

Mock Thailand Astronomy Olympiad

Leonardo Tidadata Pedersen

March 2024

1. Optical Kerr effect คือการเปลี่ยนแปลงดัชนีหักเหของตัวกลางที่เหนี่ยวนำโดยสนามแม่เหล็กของแสง สำหรับแสงแล้วจะทำให้เกิด gradient ของดัชนีหักเหที่คล้ายกันกับ gradient index ของเลนส์ ซึ่งทำให้แสงโฟกัสตัวเองได้

โดยสมการของ critical power คือ $P_{cr} = \frac{\alpha \lambda^2}{4\pi n_0 n_2}$ โดย $\alpha = 1.862$, $n_2 = 1.55 \times 10^{-37} m^2/W$

และ n_0 คือดัชนีหักเหของตัวกลาง

1.1 หา critical power ของ laser 820nm ในสุญญากาศ

1.2 สำหรับยานที่ใช้การสะท้อนของแสงในการเดินทาง ถ้ายานมวล 5g ต้องใช้เวลาเท่าไรจึงจะถึง α -Centauri (4.37 lightyear) ไม่ต้องคำนึงถึงความเร่งโดยจะยิงแสงเป็น pulse ที่มี duration เป็น 10 picoseconds

2. จงแสดงให้เห็นว่า $v = \frac{GM}{h} \sqrt{1 + 2e \cos \theta + e^2}$ สำหรับวงโคจรทุกรูปแบบ และหามุม θ (true anomaly) ที่ความเร็วโคจรแบบวงกลมและวงรีมีค่าเท่ากัน

3. ที่ละติจูด 45 องศาเหนือ มุมทิศที่สูงที่สุดของดาวค้างฟ้าคือ 45 องศา จงพิสูจน์ว่าเดคลิเนชันมีค่า +60 องศา

4. ถ้ายิงจรวดจาก latitude = Φ ด้วยความเร็ว $\beta \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (β คือค่าคงที่, θ is the launch angle)

4.1 หาพลังงานรวม, โมเมนตัมเชิงมุม และ เจอนไซค่า β สำหรับวงโคจรรูปแบบต่างๆ

4.2 จงพิสูจน์ว่าพลังงานรวมมีค่า $-\frac{GMm}{2a}$

4.3 หาค่า a , e , ความห่างเชิงมุมของจุดยิงและตก, จุดสูงสุดของจรวด

5. ถ้ายิงจรวดจาก New York City (40°43' N and 73°56' W) ไป Guam (13°27' N and 144°48' E)

จงหาความเร็วอย่างต่ำ v_0 ไม่ต้องคำนึงถึงการหมุนของโลก ชั้นบรรยากาศและผลอื่นๆ

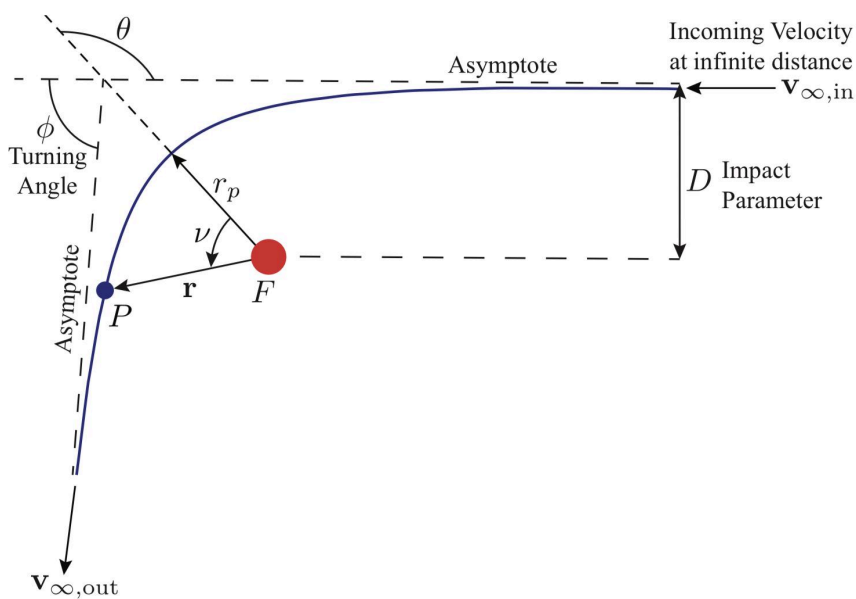
6. Proper motion ของดาวลดไป 50% ใน 10000 ปี จงหาว่า apparent magnitude เปลี่ยนไปเท่าไร กำหนดให้ดาวเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่

7. ดาวฤกษ์ S มี declination เท่ากับ 7° ผู้สังเกตอยู่ latitude = 20° N

7.1 มุมทิศ (Azimuth) ของ S ขณะที่กำลังขึ้นพอดี และมุมทิศ (Azimuth) ของ S ขณะที่กำลังตกพอดีเป็นเท่าไร

7.2 ถ้าดาวฤกษ์ดวงนี้ ขึ้นเวลา 17:55:00 น. ดาวฤกษ์ดวงนี้จะตกเวลาเท่าไร

8. Hyperbolic flyby



จงหา θ , ϕ , D , e

9. ณ เวลา $t = 0$ ยานอวกาศมวล $m \ll M_E$ โคจรรอบโลกระยะ $2R_E$ จากจุดศูนย์กลางโลกด้วยความเร็ว \bar{u} ขนานกับศูนย์สูตรและตั้งฉากกับ longitude $\lambda = 0$

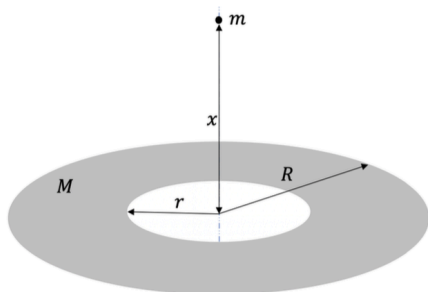
กำหนดให้ $u = |\bar{u}| = \alpha v_0$, $v_0 = \sqrt{\frac{GM_E}{2R_E}}$ โดยที่ $\alpha > 0$

9.1 จงแสดงว่า $\alpha = 1$ ถ้ายานโคจรเป็นวงกลม

9.2 ต้องมีอัตราเร็วเท่าใดยานจึงจะหนีบ่อโน้มถ่วงของโลกได้

9.3 จงแสดงว่ายานจะชนโลกที่ longitude λ ถ้า $\alpha(\lambda) = \sqrt{\frac{1 - \cos \lambda}{2 - \cos \lambda}}$

10.



10.1 จงหาว่า m ได้รับแรงเท่าไร

10.2 จงหาว่าความถี่ของการเคลื่อนที่คือเท่าไร

11. Great Square of pegasus มีดาวดังนี้

α Peg : $23^h 05^m, 15^\circ 18'$

β Peg : $23^h 04^m, 28^\circ 11'$

γ Peg : $0^h 14^m, 15^\circ 17'$

δ Peg : $0^h 09^m, 29^\circ 11'$

จงหาจุดตัดของ diagonal 2 เส้น

12. มีดาวเคราะห์โคจรอยู่ซึ่งไม่มีมุมเอียงและหมุนทวนเข็มนาฬิกาและโคจรทวนเข็มนาฬิกา มีค่าความรีเป็น 0.39. True anomaly เท่าใดที่ทำให้ EoT มากสุด

13. เมื่อสังเกตดาวเคราะห์ที่โคจรผ่านรอบดาวฤกษ์ HD209458 ด้วยคาบการโคจรเท่ากับ 84 ชั่วโมง พบว่าการผ่านหน้าดาวฤกษ์เกิดขึ้นเป็นเวลา 180 นาที การเลื่อนดอปเปลอร์ (Doppler Shift) ของเส้นดูดกลืนที่เกิดขึ้นจากชั้นบรรยากาศของดาวเคราะห์ถูกตรวจวัด และพบว่า ค่าความเร็วในแนวเล็งเมื่อเปรียบเทียบกับผู้สังเกตระหว่างที่เริ่ม และสิ้นสุดการผ่านหน้ามีความแตกต่างกัน 30 km/s สมมติให้วงโคจรเป็นรูปวงกลม และหันขอบเข้าหาผู้สังเกตพอดี ให้นักเรียนประมาณรัศมีและมวลของดาวฤกษ์ และรัศมีวงโคจรของดาวเคราะห์

14. ในฟิล์มของกระจุกกาแล็กซี่ที่เรดชิฟท์ $z=0.500$ มีกาแล็กซี่ทรงรีปกติ (normal elliptical) ซึ่งมีโชติมาตรปรากฏใน B-filter $m_b = 20.40$ mag

luminosity distance ที่เรดชิฟท์ $z=0.500$ มีค่าเท่ากับ $d_L = 2754$ Mpc

ให้การกระจายสเปกตรัมของพลังงาน (spectral energy distribution, SED)

ของกาแล็กซี่ทรงรีในย่านความยาว

คลื่น 250 nm ถึง 500 nm สามารถประมาณได้เป็น $L_\lambda(\lambda) \propto \lambda^4$

(กล่าวคือ spectral density ของกำลังส่องสว่างของวัตถุ หรือที่เรียกว่า monochromatic luminosity แปรผันตาม λ^4)

14.1 จงหาโชติมาตรสัมบูรณ์ของกาแล็กซี่นี้ในย่านของ B-filter

14.2 กาแล็กซี่นี้เป็นสมาชิกในกระจุกกาแล็กซี่ดังกล่าวหรือไม่

15. Redshift of Schwarzschild Black Hole

Schwarzschild blackhole คือหลุมดำที่อยู่หนึ่ง, ไม่มีการหมุนและไม่มีประจุโดยเบื้องต้นจะเวลาจะศึกษาจะใช้ Schwarzschild metric (hint: metric ไม่ขึ้นกับ t)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

ปริมาณ τ นี้เรียกว่าเวลาพรีเพอร์ (proptime) เนื่องจากผู้สังเกตในแต่ละกรอบ สามารถวัดระยะทาง ds^2 ของกรอบนั้นๆ ได้ ดังนั้นผู้สังเกตในทุกๆ กรอบจึงสามารถวัด τ ได้เช่นกัน นอกจากนั้น ds^2 ในทุกๆ กรอบมีค่าเท่ากัน ดังนั้นผู้สังเกตในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อยจึงสามารถคำนวณค่า τ ได้เท่ากัน

$\Delta\tau$ is the time interval as measured by an observer required for a single wavelength to be emitted or received and $\Delta\tau$ Is the relation between the proper time interval and Schwarzschild time interval for an object at rest which $dr = d\theta = d\phi = 0$

15.1 จงหาว่า $\Delta\tau$ มีค่าเท่าใดสำหรับ object at rest ($ds^2 = - d\tau^2$)

จากความสัมพันธ์ที่ได้มาจาก 15.1 สามารถนำมาหาสมการของ Gravitational Redshift ได้ โดยคีย์หลักคือ $\lambda = c\Delta\tau$ โดยจะคิดในหน่วย Relativistic นั่นคือ $c = 1$

$\Delta\tau$ ก็จะเป็นช่วงเวลาที่วัด 1 ความยาวคลื่นที่แผ่ออกมาหรือได้รับโดยผู้สังเกต

15.2 Red shift จะเกิดขึ้นเมื่อแสงถูกปล่อยจาก $R = R_E$ ในทิศทาง radial ออกจากจุด M และได้รับที่ $R = R_R > R_E$ จงคำนวณหา Redshift

15.3 เมื่อผู้รับอยู่ไกลมาก Redshift จะเป็นอย่างไร

15.4 จงแสดงว่า $\frac{\lambda_R}{\lambda_E} \approx 1 + \frac{GM}{r^2} h$ เมื่อ r คือระยะห่างระหว่างอนุภาคกับมวล M (blackhole) โดยที่

$$h = R_R - R_E \ll R_E \text{ และ } 2GM \ll R_R - R_E$$

15.5 มีมวล $3 \times 10^{30} \text{ kg}$ Schwarzschild radial coordinate $R_E = 1.2 \times 10^4 \text{ m}$ จงหา Redshift ที่วัดได้ที่ระยะ $R_R = 1.7 \times 10^4 \text{ m}$ ให้คิดโดยใช้สมการแบบปกติและแบบประมาณค่า จากนั้นดูว่าแบบประมาณค่า error ไปเท่าใด