

Hatodik házifeladat

Bonyolultság elmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

Feladat 1

$$\text{MAJORITY} \in \text{AC}^1$$

Megoldás: A 3. feladat szerint összeadni két n bites számot meg tudunk csinálni $O(1)$ mélységben. Akkor számoljuk ki, hogy hány darab 1-es van az inputban úgy hogy megnézem, hogy hány 1-es van a bal felében az inputnak és hány 1-es van a jobb felében az inputnak, majd ezt a kettőt összeadom $O(1)$ mélységbe.

Így egy rekurzív hálót kapok, aminek a mélységére igaz, hogy $T(n) = T(n/2) + O(1)$, mert a két fél összeszámolását tudom egyszerre csinálni. Ez a reláció azt eredményezi, hogy $T(n) = O(\log n)$.

Most, hogy már tudom, hogy hány 1-es van az inputban, a 2. feladat szerint szintén $O(1)$ mélységben össze tudom ezt hasonlítani az $n/2$ -vel.

Tehát végül azt kapom, hogy $O(\log n)$ mélységben megszámlolom az 1-eseket és utána $O(1)$ mélységben összehasonlítom ezt a számot $n/2$ -vel. □

Feladat 2

$$\text{MAJORITY} \in \text{NC}^1$$

Megoldás: Az Ajtai, Komlós, Szemerédi rendező hálózattal rendezzük az n bites inputot $O(\log n)$ mélységű polinom méretű hálózattal, amiben minden kapunak a bemenete legfeljebb 2. Miután rendeztük az input biteit, már elég csak megmondani, hogy milyen bit van az $n/2$ helyen.

(Előadáson említve volt, persze nem bizonyítva, az AKS rendező háló létezése és komplexitása.) □