

Protokoll PAP2 Versuch 242: Spannungsverstärker

Leonard Scheuer

Motivation

Dieser Versuch soll in das Arbeiten mit einem Operationsverstärker einführen. Es soll sich dafür mit den wichtigsten Eigenschaften vertraut gemacht werden und Kennlinien gemessen werden.

Grundlagen

Der Operationsverstärker

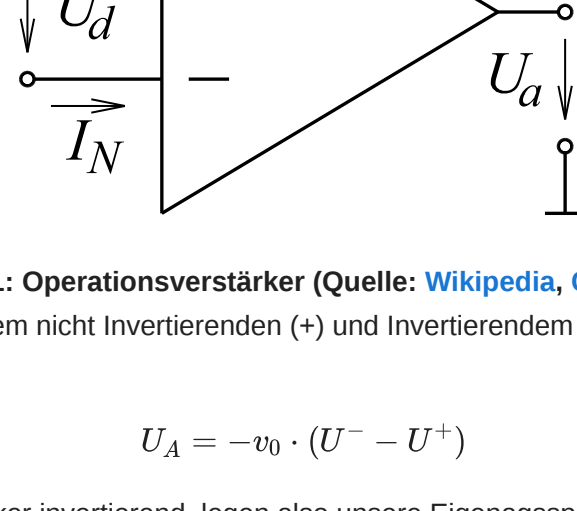


Abbildung 1: Operationsverstärker (Quelle: [Wikipedia](#), [CC BY-SA 3.0](#))

Der Operationsverstärker verstärkt die zwischen dem nicht invertierenden (+) und invertierendem Eingang (-) anliegende Spannung U_d mit dem Verstärkungsfaktor v_0 :

$$U_A = -v_0 \cdot (U^- - U^+) \quad (1)$$

Im Folgenden betreiben wir den Operationsverstärker invertierend, legen also unsere Eigenagsspannung auf "-" und Erden den nicht invertierenden (+) Eingang. Da obige Verstärkung üblicherweise sehr groß ist (also auch bei kleinen Differenzen Sättigungsspannung/Versorgungsspannung ausgegeben wird), wird die Verstärkung dann über Gegenkopplung realisiert. Wir nehmen für weitere Betrachtung an, dass der Ausgangs- und Eingangserstand des Verstärkers groß sind, also Spannungen unabhängig von der Belastung ausgegeben werden und kein Strom in den Eingang fließt.

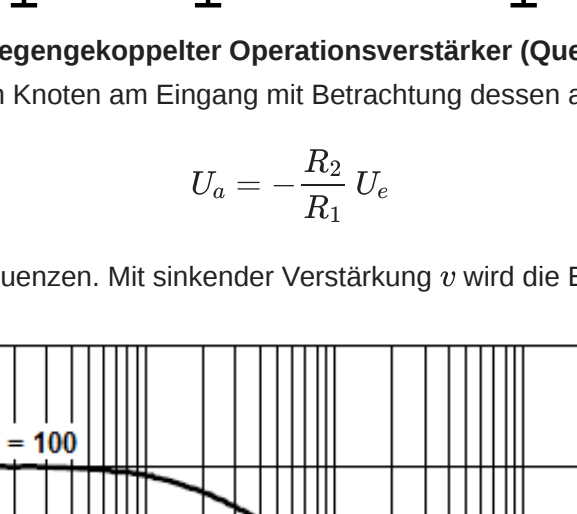


Abbildung 2: invertierender gegengekoppelter Operationsverstärker (Quelle: [Wikipedia](#), [CC BY-SA 3.0](#))

In diesem Fall ergibt sich (aus einer Strombilanz am Knoten am Eingang mit Betrachtung dessen als "virtuelle Masse"):

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} U_e \quad (2)$$

Dies gilt jedoch nur im statischen Fall, für hohe Frequenzen. Mit sinkender Verstärkung v wird die Bandbreite größer:

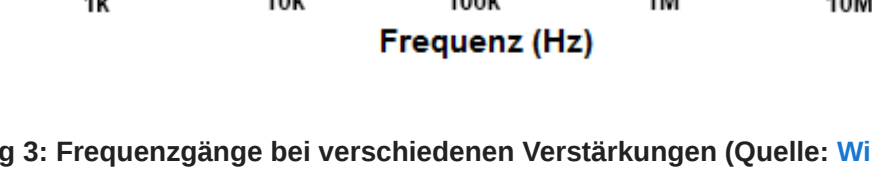


Abbildung 3: Frequenzgänge bei verschiedenen Verstärkungen (Quelle: [Wikipedia](#))

Wird parallel zu R_2 noch ein Kondensator geschaltet, so ergibt sich ([Aktiver Tiefpass/Mittelwertbilder](#)):

$$U_a = -U_e \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (3)$$

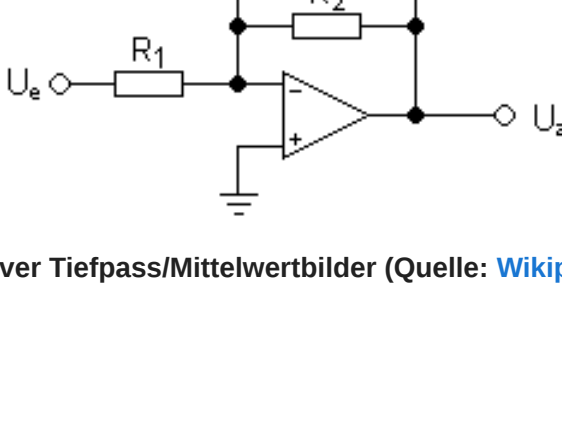


Abbildung 4: Aktiver Tiefpass/Mittelwertbilder (Quelle: [Wikipedia](#), [CC BY-SA 3.0](#))

Material

- Schaltungskästen mit Operationsverstärker $\mu A741$
- Sinus-Rechteck-Generator
- Zweikanaloszillograph

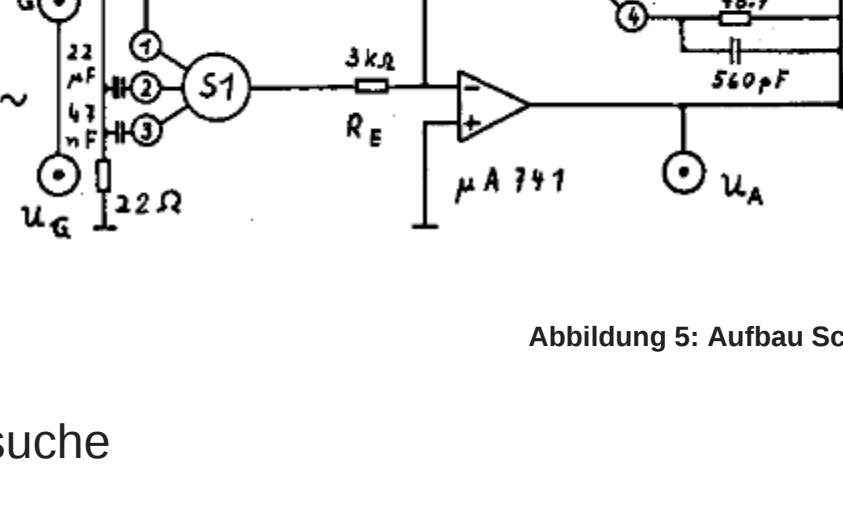


Abbildung 5: Aufbau Schaltung (Quelle: Script)

Versuche

1 a) $\mu A741$ als Gleichspannungsverstärker

Es werden bei 8 verschiedenen Eingangsspannungen (Gleichspannung) zwischen -0,25V und 0,25V Ausgangsspannungen jeweils mit allen Gegenkopplungswiderständen (ohne Kondensator) mit Oszilloskopen in DC-Kopplung "DC" gemessen.

1 b) $\mu A741$ als Verstärker für Wechselspannung (Sinus-Spannung)

a) wird mit 6 Wechselspannungen zwischen 0V und 1V Spitze-Spitze-Spannung wiederholt.

2 a) Frequenzgang

Schaltung wie in 1b. Es wird der Frequenzgang zwischen 100 Hz und 300 Hz aufgenommen für Gegenkopplungen von 274k Ω und 680k Ω bei 0,3V_{SS} und 48,7k Ω bei 1V_{SS}.

2 b)

Analog zu 2a) wird der Frequenzgang mit Gegenkopplung in Schalterstellung S4 mit parallelem Kondensator gemessen.

2 c)

Es wird jetzt 2a) wiederholt, dabei aber der Kondensator am Eingang zwischengeschaltet.

3 qualitative Untersuchungen

Mit einem Rechtecksignal 1kHz wird qualitativ der Frequenzgang bei verschiedenen Gegenkopplungen beobachtet.

Messdaten

siehe Anhang

Auswertung

Wir plotten zunächst die Ausgangsspannung in Abhängigkeit der angelegten Eingangsgleichspannung, die Steigung entspricht gerade der negativen Verstärkung v (s.o.). Wir vernachlässigen Messwerte offenbar außerhalb des linearen Bereichs. Wir vergleichen dies mit der aus (2) erhaltenen Verstärkung v_{lit} mit

$$v_{lit} = \frac{R_2}{R_1} \quad (4)$$

$$\Delta v_{lit} = v_{lit} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{R_2}\right)^2} \quad (5)$$

```
In [20]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

def fit_func(x, a, b):
    return a * x + b

v1 = np.genfromtxt("v1.csv", delimiter=',', skip_header=1, unpack=True)

mask = (v1[4] > -13.5 & (v1[4] < 14.2))

x = np.linspace(-0.25, 0.25, 2)

colour = np.array(['bx', 'rx', 'gx'])

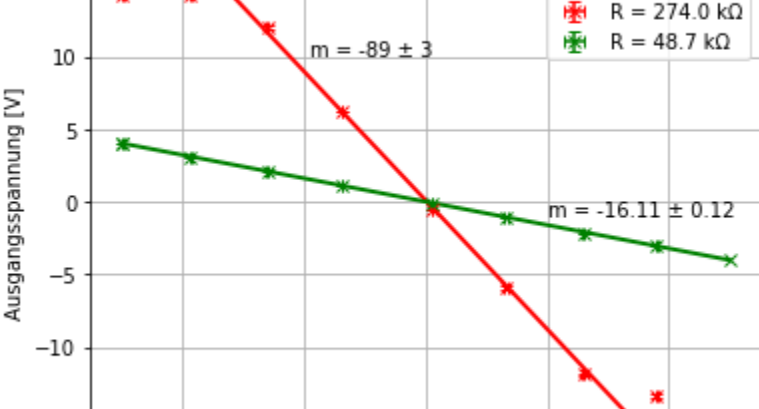
m = np.zeros(3)
m_err = np.zeros(3)

for i in range(1,3):
    plt.errorbar(v1[2][i*8:(i+1)*8], v1[4][i*8:(i+1)*8], xerr=v1[3][i*8:(i+1)*8], yerr=v1[5][i*8:(i+1)*8])
    popt, pcov = curve_fit(fit_func, v1[2][i*8:(i+1)*8], v1[4][i*8:(i+1)*8], mask[i*8:(i+1)*8])
    popt, pcov = curve_fit(fit_func, v1[2][i*8:(i+1)*8], v1[4][i*8:(i+1)*8], mask[i*8:(i+1)*8])
    plt.plot(x, fit_func(x, popt), colour[i] + '-', linewidth=2)
    m[i] = popt[0]
    m_err[i] = pcov[0][0]**0.5

plt.legend()
plt.ylim(-15, 15)
plt.xlabel('Eingangsspannung [V]')
plt.ylabel('Ausgangsspannung [V]')
plt.title('Ausgangsspannung in Abhängigkeit\ von der angelegten Gleichspannung')
plt.text(-0.095, 10, 'm = {0:.0f} ± {1:.0f}'.format(m[1], m_err[1]))
plt.text(0.1, -1, 'm = {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(m[2], m_err[2]))
plt.grid("dotted")

v = np.array([274, 48.7]) / 3
v_err = 0.005 * v * np.sqrt(2)
sigma = np.abs(m[1] + v) / np.sqrt(m_err[1]**2 + v_err**2)

print('v bei 274.0 kΩ: {0:.0f} ± {1:.0f}'.format(-m[1], m_err[1]))
print('v bei 48.7 kΩ: {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(-m[2], m_err[2]))
print('v_lit bei 274.0 kΩ: {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(v[0], v_err[0]))
print('v_lit bei 48.7 kΩ: {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(v[1], v_err[1]))
print('Abweichung bei 274.0 kΩ: {0:.2f} sigma'.format(sigma[0]))
print('Abweichung bei 48.7 kΩ: {0:.2f} sigma'.format(sigma[1]))
```



Wir sehen, dass die gemessenen Werte gut mit den errechneten "Literaturwerten" übereinstimmen.

Wir wiederholen dies für die Wechselspannungen und erhalten v' . Hier ist die Steigung bereits positiv, da immer nur $V_{SS} > 0$ genutzt wurde.

```
In [21]: v2 = np.genfromtxt("v2.csv", delimiter=',', skip_header=1, unpack=True)

v2[2:3] /= 10 #Spannungsteiler

x = np.linspace(0.01, 0.08, 2)

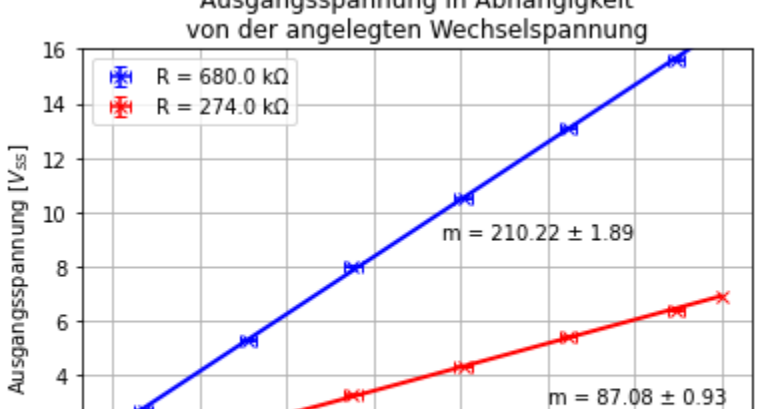
m = np.zeros(2)
m_err = np.zeros(2)

for i in range(0,2):
    plt.errorbar(v2[2][i*6:(i+1)*6], v2[4][i*6:(i+1)*6], xerr=v2[3][i*6:(i+1)*6], yerr=v2[5][i*6:(i+1)*6])
    popt, pcov = curve_fit(fit_func, v2[2][i*6:(i+1)*6], v2[4][i*6:(i+1)*6], sigma=np.sqrt(v2[5][i*6:(i+1)*6]))
    plt.plot(x, fit_func(x, popt), colour[i] + '-', linewidth=2)
    m[i] = popt[0]
    m_err[i] = pcov[0][0]**0.5

plt.legend()
plt.ylim(0, 16)
plt.xlabel('Eingangsspannung [Vss]')
plt.ylabel('Ausgangsspannung [Vss]')
plt.title('Ausgangsspannung in Abhängigkeit\ von der angelegten Wechselspannung')
plt.text(0.048, 9, 'm = {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(m[0], m_err[0]))
plt.text(0.06, 3, 'm = {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(m[1], m_err[1]))
plt.grid("dotted")

v = np.array([680, 274]) / 3
v_err = 0.005 * v * np.sqrt(2)
sigma = np.abs(m - v) / np.sqrt(m_err**2 + v_err**2)

print('v bei 680.0 kΩ: {0:.1f} ± {1:.1f}'.format(m[0], m_err[0]))
print('v bei 274.0 kΩ: {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(m[1], m_err[1]))
print('v_lit bei 680.0 kΩ: {0:.1f} ± {1:.1f}'.format(v[0], v_err[0]))
print('v_lit bei 274.0kΩ: {0:.2f} ± {1:.2f}'.format(v[1], v_err[1]))
print('Abweichung bei 680.0 kΩ: {0:.2f} sigma'.format(sigma[0]))
print('Abweichung bei 274.0 kΩ: {0:.2f} sigma'.format(sigma[1]))
```



Wir sehen hier bei beiden Werten eine signifikante Abweichung. Wir vergleichen schließlich noch den Verstärkungsfaktor bei 274 kOhm zwischen Gleich- und Wechselspannung:

```
In [22]: print('Abweichung von v zwischen Gleich- und Wechselspannung bei 274.0 kΩ: {0:.2f} sigma'.format(np.abs(v[1] - 89) / np.sqrt(m_err[1]**2 + 89**2))

Abweichung von v zwischen Gleich- und Wechselspannung bei 274.0 kΩ: 0.76 sigma
```

Wir sehen hier also keine signifikante Abweichung.

Versuch 2

Wir tragen nun die Verstärkung v gegen die Frequenz bei verschiedenen Gegenkopplungen, inklusive Hoch- und Tiefpass, auf mit

$$v_0 = \frac{U_A}{U^-} \quad (6)$$

$$\Delta v_0 = v_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_A}{U_A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U^-}{U^-}\right)^2} \quad (7)$$

Durch den Spannungsteiler ist U^- ein Zehntel von U_G .

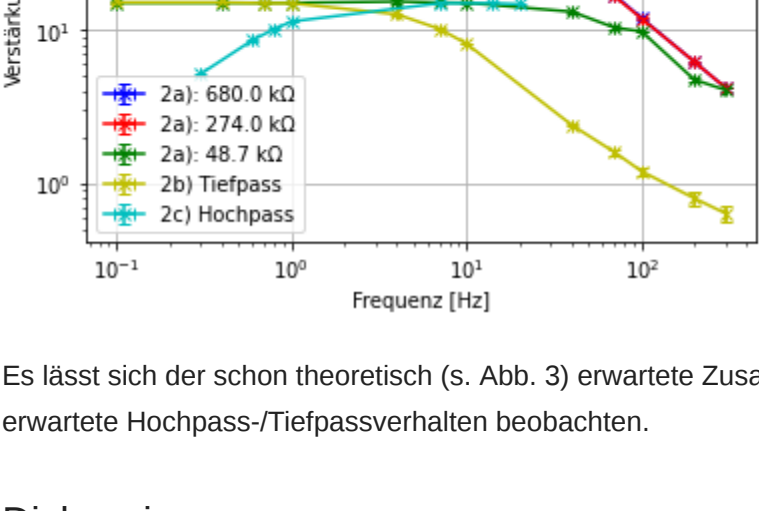
```
In [18]: def comma_to_float(valstr):
    return float(valstr.decode("utf-8").replace(',', '.'))

v3 = np.genfromtxt("v3.csv", delimiter=',', skip_header=1, converters={0:comma_to_float, 1:comma_to_float, 2:comma_to_float})
v4 = np.genfromtxt("v4.csv", delimiter=',', skip_header=1, converters={0:comma_to_float, 1:comma_to_float, 2:comma_to_float})
v5 = np.genfromtxt("v5.csv", delimiter=',', skip_header=1, converters={0:comma_to_float, 1:comma_to_float, 2:comma_to_float})

plt.xlabel('Frequenz [Hz]')
plt.ylabel('Verstärkung')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.title('Frequenzgang')
plt.grid("dotted")

for i in range(0,3):
    plt.errorbar(v3[4][i*12:(i+1)*12], v3[6][i*12:(i+1)*12] / v3[2][i*12:(i+1)*12] * 10, xerr=v3[5][i*12:(i+1)*12] * 10, yerr=v3[7][i*12:(i+1)*12] * 10)

plt.errorbar(v4[2], v4[4]/v4[0][0] * 10, xerr=v4[3], yerr=v4[4] / v4[0][0] * 10 * np.sqrt((v4[5] / v4[4])**2 + (v4[1] / v4[0])**2))
plt.errorbar(v5[2], v5[4]/v5[0][0] * 10, xerr=v5[3], yerr=v5[4] / v5[0][0] * 10 * np.sqrt((v5[5] / v5[4])**2 + (v5[1] / v5[0])**2))
plt.legend()
```



Es lässt sich der schon theoretisch (s. Abb. 3) erwartete Zusammenhang finden. Mit dem zusätzlich geschalteten Kondensator lässt sich gut das erwartete Hochpass-Tiefpassverhalten beobachten.

Diskussion

In diesem Versuch konnten wir uns gut mit dem Operationsverstärker vertraut machen. In einer Gleichspannungsschaltung mit Gegenkopplung konnten wir die Verstärkung in guter Übereinstimmung zum berechneten Wert finden ($< 0.8\sigma$). Bei Wechselspannung konnten wir dies nicht finden, hier finden wir eine signifikante Abweichung beider Werte ($> 6\sigma$ bzw. $> 3\sigma$). Hier liegt also wahrscheinlich ein systematischer Fehler vor, da allerdings das Ergebnis bei der Gleichspannung recht gut ist, scheint ein Fehler an den Bauteilen unwahrscheinlich, ein Fehler z.B. beim Messen der Spitze-Spitze Spannungen scheint wahrscheinlicher. Untereinander stimmen die Werte aus Gleich- und Wechselspannungsverstärker bei 274kOhm aber gut miteinander überein ($< 0.8\sigma$). Im vorletzten Versuchsteil konnten wir den erwarteten Frequenzgang des Spannungsverstärkers verifizieren, auch das Hoch- bzw. Tiefpassverhalten bei entsprechender Schaltung eines Kondensators konnte gut beobachtet werden. Abschließend konnten wir beobachten wie ein Rechtecksignal Abhängig von der Frequenz verstärkt wird. Der Frequenzgang des Verstärkers ist hier für den Kurvenhaften Anstieg des Ausgangssignals verantwortlich, das Rechtecksignal ist eine unendliche Fourierreihe.

Anhang: Messdaten

V1: Ausgegebene Spannung U_A bei angelegter Gleichspannung U_E und Gegenkopplungswiderstand R_G

R_G [kΩ]	Fehler [kΩ]	U_E [V]	Fehler [V]	U_A [V]	Fehler [V]
680	3	-0,249	0,001	14,2	0,1
		-0,192	0,001	14,2	0,1
		-0,130	0,001	14,2	0,1
		-0,0714	0,0001	14,2	0,1
		0,0060	0,0001	-1,2	0,1
		0,070	0,001	-13,1	0,1
		0,130	0,001	-13,5	0,1
		0,190	0,001	-13,5	0,1
274,0	1,4	-0,249	0,001	14,2	0,1
		-0,193	0,001	14,2	0,1
		-0,130	0,001	12,0	0,1
		-0,0680	0,0001	6,22	0,01
		0,0056	0,0001	-0,49	0,01
		0,066	0,001	-5,94	0,1
		0,130	0,001	-11,9	0,1
		0,190	0,001	-13,4	0,1
48,70	0,24	-0,249	0,001	4,01	0,01
		-0,193	0,001	3,02	0,01
		-0,130	0,001	2,14	0,01
		-0,0680	0,0001	1,13	0,01
		0,0056	0,0001	-0,088	0,001
		0,066	0,001	-1,04	0,01
		0,130	0,001	-2,14	0,01
		0,190	0,001	-3,06	0,01

V2: Ausgegebene Spannung U_A bei angelegter Wechselspannung U_G bei Gegenkopplungswiderstand R_G

R_G [kΩ]	Fehler [kΩ]	U_G [V_SS]	Fehler [V]	U_A [V_SS]	Fehler [V]
680	3	0,136	0,001	2,72	0,01
		0,256	0,001	5,32	0,01
		0,376	0,001	8,00	0,01
		0,504	0,001	10,5	0,01
		0,624	0,001	13,1	0,01
		0,748	0,001	15,6	0,01
274,0	1,4	0,136	0,001	1,12	0,01
		0,256	0,001	2,16	0,01
		0,376	0,001	3,28	0,01
		0,504	0,001	4,32	0,01
		0,624	0,001	5,44	0,01
		0,748	0,001	6,42	0,02

V3: Ausgegebene Spannung U_A bei angelegter Wechselspannung U_G bei Gegenkopplungswiderstand R_G und verschiedenen Frequenzen f

R_G [kΩ]	Fehler [kΩ]	U_G [V_SS]	Fehler [V]	f [kHz]	Fehler [kHz]	U_A [V_SS]	Fehler [V]
680	3	0,302	0,002	0,1000	0,0002	6,44	0,04
				0,400	0,001	6,44	0,04
				0,800	0,002	6,40	0,04
				1,000	0,002	6,36	0,04
				4,000	0,001	5,16	0,04
				7,000	0,014	3,90	0,02
				10,00	0,02	3,10	0,02
				40,00	0,02	0,864	0,005
				70,00	0,05	0,512	0,005
				100,0	0,2	0,362	0,002
				200,0	0,2	0,188	0,002

R_G [kΩ]	Fehler [kΩ]	U_G [V_SS]	Fehler [V]	f [kHz]	Fehler [kHz]	U_A [V_SS]	Fehler [V]
274,0	1,4	0,302	0,002	300,0	0,5	0,128	0,001
				0,1000	0,0002	2,58	0,04
				0,400	0,001	2,58	0,04
				0,700	0,002	2,58	0,04
				1,000	0,002	2,58	0,02
				4,000	0,001	2,52	0,02
				7,000	0,014	2,34	0,02
				10,00	0,02	2,08	0,02
				40,00	0,02	0,832	0,008
				70,00	0,05	0,504	0,004
				100,0	0,2	0,360	0,002
				200,0	0,2	0,188	0,002
				300,0	0,5	0,128	0,001
48,70	0,24	1,00	0,01	0,1000	0,0002	1,51	0,01
				0,400	0,001	1,51	0,01
				0,700	0,002	1,51	0,01
				1,000	0,002	1,51	0,01
				4,000	0,001	1,54	0,02
				7,000	0,014	1,52	0,02
				10,00	0,02	1,51	0,01
				40,00	0,02	1,32	0,01
				70,00	0,05	1,04	0,02
				100,0	0,2	0,982	0,008
				200,0	0,2	0,476	0,008
				300,0	0,5	0,408	0,008

V4: Ausgegebene Spannung U_A bei angelegter Wechselspannung U_G bei S2-Schalterstellung 4 und

U_G [V_SS]	Fehler [V]	f [kHz]	Fehler [kHz]	U_A [V_SS]	Fehler [V]
1,00	0,01	0,1000	0,0002	1,52	0,01
		0,400	0,001	1,52	0,01
		0,700	0,002	1,50	0,01
		1,000	0,002	1,50	0,01
		4,000	0,001	1,27	0,01
		7,000	0,014	1,02	0,01
		10,00	0,02	0,816	0,001
		40,00	0,02	0,240	0,001
		70,00	0,05	0,160	0,008
		100,0	0,2	0,120	0,008
		200,0	0,2	0,080	0,008
		300,0	0,5	0,064	0,008

V5: Ausgegebene Spannung U_A bei angelegter Wechselspannung U_G bei S2-Schalterstellung 3 und

U_G [V_SS]	Fehler [V]	f [kHz]	Fehler [kHz]	U_A [V_SS]	Fehler [V]
1,00	0,01	0,300	0,001	0,516	0,006
		0,600	0,001	0,864	0,006
		0,800	0,002	1,02	0,01
		1,000	0,005	1,14	0,01
		7,000	0,015	1,50	0,01
		14,00	0,03	1,50	0,02
		20,00	0,04	1,48	0,02

V6: Wird ein 1kHz-Signal auf den Eingang des Verstärkers gegeben, so werden die Kanten des Rechteckpulses im Ausgangssignal verwischt. Je größer der Gegenkopplungswiderstand, desto größer ist auch dessen Amplitude.