S5

Materia	Diseño de algoritmos
Fecha	@August 17, 2023

Análisis de complejidad

$$T(n)$$

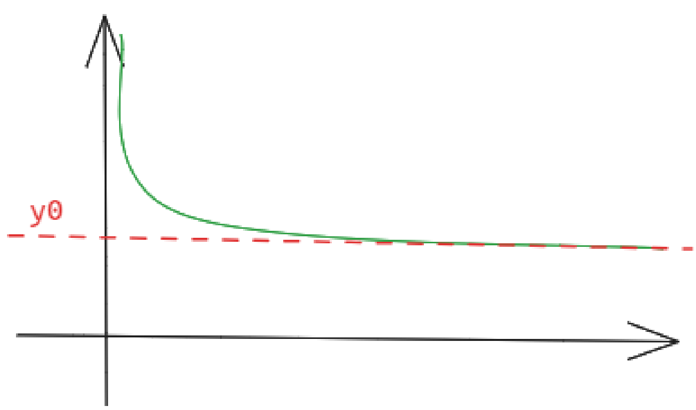
$$Operacioneselementales$$
$$n = Datos$$

$t \quad \alpha \quad T(n)$ Peor caso

Ejemplo

- b → elemento a buscar
- A → conjunto en el que vamos a buscar
- N → tamaño del conjunto

Medidas asintóticas

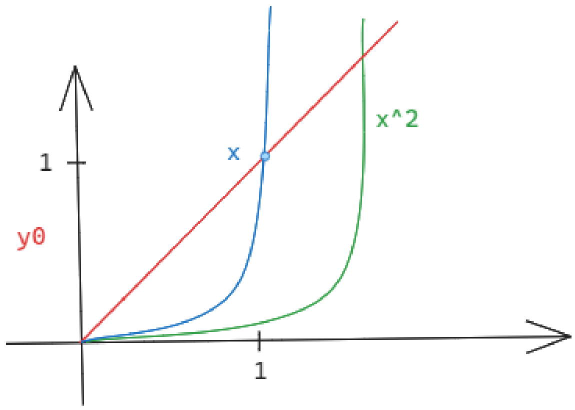


Una medida asintótica se trata de encontrar una función que describa el comportamiento de los tiempos de ejecución

$$\leftarrow \alpha x^2 \qquad \alpha < 1$$
$$\alpha x^2 \leq x^2$$

Medidas

$$O, \omega, \theta$$



Cota superior O

Dado un conjunto $f(n)$ decimos que está acotada superiormente por $g(n)$ Sí $\exists \quad k > 0$ para $n \geq n_0$ tal que

$$f(n) \leq kg(n), \quad n \geq n_0$$

Decimos que $f(n)$ es $O(g(n))$, $\qquad f(n)\epsilon O(g(n))$

Ejemplo:

$$f(n) = 25n^2 + 10n + 8, \qquad g(n) = n^2$$

$f(n)\epsilon O(g(n)) \quad o \qquad g(n)\epsilon O(f(n))? \qquad k = ?$

> 💡 $n\epsilon N =$ {1, …, infinito}

verificamos que 1 ≤ n, esto solo sucede si $n_0 = 3$, tal que

- $8 \leq n^2 \qquad n_0 = 3$
- $8 \leq 8n^2 \quad n_0 = 1$

Por cada termino de cada ecuación sacamos las cotas

$$f(n) = 25n^2 + 10n + 8, \qquad g(n) = n^2$$

$$g(f(n)) = (25n^2)^2 + (10n)^2 + 8$$

1. Cota de n^2 → $8 \leq n^2, \qquad n_0 = 3$

2. Cota de $8n^2 \rightarrow 8 \leq 8n^2, \qquad n_0 = 1$
3. Cota de $10n \rightarrow 10 \leq 10n, \quad n_0 = 1$

   $10n \leq 10n^2,$ $$n_0

$f(n) \leq 25n^2 + 10n^2 + 8n, \qquad n_0 = 1$

$f(n) \leq 43n^2$

Cota inferior Ω

Dado un conjunto de funciones $f(n)$ Se dice que esta acotada inferiormente a $g(n)$ Sí $\exists \quad k \geq g(n)$ para $n \geq n_0$

$$f(n) >= \quad es \quad \Omega(g(n))$$

$$f(n) \quad \epsilon \quad \Omega(g(n))$$

> 💡 Regla de dualidad
> $f(n)\epsilon \quad O(g(n)) \rightarrow g(n)\epsilon \quad \Omega(f(n))$

$f(n) \leq 43n^2 \rightarrow f(n)\epsilon \quad O(n^2) \qquad\qquad n \geq n_0 = 1$

$\rightarrow f(n) >= kn^2$

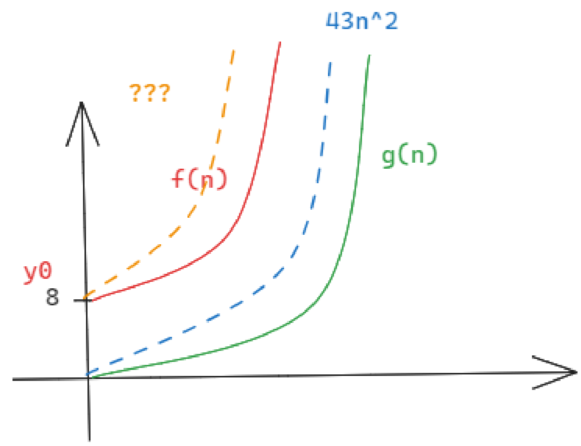
Cual es la k que permitiria que eso suceda

$f(n) = 25n^2 + 10n + 8 \qquad g(n) = n^2$

$\leq 43n^2$

$25n^2 + 10n \leq 25n^2 + 10n + 8 = f(n)$

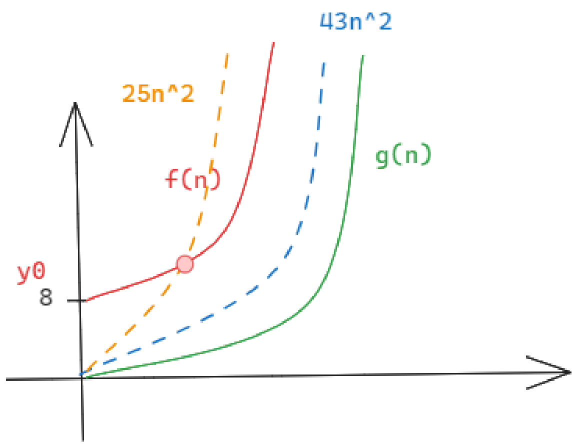
$f(n) \geq 25n^2 + 10n \geq 25n^2$



$f(n) \geq 25n^2$

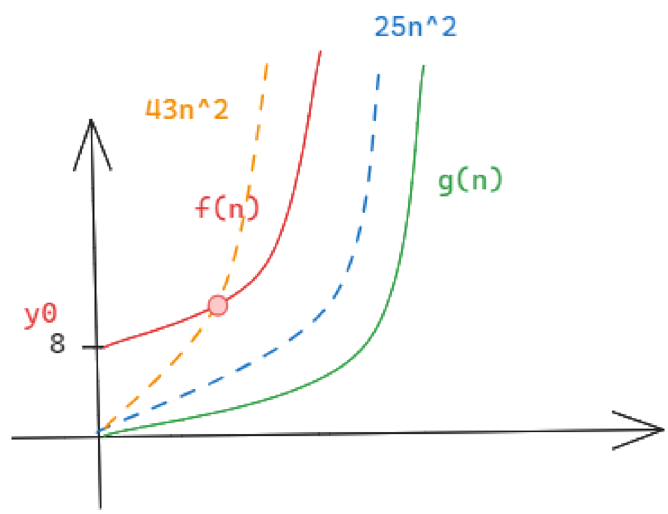
$k = 25 \qquad n = ?$

$\cancel{25n^2} + 10n + 8 = \cancel{25n^2}$



$$n = -\frac{8}{10}$$

Se cumple la cota siempre y cuando $n = ?$



Cota asintótica θ

Dado $f(n)$ un conjunto de funciones, decimos que tiene orden θ si existe $k_1, k_2 > 0$ para $n \geq n_0$ tal que

$$k_1 g(n) \leq f(n) \leq k_2 g(n)$$

$$f(n) \epsilon \theta(g(n)) k_1 = 25$$
$$k_2 = 43$$

$$f(n) \epsilon O(g(n)) \qquad k = 43$$
$$f(n) \epsilon \Omega(g(n)) \qquad k = 25$$

Propiedades O

- Autocontenido: $f(n) \epsilon O(f(n))$
- Subconjunto: Sí $f(n) \epsilon O(g(n))$
  entonces: $O(f(n)) < O(g(n))$
- Identidad: decimos que
  $O(f(n)) = O(g(n))$ Si solo si
  $f(n) \epsilon = (g(n))$ y $g(n) \epsilon = (f(n))$
  $\neq > f(n) = g(n)$
- Transitividad:
  Si $a \leq b, \quad b \leq c, \quad a \leq c$
  $f(n) \epsilon O(g(n))$ y $\quad g(n) \epsilon O(h(n)) \Rightarrow$
  $f(n) \epsilon O(h(n))$
- Menor:
  Si $f(n) \epsilon O(g(n))$ y $f(n) \epsilon O(h(n)) \Rightarrow$
  $\quad f(n) < O(min(g(n), h(n))$
- Suma:
  Si $f_1(n) \epsilon O(g(n)), \qquad f_2(n) \epsilon O(h(n)) =>$$f_1(n) + f_2(n) \epsilon O(max(g(n), h(n))$$

  Propiedades Ω

Propiedades θ