

# Hatodik házifeladat

Bonyolultság elmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

## Feladat 1

MAJORITY  $\in \text{AC}^1$

**Megoldás:** A 3. feladat szerint összeadni két  $n$  bites számot meg tudunk csinálni  $O(1)$  mélységben. Akkor számoljuk ki, hogy hány darab 1-es van az inputban úgy hogy megnézem, hogy hány 1-es van a bal felében az inputnak és hány 1-es van a jobb felében az inputnak, majd ezt a kettőt összeadom  $O(1)$  mélységbe.

Így egy rekurzív hálót kapok, aminek a mélységére igaz, hogy  $T(n) = T(n/2) + O(1)$ , mert a két fél összeszámolását tudom egyszerre csinálni. Ez a reláció azt eredményezi, hogy  $T(n) = O(\log n)$ .

Most, hogy már tudom, hogy hány 1-es van az inputban, a 2. feladat szerint szintén  $O(1)$  mélységen össze tudom ezt hasonlítani az  $n/2$ -vel.

Tehát végül azt kapom, hogy  $O(\log n)$  mélységen megszámolom az 1-eseket és utána  $O(1)$  mélységen összehasonlítom ezt a számot  $n/2$ -vel.  $\square$

## Feladat 2

MAJORITY  $\in \text{NC}^1$

**Megoldás:** Az Ajtai, Komlós, Szemerédi rendező hálózattal rendezzük az  $n$  bites inputot  $O(\log n)$  mélységű polinom méretű hálóval, amiben minden kapunak a bemenete legfeljebb 2. Miután rendeztük az input bitjeit, már elég csak megmondani, hogy milyen bit van az  $n/2$  helyen.

(Előadáson említve volt, persze nem bizonyítva, az AKS rendező háló létezése és komplexitása.)  $\square$