

Hetedik házifeladat

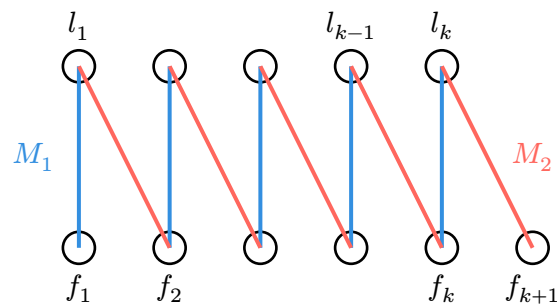
Algoritmuselmélet gyakorlat

Toffalini Leonardo

Feladat 1

Mutasd meg, hogy nem feltétlen teljes páros gráfban minden stabil párosításban ugyanazoknak a csúcsoknak van párja.

Megoldás:



Tegyük fel, hogy az eredeti M_1 párosítás stabil, továbbá, az M_2 párosítás is stabil.

Mivel M_1 stabil volt, ezért (f_{k+1}, l_k) él nem blokkoló, tehát l_k jobban szereti M_1 -beli párját, f_k -t, mint f_{k+1} -et, mert ugye f_{k+1} -nek nem volt párja M_1 -ben, aminél bárkit jobban szeret aki a listáján van.

Mivel M_2 is stabil, ezért (f_k, l_k) él nem blokkoló, tehát f_k jobban szereti l_{k-1} -et, mint l_k -t, mert l_k -ről már tudjuk, hogy f_k -t szereti jobban a két opció közül.

Ezt az érvelést folytathatjuk, ameddig vissza nem probagáltuk a preferencia sorrendet f_1 -hez, ahol azt kapjuk, hogy l_1 jobban szereti f_1 -et, mint f_2 -t, mert (f_2, l_1) nem blokkolja M_1 -et. Viszont f_1 jobban szeretne l_1 -el lenni mint senkivel, ezért (f_1, l_1) blokkoló él M_2 -ben.

Tehát azt kaptuk, hogy nem lehet két párosítás is stabil, ha a két párosításban nem pont ugyanazok a csúcsok vannak párosítva. \square