

Hatodik házifeladat

Algoritmuselmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

Feladat 1

Egy hálózatban a kapacitások egész számok, továbbá adva van egy egészértékű maximális folyam. Az egyik él kapacitását eggyel lecsökkentjük. Határozzuk meg $O(n + m)$ időben a módosított hálózatban a maximális folyamértékét!

Megoldás: Ha a módosított él az eredeti maximális folyamban nem volt telített, akkor nem kell semmit csinálnunk és készen vagyunk.

Ha az eredeti maximális folyamban a módosított él telített volt, akkor mostmár ez a folyam sértő, és ki kell javítanunk.

Legyen a módosított él $e \in E$. Keressünk a reziduális gráfban egy P utat t -ból s -be, ami tartalmazza e -t. Ezen az úton visszafele tudunk tolni egy 1 értékű folyamot, amivel kijavítjuk a sértő élt.

Mostmár csak annyit kell meggondolnunk, hogy ez maximális folyam lesz-e.

A módosított folyam pontosan 1-el kisebb mint az eredeti, így elég csak még egy Ford–Fulkerson fázist elvégezni. Tudjuk, hogy több mint 1-et nem kell, mert akkor már több lenne a módosított folyam értéke mint az eredeti maximálisé, ami ellentmondás. Egy ilyen fázis ideje $O(n + m)$, azaz egy BFS vagy DFS ideje.

Egy P utat hasonlóan tudunk találni BFS/DFS-el, például úgy, hogy $e = (uv)$ élnek u csúcsából visszafele keresünk s -be utat, és t -ből a v csúcsába. Így kapunk egy $t \rightarrow v \rightarrow u \rightarrow s$ utat.

Összesen két BFS/DFS-t kellett elvégeznünk, így valóban $O(n + m)$ időben bonyolítottuk le a javítást. □