

Corso di Visione Artificiale

# Features

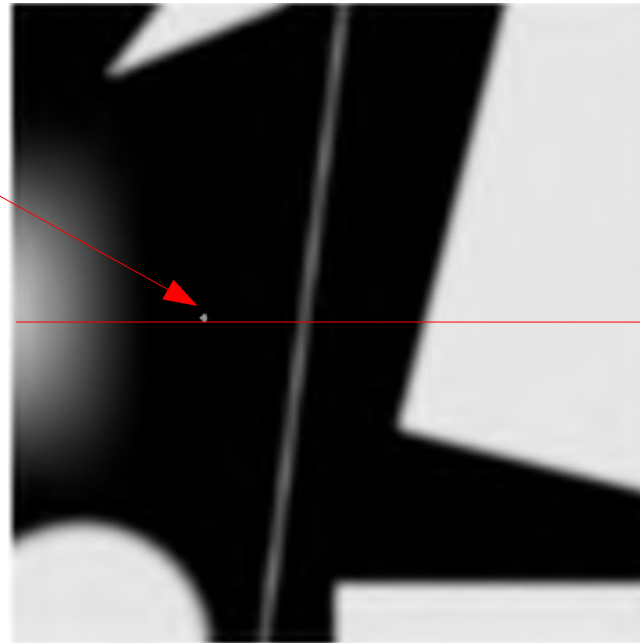
Samuel Rota Bulò

# Features

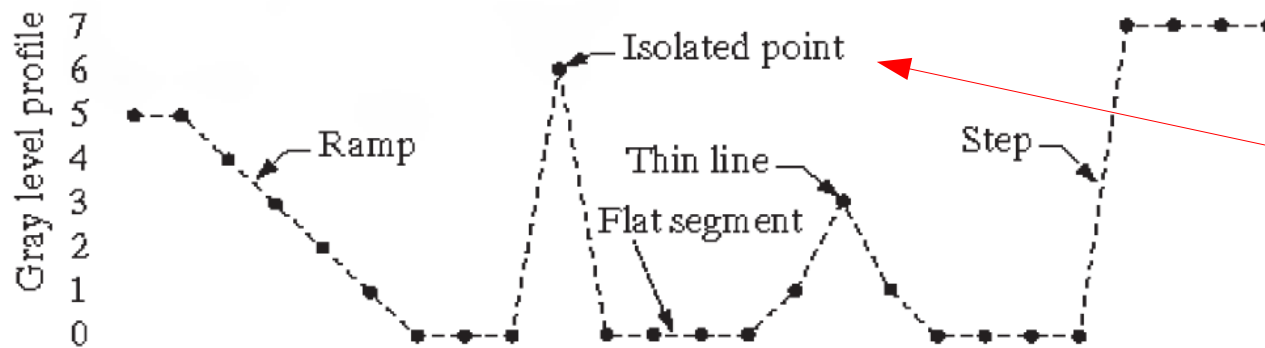
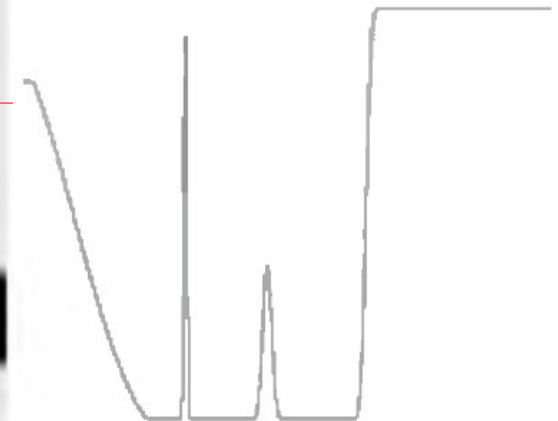
- Le features (caratteristiche) sono parti di un'immagine che sono:
  - **locali**: caratteristica locale di un'immagine,
  - **significativi**: sono interessanti per il problema specifico,
  - **rilevabili**: esiste un modo per trovarle.
- es.: bordi (edges), linee, ellissi, angoli, textures, ...
- forniscono un'utile astrazione dell'immagine.
- la scelta di quali utilizzare dipende dal problema specifico che si affronta
- hanno spesso dei descrittori che forniscono informazioni sulla feature.

# Rilevamento di punti isolati

- Per rilevare un punto isolato possiamo ricorrere ad una strategia basata sulla derivata seconda.



Profilo



Picco (positivo o negativo) nella derivata seconda in corrispondenza di punti isolati

Image strip

5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	7	7	7	.	.
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

First Derivative

-1	-1	-1	-1	-1	0	0	6	-6	0	0	0	0	1	2	-2	-1	0	0	0	7	0	0	0		
----	----	----	----	----	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---	---	--	--

Second Derivative

-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0		
----	---	---	---	---	---	---	---	-----	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	----	---	---	--	--

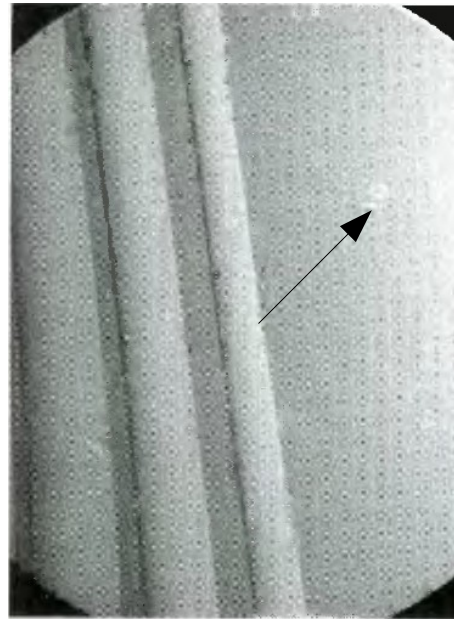
# Rilevamento di punti isolati

FILTRO LAPLACIANO

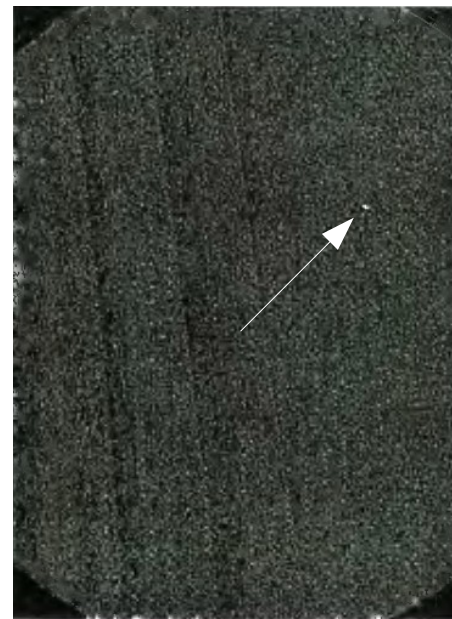
$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

RISPOSTE DEL FILTRO  
LAPLACIANO

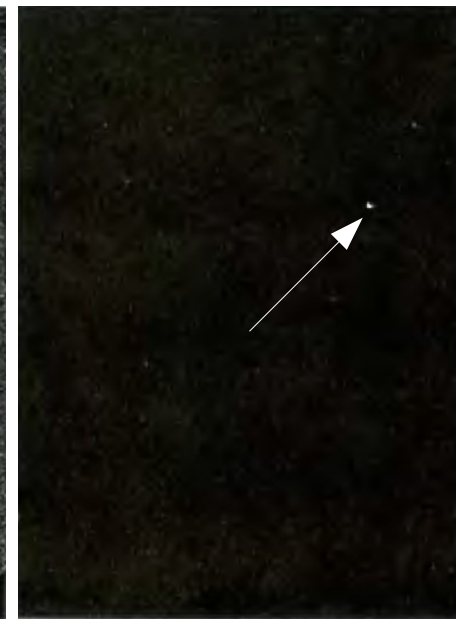
$$\nabla^2 I = L * I$$



$I$



$\nabla^2 I$



$B$

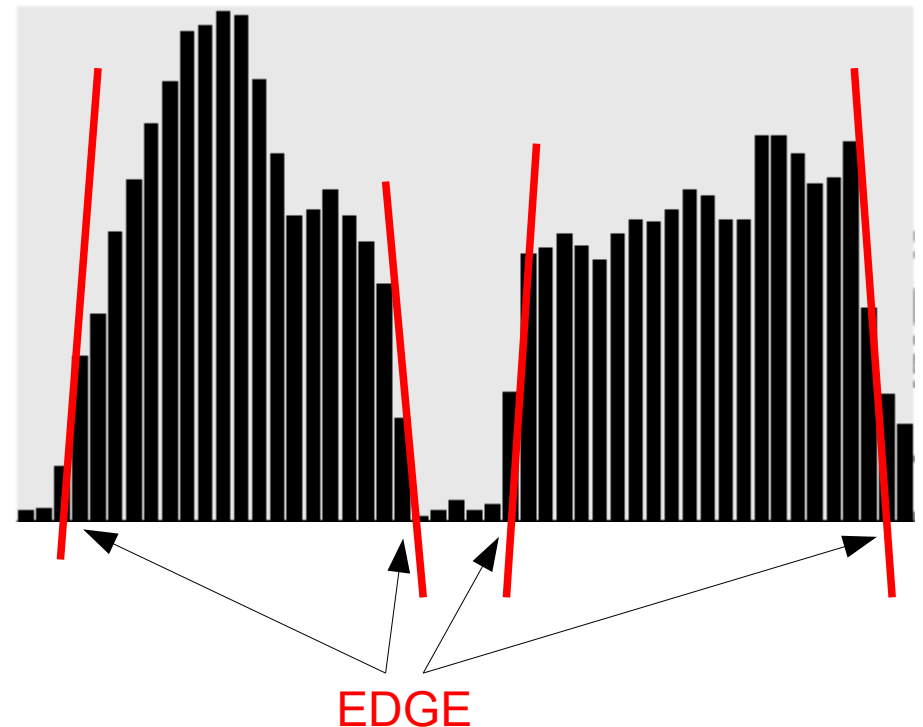
SOGLIATURA

$$B[x, y] = \begin{cases} 1 & \text{se } |\nabla^2 I[x, y]| \geq \tau \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Abbiamo un punto isolato se la risposta del filtro Laplaciano è sufficientemente elevata.

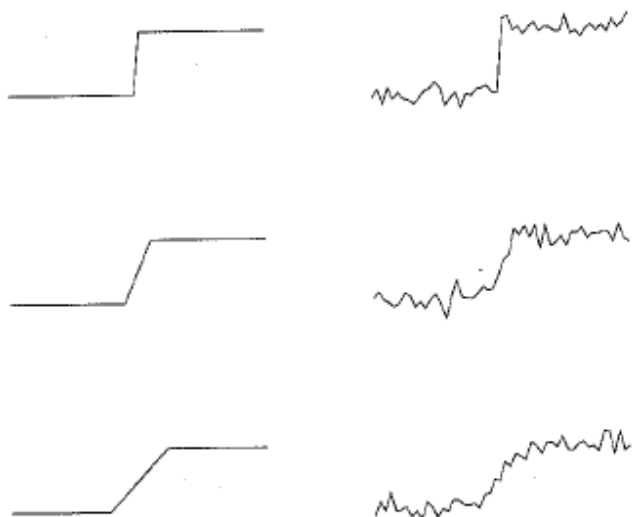
# Rilevamento di bordi

- Un **bordo** (o **edge**) è un punto dell'immagine attorno al quale troviamo una forte variazione di intensità.
- I bordi delineano oggetti, ombre ....
- Facilitano il rilevamento di linee, curve, contorni.



# Classificazione di bordi

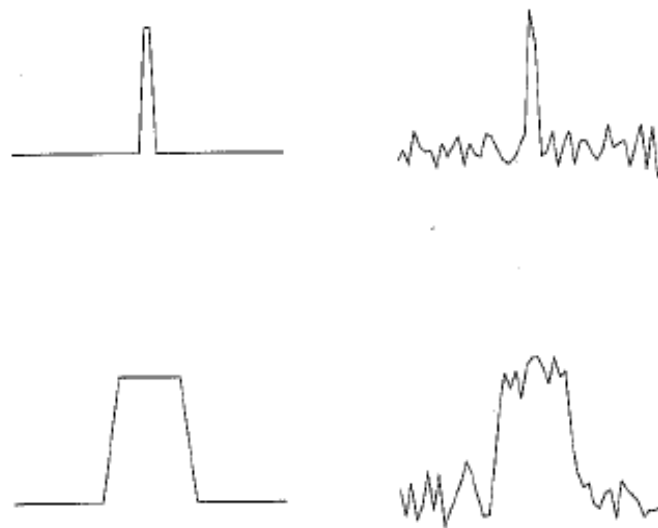
## GRADINO



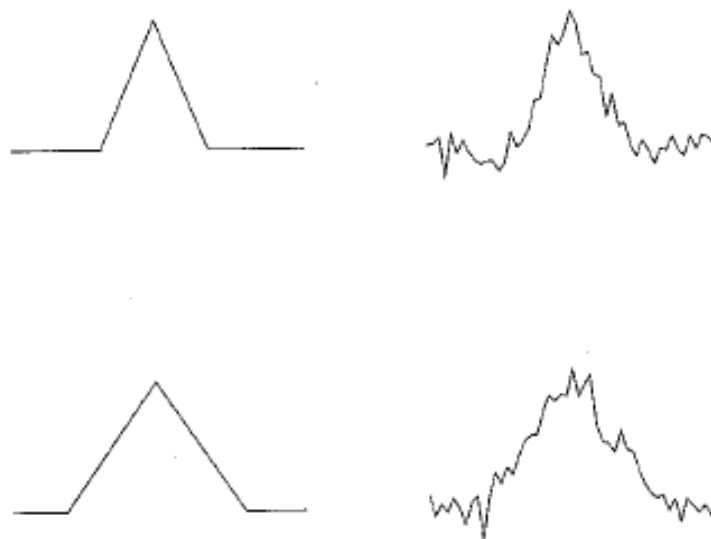
## RAMPA

- **bordi a gradino / rampa** sono comuni e delineano i contorni di regioni con intensità differenti
- **bordi a cresta** sono generati da linee spesse. Corrispondono a 2 step-edges.
- **bordi a tetto** sono generati da linee sottili.

## CRESTA

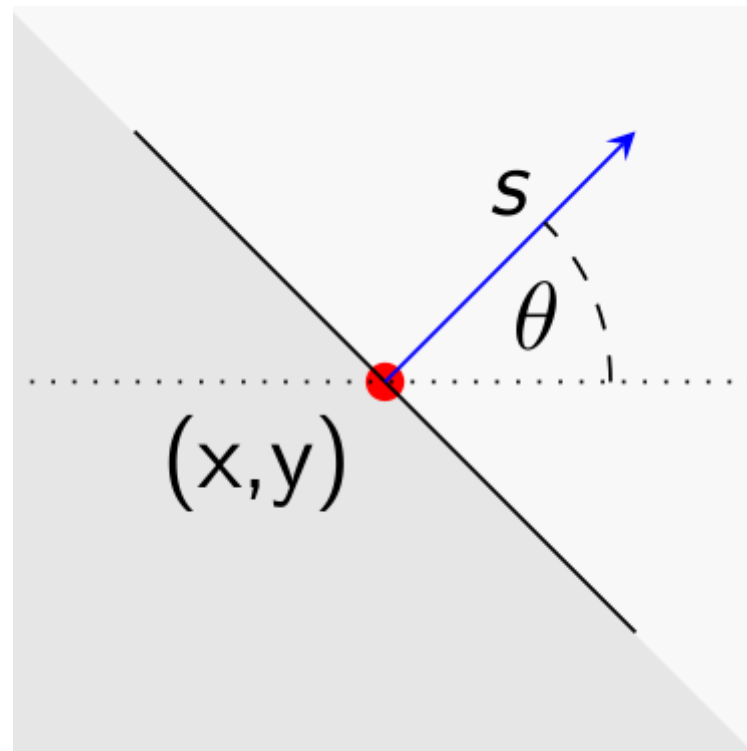


## TETTO



# Modello per bordo a gradino

- Un **bordo** può essere rappresentato da una tupla  $(x, y, \theta, s)$ .
  - $(x, y)$  posizione del pixel
  - $\theta$  direzione di massima variazione di intensità
  - $s$  intensità della variazione di intensità



# Problema del rilevamento di bordi

- Data un'immagine corrotta da rumore di acquisizione, cercare i bordi che sono generati da elementi della scena, evitando quelli generati da rumore.

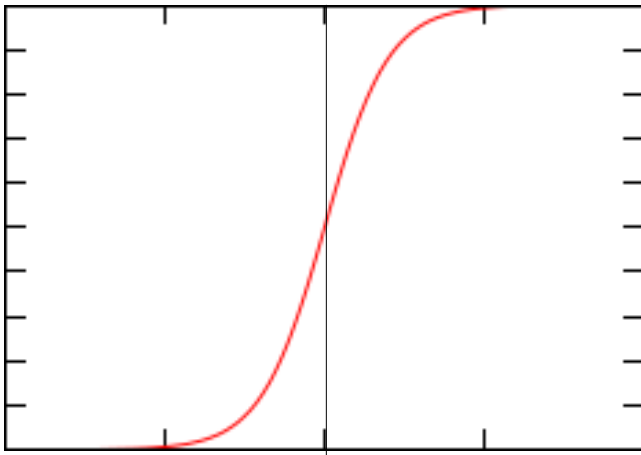




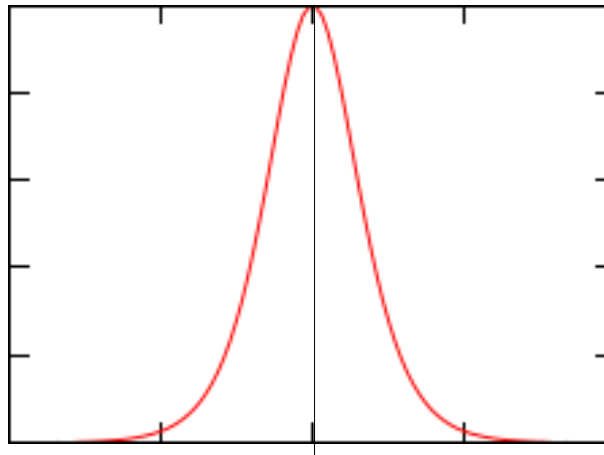
# Strategie

- Strategie di **primo ordine**
  - trovare il massimo della derivata prima
- Strategie di **secondo ordine**
  - trovare lo zero-crossing della derivata seconda

Smooth step edge

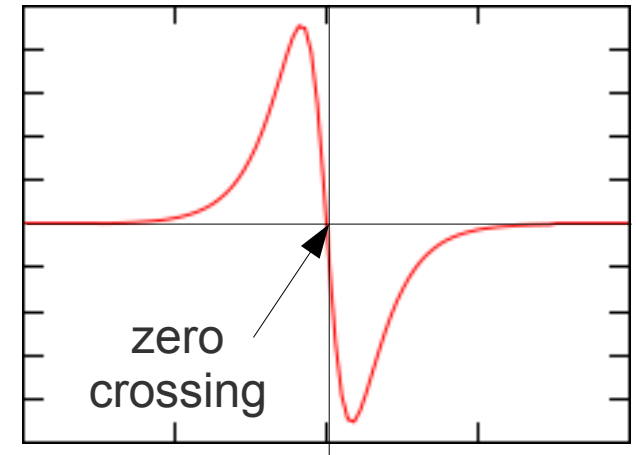


Derivata prima



rilevamento in base a  
magnitudo della derivata

Derivata seconda



rilevamento in base a  
variazione di segno della  
derivata

# Bordi e rumore

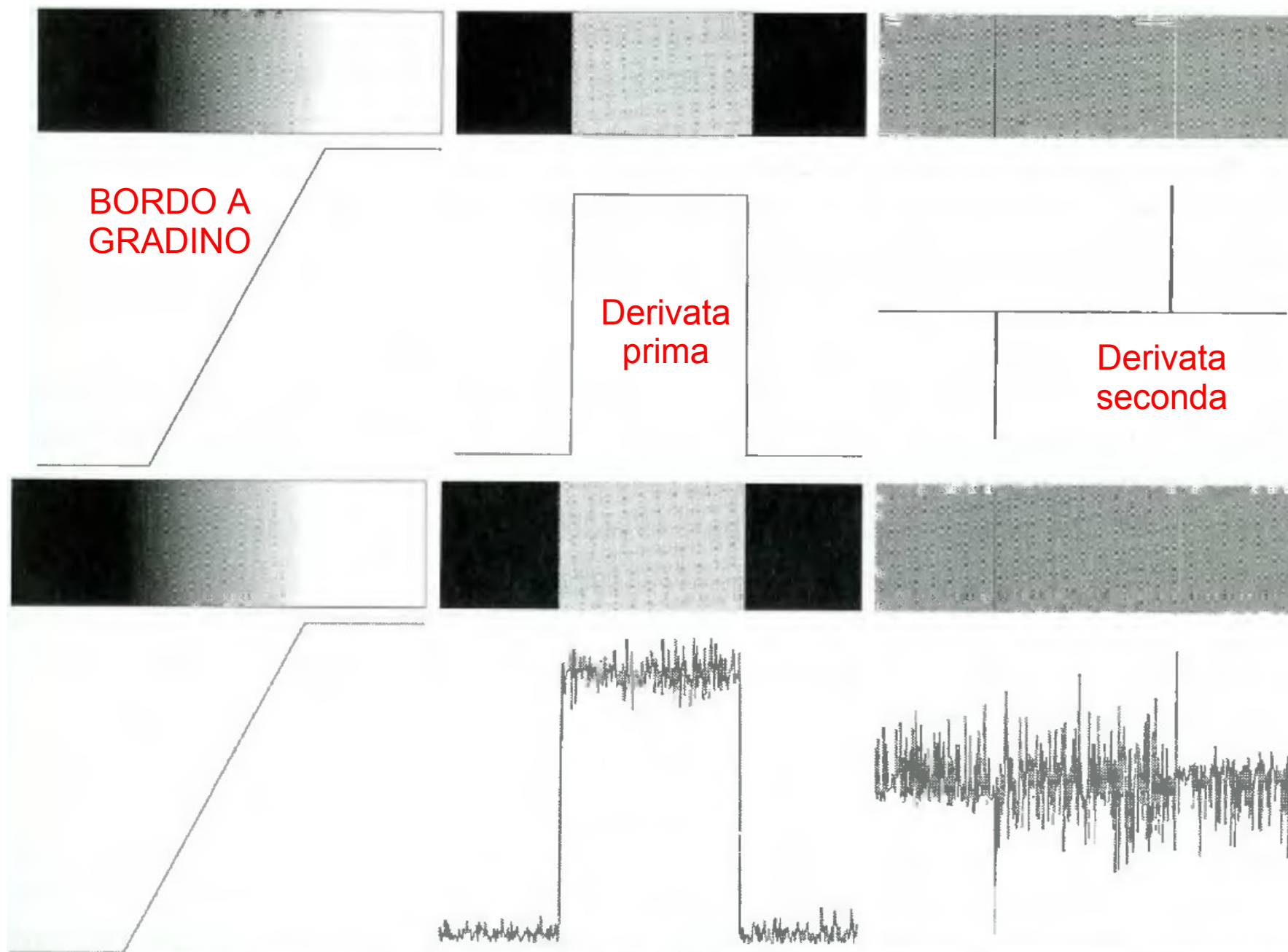
SENZA RUMORE

BORDO A  
GRADINO

Derivata  
prima

Derivata  
seconda

RUMORE BIANCO



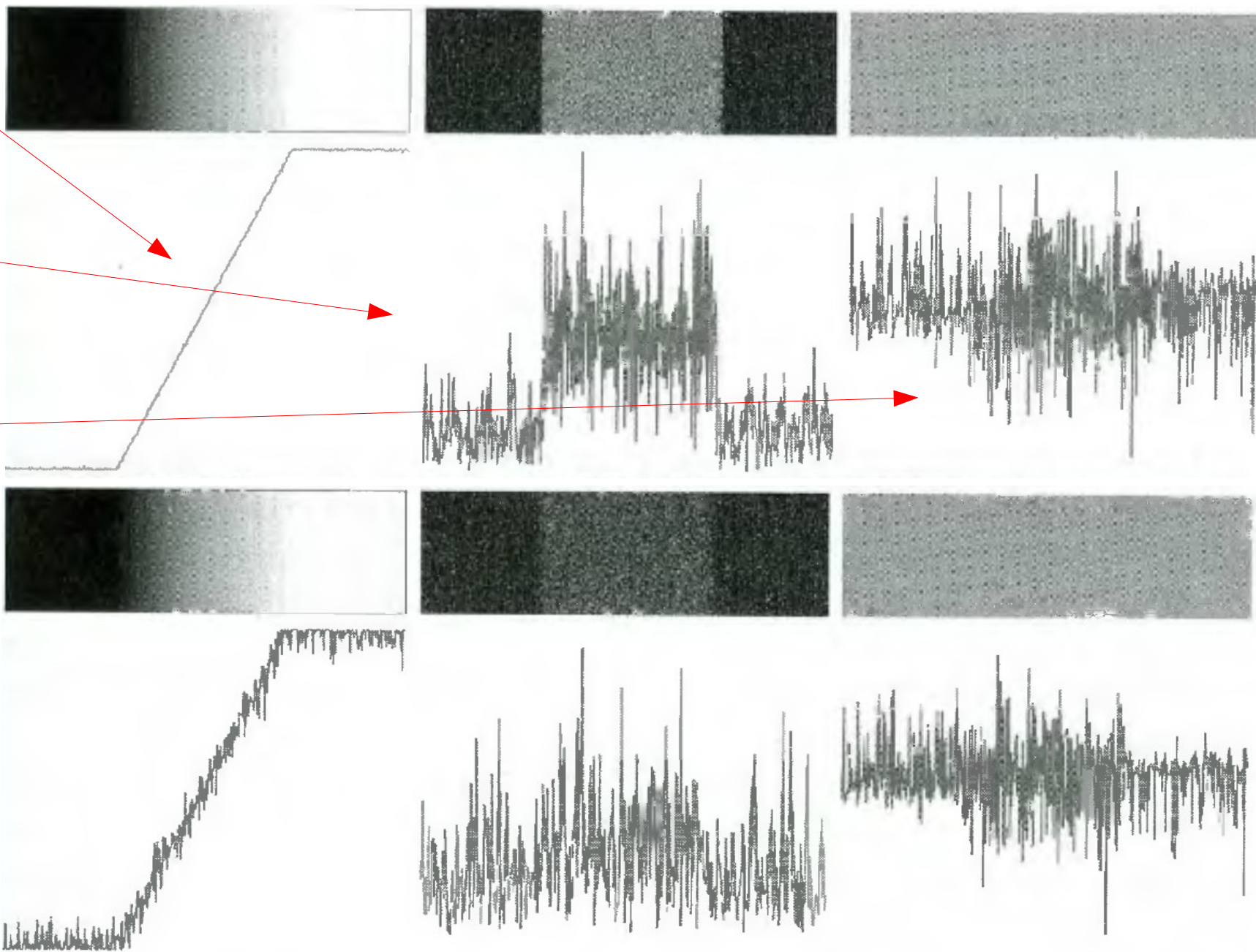
# Bordi e rumore

Il rumore è impercettibile.

La derivata prima ha accentuato il rumore.

La derivata seconda lo ha accentuato ulteriormente

ULTERIORE  
RUMORE



# Fasi di un rilevamento di bordi

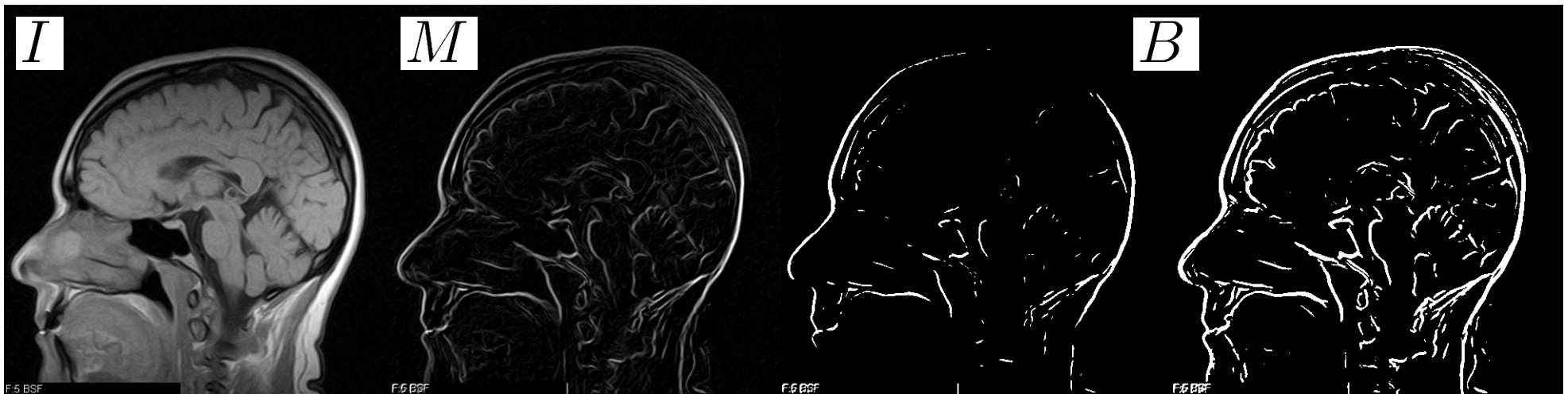
1. **Smoothing dell'immagine:** per ridurre il rumore (abbiamo visto nelle slides precedenti il motivo !).
2. **Rilevamento di bordi:** adottando un metodo di primo o secondo ordine estraiamo un insieme di potenziali candidati.
3. **Localizzazione di bordi:** filtrare i falsi positivi (punti che non sono un bordo) dall'insieme di candidati bordo.

# Rilevamento per sogliatura

- Abbiamo visto che in corrispondenza di bordi troviamo un picco della derivata prima.
- Un metodo semplice di estrazione di bordi consiste nel sogliare il magnitudo del gradiente dell'immagine.

$$M(x, y) = \|\nabla I(x, y)\| = \sqrt{I_x^2(x, y) + I_y^2(x, y)}$$

$$B(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } M(x, y) > \tau \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad \leftarrow \text{SOGLIA}$$



# Algoritmo di Marr-Hildreth

- Basato sull'idea che
  1. variazione di intensità dipendente dalla scala
  2. variazioni brusche di intensità danno vita ad un picco nella derivata prima e un zero-crossing della derivata seconda.
- L'operatore utilizzato per rilevare bordi deve essere differenziale per calcolare un'approssimazione della derivata prima o seconda e deve essere adattabile a scale diverse.
- Marr e Hildreth (1980) optarono per il filtro chiamato Laplacian of a Gaussian (LoG)

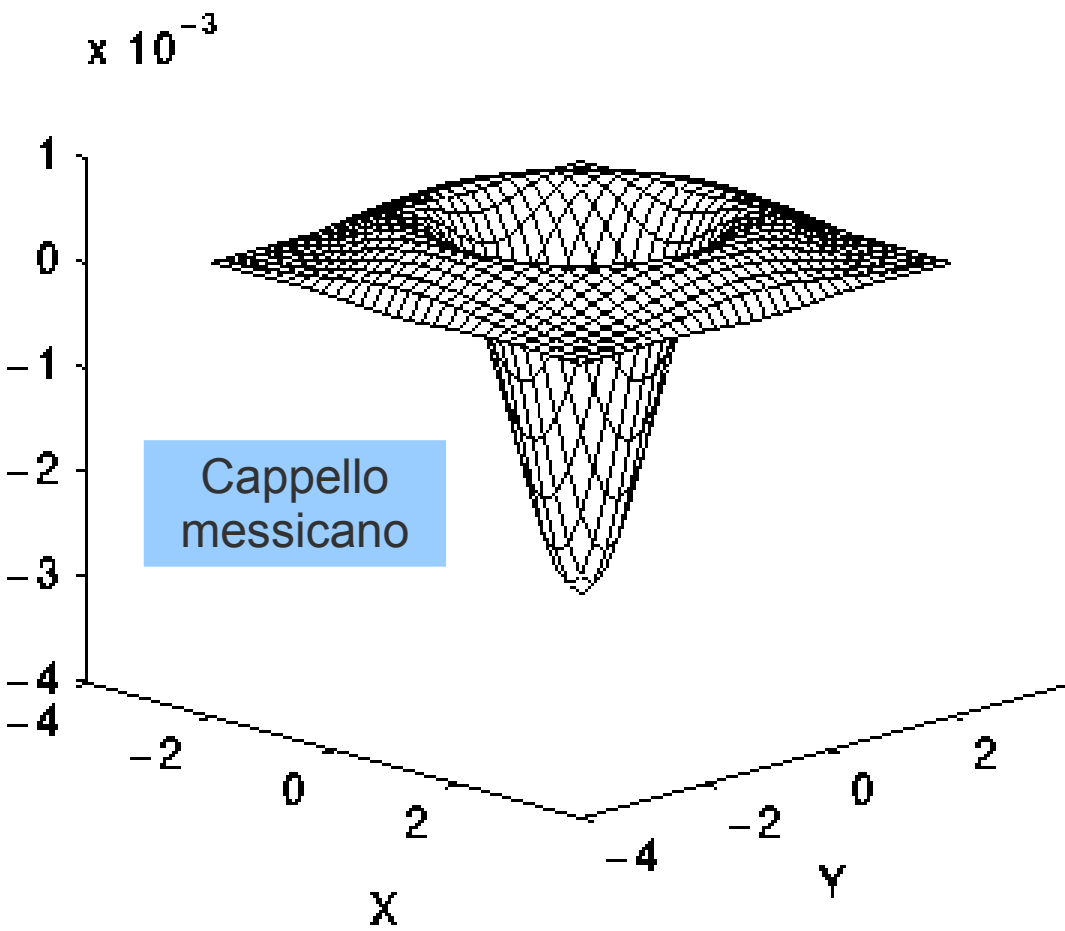
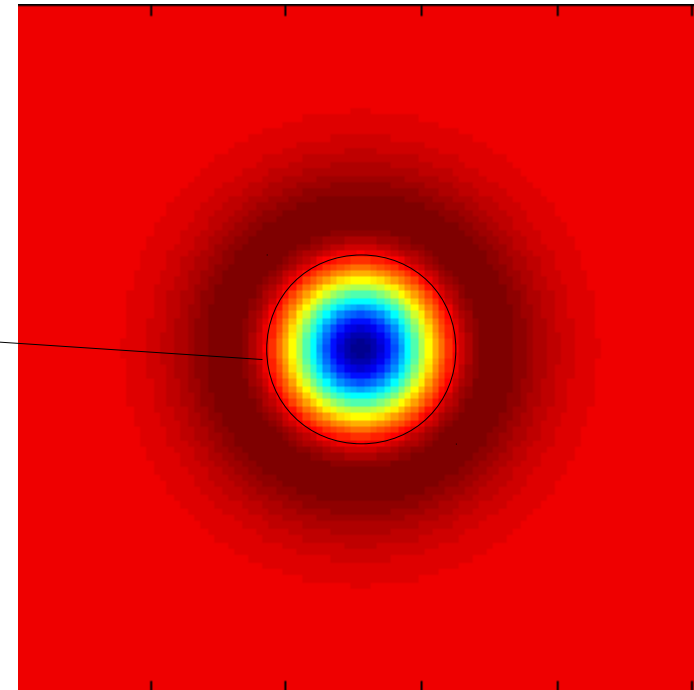
$$\nabla^2 G_\sigma(x, y) = [G_\sigma^x(x, y)]^2 + [G_\sigma^y(x, y)]^2$$

- LoG essendo isotropico risponde allo stesso modo a variazioni di intensità con direzioni diverse.
- Si può quindi evitare l'utilizzo di diversi filtri differenziali direzionati (uno per ogni direzione).

# LoG

$$\nabla^2 G_\sigma(x, y) \propto \left( \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

$$x^2 + y^2 = 2\sigma^2 \quad \leftarrow \text{zero crossing}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -16 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

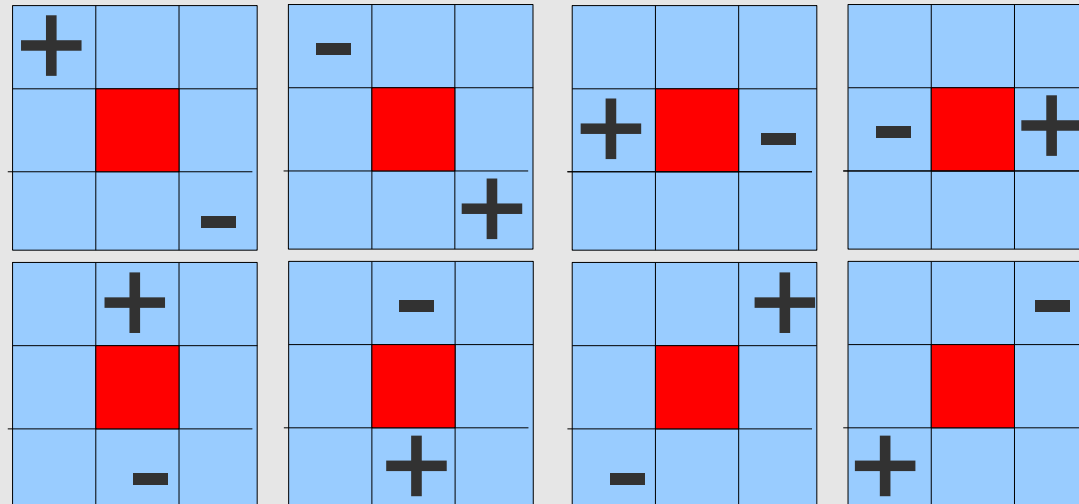


# Algoritmo di Marr-Hildreth

1. Applicare un filtro LoG all'immagine

$$J = \nabla^2 G_\sigma * I$$

2. Trovare gli zero-crossing di J



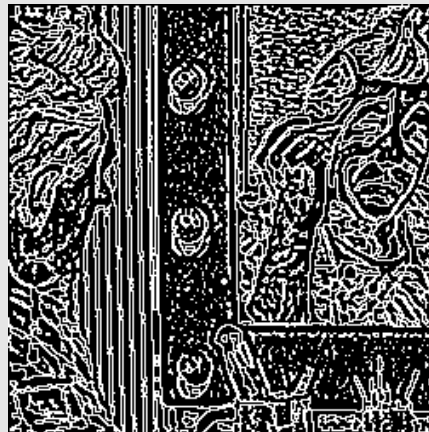
- Possiamo ottenere un filtro LoG dalla convoluzione di una gaussiana e un filtro Laplaciano L

$$\nabla^2 G_\sigma = L * G_\sigma$$



# Algoritmo di Marr-Hildreth

- La scelta del fattore di scala  $\sigma$  influisce sul tipo di dettaglio evidenziato
- Per ottenere risultati più affidabili Marr e Hildreth suggerirono di filtrare l'immagine con filtri LoG a varie scale ( $\sigma$  diversi), individuare gli zero-crossing per ciascun filtro e combinare i risultati.



$\sigma = 1$



$\sigma = 2$

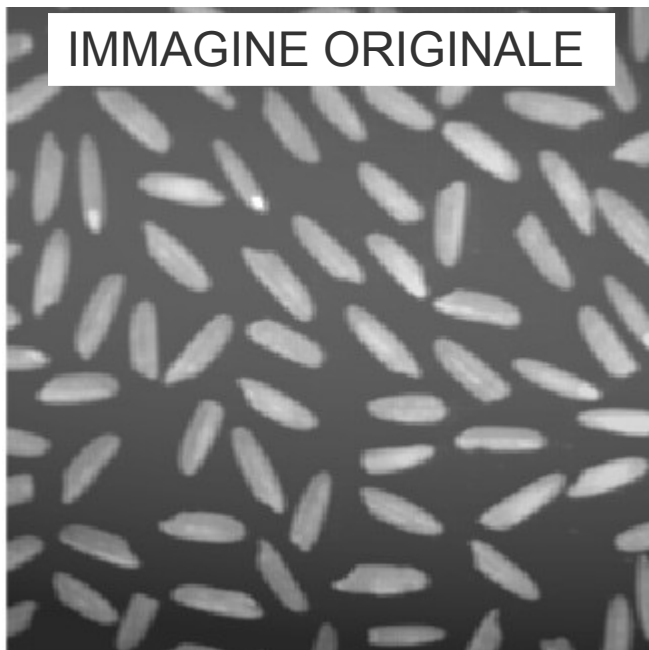


$\sigma = 3$

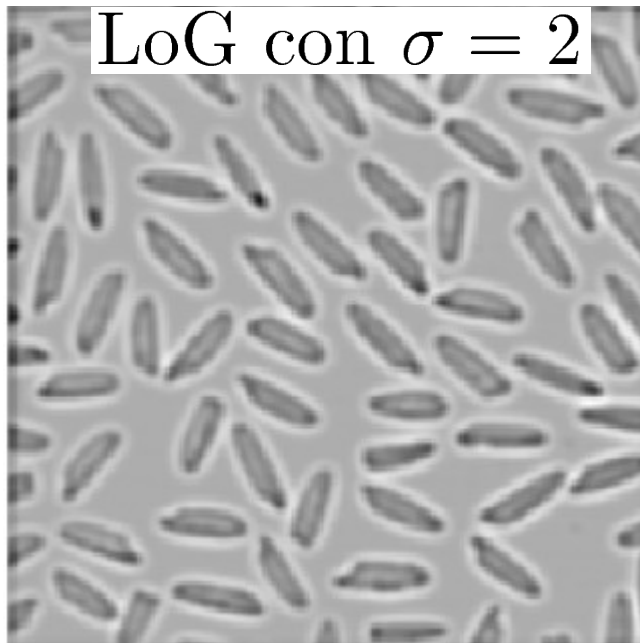
- In pratica si sceglie il fattore di scala più idoneo all'applicazione specifica.

# Effetto della scala

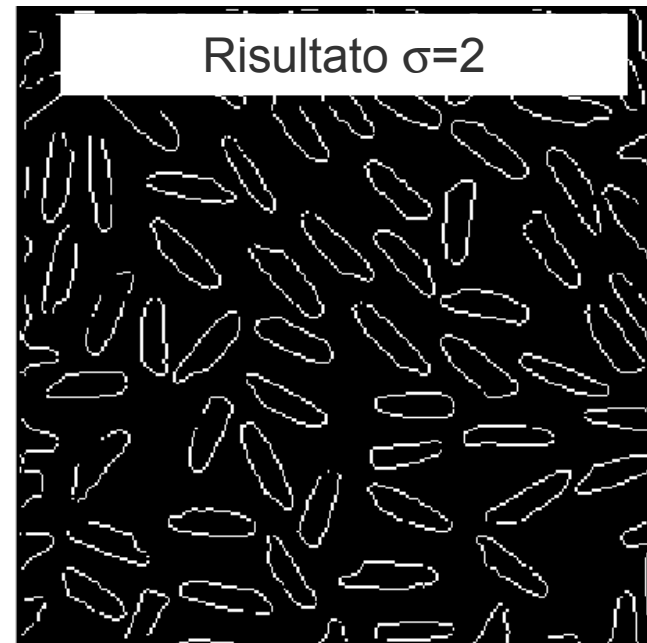
IMMAGINE ORIGINALE



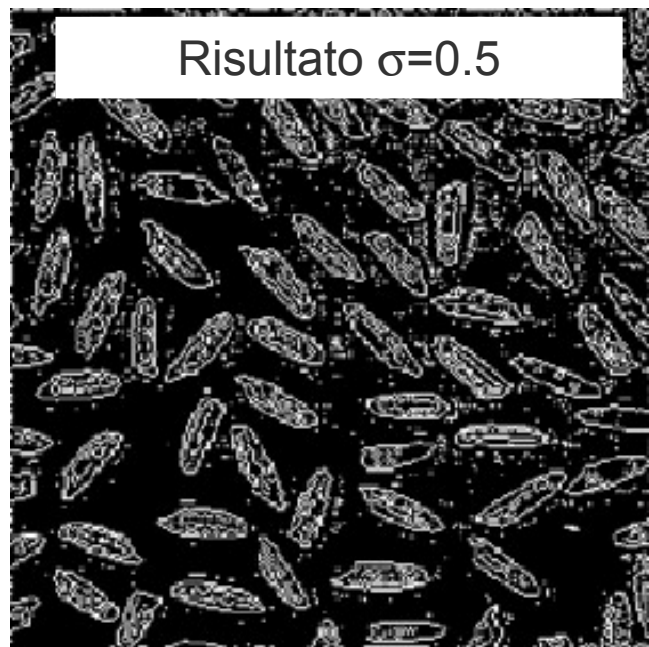
LoG con  $\sigma = 2$



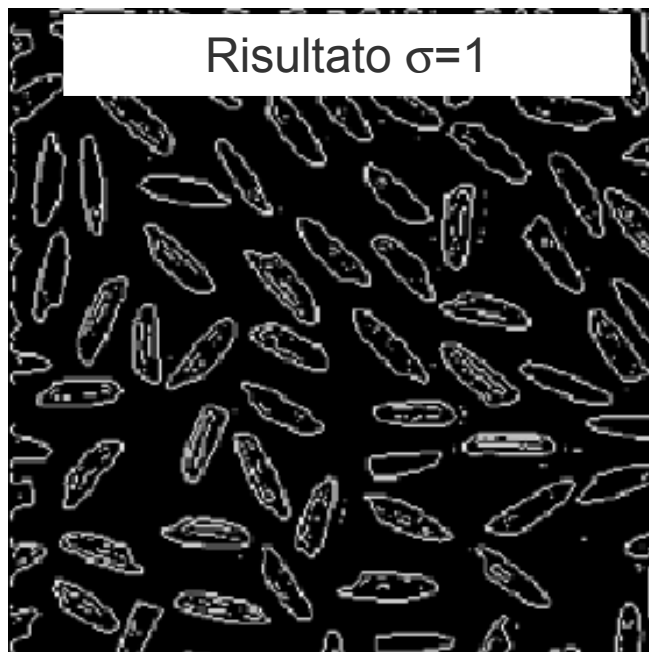
Risultato  $\sigma=2$



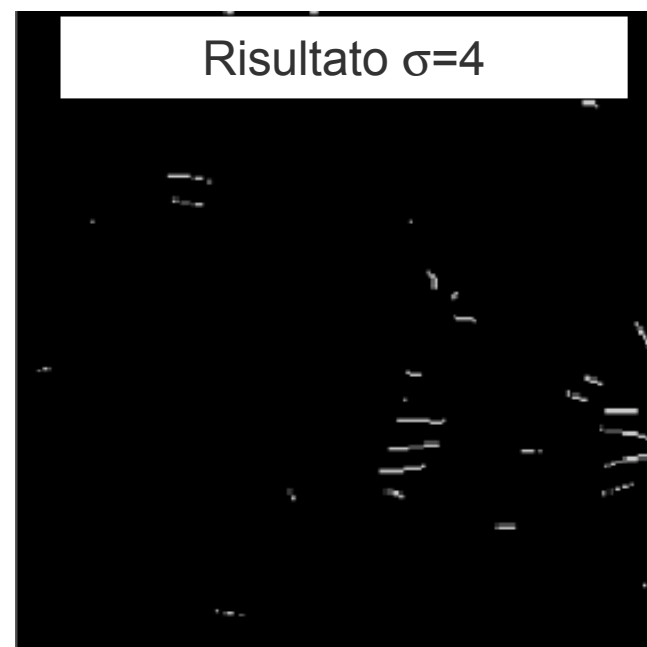
Risultato  $\sigma=0.5$



Risultato  $\sigma=1$



Risultato  $\sigma=4$



# DoG

- Marr e Hildreth notarono che è possibile approssimare il filtro LoG con una differenza di gaussiane (DoG):

$$\text{DoG} = G_{\sigma_1} - G_{\sigma_2}$$

dove  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

- Una buona approssimazione della LoG (a meno di un fattore di scala) si ottiene scegliendo

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \approx 1.6$$

- LoG è in generale preferito a DoG, tuttavia risultati sperimentali suggeriscono che certi recettori del sistema visivo umano sono selettivi rispetto ad orientamento e frequenza e sono modellabili con DoG.

# Algoritmo di Canny

- L'approccio di Canny (1986) si basa su 3 obiettivi
  - **tasso d'errore basso**: tutti i bordi devono essere trovati con alta probabilità evitando risposte spurie (falsi positivi);
  - **buona localizzazione**: la distanza tra il bordo rilevato e il bordo vero deve essere minima;
  - **unicità della risposta per bordo**: ogni bordo reale deve generare un'unica risposta.
- L'essenza del lavoro di Canny è stato quello di formalizzare matematicamente i 3 criteri elencati per poi cercare di trovare una soluzione ottimale.
- La soluzione è unica ma non in forma chiusa.
- Approssimabile con un **filtro differenziale Gaussiano**.

# Algoritmo di Canny

- La prima fase consiste quindi nel calcolare il gradiente dell'immagine utilizzando il filtro differenziale Gaussiano.

$$\nabla I = \begin{bmatrix} G_{\sigma}^x * I \\ G_{\sigma}^y * I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix}$$

- Calcoliamo poi il magnitudo del gradiente e la direzione:

$$M(x, y) = \|\nabla I(x, y)\| = \sqrt{I_x(x, y)^2 + I_y(x, y)^2}$$

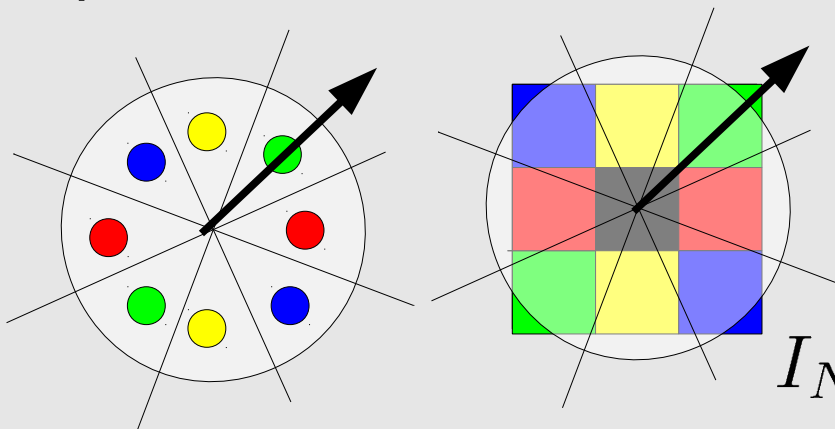
Ci interessa solo la  
direzione non il verso.

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{I_y(x, y)}{I_x(x, y)} \right)$$

- Il magnitudo del gradiente presenta delle ampie rampe intorno ai massimi locali che sono in corrispondenza di bordi. Una semplice sogliatura quindi non è sufficiente

# Soppressione dei non-massimi

- La strategia adottata per identificare i massimi locali, consiste nel sopprimere i non-massimi basandosi sull'idea che ogni pixel centrato in un bordo avrà un'intensità superiore rispetto ai 2 pixels vicini nella direzione del gradiente.
- Dividiamo l'intorno di un pixel in 4 regioni (giallo, verde, rosso e blu) corrispondenti a 4 direzioni. Verifichiamo in che regione cade il vettore gradiente del pixel in centro. Se l'intensità del pixel centrale  $I(\mathbf{p})$  è inferiore all'intensità di almeno uno dei 2 pixel vicini lungo la direzione del gradiente, il pixel viene soppresso. Facendolo per ogni pixel otteniamo una nuova immagine  $I_N$ .



*	*	$M(\mathbf{q}_2)$
*	$M(\mathbf{p})$	*
$M(\mathbf{q}_1)$	*	*

$$I_N(\mathbf{p}) = \begin{cases} M(\mathbf{p}) & \text{se } M(\mathbf{p}) \geq M(\mathbf{q}_{1,2}) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

# Sogliatura con isteresi

- L'ultima operazione consiste nel sogliare  $I_N$  per ridurre i falsi bordi.
- Abbiamo già visto che usare una sola soglia ha il problema di lasciare falsi bordi se troppo bassa e rimuovere bordi reali se troppo elevata.
- L'algoritmo di Canny utilizza 2 soglie  $\tau_L < \tau_H$ . Canny suggerì di scegliere le due soglie in modo da avere

$$2 \leq \frac{\tau_H}{\tau_L} \leq 3$$

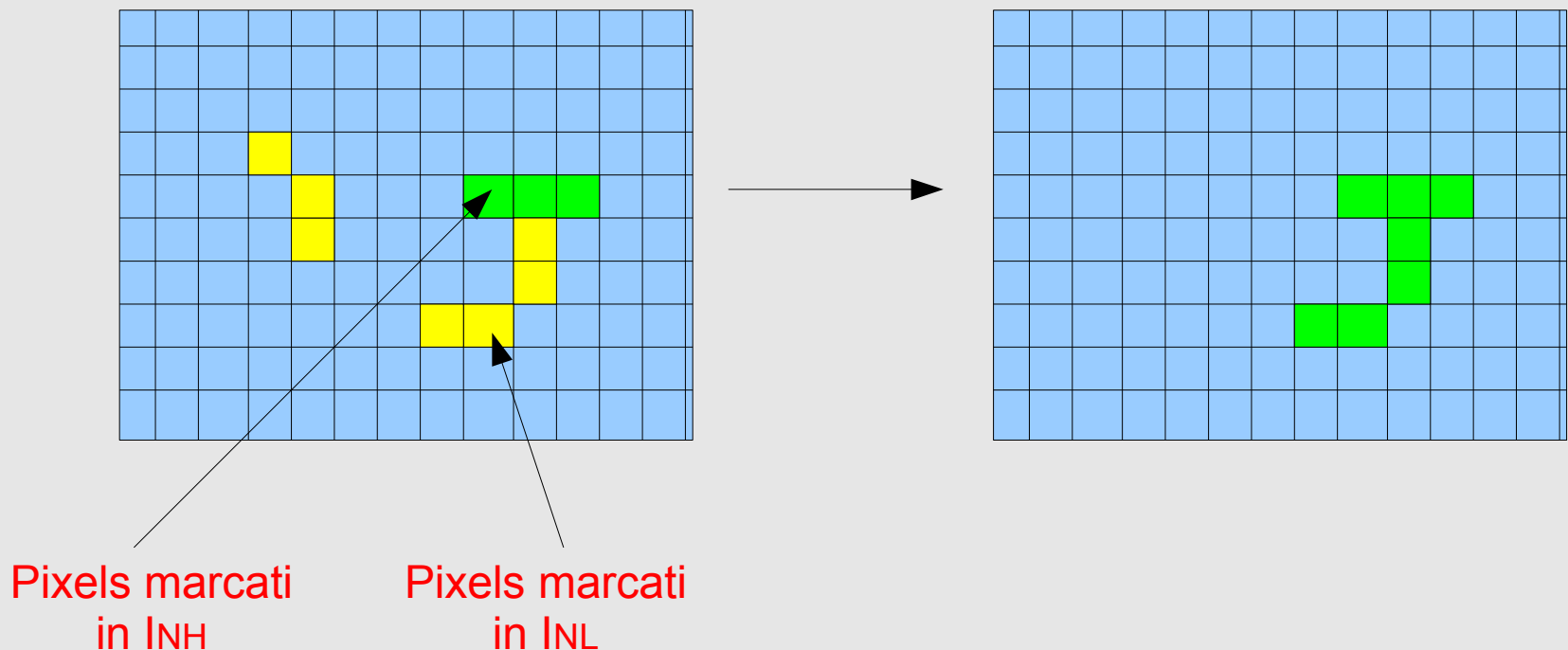
- Calcoliamo 2 immagini di bordi “forti” ed bordi “deboli”

$$I_{NH}(x, y) = I_N(x, y) \geq \tau_H$$

$$I_{NL}(x, y) = \tau_L \leq I_N(x, y) < \tau_H$$

# Sogliatura con isteresi

- I pixel marcati in INH sono considerati validi.
- A seconda del valore della soglia  $T_H$  i bordi presentano dei buchi. Per ottenere bordi più lunghi si considerano bordi validi anche tutti quei pixels marcati in INL che sono connessi direttamente o tramite una catena a un pixel marcato in INH.

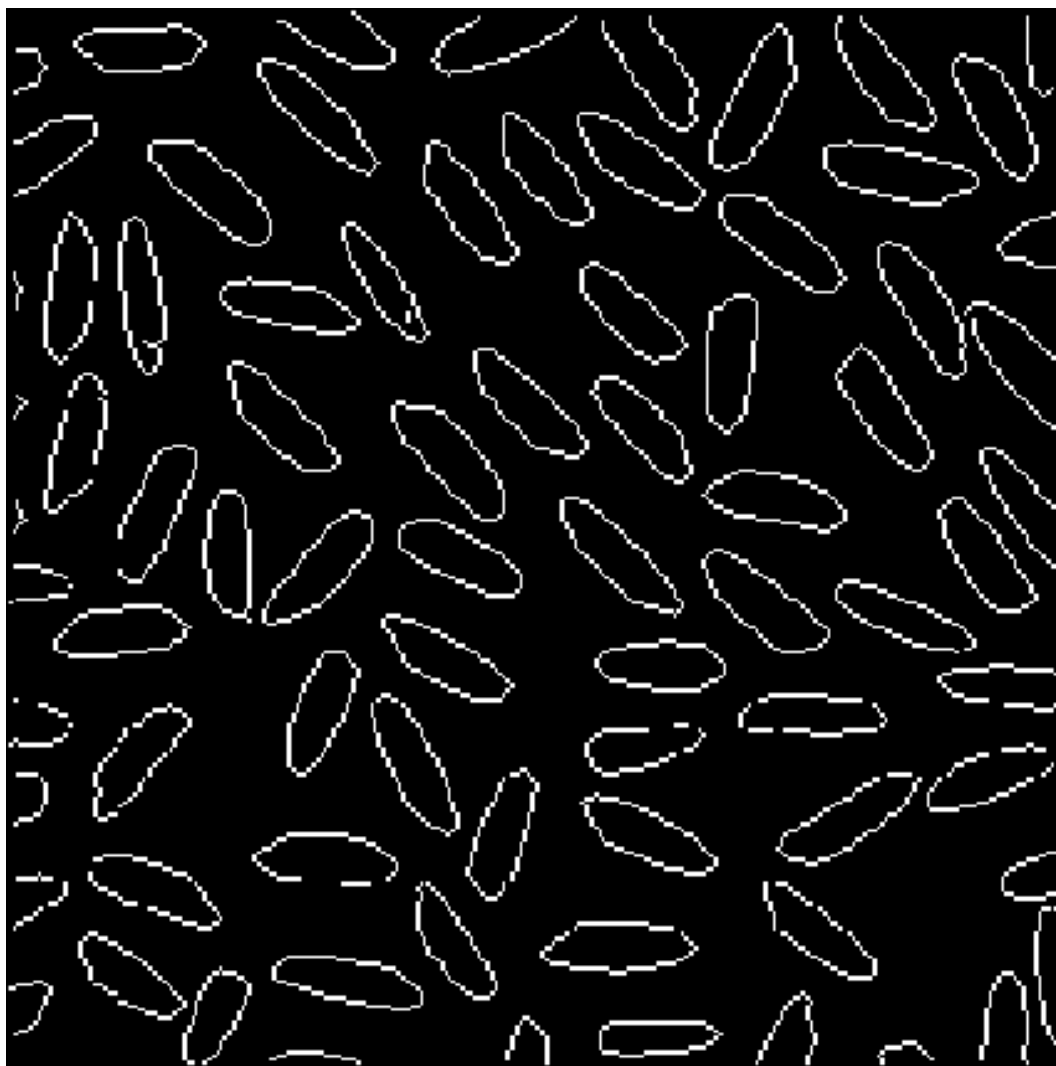
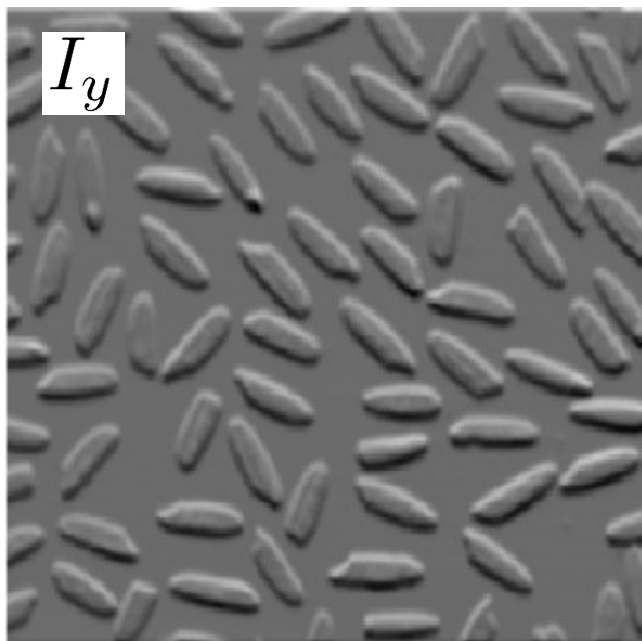
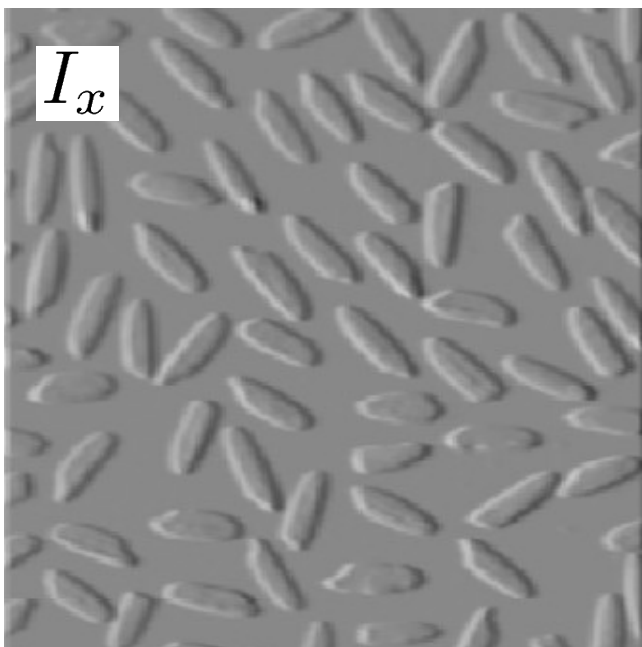




# Algoritmo di Canny

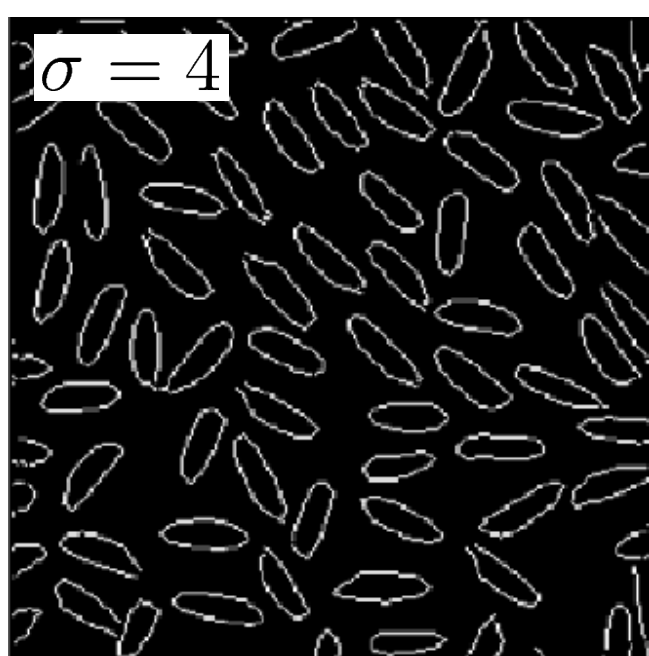
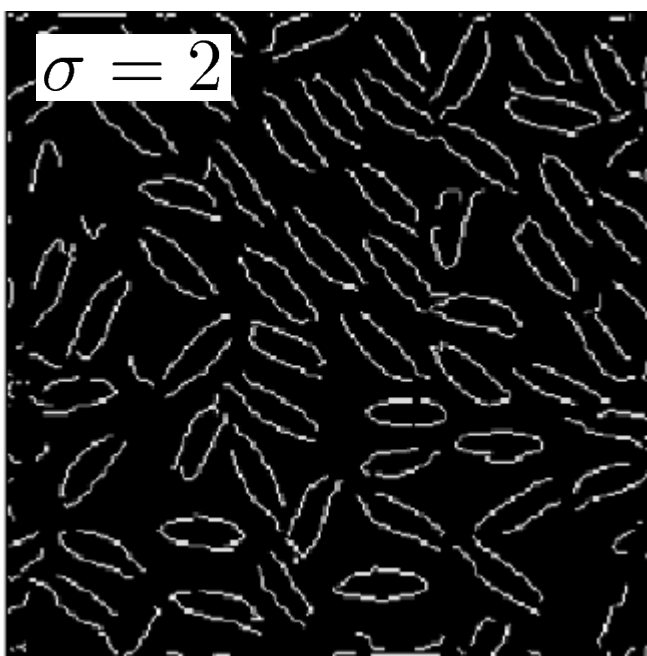
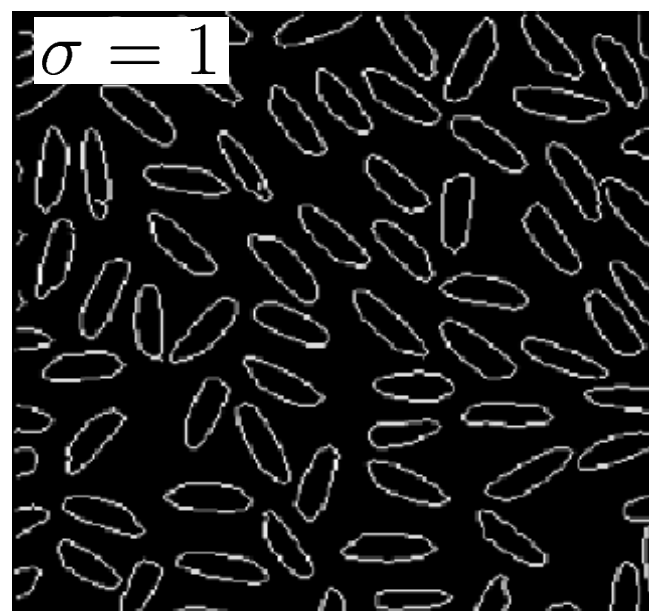
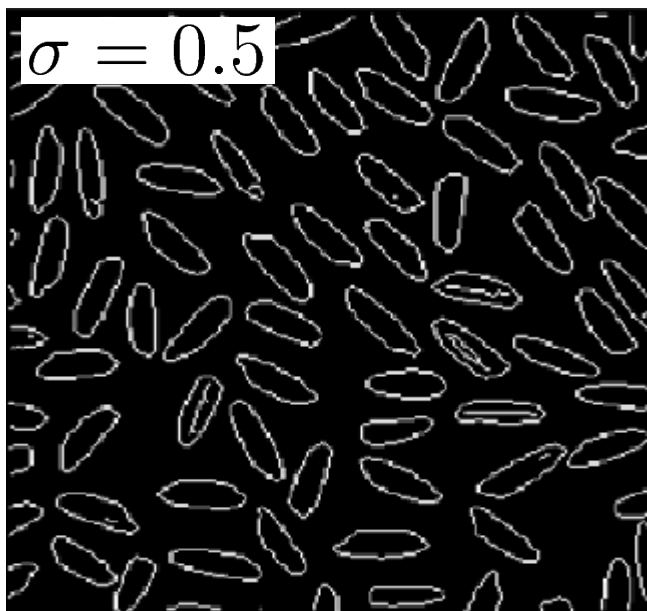
1. Smussare l'immagine e calcolarne le derivate (o in alternativa utilizzare filtri differenziali smooth)
2. Calcolare il magnitudo e angolo del gradiente per ogni pixel.
3. Applicare la soppressione dei non massimi.
4. Usare la sogliatura con isteresi e l'analisi della connettività per rilevare e connettere i bordi.

# Algoritmo di Canny



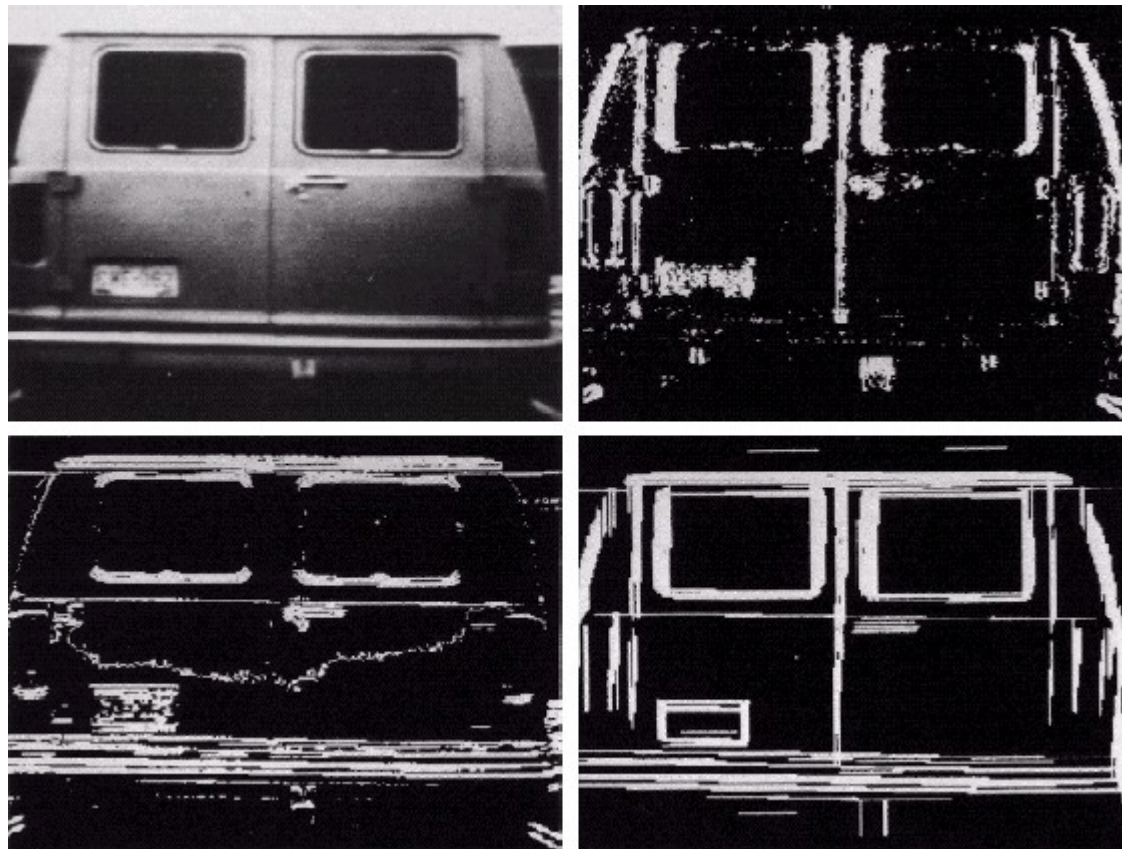
$$\sigma = 1 \quad \tau_H = 0.1875 \quad \tau_L = 0.075$$

# Algoritmo di Canny



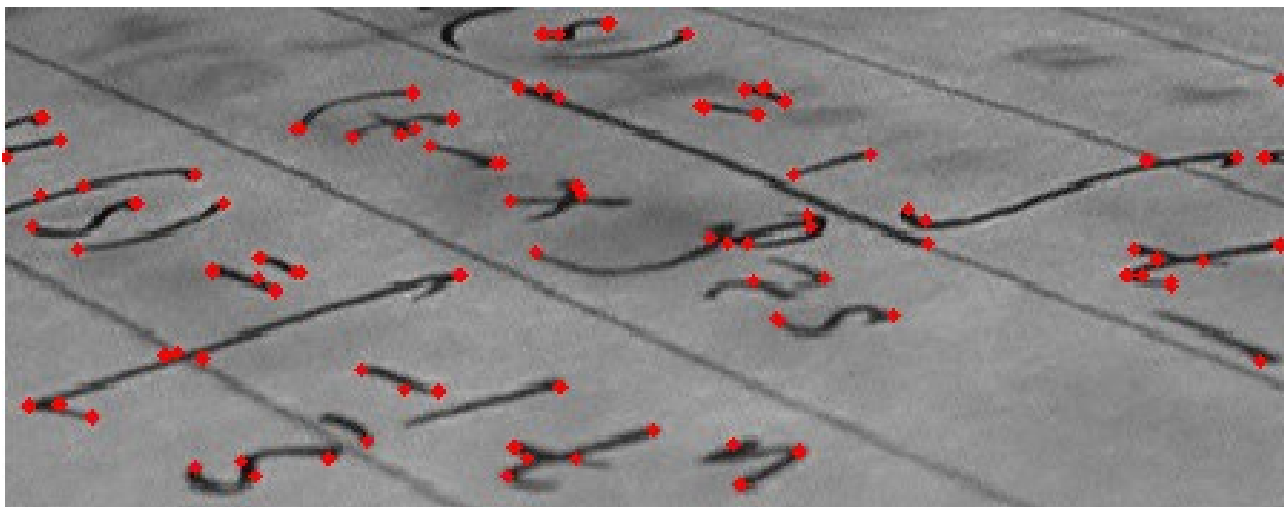
# Connessione di Bordi

- I bordi che tipicamente vengono rilevati con un algoritmo di rilevamento bordi presentano delle discontinuità dovute a rumore o condizioni di illuminazioni variabile che impediscono di avere linee ben definite
- Per ovviare a questo si adotta una tecnica di connessione di edge.
- Distinguiamo 2 tipologie di tecniche: locali e globali.



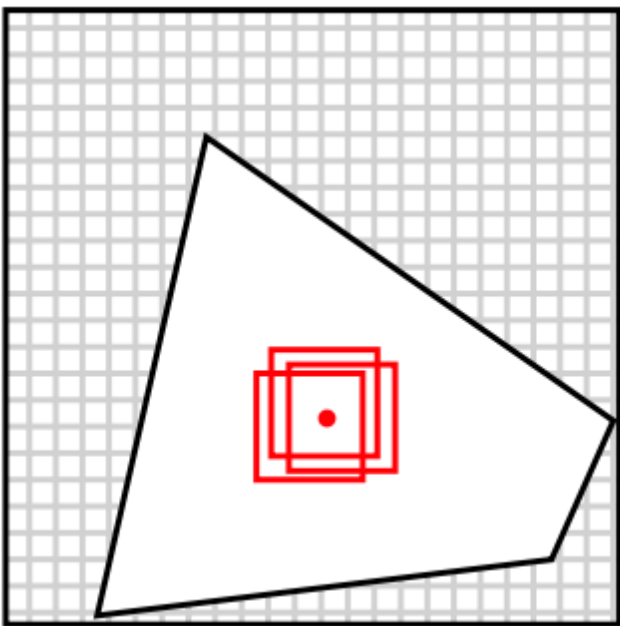
# Rilevamento di punti salienti

- Un **punto saliente** è un punto dell'immagine che ha
  - una chiara definizione matematica
  - una posizione ben definita
  - ricco di informazione locale
  - stabile sotto perturbazioni locali/globali (alto grado di riproducibilità)

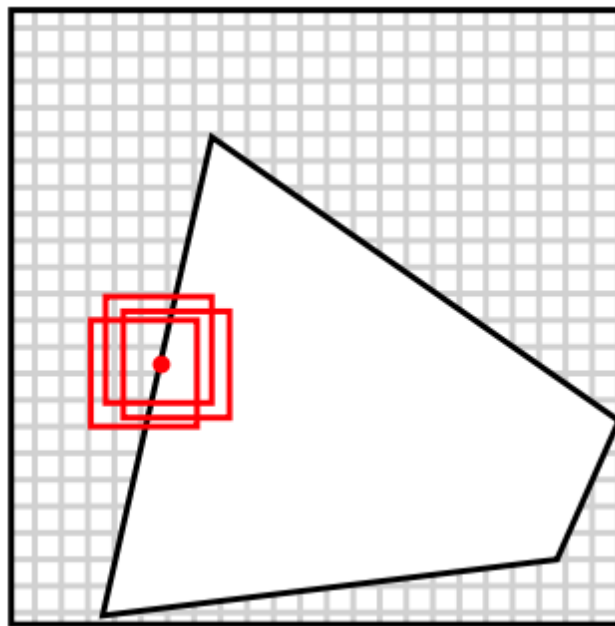


# Auto-correlazione

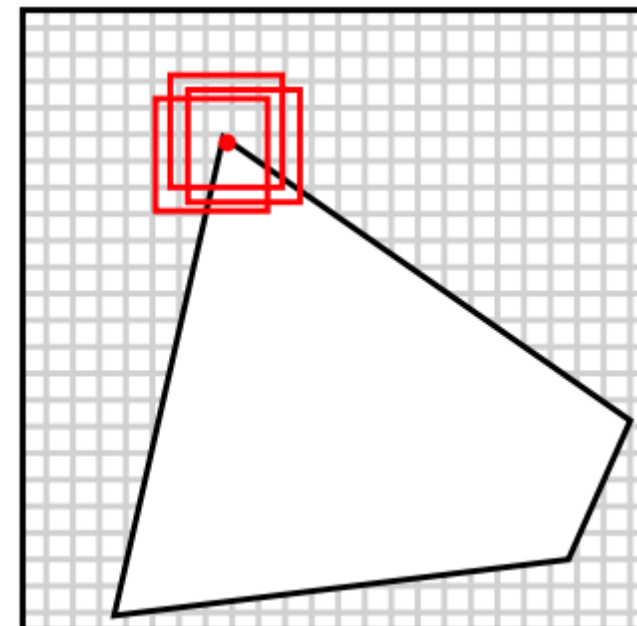
- Idea: utilizziamo l'auto-correlazione per capire se un punto ha un contesto locale ricco di informazione



**REGIONE PIATTA**  
nessun cambiamento  
locale



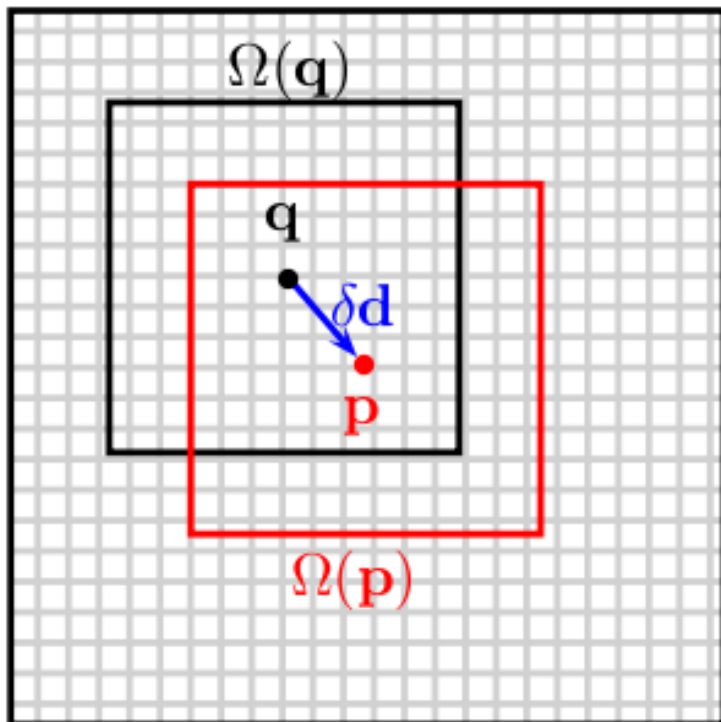
**BORDO**  
nessun cambiamento  
lungo il bordo



**PUNTO SALIENTE**  
cambiamento in ogni  
direzione

# Rilevatore di Harris

- Consideriamo un pixel  $\mathbf{q}$  e un suo intorno locale  $\Omega(\mathbf{q})$ .
- Confrontiamo  $\Omega(\mathbf{q})$  e una patch centrata in  $\mathbf{q} + \delta\mathbf{d}$  (assumiamo  $\mathbf{d}$  un vettore di norma unitaria) con  $\delta$  infinitesimale.



$$D_{\mathbf{q}}(\mathbf{d}) = \sum_{\mathbf{r} \in \Omega(\mathbf{q})} [\mathbf{d}^{\top} \nabla I(\mathbf{r})]^2$$

misura il contenuto informativo dell'immagine  $I$  in un punto  $\mathbf{q}$  nella direzione  $\mathbf{d}$ , rispetto all'intorno  $\Omega(\mathbf{q})$ .

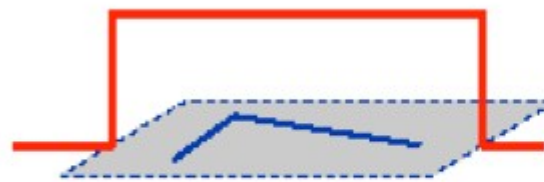


# Rilevatore di Harris

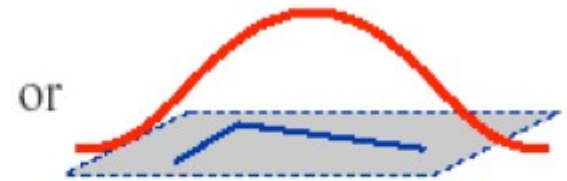
$$D_{\mathbf{q}}(\mathbf{d}) = \sum_{\mathbf{r} \in \Omega(\mathbf{q})} w(\mathbf{r}) [\mathbf{d}^\top \nabla I(\mathbf{r})]^2 \quad \nabla I(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} I_x(\mathbf{r}) \\ I_y(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

potremmo non voler dare a tutti i punti nell'intorno lo stesso peso. Per esempio  $w$  potrebbe essere una gaussiana centrata in  $\mathbf{q}$ .

In forma matriciale



1 in window, 0 outside



Gaussian

$$D_{\mathbf{q}}(\mathbf{d}) = \mathbf{d}^\top \begin{pmatrix} \sum_{\Omega(\mathbf{q})} w I_x^2 & \sum_{\Omega(\mathbf{q})} w I_x I_y \\ \sum_{\Omega(\mathbf{q})} w I_y I_x & \sum_{\Omega(\mathbf{q})} w I_y^2 \end{pmatrix} \mathbf{d} = \mathbf{d}^\top \mathbf{C} \mathbf{d}$$

- La matrice  $\mathbf{C}$  è detta matrice di auto-correlazione



# Rilevatore di Harris

- Abbiamo un punto saliente in  $\mathbf{q}$  se in tutte le direzioni  $\mathbf{d}$  il contenuto informativo  $D_q(\mathbf{d})$  è significativo.
- In altre parole, se esiste un (significativo)  $\tau$  positivo per cui

$$\min \{ \mathbf{d}^\top C \mathbf{d} : \mathbf{d} \in \mathbb{R}^2, \|\mathbf{d}\| = 1 \} > \tau$$

- questo è equivalente a

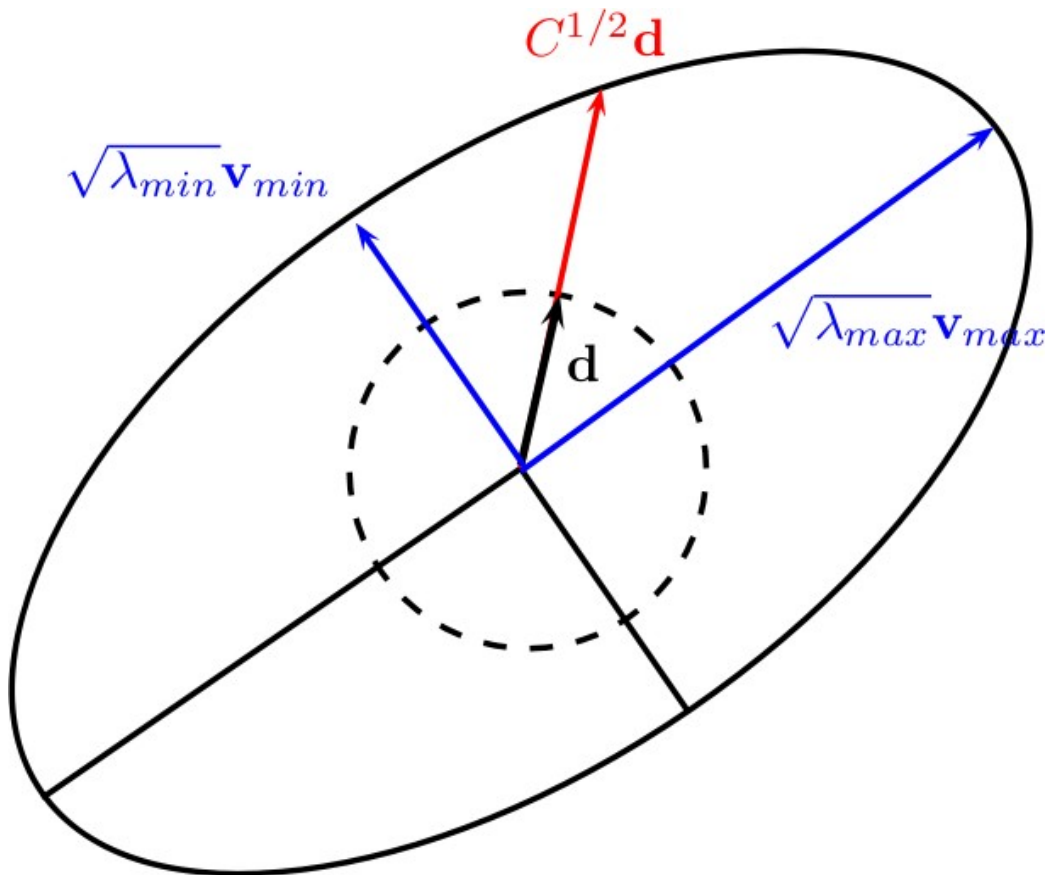
$$\lambda_{\min}(C) > \tau$$

- Notare che entrambi gli autovalori di  $C$  sono positivi perchè

$$\mathbf{d}^\top C \mathbf{d} \geq 0 \quad \text{per ogni } \mathbf{d} \in \mathbb{R}^2$$

# Interpretazione geometrica di C

$$C = V\Lambda V^T = (\mathbf{v}_{max} \mathbf{v}_{min}) \begin{pmatrix} \lambda_{max} & 0 \\ 0 & \lambda_{min} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{max}^T \\ \mathbf{v}_{min}^T \end{pmatrix}$$



- $\mathbf{v}_{min}$  e  $\mathbf{v}_{max}$  sono gli autovettori di C relativi all'autovalore minimo  $\lambda_{min}$  e massimo  $\lambda_{max}$ .
- Assumendo l'ellisse centrata sull'origine abbiamo che ogni punto del perimetro soddisfa

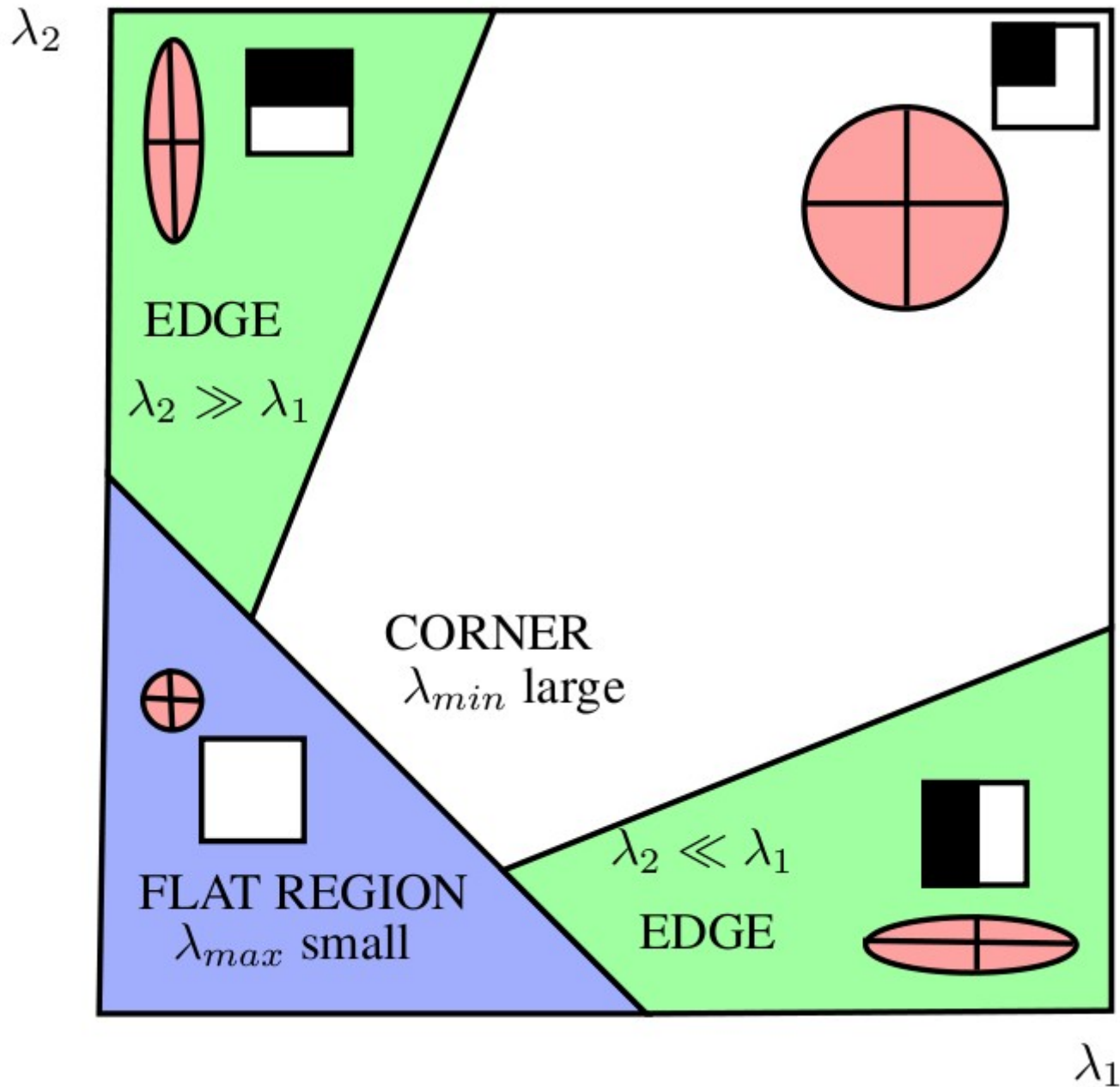
$$\mathbf{x}^T C^{-1} \mathbf{x} = 1$$

- I vettori relativi agli assi principali sono

$$\sqrt{\lambda_{max}} \mathbf{v}_{max}$$

$$\sqrt{\lambda_{min}} \mathbf{v}_{min}$$

# Classificazione basata sull'ellisse



# Rilevamento di punti salienti

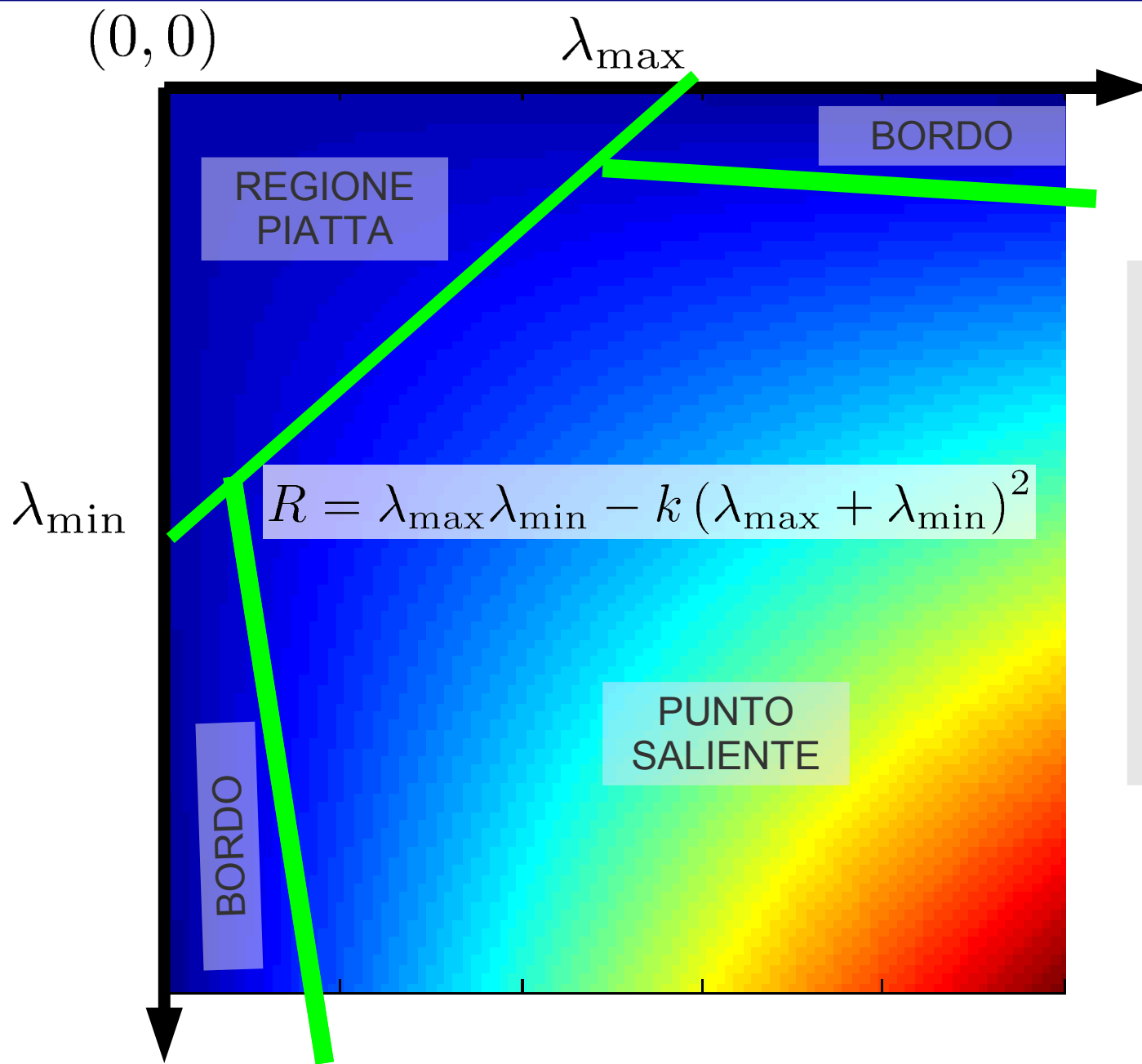
- Abbiamo un punto saliente quando abbiamo un alto contenuto informativo in ogni direzione, ovvero quando l'autovalore minimo di  $C$  supera una certa soglia significativa.
- Un modo approssimato ma veloce per capire se abbiamo un punto saliente consiste nel calcolare la seguente misura:

$$R = \det(C) - k [\text{trace}(C)]^2$$

dove  $\det(C)$  è il determinante di  $C$ ,  $\text{trace}(C)$  è la traccia di  $C$  e  $k$  è una costante da determinare empiricamente (in genere  $k=0.04-0.06$ )

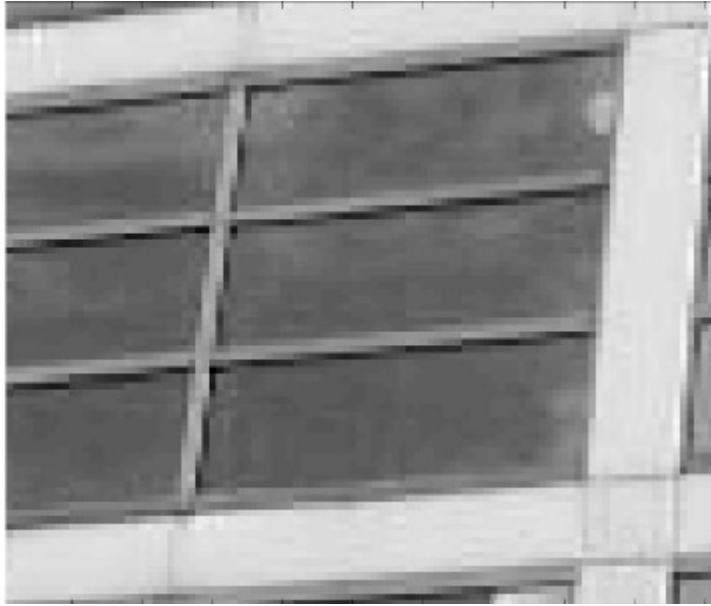
$$\begin{aligned} \det(C) &= c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21} = \lambda_{\min}\lambda_{\max} \\ \text{trace}(C) &= c_{11} + c_{22} = \lambda_{\min} + \lambda_{\max} \end{aligned} \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

# Classificazione in base a R



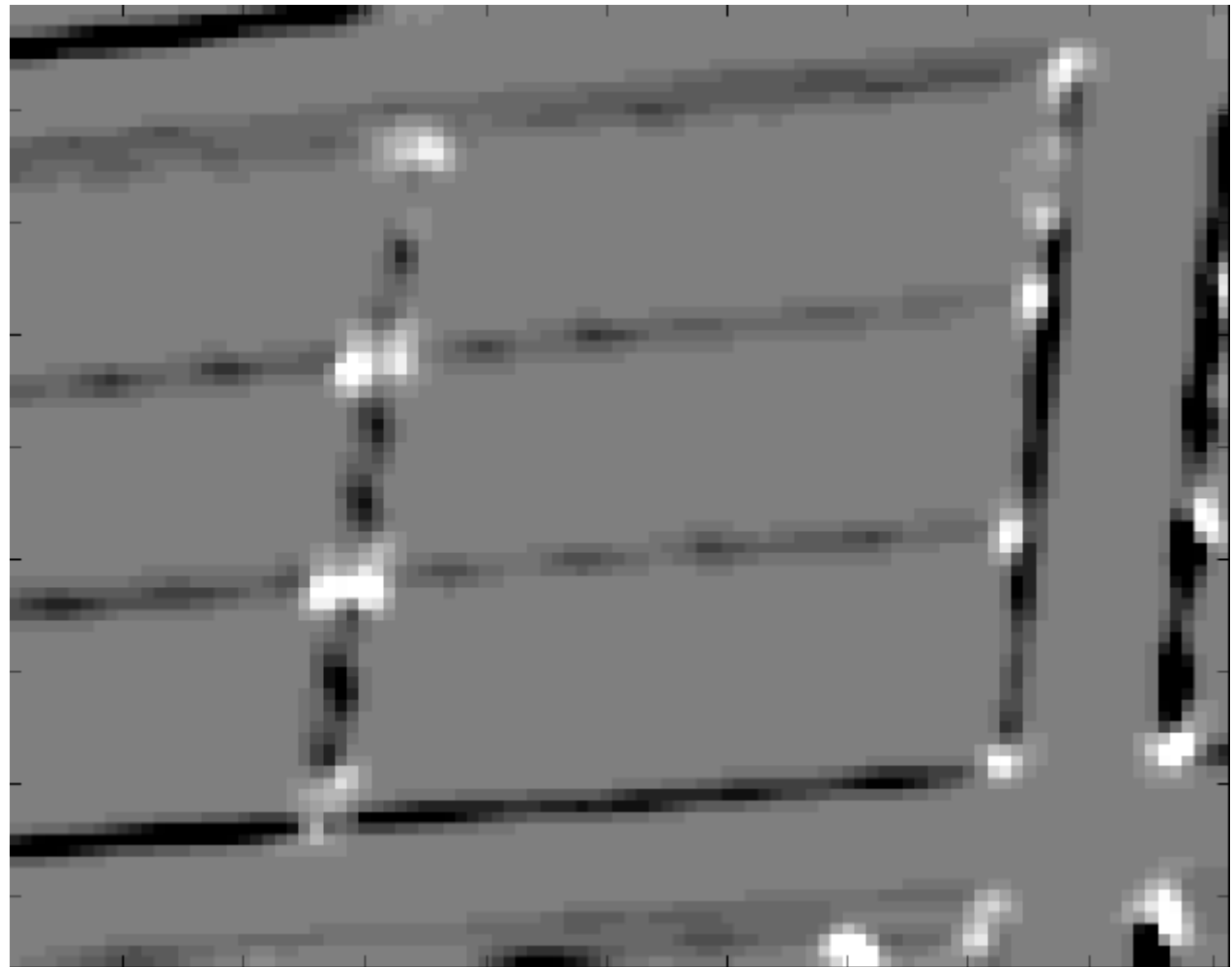
- R ha positivi valori grandi se il punto è saliente
- R è negativo di magnitudo elevato in presenza di un edge
- R ha magnitudo basso in presenza di regioni piate.

# Esempio

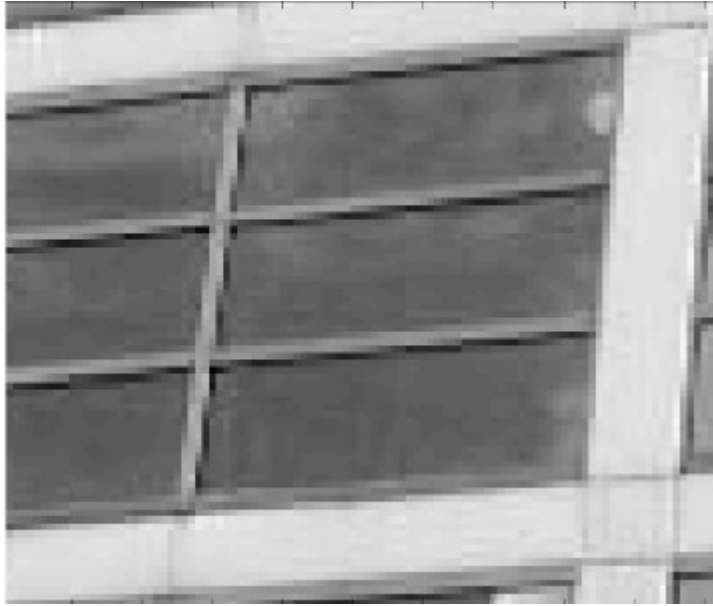


- Derivate calcolate con filtri di Sobel.
- Funzione peso  $w$  gaussiana con  $\sigma=1$

Valori di  $R$  per ogni punto dell'immagine

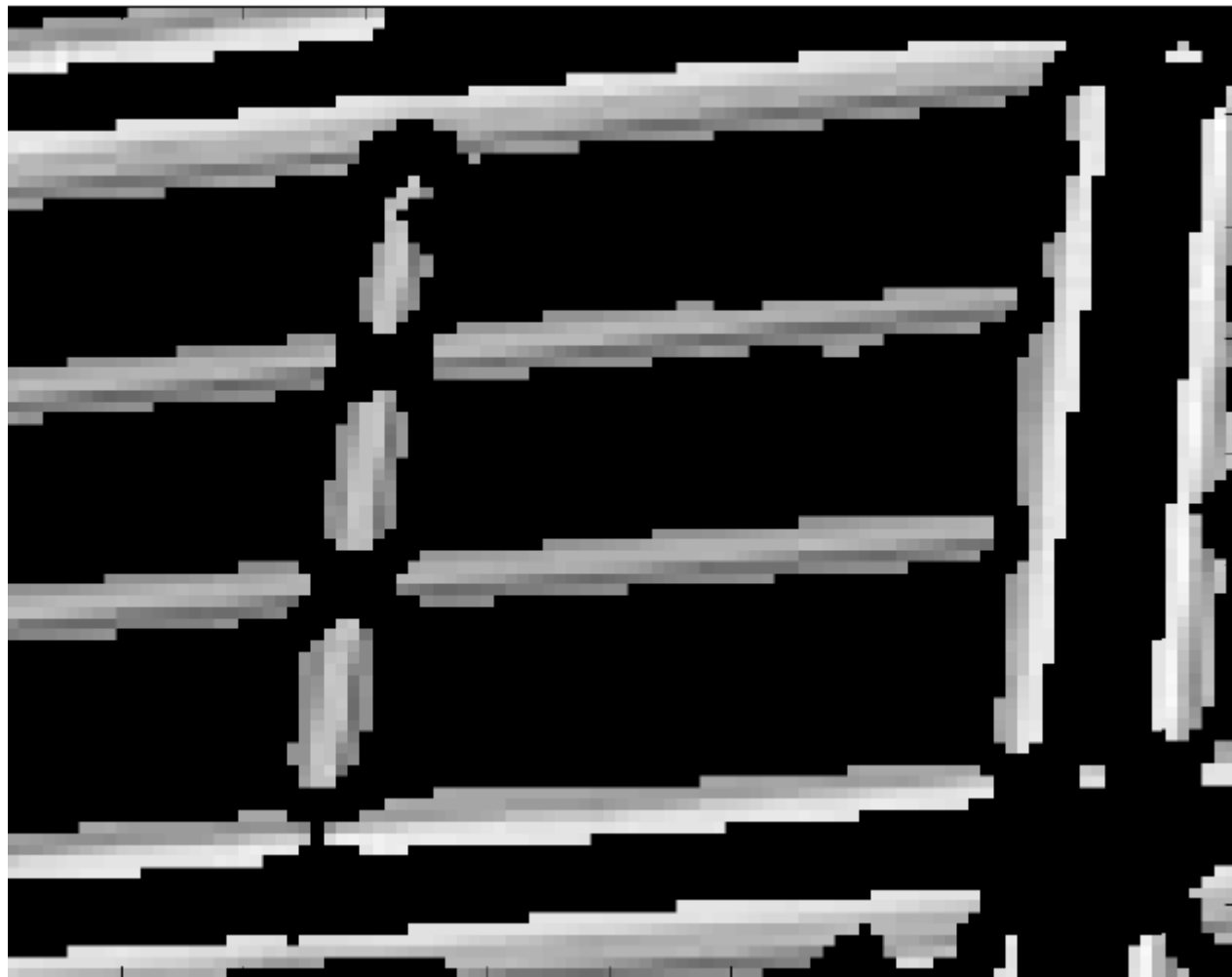


# Esempio

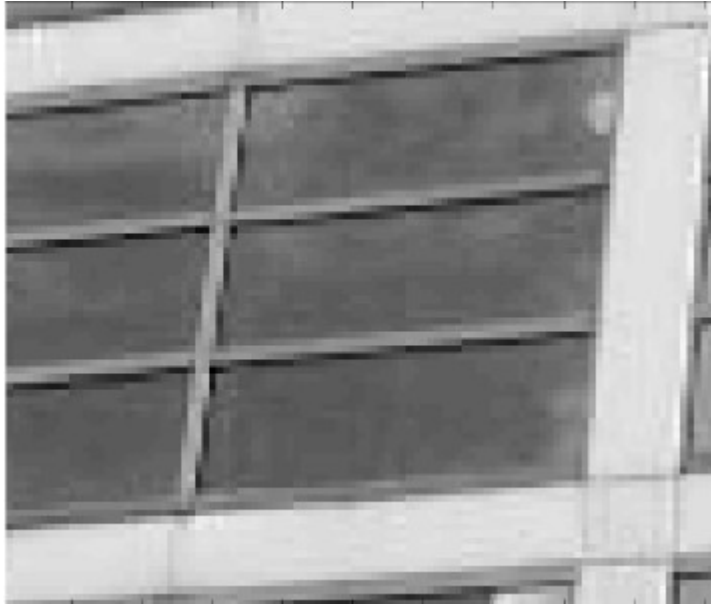


BORDI

$R < 10000$

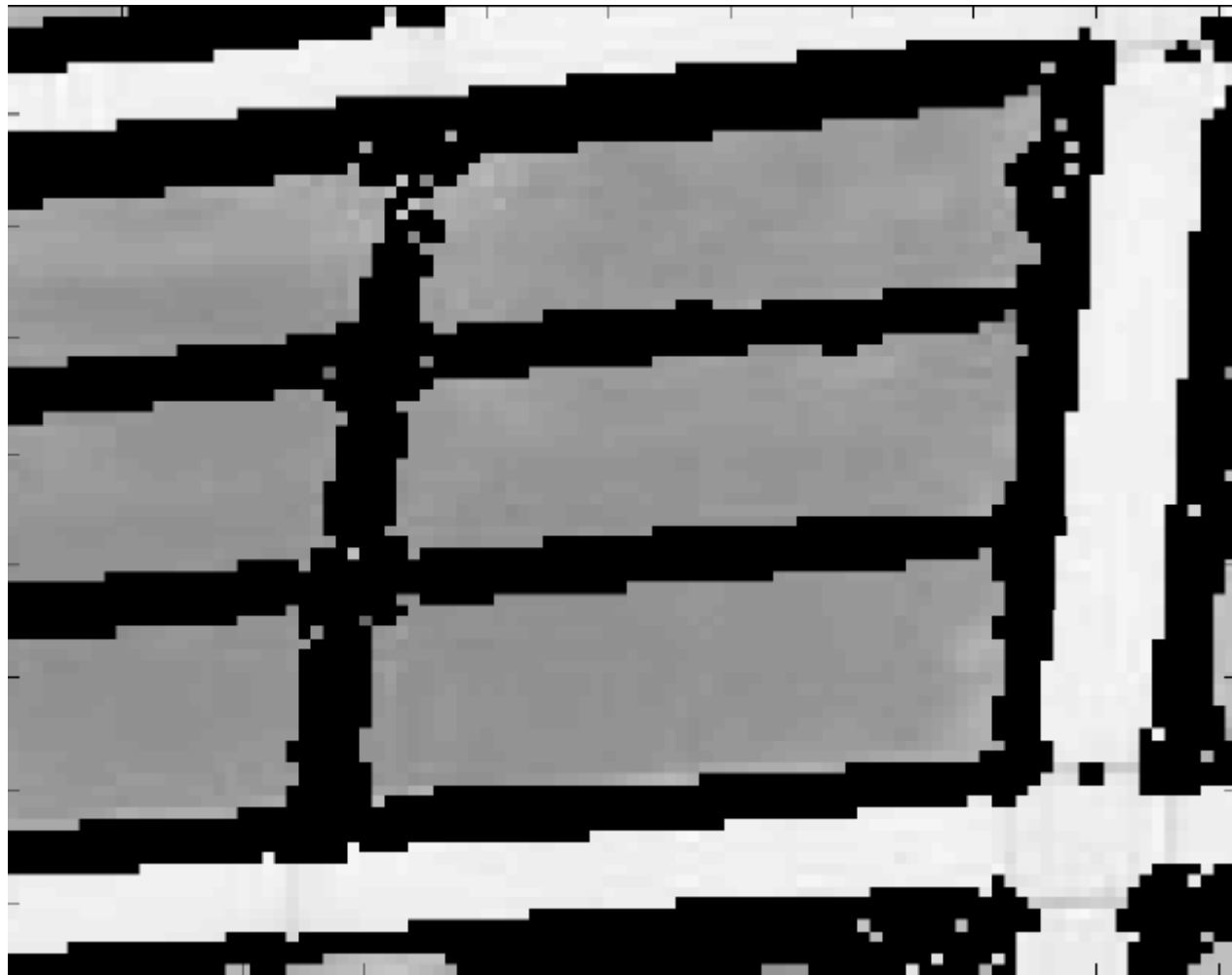


# Esempio



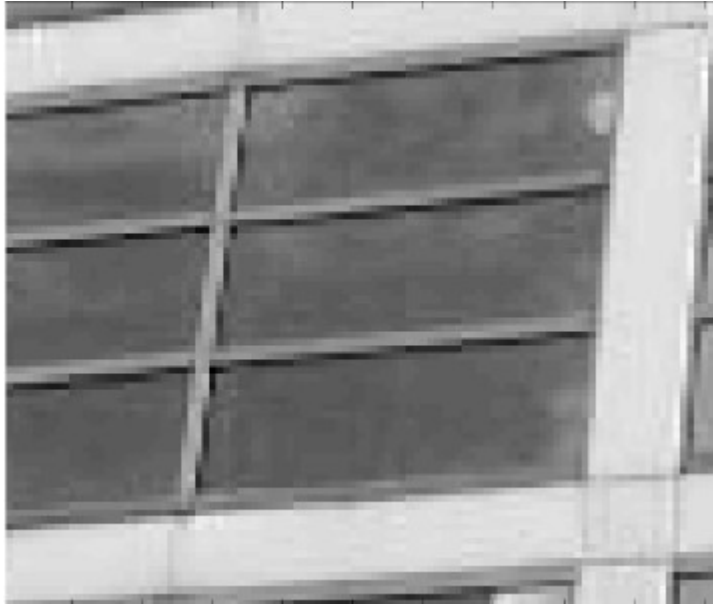
REGIONI PIATTE

$|R| < 10000$



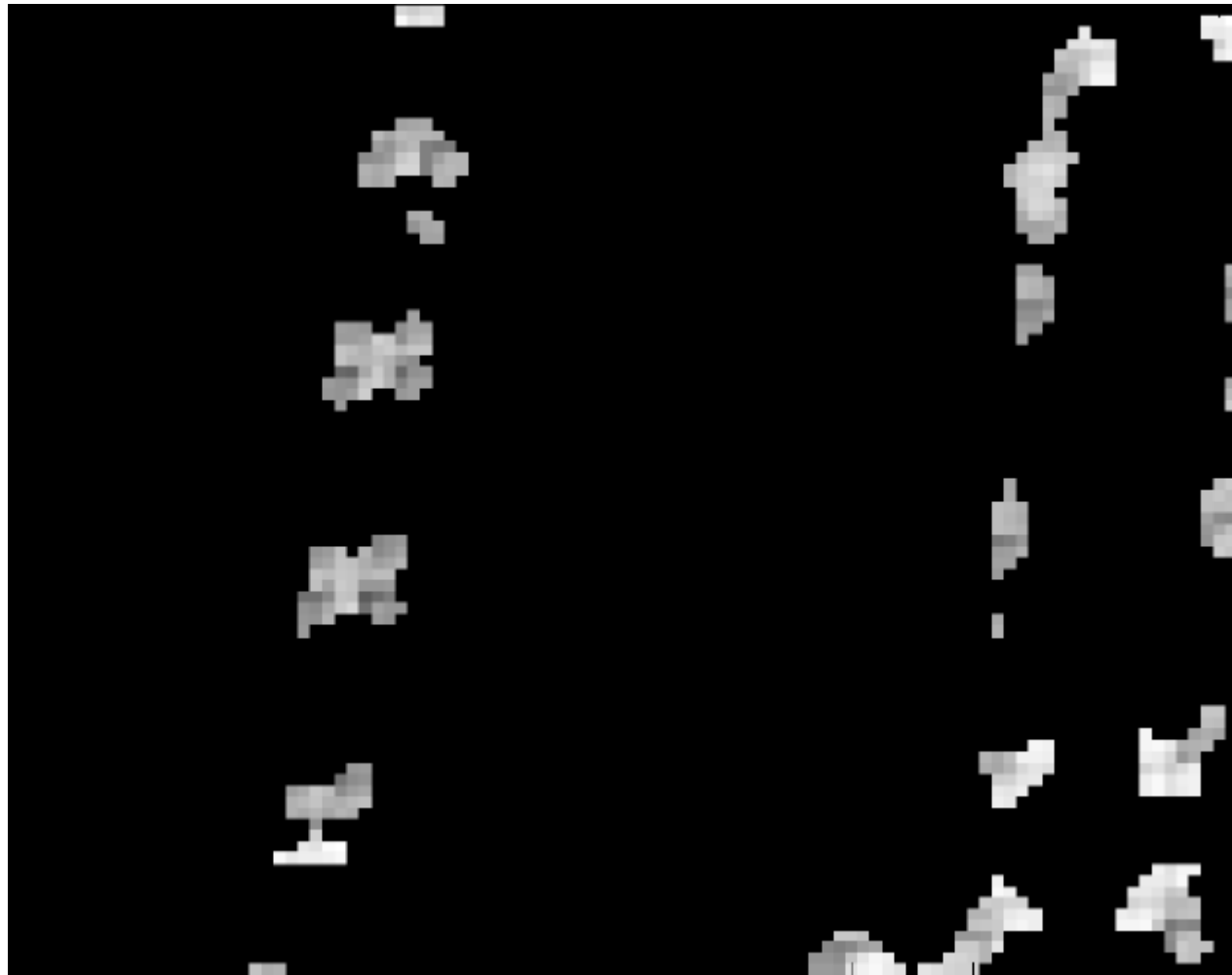


# Esempio

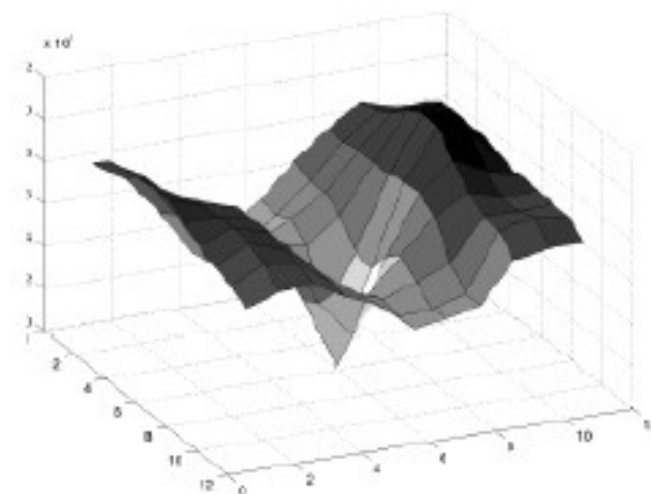
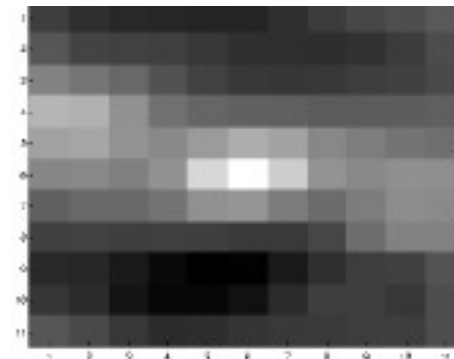


PUNTI SALIENTI

$R > 10000$

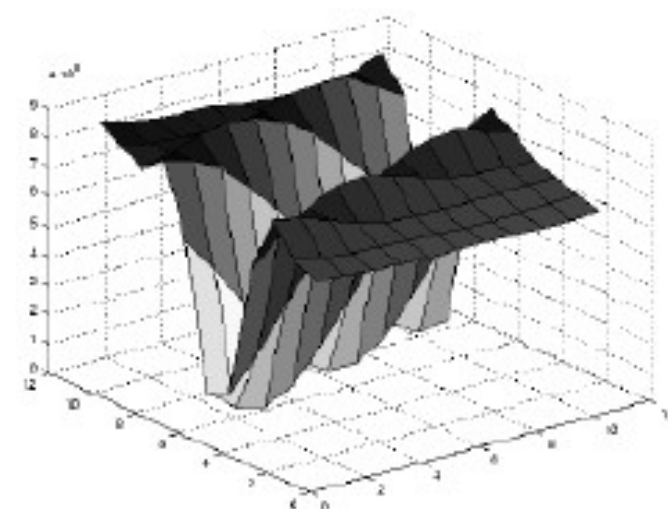


# Esempio



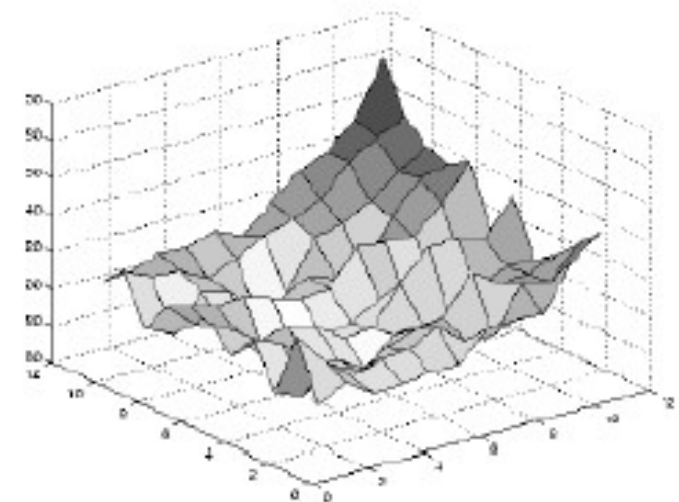
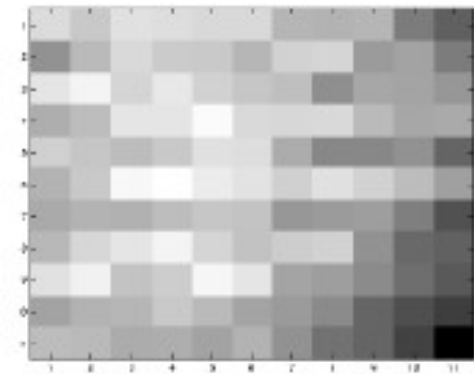
$\lambda_1$  and  $\lambda_2$  are large<sub>29</sub>

# Esempio



large  $\lambda_1$ , small  $\lambda_2$  30

# Esempio



small  $\lambda_1$ , small  $\lambda_{2 \ 31}$

# Algoritmo di Harris

1. Calcolare le derivate x e y dell'immagine

$$I_x = G_\sigma^x * I \quad I_y = G_\sigma^y * I$$

2. Calcolare prodotti delle derivate:

$$I_{xx}[i, j] = I_x[i, j]^2 \quad I_{yy}[i, j] = I_y[i, j]^2$$

$$I_{xy}[i, j] = I_x[i, j]I_y[i, j]$$

3. Calcolare le somme pesate dei prodotti delle derivate per ogni pixel:

$$S_{xx} = G_\sigma * I_{xx} \quad S_{xy} = G_\sigma * I_{xy} \quad S_{yy} = G_\sigma * I_{yy}$$

4. Calcolare R per ogni pixel

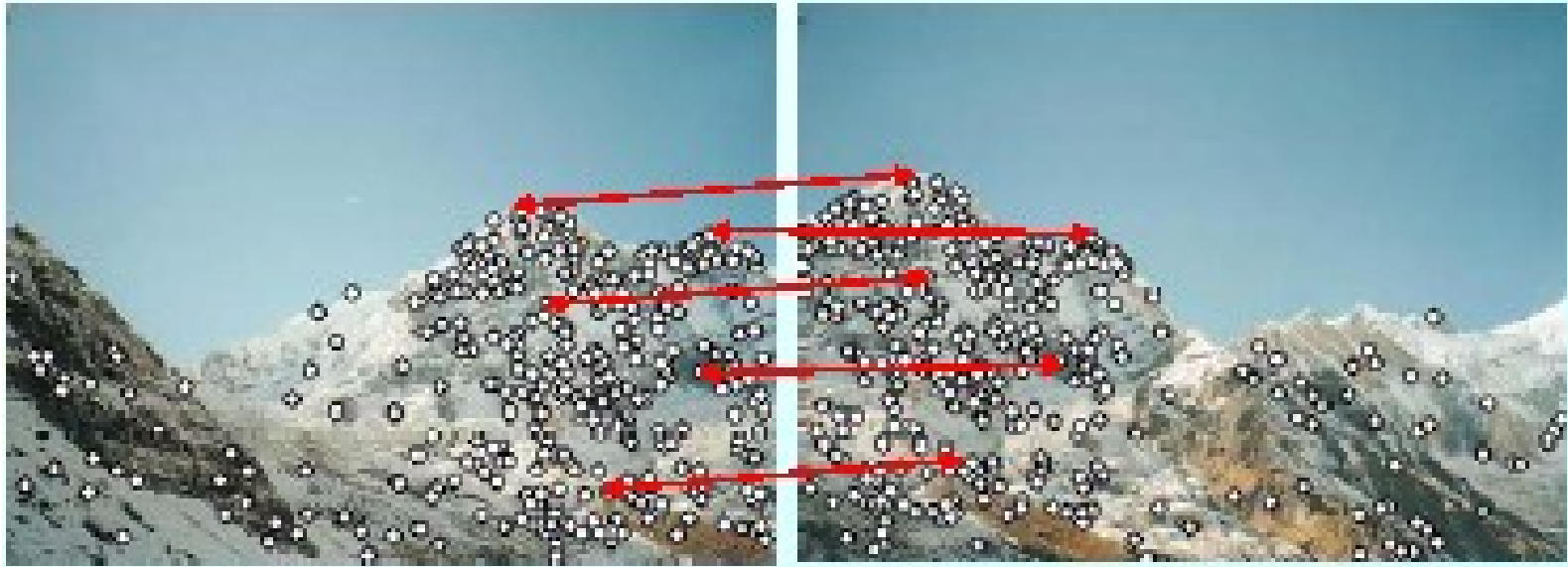
$$R[i, j] = S_{xx}[i, j]S_{yy}[i, j] - S_{xy}[i, j]^2 - k(S_{xx}[i, j] + S_{yy}[i, j])^2$$

5. Infine sogliare opportunamente R e fare nonmaximal suppression.

# Esempio

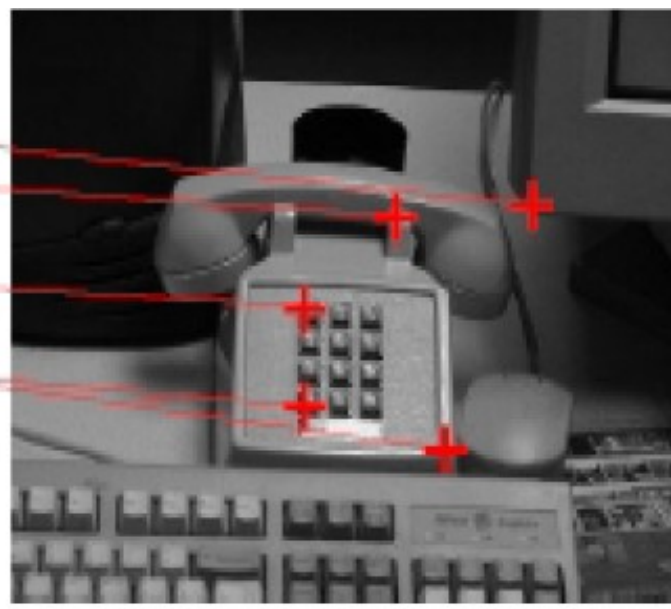


# Esempio



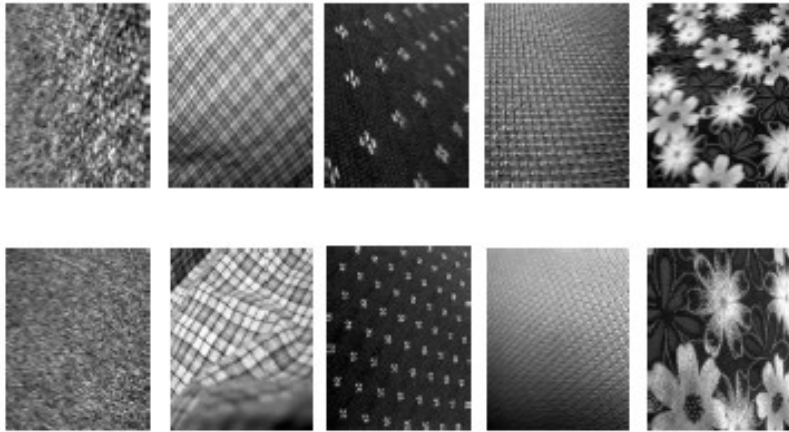


# Esempio

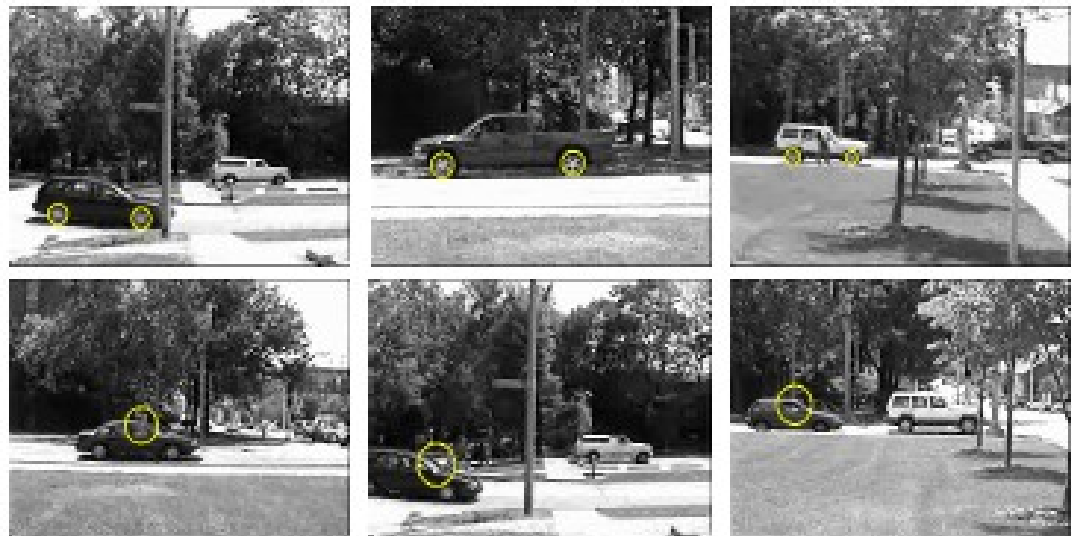




# Esempio



texture recognition



car detection