Protokoll PAP2 Versuch 245: Induktion

Leonard Scheuer

Motivation/Versuchsziel

Dieser Versuch soll das Phänomen der Induktion demonstrieren. Dazu werden sowohl künstliche als auch natürliche (Erd-) Magnetfelder verwendet. Ferner können wir durch Kompensation beider Magnefelder das Erdmagnetfeld vermessen.

Grundlagen

Induktionsgesetz

Wir betrachten eine Leiterschleife mit N Windungen und eingeschlossener Fläche A. Ist ϕ der Magnetische Fluss durch die Fläche, so gilt (dies lässt sich sofort aus der ensprechenden Maxwellgleichung sehen) mit der Definition der Spannung

$$U = \int \vec{E} d\vec{s} \tag{1}$$

das Induktionsgesetz:

$$U(t) = -\frac{d}{dt}\phi = -BAN\omega \sin(\omega t) \tag{2}$$

Wobei sich die letzte Gleichheit ergibt, wenn die Flachspule um eine in ihrer Fläche liegende Achse $\vec{\omega}$ rotiert wird. B ist die magnetische Flussdichte, die hier zunächst als homogen angenommen wird. Ist das B-Feld periodisch mit Ω sinusidal richtungswechselnd, so ergibt sich mit B als Amplitude des schwingenden Feldes:

$$U = BAN\Omega \cos(\varphi) \sin(\Omega t) \tag{3}$$

wobei φ der Neigungswinkel zwischen der Flächennormale der Flachspule und dem B-Feld ist.

Helmholtzspulen

Eine Helmholtzspule ist eine Anordnung von zwei Spulen, deren Abstand zueinander gerade der Radius ist. Dieser Abstand ist gerade so gewählt, dass auch die zweite Ableitung des Feldes im Zentrum verschwindet (erste verschwindet wegen Symmetrie). Das Feld weißt dort also eine hohe Homogenität auf. Mittels Biot-Savart bestimmt sich das Feld so zu:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{R} \tag{4}$$

Wobei n hier die Anzahl der Windungen der Spulen ist.

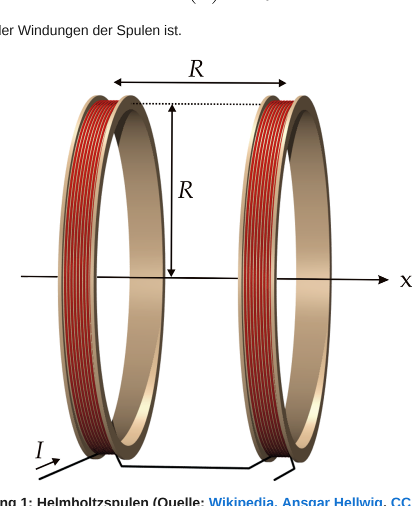


Abbildung 1: Helmholtzspulen (Quelle: Wikipedia, Ansgar Hellwig, CC BY-SA 3.0)

Erdmagnetfeld

Die Erde besitzt ein natürliches Magnetfeld (verursacht durch bewegung leitender Materie im Inneren). Dieses kann in Näherung als Dipol verstanden werden. Die Erdoberfläche durchdringen die Magentfeldlinien mit einem Positionsabhängigen Inkanationswinkel α. $\vec{B}$ können wir in Horizontal- und Vertikalkomponente aufspalten. In der nachfolgenden Abbildung ist all dies zu sehen.

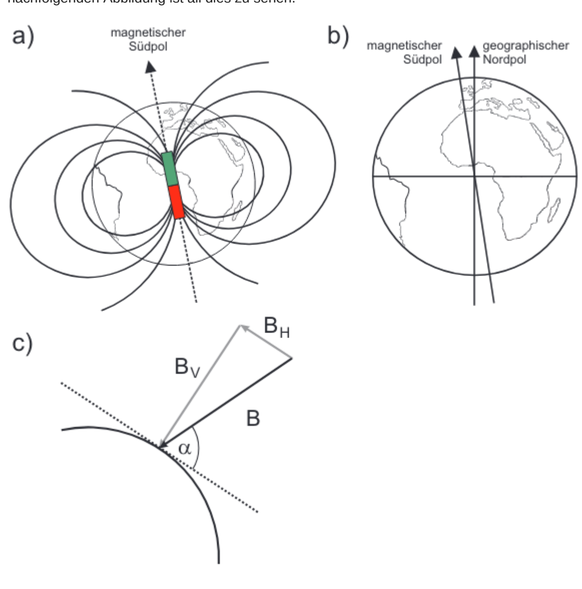


Abbildung 2: Erdmagnetfeld (Quelle: Script)

Material

Oszilloskop

- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor mit Treibriemen
- Diverse Netzteile
- Multimeter
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule mit einer im Zentrum drehbar gelagerten Induktionspule.

  Daten der Helmholtzspule:

  - Durchmesser: 295 mm
  - Abstand der Spulen: 147 mm
  - Windungszahl je Spule: 124

    Daten der Induktionsspule:

  - Windungszahl: 4000
  - Fläche: 41,7 cm²

Versuche

1 Vorversuch

Qualitativ wird ein Stabmagnet in verschiedener Geschwindigkeit durch eine Spule bewegt, um Induktion zu beobachten.

2 Induktionsgesetz

Hier wird die Induktionsspannung (Spitze-Spitze-Spannung) in einer rotierenden Induktionsspule (mit dem Osszilloskop) gemessen:

- Bei konstantem (Helmholtz-)Spulenstrom von etwa 4A für Drehfrequenzen zwischen 3Hz bis zu 15Hz in Schritten von 3Hz.
- Bei konstanter Drehfrequenz von etwa 10Hz bei veränderlichem Spulenstrom zwischen 0.5A bis 4.5A in Schritten von 0.5A

3 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom (Lufttransformator)

Nun wird die Helmholtzspule an den Leistungsfunktionengenerator angeschlossen. Es wird die Induktionsspannung gemessen:

- Bei konstantem Wechselstrom 100Hz in verschiedenen Winkeln φ in Schritten von 30°.
- Im Frequenzbereich zwischen 20Hz und 2kHz. In Schritten von 20Hz im Bereich unter 200Hz, darüber 200Hz. Zusätzlich werden Strom und Spannug der Helmholtzspulen aufgenommen. Schließlich überzeugt man sich qualitativ davon, dass bei Drehung der Sekundärspule eine Schwebung mit gleicher Frequenz der Induktionsspannug entsteht.

4 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

Der Aufbau wird grob in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Es wird gemessen:

- die Induktionsspannung bei einer Rotation der Spule von etwa 15Hz ohne künstliches Magnetfeld.
- der Helmholtzspulenstrom, bei welchem die Induktionsspannung minimal wird. Dort wird auch die verbleibende Induktionsspannung und Drehfrequenz (etwa 15Hz wählen) gemessen.

Messdaten

siehe Anhang

Auswertung

Induktionsgesetz

Wir tragen zunächst die Induktionsspannung (halbe Spitze-Spitze-Spannung) über Frequenz und Spulenstrom auf. Über ersteres bestimmen wir durch linearen Fit das Magnetfeld B. Die Steigung der Geraden ist nach obiger Formel gerade $m = 2\pi BAN$, also

$$B_i = m/2\pi NA \tag{5}$$

$$\Delta B_i = \Delta m/2\pi NA \tag{6}$$

Wir wollen den Wert Vergleichen mit demjenigem B_H, welches erhalten wird, wenn Gl. (4) verwendet wird.

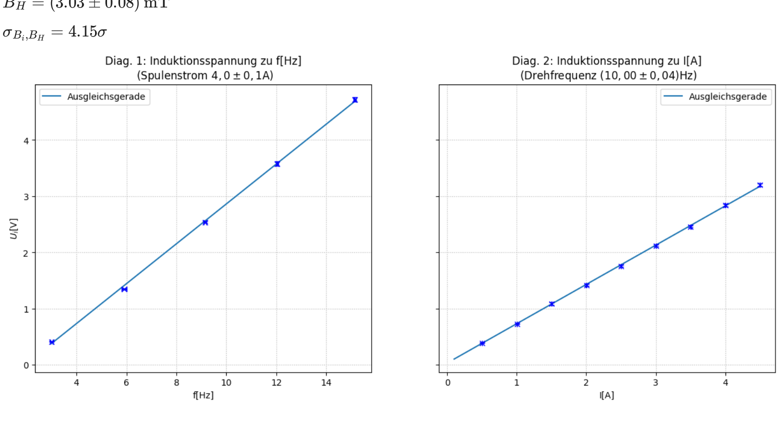
In [1]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.mlab as mlab
from matplotlib.pyplot import figure
import numpy as np
from IPython.display import Markdown, Latex, display
import pandas as pd
from scipy.optimize import curve_fit
import uncertainties
from uncertainties import ufloat as uf
from uncertainties.umath import *
from uncertainties import unumpy as unp
from uncertainties.unumpy import (nominal_values as noms,
                                  std_devs as stds)
from scipy.signal import *

table_counter=1

diag_dpi=100

def round_up(n, decimals = 0):
    multiplier = 10 ** decimals
    return np.ceil(n * multiplier) / multiplier

def out(name,c,unit="",zp=0,decimals=2):
    if isinstance(c, uncertainties.UFloat):
        display(Markdown("$"+name+" = " +'({:L})'.format(c)+" \   \mathrm{"+unit+"}$"))
    elif type(c) in [float,int]:
        display(Markdown("$"+name+" = " +"{:.{}f}".format(round(c*10**(-zp),decimals),decimals)+uni
    else:
        print(c)

def df_out(df,title=""):
    global table_counter
    display(Markdown("**Tabelle "+str(table_counter)+": " +title+ "**"))
    display(Markdown(df.to_markdown()))
    table_counter+=1

def usigma(g1,g2):
    return abs((g1.n-g2.n)/unp.sqrt(g1.s**2+g2.s**2))

def outwstd(name,c,Dc,zp=0,decimals=0,unit=""):
    if zp==0:
        display(Markdown("$"+name+" = (" +"{:.{}f}".format(round(c*10**(-zp),decimals),decimals)+"
    else:
        display(Markdown( "$ "+name+" = ( " +"{:.{}f}".format(round(c*10**(-zp),decimals),decimals)

def out_sys_std(name,c,zp=0,decimals=0,unit=""):
    if zp==0:
        pass
        display(Markdown( "$ "+name+" = ( " +"{:.{}f}".format(round(c[0]*10**(-zp),decimals), decim
    else:
        display(Markdown( "$ "+name+" = ( " + "{:.{}f}".format(round(c[0]*10**(-zp),decimals),decim

def out_no_error(name,c,zp=0,decimals=0,unit=""):
    if zp==0:
        display(Markdown("$"+name+" = " +"{:.{}f}".format(round(c*10**(-zp),decimals),decimals)+uni
    else:
        display(Markdown( "$ "+name+" = " +"{:.{}f}".format(round(c*10**(-zp),decimals),decimals)+"

def df_out(df,title=""):
    global table_counter
    display(Markdown("**Tabelle "+str(table_counter)+": " +title+ "**"))
    display(Markdown(df.to_markdown()))
    table_counter+=1

def sigma(g1,Dg1,g2,Dg2):
    return abs((g1-g2)/np.sqrt(Dg1**2+Dg2**2))

def quad_add(arr):
    quad_sum=0
    for i in arr:
        quad_sum+=i**2
    return (quad_sum**0.5)/len(arr)

def fit_line(x, m, n):
    return m * x + n
```

In [2]:
```
Df_U_to_f=pd.read_csv('1_1.csv')  #Read Data
Df_U_to_f["U [V]"]=0.5* Df_U_to_f["U [V]"]
Df_U_to_f["ΔU [V]"]=0.5* Df_U_to_f["ΔU [V]"]
popt_f, pcov_f = curve_fit(fit_line, Df_U_to_f["f [Hz]"], Df_U_to_f["U [V]"], sigma = np.sqrt(quad_

x = np.linspace(3, 15.2, 2)

fig, (plt1, plt2) = plt.subplots(1, 2, sharey=True)
fig.set_size_inches(15,6)
fig.set_dpi(diag_dpi)

plt1.plot(x, fit_line(x, *popt_f),label="Ausgleichsgerade")
plt1.grid(ls='dotted')
plt1.errorbar(Df_U_to_f["f [Hz]"], Df_U_to_f["U [V]"], yerr = Df_U_to_f["ΔU [V]"], xerr = Df_U_to_f

plt1.set_title('Diag. 1: Induktionsspannung zu f[Hz]\n (Spulenstrom $4,0 \pm 0,1$A)')
plt1.set(xlabel='f[Hz]', ylabel='$U_i$[V]')
_=plt1.legend()

Df_U_to_I=pd.read_csv('1_2.csv')  #Read Data
Df_U_to_I["U [V]"]=0.5* Df_U_to_I["U [V]"]
Df_U_to_I["ΔU [V]"]=0.5* Df_U_to_I["ΔU [V]"]
popt_I, pcov_I = curve_fit(fit_line, Df_U_to_I["I [A]"], Df_U_to_I["U [V]"], sigma = np.sqrt(quad_a

x = np.linspace(0.1, 4.5, 2)

plt2.plot(x, fit_line(x, *popt_I),label="Ausgleichsgerade")
plt2.grid(ls='dotted')
plt2.errorbar(Df_U_to_I["I [A]"], Df_U_to_I["U [V]"], yerr = Df_U_to_I["ΔU [V]"], xerr = Df_U_to_I[

plt2.set_title('Diag. 2: Induktionsspannung zu I[A]\n (Drehfrequenz $(10,00 \pm 0,04)$Hz)')
plt2.set(xlabel='I[A]')
_=plt2.legend()

N=4000
A=0.00417
n=124
r=0.147
mu_0=1.25663706212*10**(-6)

I=uf(4,0.1)

B_i=uf(popt_f[0]/(2*np.pi*N*A),np.sqrt(pcov_f[0,0])/(2*np.pi*N*A))
B_H=I*8*mu_0*n/(np.sqrt(125)*r)
out("B_i",B_i*10**3,"mT")
out("B_H",B_H*10**3,"mT")
out("\\sigma_{B_i, B_H}",usigma(B_H,B_i),"\\sigma")
```

$$B_i = (3.39 \pm 0.04)\ \mathrm{mT}$$

$$B_H = (3.03 \pm 0.08)\ \mathrm{mT}$$

$$\sigma_{B_i,B_H} = 4.15\sigma$$

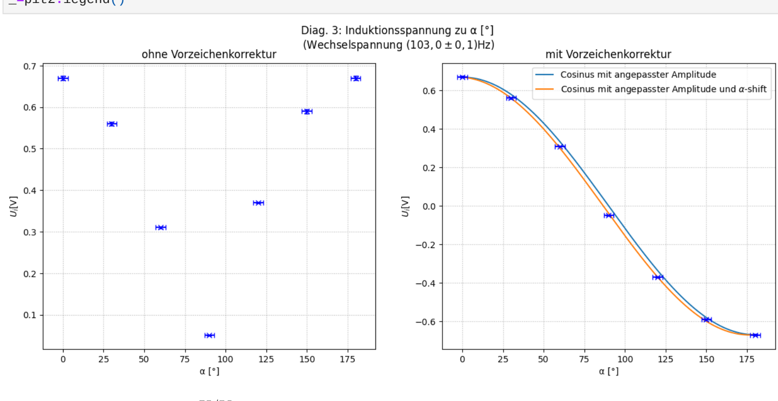


Die Ergebnisse unterscheiden sich signifikant. Eine Erklärung hierfür ist dass der Raum zwischen dern Helmholtzspulen nicht, wie im idealisierten Fall, frei, sondern gefüllt durch die Aufhängung der Sekundärspule. Eine weitere Betrachtung wird in der Diskussion erfolgen.

Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

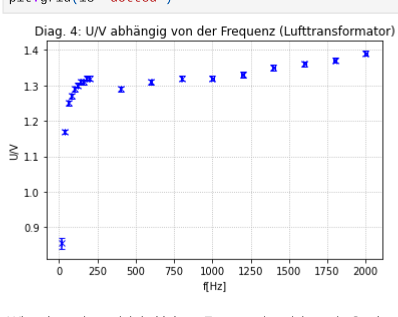
Wir geben zunächst die Messwerte der Induktionsspannung zum Winkel an. Jedoch ist nur der Betrag der Spannung gemessen worden, der negative Cosinus-Faktor aus (3) ist daher nur im Betrag sichtbar. Rechnet man den Vorzeichenwechsel mit ein, so erhält man das zweite Diagramm und erhält wie erwartet einen Cosinus.

In [3]:
```
Df_U_to_f=pd.read_csv('2_1.csv')  #Read Data
Df_U_to_f["U [V]"]=0.5* Df_U_to_f["U [V]"]
Df_U_to_f["ΔU [V]"]=0.5* Df_U_to_f["ΔU [V]"]

x = np.linspace(3, 15.2, 2)

fig, (plt1,plt2) = plt.subplots(1, 2)
fig.set_size_inches(15,6)
fig.set_dpi(diag_dpi)

plt1.grid(ls='dotted')
plt1.errorbar(Df_U_to_f["α [°]"], Df_U_to_f["U [V]"], yerr = Df_U_to_f["ΔU [V]"], xerr = Df_U_to_f[
plt1.set_title('ohne Vorzeichenkorrektur')

fig.suptitle('Diag. 3: Induktionsspannung zu α [°]\n (Wechselspannung ($103,0 \pm 0,1$Hz)')
_=plt1.set(xlabel='α [°]', ylabel='$U_i$[V]')

Df_U_to_f["U [V]"]=Df_U_to_f["U [V]"]*(-1)**(Df_U_to_f["α [°]"].between(90, 180))
plt2.set_title('mit Vorzeichenkorrektur')

def amp_cos(x,amp):
    return amp*np.cos(x*(2*np.pi/360))

def amp_shift_cos(x,amp,shift):
    return amp*np.cos((x+shift)*(2*np.pi/360))


x = np.linspace(0, 180, 500)

popt_a, pcov_a = curve_fit(amp_cos, Df_U_to_f["α [°]"], Df_U_to_f["U [V]"], sigma = np.sqrt(quad_ad

plt2.plot(x, amp_cos(x, *popt_a),label="Cosinus mit angepasster Amplitude")

popt_a, pcov_a = curve_fit(amp_shift_cos, Df_U_to_f["α [°]"], Df_U_to_f["U [V]"], sigma = np.sqrt(q

plt2.plot(x, amp_shift_cos(x, *popt_a),label="Cosinus mit angepasster Amplitude und $ \\alpha $-shi

plt2.grid(ls='dotted')
plt2.errorbar(Df_U_to_f["α [°]"], Df_U_to_f["U [V]"], yerr = Df_U_to_f["ΔU [V]"], xerr = Df_U_to_f[

_=plt2.set(xlabel='α [°]', ylabel='$U_i$[V]')
_=plt2.legend()
```



Wir stellen jetzt das Verhältnis U/V aus Induzierter zu angelegter Spannung dar.

In [4]:
```
Df_2_2=pd.read_csv('2_2.csv')  #Read Data
Df_2_2["U [V]"]=0.5* Df_2_2["U [V]"]
Df_2_2["ΔU [V]"]=0.5* Df_2_2["ΔU [V]"]
Df_2_2["V [V]"]=0.5* Df_2_2["V [V]"]
Df_2_2["ΔV [V]"]=0.5* Df_2_2["ΔV [V]"]
Df_2_2["U/V"]=Df_2_2["U [V]"]/Df_2_2["V [V]"]
Df_2_2["ΔU/V"]=np.sqrt((Df_2_2["ΔU [V]"]/Df_2_2["V [V]"])**2+(Df_2_2["ΔV [V]"]/Df_2_2["V [V]"]**2)*

plt.errorbar(Df_2_2["f [Hz]"], Df_2_2["U [V]"], yerr = Df_2_2["ΔU/V"], xerr = Df_2_2["Δf [Hz]"], fm

plt.title('Diag. 4: U/V abhängig von der Frequenz (Lufttransformator)')
plt.ylabel('U/V')
plt.xlabel('f[Hz]')

plt.grid(ls='dotted')
```



Wir sehen, dass sich in kleinen Frequenzbereichen ein Starker Anstieg befindet, dann nur noch ein langsamer. In kleinen Frequenzbereichen dominiert der ohmsche Widerstand, in höheren die Impendanz der Spule. Der (Induktive) Widerstand der Spule ergibt sich dann zu

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = R_0 + 2\pi f L i \tag{7}$$

wobei R_0 der ohmsche Widerstand und L die Induktivität der Spule ist. Wir sind am Betrag

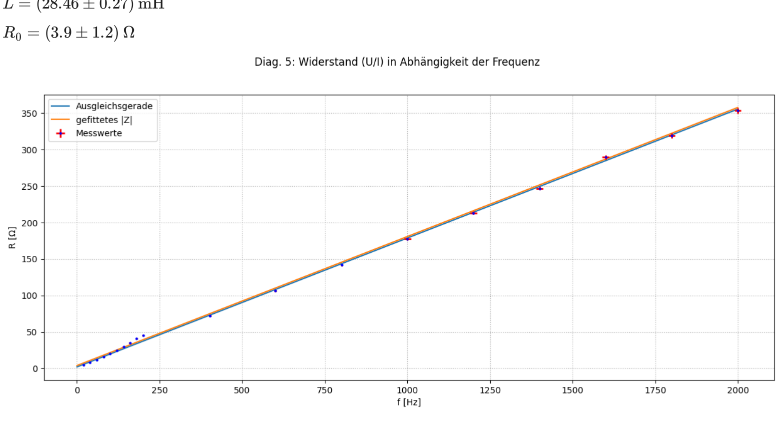
$$|Z| = \sqrt{R_0^2 + (2\pi f L)^2} \tag{8}$$

interessiert. Wir fitten diese Funktion an um passende R_0 und L zu erhalten.

In [56]:
```
Df_2_2["R [Ω]"]=Df_2_2["V [V]"]/Df_2_2["I [A]"]
Df_2_2["ΔR [Ω]"]=np.sqrt((Df_2_2["ΔV [V]"]/Df_2_2["I [A]"])**2+(Df_2_2["ΔI [A]"]/Df_2_2["I [A]"]**2

popt_R, pcov_R = curve_fit(fit_line, Df_2_2["f [Hz]"], Df_2_2["R [Ω]"], sigma = np.sqrt(quad_add([D

x = np.linspace(0, 2000, 2)

def abs_z(x,R,L):
    return np.sqrt(R**2+(2*np.pi*x*L)**2)

popt_Z, pcov_Z = curve_fit(abs_z, Df_2_2["f [Hz]"], Df_2_2["R [Ω]"], sigma = np.sqrt(quad_add([Df_2
R_0=uf(popt_Z[0],np.sqrt(pcov_Z[0,0]))
L=uf(popt_Z[1],np.sqrt(pcov_Z[1,1]))

fig, (plt1) = plt.subplots(1, 1)
fig.suptitle('Diag. 5: Widerstand (U/I) in Abhängigkeit der Frequenz')
fig.set_size_inches(15,6)
fig.set_dpi(diag_dpi)
plt1.grid(ls='dotted')
plt1.plot(x, fit_line(x, *popt_R),label="Ausgleichsgerade")
plt1.plot(x, abs_z(x, *popt_Z),label="gefittetes |Z|")

plt1.errorbar(Df_2_2["f [Hz]"], Df_2_2["R [Ω]"], yerr = Df_2_2["ΔR [Ω]"], xerr = Df_2_2["Δf [Hz]"],
_=plt1.set(xlabel='f [Hz]', ylabel='R [Ω]')
_=plt1.legend()

out("L",L*10**3,"mH")
out("R_0",R_0,"\Omega")
```

$$L = (28.46 \pm 0.27)\ \mathrm{mH}$$

$$R_0 = (3.9 \pm 1.2)\ \Omega$$



Wir sehen, dass sich die Kurve sehr linear verhält, der Einfluss des Ohmschen Widerstandes ist also insbesondere für größere Frequenzen zu vernachlässigen. Der gemessene Strom sinkt mit steigender Frequenz ab, da die Impendanz steigt.

Wir vergleichen mit der Theoretischen Formel (Quelle:Wikipedia) :

$$L = 2 \cdot n^2 \cdot R \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{\pi R}{R + 2R/2{,}2} + \frac{4{,}941}{4\pi}\right) \tag{9}$$

In [55]:
```
L_theo=2*(n**2)*r*mu_0*(np.pi*r/(r+2*r/2.2) + 4.941/4*np.pi)
out("L",L_theo*10**3,"mH")
out("\\sigma_{L, theo}",usigma(L,uf(L_theo,0)),"\\sigma")
```

$$L = 31.39 mH$$

$$\sigma_{L,theo} = 10.72\sigma$$

Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Wir stellen Gl. (2) um und erhalten:

$$B_E = \frac{U_i}{2AN\pi f} = \frac{U_{iSS}}{4AN\pi f} \tag{10}$$

$$\Delta B_E = B_E \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{iSS}}{U_{iSS}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \tag{11}$$

wobei U_{iSS} die Spitze-Spitze-Spannung ist. Wir erhalten die Stärke des Erdmagnetfeldes:

In [6]:
```
U_SS=uf(142e-3,2e-3)
f = uf(14.8,0.3)
B_E=U_SS/(4*A*N*np.pi*f)
out("B_E",B_E*10**6,"\\mu T")
```

$$B_E = (45.8 \pm 1.1)\ \mu\mathrm{T}$$

Wir bestimmen jetzt die Vertikalkomponente aus dem gemessenen Kompensationsstrom (entspr. Gl. (4) und erstem Teil der Auswertung), die Horizontalkomponente aus der verbleibenden Induktionsspannung am Minimum und den Inklanationswinkel aus ersterem:

In [40]:
```
I_komp=uf(52.95e-3,0.02e-3)
U_min=uf(50e-3,3e-3)


B_vert=(I_komp*8*mu_0*n)/(np.sqrt(125)*r)
B_hor=U_min/(4*A*N*np.pi*f)


out("B_{E,V}",B_vert*10**6,"\\mu T")
out("B_{E,H}",B_hor*10**6,"\\mu T")

a=unp.arcsin(B_vert/B_E)*(360/(2*np.pi))

out("\\alpha",a,"°")
```

$$B_{E,V} = (40.162 \pm 0.015)\ \mu\mathrm{T}$$

$$B_{E,H} = (15.9 \pm 1.0)\ \mu\mathrm{T}$$

$$\alpha = (61.3 \pm 2.6)\ ^\circ$$

Wir wollen dies nun mit den Literaturwerten vergleichen (Abgerufen 3.3.22, Unsicherheit an Schwankungen absgeschätzt, Ptp):

In [51]:
```
B_lit=uf(49583e-9,40e-9)
a_lit=uf(66,1)*(2*np.pi)/360
out("\\sigma_{B_{E}, lit}",usigma(B_E,B_lit),"\\sigma")
out("\\sigma_{B_{E,V}, lit}",usigma(B_vert,B_lit*unp.sin(a_lit)),"\\sigma")
out("\\sigma_{B_{E,H}, lit}",usigma(B_hor,B_lit*unp.cos(a_lit)),"\\sigma")
out("\\sigma_{\\alpha, lit}",usigma(a*2*np.pi/360,a_lit),"\\sigma")
```

$$\sigma_{B_E,lit} = 3.37\sigma$$

$$\sigma_{B_{E,V},lit} = 14.50\sigma$$

$$\sigma_{B_{E,H},lit} = 3.33\sigma$$

$$\sigma_{\alpha,lit} = 1.68\sigma$$

Wir sehen, dass alle Werte abgesehen vom Inklanationswinkel signifikant von den Literaturwerten abweichen. Dies deutet auf mindestens einen Systematischen Fehler in der Messung hin. Weiteres in der Diskussion.

Diskussion

Im ersten Versuchsteil haben wir das B-Feld der Helmholtzspulen mit der rotierenden Induktionsspule untersucht. Dabei haben wir eine signifikante (4.15σ) Abweichung zur aus dem Spulenstrom errechneten Feldstärke erhalten. Dies ist vermutlich auf mehrere Faktoren zurückzuführen. Zum einen gilt die Formel (4) nur im Zentrum der Spulen, die Induktionsspule besitzt aber durchaus nicht zu vernachlässigende Ausdehnung. Zum anderen befindet sich in der Helmholtzspule eben auch noch die Induktionssplule mit allzu sparsamer Aufhängung. Andere, äußere, Magnefelder könnten auch einen Einfluss genommen haben, jedoch ist eine Spekulation darüber an dieser Stelle kaum zielführend ohne weitere Messungen.

Anschließend haben wir das Induktionsverhalten bei periodisch Wechselndem Feldstrom untersucht. Hier haben wir die Abhängigkeit der Induktionsspannung zum Winkel gegenüber des Feldes aufgetragen und eine Abhängigkeit in Cosinusform gefunden, wie erwartet. Jedoch ist die Kurve um etwa 5° gegenüber der erwarteten verschoben. Hier scheint die Skala oder die Spule um ebendiese 5° verschoben. In Diagramm 3 lässt sich dies betrachten. Wir haben die Induktivität der Helmholtzspule untersucht, unser Messwert ist in einer ähnlichen Größenordnung wie der theoretisch ermittlete Messwert. Jedoch wurde wahrscheinlich der Messfehler und der Fehler des theoretischen Wertes (Die Anleitung gibt keine Fehler zu den Spulendaten) unterschätzt, auch aus den oben bereits genannten Gründen, sodass sich eine signifikante Abweichung der Werte ergibt ($> 10\sigma$). Der durch den Fit gefundene ohmsche Widerstand unterscheidet sich nicht signifikant von dem zuvor mit dem Multimeter gemessenen ($< 2\sigma$).

Zuletzt haben wir das Erdmagnetfeld vermessen (wollen). Wir finden jedoch nur den Inklanationswinkel in nicht signifikanter Abweichung von Literaturwerten. Die Messung des Kompenstionsstroms liefert Werte die sehr stark abweichen ($> 14\sigma$). Die Messungen der Gesamt- und Horizontalfeldstärke unterscheiden sich zwar signifikant von den Literaturwerten, aber nicht ganz so stark ($< 3.4\sigma$). Es ist unklar, woher diese Fehler genau stammen.

Die Fehlerbetrachtung dieses Versuches scheint sehr schwierig, da systematische Fehler vorzuliegen scheinen, welche jedoch nicht ohne größeren Aufwand rechnerisch direkt geprüft werden können.

Anhang: Messprotokoll

Vorversuch:

a) Je größer die Geschwindigkeit des Stabmagneten ist, desto größer ist auch die induzierte Spannung. Wird der Magnet wieder herausgezogen, polt sich die Spannung um. Bei Stillstand des Magneten kommt es auch zu keiner induzierten Spannung.

b) Hier ist der gleiche Effekt zu beobachten. Ist die Relativgeschwindigkeit ungefähr die selbe zum Versuch a), scheinen sich auch die Spannungen zu gleichen.

Gesamtwiderstand der reihengeschalteten Helmholtzspulen: $R = (2.3 \pm 0.1)\Omega$ (Fehler durch Schwankung abgeschätzt)
Maximale Spannung: $U = R \cdot I = (11.5 \pm 0.5)V \Rightarrow U_{max} = 11V$

Induzierte Spitze-Spitze-Spannung U in Abhängigkeit von der Drehfrequenz f bei einem Spulenstrom von (4,0 ± 0,1)A

f [Hz]	Δf [Hz]	U [V]	ΔU [V]
3,00	0,05	0,824	0,008
5,9	0,1	2,70	0,02
9,15	0,05	5,08	0,04
12,04	0,03	7,16	0,08
15,15	0,05	9,44	0,08

Induzierte Spitze-Spitze-Spannung U in Abhängigkeit von dem Spulenstrom I bei einer Drehfrequenz von (10,00 ± 0,04)Hz

I [Hz]	ΔI [Hz]	U [V]	ΔU [V]
0,502	0,001	0,776	0,008
1,004	0,001	1,46	0,01
1,499	0,001	2,18	0,04
2,001	0,001	2,84	0,04
2,500	0,001	3,52	0,04
3,001	0,001	4,24	0,04
3,502	0,001	4,92	0,04
3,998	0,001	5,68	0,04
4,500	0,001	6,40	0,04

Induzierte Spitze-Spitze-Spannung U in Abhängigkeit von dem Drehwinkel α bei einer Wechselspannungfrequenz von (103,0 ± 0,1)Hz

α [°]	Δα [°]	U [V]	ΔU [V]
0	3	1,34	0,01
30	3	1,12	0,01
60	3	0,620	0,004
90	3	0,100	0,002
120	3	0,740	0,004
150	3	1,18	0,01
180	3	1,34	0,01

Bemerkung:
Es scheint einen systematischen Fehler des Winkels von etwas weniger als 5° zu geben, da das Minimum bei ungefähr (85 ± 3)° liegt

Induzierte Spitze-Spitze-Spannung U, Spulenstrom I und -spannung V in Abhängigkeit von der Wechselspannungfrequenz f [Multimeter in Messung gewechselt!]

f [Hz]	Δf [Hz]	U [V]	ΔU [V]	I [A]	ΔI [A]	V [V]	ΔV [V]
20,3	0,1	1,71	0,01	0,376	0,001	3,6	0,1
39,5	0,5	2,34	0,01	0,240	0,001	3,84	0,04
60	1	2,50	0,02	0,162	0,001	3,88	0,04
80	1	2,54	0,02	0,123	0,001	3,88	0,04
100	1	2,58	0,02	0,097	0,001	3,88	0,04
120	1	2,60	0,02	0,079	0,001	3,88	0,04
141	3	2,62	0,02	0,065	0,001	3,88	0,04
160	3	2,62	0,02	0,056	0,001	3,88	0,04
180	3	2,64	0,02	0,047	0,001	3,88	0,04
200	3	2,64	0,02	0,043	0,001	3,88	0,04
403	3	2,58	0,02	0,02678	0,00001	3,88	0,04
600	3	2,62	0,02	0,01825	0,00001	3,88	0,04
801	3	2,64	0,02	0,01369	0,00001	3,88	0,04
1000	10	2,64	0,02	0,01095	0,00001	3,88	0,04
1200	10	2,66	0,02	0,00921	0,00001	3,92	0,04
1400	10	2,70	0,02	0,00794	0,00001	3,92	0,04
1600	10	2,72	0,02	0,00677	0,00001	3,92	0,04
1800	10	2,74	0,02	0,00614	0,00001	3,92	0,04
2000	10	2,78	0,02	0,00555	0,00001	3,92	0,04

Messung des Erdmagnetfeldes:
Es rauscht! Daher Tiefpass genutzt.

Ohne Kompensation:

Drehfrequenz: (14,8 ± 0,3) Hz
Induktionsspannung: (142 ± 2) mV

Mit Kompensation:

Drehfrequenz: (14,8 ± 0,3) Hz
Induktionsspannung: (50 ± 3) mV
Kompensationsstrom: (52,95 ± 0.02) mA