Lista II

Leonardo C. Geri
Universidade Federal do ABC

Contents

Breve resumo

Dado o modelo

$$y_{t+1} = a_0 + a_1 y_t + \epsilon_{t+1}$$

Variância não condicionada

$$Var(y_{t+1}) = a_0^2 + Var(y_t) + \sigma^2$$
$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma^2}{(1 - \sigma_1^2)}$$

Variância condicionada

$$Var(y_{t+1}|t) = E_t(\epsilon_{t+1}^2)$$
$$y_t = const = \sigma^2$$

Qual é o valor esperado de uma variável condicionada pela variância de períodos passados?

$$y_{t+1} = x_t.\epsilon_{t+1}$$

$$V(y_{t+1}|t) = x^2 V(\epsilon_{t+1})$$

, como o modelo é homocedástico, a variância é σ^2

$$x^2\sigma^2$$

Explique o principal objetivo dos modelos autoregressivos de heterocedasticidade condicional (ARCH)

Modelar a heterocedasticidade condicionada, pois existe um comportamento variado na forma como as variáveis passadas influenciam as variáveis presentes do modelo. Isso ocorre porque, conforme mencionado no breve resumo, quando condicionamos a variância, obtemos um valor constante.

Explique as três situações que Engle vê como razões para modelar a Heterocedasticidade condicional

i) Séries não-homocedásticos

ii)

iii) A variância de uma série deve depender de um processo de memória

Insira a forma funcional de um modelo ARCH

A modelagem para um ARCH(p) é:

$$y_t = \phi x_t + \epsilon_t$$

, ARCH sempre modela a variância

$$\epsilon_t^2 = \sigma_t z_t$$

, em que z_t é ruído branco

$$\sigma_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \epsilon_{t-1}^2 + ... + \phi_p \epsilon_{t-p}^2$$

Insira a forma funcional de um modelo GARCH

A modelagem para um GARCH(p,q) é:

$$\sigma_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \epsilon_{t-1}^2 + ... + \phi_p \epsilon_{t-p}^2 + \theta_1 + \sigma_{t-1}^2 + ... + \theta_q \sigma_{t-q}^2$$

Ou seja, é um modelo autoregressivo em relação ao termo do erro e também em relação à volatilidade condicionada (σ_t^2)

A partir da forma funcional do modelo ARCH(1), derive a média condicional dos choques et, a variância condicional e a variância não condicional

Dados:

$r_t = \delta + \epsilon_t$ $\epsilon_t = \sigma_t z_t$ $\sigma_t^2 = w + \alpha\epsilon_{t-1}^2$

Média

$$E[\epsilon_t] = E[\sigma_t z_t]$$

$$\sigma_t z_t$$

Variância condicionada

$$E_{t-1} = E_{t-1}[\sigma_t z_t^2]$$

sendo que z_t^2 é 0

$$\sigma_t^2$$

Variância não-condicionada

Adicionamos um termo de choque V_t

$$\epsilon_t^2 = E[\epsilon_t] + V_t$$

, sendo $E[\sigma_t]$ igual a σ_t^2

$$\epsilon_t^2 - V_t = w + \alpha\epsilon_{t-1}^2$$

Por fim, aplicamos a esperança:

$$E[\epsilon_t^2] = E[w + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + V_t]$$

sabemos que a esperança do choque é zero

$$\sigma_{ARCH}^2 = \frac{\sigma^2}{(1-\alpha)}$$

O parâmetro w pode ser negativo?

Não. Se w fosse negativo, a variância não-condicional σ_{ARCH}^2 também seria negativa, o que é uma impossibilidade.

Qual a média incondional de rt?

$$E[r_t] = E[\delta + \epsilon_t]$$

$$E[r_t] = E[\delta]$$

$$E[r_t] = \delta$$

Use a decomposição

$$\epsilon_t^2 = E[\epsilon_t^2 | x_{t-1}] + V_t$$

para mostrar que

$$\epsilon_t^2 \ AR(1)$$

Conforme calculado acima, sabemos que:

$E[\epsilon_t^2 | x_{t-1}] = \sigma_t^2$ e que $\sigma_t^2 = w + \alpha\epsilon_t^2$

Substituindo, temos que

$$\epsilon_t^2 - V_t = w + \alpha\epsilon_t^2$$
$$\epsilon_t^2 = w + \alpha\epsilon_t^2 + V_t$$