



Universidad Nacional de Mar del Plata

FACULTAD DE INGENIERÍA

OSCILADORES SENOIDALES

Circuitos electrónicos 1

Autor:

Vazquez, Leonardo David

Correo electrónico:

leonardo.vazquez@alumnos.fi.mdp.edu.ar

Junio 2021

Índice

1. Osciladores senoidales

2

1.1. Fundamentos teóricos

2

1.1.1. Criterio de oscilación

2

1.1.2. Control no lineal de amplitud

2

1.2. Oscilador RC

4

1.3. Oscilador tipo Colpitts

7

1.4. Oscilador con cristal

10

Resumen

En el presente trabajo, se propone realizar un análisis teórico de distintos circuitos que funcionan como osciladores senoidales.

1. Osciladores senoidales

1.1. Fundamentos teóricos

En los sistemas electrónicos surge con frecuencia la necesidad de contar con señales periódicas como por ejemplo señales senoidales. En particular, el método que se utiliza es el del concepto de realimentación y consiste en un amplificador y una red selectiva en frecuencia R-C o L-C.

En este punto se estudian los principios básicos de los osciladores lineales, el cual se tiene que emplear alguna forma de no linealidad para obtener el control de la amplitud de la onda de salida. De hecho todos los osciladores son, estrictamente hablando, circuitos no lineales. Para poder utilizar las herramientas de análisis y diseño de sistemas lineales se procede en dos pasos: primero se considera al sistema idealmente lineal, utilizando los criterios circuitales y de realimentación conocidos; y luego se hace uso de mecanismos no lineal para controlar la amplitud.

En la figura 1 se muestra un sistema realimentado. Considerando el límite de estabilidad: $1 + T(s) = 1 + a(s)f(s) = 0$.

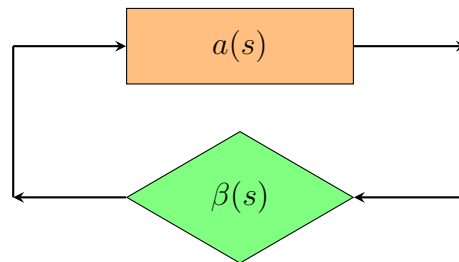


Figura 1: Esquema de un oscilador senoidal. $a(s)$: amplificador. $\beta(s)$ = red selectiva de frecuencia.

1.1.1. Criterio de oscilación

Si a una frecuencia angular específica w_o la ganancia de lazo $|a(w_o) \cdot \beta(w_o)| = 1$, el sistema sería un oscilador, es decir, tendría una salida finita sin excitación en su entrada. Para que el sistema oscile senoidalmente a la frecuencia w_o la condición antedicha sólo debe cumplirse a una tal frecuencia. Esto se conoce como criterio de oscilación de Barkhausen.

El criterio de Barkhausen puede desdoblarse en:

$$|a(w_o) \cdot \beta(w_o)| = 1 \quad (1)$$

$$\Phi\{a(w_o) \cdot \beta(w_o)\} = 0 \quad (2)$$

La expresión 1 es la denominada condición de amplitud. En la práctica, la red β es una red selectiva en frecuencia, siendo w_o su frecuencia central de mínima atenuación. A dicha frecuencia la amplificación $a(w_o)$ sería igual a la inversa de la atenuación de la red selectiva en frecuencia $\beta(w_o)$, de modo que la ganancia de lazo total sea unitaria. En cambio, la expresión 2 es la condición de fase, que establece que el desfase de la ganancia de lazo debe ser nulo a la frecuencia w_o .

1.1.2. Control no lineal de amplitud

El criterio de oscilación de Barkhausen garantiza oscilaciones senoidales en un sentido matemático. Si por medio de ajustes se lograra que el sistema cumpla exactamente la condición de amplitud, es

sabido que esta situación sería imposible de mantenerla en el tiempo, ya que variaciones inevitables de los parámetros (por ejemplo por temperatura) harían que los polos imaginarios puros se desplazaran a uno u otro lado en el plano S . Si los polos se desplazaran hacia la izquierda del eje imaginario (zona estable) las oscilaciones cesarían. Por el contrario, si los polos se movieran hacia el semiplano derecho, la amplitud de las oscilaciones tendería a aumentar siendo limitadas por la saturación de los dispositivos activos, generando señales oscilantes con alto grado de distorsión. Es sabido, además, que la amplitud de la señal de salida de un sistema con polos en el eje imaginario depende en forma teórica de las condiciones iniciales. Estos dos efectos, la variación de los parámetros y la dependencia de la amplitud de salida de las condiciones iniciales, hacen necesario un mecanismo de control no lineal de la ganancia del sistema.

Básicamente el mecanismo de control debe cumplir con lo siguiente:

- En primera instancia se debe diseñar el sistema para que los polos se encuentren en la mitad derecha del plano S , con la precaución de que estén cercanos al eje imaginario j . Esta condición se obtiene modificando el criterio de Barkhausen de modo que se cumpla la condición de fase y que se cumpla en exceso la condición de amplitud: $|a(w_o) \cdot \beta(w_o)| > 1$, de esta manera aseguramos que los polos iniciales estén en el semiplano derecho. Para que no haya excesiva distorsión no lineal en la señal de salida, la condición de amplitud debe diseñarse para que se cumpla en exceso pero en menos de un 10 %, como criterio práctico.
- En el caso del item anterior, si se conecta la fuente de alimentación, la amplitud de las oscilaciones tiende a incrementarse. Cuando la amplitud llega a un nivel deseado, la red no lineal entra en acción y hace que la ganancia de lazo se reduzca exactamente a la unidad. En otras palabras, los polos serían 'movidos' al eje jw . Esto haría que el circuito sostenga oscilaciones a la amplitud deseada. Si por algún motivo la ganancia de lazo se redujera por debajo de la unidad, la amplitud tendería a disminuir, esto sería detectado por la red no lineal, que haría que la ganancia de lazo aumente lo necesario para llegar nuevamente a la unidad.

1.2. Oscilador RC

Se desea obtener, a partir del circuito de la figura 2, el valor de la resistencia R_x para cumplir con la condición de amplitud. Además, se desea saber cuál es la frecuencia de oscilación del circuito.

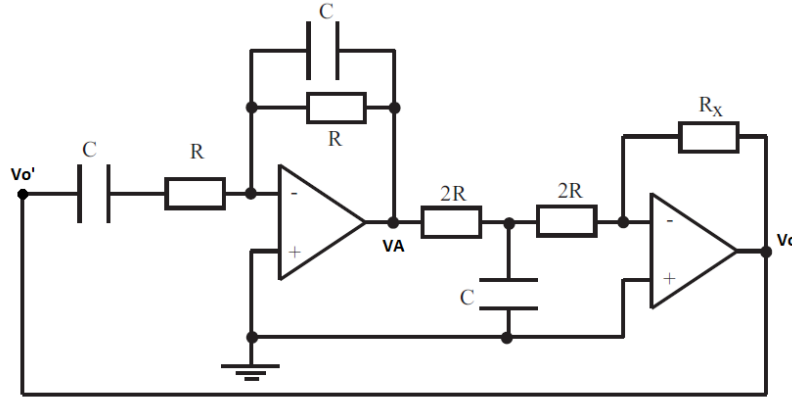


Figura 2: Circuito oscilador RC.

Debido a las características ideales de los amplificadores operacionales, se puede cortar el lazo cerrado justo en la rama entre los nodos V_o' y V_o . De esta forma, el circuito de la figura 2 queda como la figura 3, donde en esta última se observan los bloques correspondientes al amplificador $a(w_o)$ (color naranja) y la red selectiva de frecuencia $\beta(w_o)$ (color verde). Se aplica entonces un equivalente de Thevenin (color rojo) en el sitio indicado:

$$\frac{V_A}{V_o'} = -\frac{Z_{R\parallel C}}{Z_{R-C}} = -\frac{\frac{R}{j\omega RC+1}}{\frac{j\omega RC+1}{j\omega C}} = -\frac{j\omega RC}{(j\omega RC+1)^2} \quad (3)$$

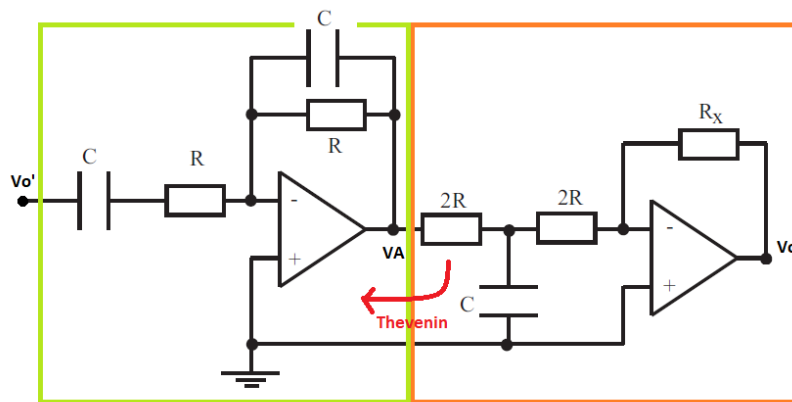


Figura 3: Circuito oscilador RC a lazo abierto.

Luego se vuelve a aplicar Thevenin pero esta vez en la entrada no inversora del amplificador operacional de $a(w_o)$. La impedancia que ve tal entrada es:

$$Z_o = 2R + \frac{2R}{jwCR + 1} = 4R \cdot \frac{(jwCR + 1)}{(jw2CR + 1)} \quad (4)$$

Donde la fuente de thevenin correspondiente es, con el divisor resistivo RC (configuración pasabajos):

$$V_{th} = V_A \cdot \frac{1}{1 + jwC2R} \quad (5)$$

El circuito posee la forma como se observa en la figura 4.

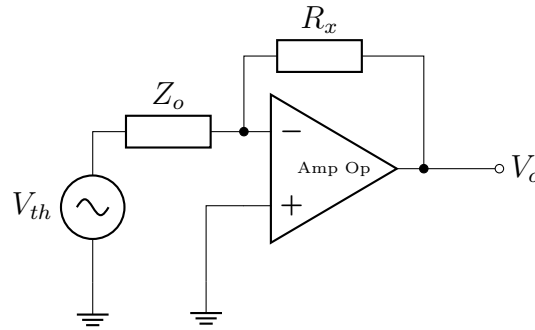


Figura 4: Circuito equivalente.

La configuración del circuito equivalente de la figura anterior es conocida por lo que su función transferencia es, simplemente:

$$\frac{V_o}{V_{th}} = -\frac{R_x}{Z_o} \quad (6)$$

La ganancia de lazo abierto es:

$$\frac{V_o}{V'_o} = \frac{V_o}{V_{th}} \cdot \frac{V_{th}}{V_A} \cdot \frac{V_A}{V'_o} = -\frac{R_x}{Z_o} \cdot \frac{1}{1 + jwC2R} \cdot -\frac{jwRC}{(jwRC + 1)^2} \quad (7)$$

Trabajando algebraicamente, sabiendo que Z_o posee la forma de la ecuación 4, entonces:

$$\frac{V_o}{V'_o} = R_x \cdot \frac{jwC}{4 \cdot \{1 - 3 \cdot (wCR)^2\} + 4j \cdot \{2wCR - (wCR)^3\}} \quad (8)$$

La condición de fase establece que la fase de la transferencia de lazo abierto debe ser nula, por lo que, anulando la parte real del denominador de la expresión 8, se elimina la parte imaginaria, por lo que el único valor de w_o para el cual ocurre esto es, efectivamente, la frecuencia de oscilación:

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot RC} \quad (9)$$

O mismo también:

$$f_o = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot RC} \quad (10)$$

La expresión 8 posee la forma:

$$\frac{V_o}{V'_o} = R_x \cdot \frac{w_o C}{4 \cdot \{2wCR - (wCR)^3\}} \quad (11)$$

Pero la condición de amplitud establece que la transferencia de lazo abierto debe ser unitaria, por lo tanto, despejando se obtiene el valor de la resistencia R_x para que el circuito oscile a una frecuencia w_o (ecuación 9):

$$R_x = 4 \cdot \frac{\{2wCR - (wCR)^3\}}{w_o C} = \frac{32}{3} \cdot R \quad (12)$$

1.3. Oscilador tipo Colpitts

En el oscilador del circuito de la figura 5, conocido como oscilador Colpitts, se desea calcular su frecuencia de oscilación f_o , el factor de calidad Q_c y el valor de la corriente de polarización I_{CQ} del transistor TBJ para que comiencen las oscilaciones.

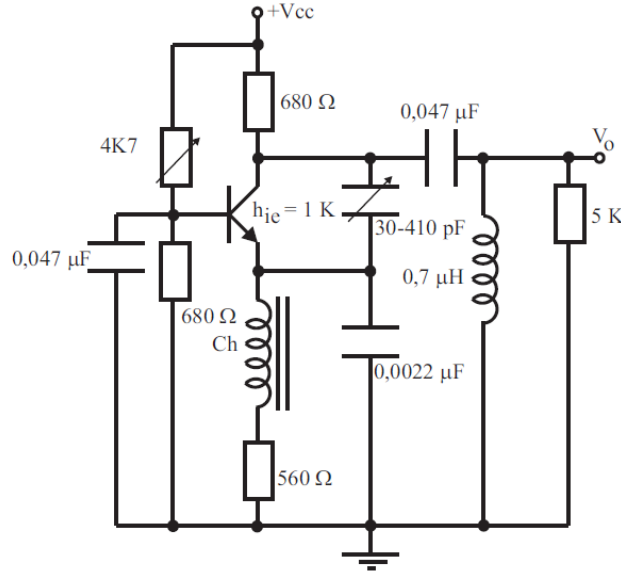


Figura 5: Oscilador tipo Colpitts.

Redibujando el circuito, para un análisis de alterna, donde los capacitores de desacople de $0,047\mu f$ actúan como corto-circuitos, y la bobina de choque Ch actúa como un circuito-abierto:

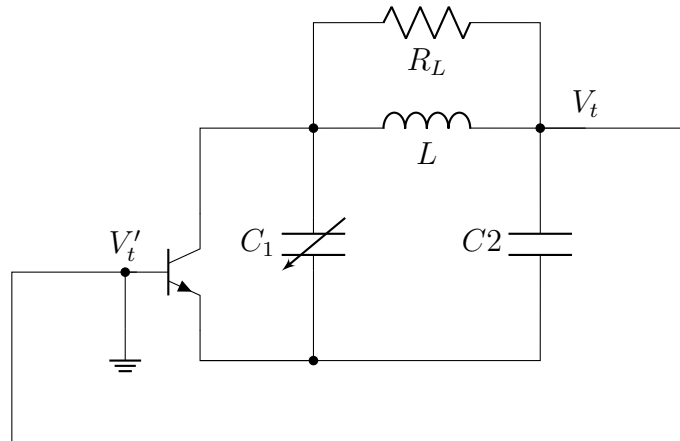


Figura 6: Equivalente de alterna.

Donde $R_L = 680K\Omega \parallel 5K\Omega$. En el circuito equivalente, es evidente que la red amplificadora $a(w)$ corresponde al transistor TBJ, quien desfasa 180 a la fase, por lo que la red selectiva de frecuencia $,LC$, también debe desfasar la fase en 180. Se puede demostrar que para cumplir la condición de fase se tiene que cumplir la siguiente ecuación, que establece que la suma de las reactancias debe ser nula:

$$X_L + X_{C1} + X_{C2} = 0 \quad (13)$$

Donde tal expresión se cumple para la siguiente frecuencia de oscilación:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{L \cdot C_1 \cdot C_2}} \quad (14)$$

Pero dado que el capacitor C_1 varía entre $30pF$ y $410pF$, la frecuencia f_o varía entonces entre:

$$f_o = \begin{cases} 10.23MHz & \text{si } C_1 = 30pF \\ 34.97MHz & \text{si } C_1 = 410pF \end{cases} \quad (15)$$

Conociendo que la atenuación de la red $\beta(w)$ es $\frac{X_1}{X_2} = \frac{C_2}{C_1}$, la peor atenuación se da para el valor mínimo de C_1 , es decir, el valor máximo de f_o , $34.97MHz$. Se analiza entonces el circuito cortando el lazo entre los nodos V_t y V'_t , como se observa en la figura 7.

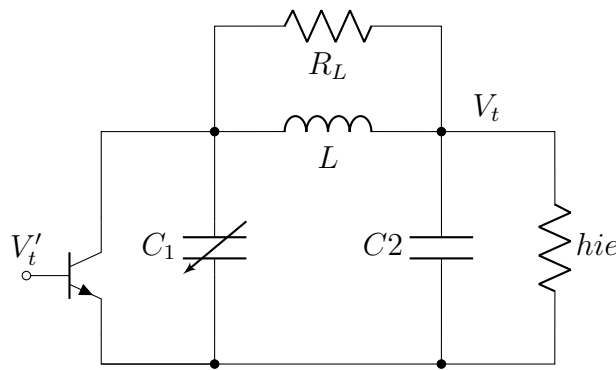


Figura 7: Equivalente de alterna a lazo abierto.

Se debe probar la condición de amplitud: $\frac{V_t}{V'_t} = 1$. Se calcula la impedancia que ve el capacitor C_1 a la frecuencia $w_o = 2\pi \cdot f_o(max)$:

$$Z_{eq} = R_L \parallel X_L + hie \parallel X_{C_2} \cong 37\Omega + j \cdot 142.3\Omega \quad (16)$$

Trabajando en términos de admitancia:

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} \cong 1.7m\mathcal{U} - j \cdot 6.6m\mathcal{U} \equiv \frac{1}{R_{eq}} - j \cdot \frac{1}{w_o \cdot L_{eq}} \quad (17)$$

De esta forma se obtienen, en paralelo a C_1 , una resistencia equivalente $R_{eq} \cong 582\Omega$ y un inductor equivalente $L_{eq} \cong 691nHy$. En el circuito de la figura 8 se observa esta equivalencia:

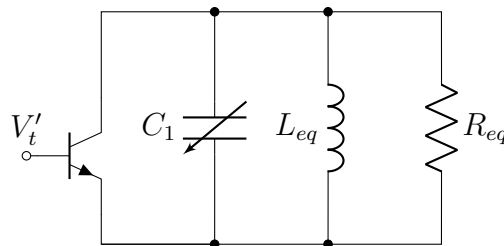


Figura 8: Equivalente de thevenin.

Por lo que la frecuencia de oscilación es:

$$f'_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L_{eq} \cdot C_1(min)}} \cong 34.95 MHz \quad (18)$$

Se demuestra entonces que la frecuencia no se ve afectada al tener en cuenta los efectos de carga. Como un cálculo adicional se obtiene el factor de calidad de dicha red:

$$Q_c = \frac{R_{eq}}{X_L} = \frac{R_{eq}}{2\pi \cdot f'_o \cdot L_{eq}} \cong 3.83 \quad (19)$$

Ahora bien, se sabe que la ganancia del transistor TBJ es:

$$g_m \cdot R_{eq} = \frac{I_C}{V_T(2.6mV)} \dot{R}_{eq} \quad (20)$$

Sabiendo que la condición de arranque es que la ganancia del amplificador sea mayor a la atenuación de la red selectiva, se despeja el valor de la corriente del colector I_C (polarización):

$$\frac{I_C}{V_T(2.6mV)} \dot{R}_{eq} > \frac{C_2}{C_1(min)} \quad (21)$$

De esta forma se obtiene: $I_C > 3.3mA$. Es decir, se debe de polarizar al transistor TBJ de forma tal de tener una corriente de colector que satisfaga la condición impuesta para que el circuito efectivamente funcione como un oscilador.

1.4. Oscilador con cristal

Para el circuito de la figura 9, se desea calcular la frecuencia de oscilación y verifica si se cumple la condición de amplitud:

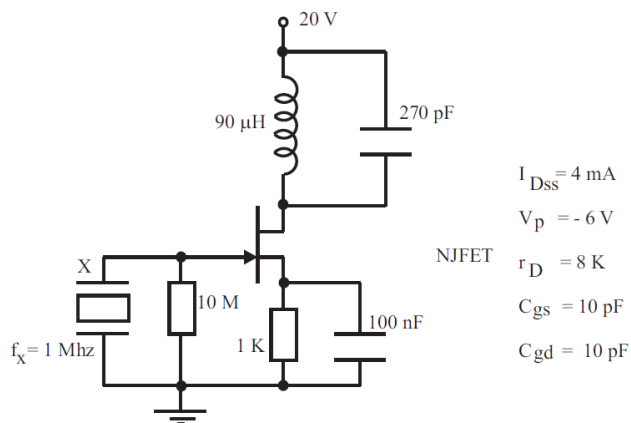


Figura 9: Oscilador con cristal.

En equivalente de alterna es, sabiendo que el capacitor de $100nF$ actúa como un corto circuito, y conociendo el modelo del alterna del *JFET*:

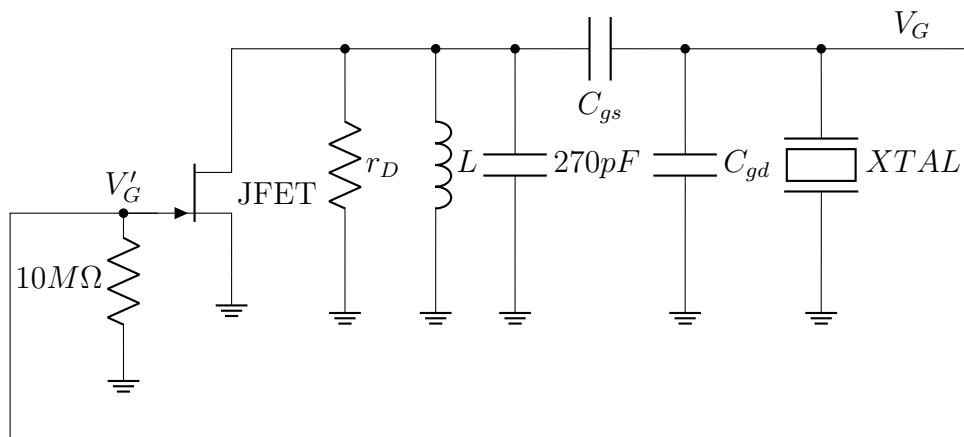


Figura 10: Equivalente de alterna.

Recortando el lazo entre los nodos V_G y V'_G , obtenemos así el circuito a lazo abierto como se observa en la figura 11. En ella no se puede saber a priori cuáles son las reactancias X_1 , X_2 y X_3 que determinan la condición de fase en este tipo de redes LC. Es por eso que se adoptan las reactancias en paralelo como se indican en las expresiones 22, 23, 24, a la frecuencia del cristal oscilador $f_o = 1MHz$.

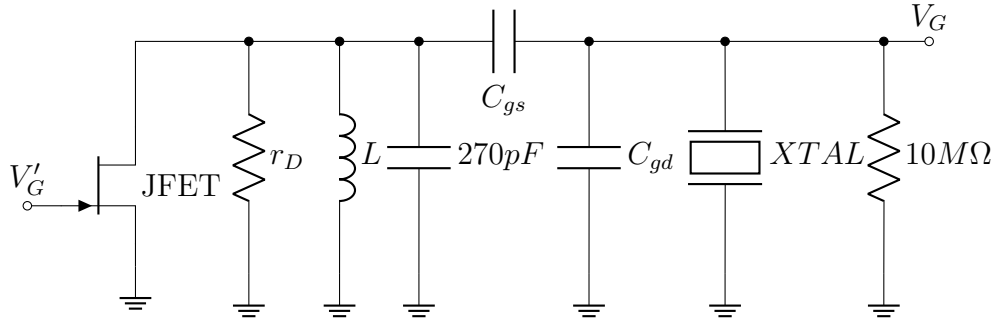


Figura 11: Equivalente de alterna a lazo abierto.

$$X_1(f_o) = jX_L \parallel jX_{270pF} \cong j13.9K\Omega \quad (22)$$

$$X_3(f_o) = jX_{C_{gs}} \cong -j15.9K\Omega \quad (23)$$

$$X_2(f_o) = jX_{C_{gd}} \parallel Z_{XTAL} \quad (24)$$

La condición de fase es:

$$X_1(f_o) + X_2(f_o) + X_3(f_o) = 0 \quad (25)$$

Despejando $X_2(f_o)$ se obtiene $X_2(f_o) \cong 2K\Omega$. Luego, se aplica un equivalente de thevenin desde X_1 :

$$Z_{eq} = jX_3(f_o) + jX_2(f_o) \parallel 10M\Omega \cong 800\Omega - j15.5K\Omega \quad (26)$$

En términos de admitancia:

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} \cong 3.3\text{S} + j64.3\text{S} \equiv \frac{1}{R_{eq}} + j2\pi f_o \cdot C_{eq} \quad (27)$$

Se obtiene entonces, en paralelo, una impedancia equivalente que consta de una resistencia $R_q \cong 300K\Omega$ en paralelo con un capacitor $C_{eq} \cong 10.23pf$. EL circuito entonces posee la forma de la figura 12.

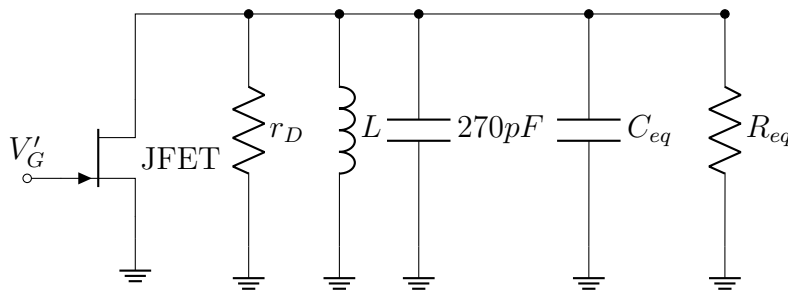


Figura 12: Equivalente de thevenin.

Por lo que la frecuencia de oscilación es:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C_{eq} + 270pF}{L \cdot C_{eq} \cdot 270pF}} \cong 1.002MHz \quad (28)$$

Claramente el resultado anterior es el esperado por lo que los efectos de carga y/o desviaciones de los elementos no lograrían desviar de manera significativa a la frecuencia de oscilación deseada.

Ahora bien, se sabe que la condición de amplitud es:

$$g_m \cdot R_{eq} \parallel r_D \geq \frac{X_1}{X_2} \cong 7 \quad (29)$$

Por lo que se tiene que analizar la polarización del JFET para asegurar la condición anterior tal que la tras-conductancia del dispositivo sea $g_m \geq 0.899\mu\mathcal{U}$. Para ello se recurre a un análisis de polarización en el cual la corriente de Drain I_D depende de la polarización en inversa V_{gs} :

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2 \quad (30)$$

Pero dado que la polarización depende de la resistencia en el Source $1K\Omega$ (ya que en continua el capacitor en paralelo actúa como un circuito abierto):

$$I_D = -\frac{V_{gs}}{1K\Omega} \quad (31)$$

Por lo que la intersección entre las curvas dadas por las ecuaciones 30 y 31 sería el punto de operación $(I_{DQ}; V_{gsQ})$. En la figura 13 se grafican dichas curvas por lo que se obtiene $I_{DQ} \cong 1.88mA$ y $V_{gsQ} \cong -1.88V$. La tras-conductancia g_m está dada por la siguiente expresión:

$$g_m = -2\frac{I_{DSS}}{V_p} \cdot \left(1 - \frac{V_{gsQ}}{V_p}\right) \cong 0.9155\mu\mathcal{U} \quad (32)$$

Dado que es mayor al valor límite que cumple la condición de arranque y amplitud, podemos asegurar que el circuito efectivamente va a oscilar.

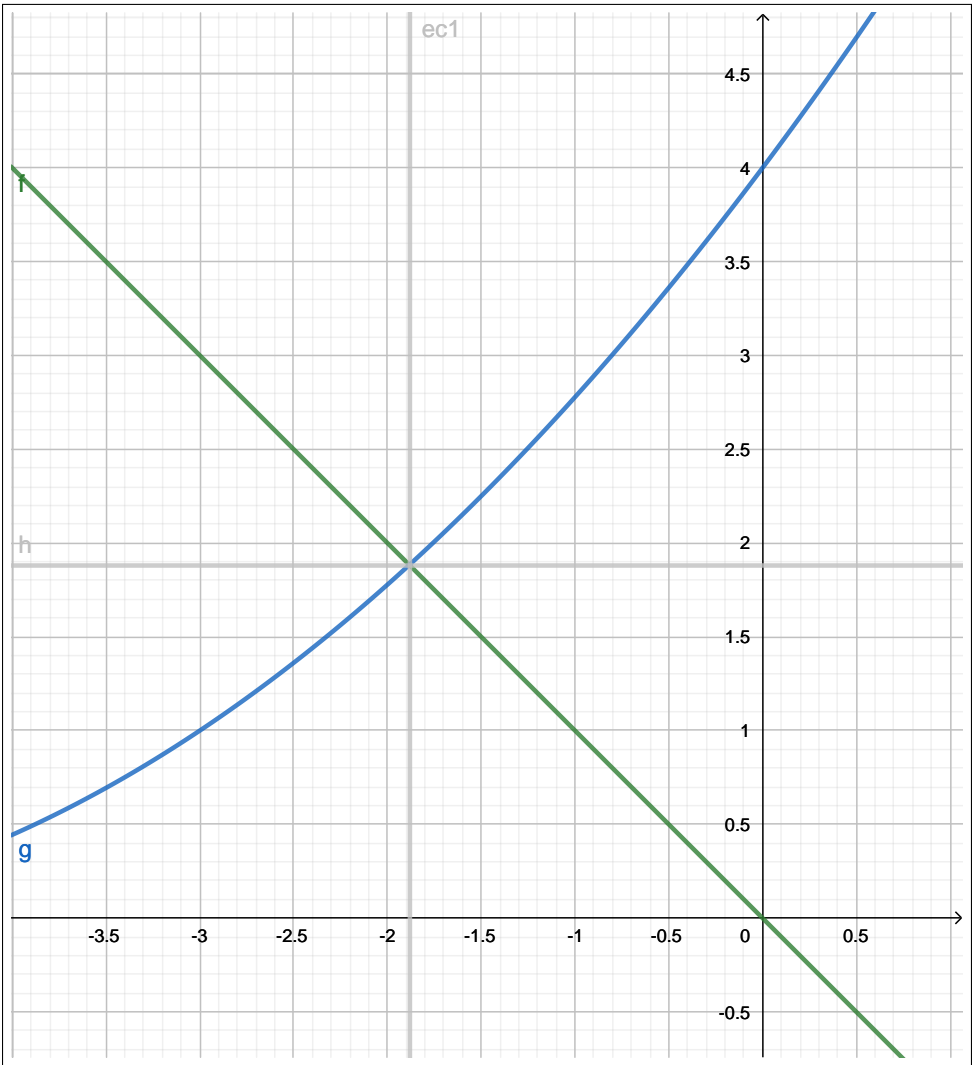


Figura 13: Intersección entre curvas. Eje horizontal medido en V . Eje vertical medido en mA