

Ötödik házifeladat

Bonyolultság elmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

Feladat 1

$$\mathbf{NP}^{\mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}} = \mathbf{NP}$$

Megoldás:

1. $\mathbf{NP}^{\mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}} \subseteq \mathbf{NP}$

Ez az irány triviális, mert csak nem használjuk az orákulumot.

2. $\mathbf{NP}^{\mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}} \supseteq \mathbf{NP}$

Ez az irány már érdekes.

Legyen $A \in \mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}$ tetszőleges és $L \in \mathbf{NP}^A$. Ez azt jelenti, hogy létezik egy \mathbf{NP} orákulum gép T^A , ami legfeljebb polinom sok orákulum kérdéssel nemdeterminisztikusan felismeri L -et.

Ekkor tetszőleges $x \in \Sigma_0^k$ inputra, a K NDTG nemdeterminisztikusan tippeljen meg egy helyes lefutását T^A -nak az x inputon. Tehát megtippel egy polinom hosszú z szót, ami tartalmazza a T^A által tett nemdeterminisztikus lépéseket sorrendben és az orákulum kérdéseket $q_i \in \Sigma_0^k$ és azokra kapott válaszokat $a_i \in \{0, 1\}$. Ez lefutás felirat nyilván polinom hosszú lesz.

Annyival bővítjük ki a z futás feliratot, hogy minden orákulum kérdésnél, ahol $q_i \in A$ -ra a válasz igen volt, ott megtippelünk (nemdeterminisztikusan) egy polinomiális bizonyítékot $q_i \in A$ -ra. Különben, ahol $q_i \in A$ -ra a válasz nem volt, ott $q_i \in \overline{A}$ -ra tippelünk egy bizonyítékot.

Egy polinomiális futásidejű TG ezt a feliratot tudja ellenőrizni, hogy valóban egy helyes lefutása T -nek a megadott orákulum válaszok mellett, továbbá, minden tanu helyes a fel tett kérdés tartalmazásra, avagy nem tartalmazásra.

Ezzel beláttuk, hogy tetszőleges $A \in \mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}$ -re $\mathbf{NP}^A \supseteq \mathbf{NP}$.

