértő, és ki kell javítanunk.

Legyen a módosított él  $e \in E$ . Keressünk a reziduális gráfban egy  $P$  utat  $t$ -ből  $s$ -be, ami tartalmazza  $e$ -t. Ezen az úton visszafelé tudunk tolni egy 1 értékű folyamot, amivel kijavítjuk a sértő élt. Mostmár csak annyit kell meggondolnunk, hogy ez maximális folyam lesz-e.

A módosított folyam pontosan 1-el kisebb mint az eredeti, így elég csak még egy Ford–Fulkerson fázist elvégezni. Tudjuk, hogy több mint 1-et nem kell, mert akkor már több lenne a módosított folyam értéke mint az eredeti maximálisé, ami ellentmondás. Egy ilyen fázis ideje  $O(n + m)$ , azaz egy BFS vagy DFS ideje.

Egy  $P$  utat hasonlóan tudunk találni BFS/DFS-el, például úgy, hogy  $e = (uv)$  élnek  $u$  csúcsából visszafelé keresünk  $s$ -be utat, és  $t$ -ből a  $v$  csúcsába. Így kapunk egy  $t \rightarrow v \rightarrow u \rightarrow s$  utat.

Összesen két BFS/DFS-t kellett elvégeznünk, így valóban  $O(n + m)$  időben bonyolítottuk le a javítást. □