

## Lista de Exercícios #1 – Amostragem de Sinais Contínuos

1. Determine a taxa de amostragem de Nyquist e o intervalo de Amostragem de Nyquist para os seguintes sinais:
  - a)  $\text{sinc}^2(100\pi t)$
  - b)  $0.01 \text{sinc}^2(100\pi t)$
  - c)  $\text{sinc}(100\pi t) + 3\text{sinc}^2(60\pi t)$
  - d)  $\text{sinc}(50\pi t)\text{sinc}(100\pi t)$

**Resposta:** a) 200 Hz. b) 200 Hz. c) 120 Hz. d) 150 Hz.

2. Obtenha o Teorema da Amostragem considerando o fato de que um sinal amostrado  $\bar{x}(t) = x(t)\delta_T(t)$  e usando a propriedade de convolução no tempo. **Sugestão:** A Transformada de Fourier de um trem de impulsos periódico no tempo contínuo é um trem de impulsos na frequência.
3. Considere na questão anterior que a amostragem foi realizada através de um trem de impulsos unitários deslocados em instantes de tempo  $nT + \tau$ , em vez de  $nT$  (para valores positivos e negativos de  $n$ ). Determine o espectro do sinal amostrado. **Sugestão:** Utilize a propriedade do deslocamento no domínio do tempo da Transformada de Fourier.
4. Um sinal é limitado em faixa a 12 kHz. A faixa entre 10 e 12 KHz foi tão corrompida por ruído que a informação nessa banda não pode ser recuperada. Determine a menor taxa de amostragem para esse sinal de forma que a porção não corrompida da faixa possa ser recuperada. Se tivermos que filtrar o espectro corrompido antes da amostragem, qual seria a menor taxa de amostragem?

**Resposta:** a)  $f_s = 22 \text{ kHz}$ . b)  $f_s = 20 \text{ kHz}$ .

5. Um sinal  $x(t) = \Delta((t-1)/2)$ , em tempo contínuo, é amostrado com três taxas: 10,2 e 1 Hz. Como  $x(t)$  é limitado no tempo, sua largura de faixa é *infinita*. Você pode determinar a menor taxa de amostragem *razoável* que irá permitir a reconstrução deste sinal com um pequeno erro? Faça uma consideração razoável do que você define como sendo um erro "pequeno", ou "negligenciável". **Sugestão:** Apesar do espectro do sinal ser teoricamente ilimitado, grande parte de sua energia está concentrada em uma pequena faixa. Que faixa é esta?

**Resposta:**  $f_s = 2 \text{ Hz}$  é aceitável. Claro,  $f_s = 4 \text{ Hz}$  resultará numa melhor aproximação, considerando que haverá para esta faixa uma maior concentração de energia.

6. Na transmissão digital de dados em um canal de comunicação, é importante conhecer o limite superior teórico da taxa de pulsos digitais que pode ser transmitida em um canal com largura de faixa  $B \text{ Hz}$ . Mostre que  $2B$  informações independentes por segundo podem ser transmitidas corretamente (presumindo ausência de ruído) em um canal de largura de faixa

$B$  Hz<sup>1</sup>. Sugestão: Considere um valor de amplitude independente (não necessariamente binário) como uma informação<sup>2</sup>. De acordo com a fórmula de interpolação, um sinal de tempo contínuo de largura de faixa  $B$  Hz pode ser reconstruído de suas amostras recolhidas a uma taxa de  $2B$  amostras/seg, isto é, a partir de  $2B$  informações/seg.

7. Mostre que o circuito da Figura 1 é a realização do circuito retentor de ordem zero (ZOH). Sugestão: Mostre que a resposta  $h(t)$  ao impulso unitário desse circuito é de fato igual à  $h(t) = \text{ret}(\frac{t}{T})$  atrasada por  $T/2$  segundos para torná-lo causal.

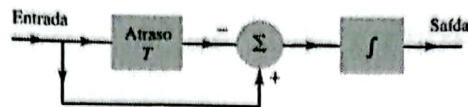


Figura 1: Suposta realização em diagrama de blocos para um filtro ZOH.

8. Um circuito retentor de primeira ordem (RPO) pode ser utilizado para reconstruir um sinal amostrado  $\bar{x}(t)$  de suas amostras. A resposta ao impulso deste circuito é  $h(t) = \Delta(\frac{t}{2T})$ , em que  $T$  é o intervalo de amostragem. Considere um típico sinal amostrado  $\bar{x}(t)$  e mostre que este circuito executa a interpolação linear. Sugestão: Mostre que a saída do filtro  $y(t)$  é constituída pelos topos das amostras conectadas por segmentos de linha reta.

A seguir, as questões 9, 10 e 11 estão relacionadas à questão anterior, 8.

9. Determine a resposta em frequência do RPO e sua resposta em amplitude e compare com:
- Filtro ideal necessário para a reconstrução do sinal.
  - O circuito esboçado na Figura 1.
10. Sendo o filtro RPO um sistema não causal, não é realizável. Contudo, através do atraso de sua resposta ao impulso, o filtro pode ser realizado. Qual é o menor atraso necessário para torná-lo realizável? Como este sinal irá afetar o sinal reconstruído e a resposta em frequência do filtro?
11. Mostre que o circuito causal RPO da questão anterior pode ser realizado pelo circuito esboçado na Figura 1 seguido por um filtro idêntico em cascata.
12. Uma senóide de frequência  $f_o$  Hz é amostrada a uma taxa de  $f_s = 20$  Hz. Obtenha a frequência aparente do sinal amostrado se  $f_o$  for:
- 8 Hz
  - 12 Hz
  - 20 Hz
  - 22 Hz
  - 32 Hz

<sup>1</sup>Esse importante princípio na Teoria de Comunicação afirma que um hertz de largura de faixa pode transmitir duas informações independentes por segundo. Isso representa a taxa superior de transmissão de pulsos em um canal sem erro na recepção na ausência de ruído.

<sup>2</sup>Na transmissão digital, a forma relativa do pulso não é importante, visto que estamos interessados em conhecer somente a amplitude representada pelo pulso. Por exemplo, na comunicação binária, estamos interessados em saber se a amplitude do pulso recebido é positiva (nível lógico +1), ou negativa (nível lógico -1). Logo, cada pulso representa uma informação.