Sportwiss 2009 · 39:7–15
DOI 10.1007/s12662-009-0002-x

H. Geyer
Institut für Ökonomische Bildung, Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Warum Angriff nicht immer die beste Verteidigung ist

Strategienwahl im Fußball

Zu den spannendsten Spielen im Fußball zählen Spiele zwischen favorisierten Mannschaften und Außenseitern, sog. Underdogs. Hier macht der mögliche Sturz des Favoriten gerade den Reiz des Spiels aus. Im Folgenden sollen daher Strategien starker und schwacher Mannschaften in verschiedenen Spielsituationen sowohl unter der Zwei- als auch der Drei-Punkte-Regel untersucht werden.

Vor allem im Zusammenhang mit der Einführung der neuen Punkte-Regel beschäftigten sich in den letzten Jahren zahlreiche theoretische und empirische Untersuchungen mit der Spielweise von Mannschaften in verschiedenen Fußballligen[1]. Guedes und Machado (2002) zeigen in einem Modell, dass in Spielen mit gleich starken Mannschaften beide unter der neuen Regel offensiver spielen werden als unter der alten. In Spielen zwischen unterschiedlich starken Mannschaften spielt hingegen nur die stärkere Mannschaft auf jeden Fall offensiver, die schwächere agiert unter der Drei-Punkte-Regel bei großem Leistungsunterschied defensiver als unter der Zwei-Punkte-Regel. Aufgrund der Modellierung des Spiels anhand zweier Münzwürfe gibt das Modell keine Auskunft über mögliche Änderungen der Offensivanstrengungen im Spielverlauf oder bei Änderungen der Tordifferenz.

Brocas und Carrillo (2004) schließen anhand eines zweiperiodischen Modells (Strategienwahl nur zu Beginn des Spiels und in der Halbzeit möglich), dass bei unentschiedenem Spielstand unter der neuen Regelung zu Beginn defensiver gespielt wird, während gegen Ende des Spiels bei noch immer unentschiedenem Spielstand eine offensivere Spielweise als unter der alten Regelung rational ist.[2]

Im Gegensatz zu den obigen ein- bzw. zweiperiodischen Modellen erlaubt das Modell von Palomino, Rigotti und Rustichini (2000; im Folgenden PRR genannt) einen Strategiewechsel in $t\in\{0,\ldots,T\}$ Zeitpunkten. Anhand des Modells beweisen PRR für Spiele unter der Zwei-Punkte-Regel, dass (bei Annahme gleich starker Mannschaften) bei unentschiedenem Spielstand Angriff immer besser als Verteidigung ist, während ein in Führung liegendes Team zu einem vom Spielstand abhängigen Zeitpunkt auf Verteidigung umschaltet und diese Strategie auch bis zum Ende des Spiels bzw. bis zu einer Änderung des Spielstandes, beibehält. Ein zurückliegendes Team wird hingegen immer angreifen, da es schon im Rückstand ist und somit nichts mehr zu verlieren hat.

Das Modell von PRR soll nun so weiterentwickelt werden, dass sowohl Strategien unter der Zwei- als auch unter der Drei-Punkte-Regel bei unentschiedenem und nicht unentschiedenem Spielstand für Spiele zwischen Teams mit unterschiedlichem Leistungsniveau modelliert werden können. Dabei liegt das Hauptproblem darin, dass das Spiel mit Einführung der Drei-Punkte-Regel seinen Konstantsummenspielcharakter verliert. Da eine exakte Berechnung der optimalen Strategien daher nicht möglich ist, werden für verschiedene Fälle Simulationen durchgeführt.

Modell

Zwei Teams $i=1,2$ treten in einem Spiel in diskreter Zeit $t\in\{0,\ldots,T\}$ gegeneinander an. Wie in dem Modell von PRR[3] können beide Teams zu jedem Zeitpunkt t aus der Strategienmenge $\{d,a\}$ ihre Strategie $s:=(s_1,s_2)\in\{d,a\}^2$ wählen. a steht hierbei für eine offensiv ausgerichtete Strategie (Angriffsstrategie), d für eine Verteidigungsstrategie. $\Delta(\{d,a\}):=\{(a, a), (a, d), (d, a), (d,d)\}$ beschreibt die zugehörige

[1] Für einen Überblick über empirische Studien s. z. B. Amann, Dewenter und Namini (2004), Shepotylo (2006) oder Dilger und Geyer (2007).

[2] Einerseits haben die Teams bei einer Führung nun einen Punkt mehr zu verlieren als unter der alten Regelung. Eine frühe Führung ist also nicht mehr so erstrebenswert, da dann zwei Punkte länger verteidigt werden müssen. Andererseits ist ein Unentschieden nun im Vergleich zu einem Sieg weniger wert. Gegen Ende eines unentschiedenen Spiels ist der Offensivanreiz daher jetzt wesentlich höher, da ein Unentschieden nun nur noch ein Drittel der insgesamt zu vergebenden Punkte bringt.

[3] Soweit nicht anders vermerkt, wird hier die Modellierung von PRR dargestellt.

Menge der gemischten Strategien. Außerdem wird angenommen, dass die Wahl einer reinen Strategie von dem jeweils gegnerischen Team beobachtet werden kann und a ≻ d gelte, d. h. a wird im Vergleich zu d präferiert.

Zu jedem Zeitpunkt t des Spiels kann eine der beiden Mannschaften ein Tor erzielen, wobei sowohl die Wahrscheinlichkeit für einen eigenen als auch einen Torerfolg des Gegners durch die Strategienwahl der Teams beeinflusst wird.[4] Zu jedem gewählten Strategienpaar existiert eine zugehörige Wahrscheinlichkeit $p_i(s) \in [0,1]$, mit der Team *i* ein Tor schießt.[5] PRR nehmen nun an, dass bei steigender Intensität des Offensivspiels sowohl die Wahrscheinlichkeit für einen eigenen als auch für einen Torerfolg des Gegners steigt. Da p_i daher für i=1,2 monoton steigend ist (d. h. für s ≻ s' gilt p(s)>p(s')) gelten die Beziehungen:

$$p_1(a,d)>p_1(d,d),\quad p_1(d,a)>p_1(d,d),\quad p_1(a,a)>p_1(a,d) \tag{2.1}$$

Die erste Beziehung gilt trivialerweise, bei gleichbleibender Strategie des Gegners steigt die Wahrscheinlichkeit für einen eigenen Torerfolg beim Umschalten von Verteidigung auf Angriff. Analog steigt die Wahrscheinlichkeit für einen eigenen Torerfolg, wenn der Gegner von einer Verteidigungsstrategie zu einer Angriffsstrategie wechselt, da er damit seine Abwehr schwächt. Dies gilt sowohl bei einer eigenen Angriffsstrategie als auch bei einer eigenen Verteidigungsstrategie, wie die Beziehungen zwei und drei in (2.1) zeigen. Einzig für die Relation zwischen $p_1(a,d)$ und $p_1(d,a)$ kann keine Annahme getroffen werden.

Die Punktzahl, die beide Teams am Ende des Spiels jeweils erhalten, wird durch zwei Funktionen P_1 und P_2 ausgedrückt, die (wie die Punktzahl selbst) nur von der Tordifferenz

$$n_T = n_T^1 - n_T^2$$

in T abhängen, wobei

$$n_T^i \geq 0$$

die im Spiel von Mannschaft i erzielten Tore darstellt. $P_1(n_T)$ wird nun definiert als

$$P_1(n_T) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n_T > 0 \\ x, & \text{falls } n_T = 0 \\ 0, & \text{falls } n_T < 0. \end{cases} \tag{2.2}$$

Im Falle der Zwei-Punkte-Regel soll dann x=1/2 gelten, für die Drei-Punkte-Regel entsprechend x=1/3 Die Zwei-Punkte-Regel stellt daher ein Konstantsummenspiel dar, die Drei-Punkte-Regel hingegen ein Nichtkonstantsummenspiel, was die Modellbildung, wie bereits erwähnt, erschwert. Formel (2.2) verdeutlicht den Unterschied in der Interpretation der Punkte-Regel zu dem Modell von PRR. In deren Modell wird $P_1(n_T)$ unter der Zwei-Punkte-Regel wie folgt definiert:

$$P_1(n_T) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n_T > 0 \\ 0, & \text{falls } n_T = 0 \\ -1, & \text{falls } n_T < 0 \end{cases}$$

PRR modellieren keine Spiele unter der Drei-Punkte-Regel, weisen aber darauf hin, dass im Fall der Drei-Punkte-Regel für $P_1(n_T)$

$$P_1(n_T) = \begin{cases} 2, & \text{falls } n_T > 0 \\ 0, & \text{falls } n_T = 0 \\ -1, & \text{falls } n_T < 0 \end{cases}$$

gelten würde.

Während bei PRR also die Drei-Punkte-Regel durch eine Erhöhung der Punktzahl für einen Sieg dargestellt wird, interpretiert (2.2) die Regel als Abwertung des unentschiedenen Spielstandes. Konnte durch ein Unentschieden unter der alten Regel noch die Hälfte der Siegpunktzahl erzielt werden, erhält man unter der neuen Regel bei unentschiedenem Ergebnis nur noch ein Drittel der möglichen Punkte.[6]

Ausgehend von (2.2) kann nun für jeden Zeitpunkt und Spielstand eine Wertefunktion aufgestellt werden, da für jeden Zeitpunkt t und jedes Paar

$$(n_t^1, n_t^2)$$

erzielter Tore ein Teilspiel

$$\Gamma(t, n_t^1, n_t^2)$$

beginnend im Zeitpunkt t existiert. Entstehen die Strategien in Teilspiel

$$\Gamma(t, n_t^1, n_t^2)$$

durch das Mischen reiner Strategien werden diese mit

$$(\sigma_1(t, n_t^1), \sigma_2(t, n_t^2))$$

bezeichnet. Im Zusammenhang mit jedem Teilspiel

$$\Gamma(t, n_t^1, n_t^2)$$

kann daher für beide Mannschaften bei einer Tordifferenz von

$$n := n_t^1 - n_t^2$$

und verbleibenden T–t Spielminuten die Wertefunktion (die nur von n und t abhängt) durch $(v_1(t,n), v_2(t,n))$ dargestellt werden. Trivialerweise gilt dabei: $(v_1(T,n), v_2(T,n))=(P_1(n), P_2(n))$, da $(v_1(T,n), v_2(T,n))$ gerade die Punktzahl darstellt, die die beiden Mannschaften am Ende des Spiels erhalten.

Nash-Gleichgewicht des Spiels

Für jede Tordifferenz n ist der Wert des Spiels Γ(t,n) für Team 1 gegeben durch[7]

$$v_1(t,n) = \max_{\sigma_1} E_{(\sigma_1, \sigma_2^*)} v_1(T, N), \tag{2.3}$$

wobei

$$\sigma_2 \leq \sigma_2^*$$

4 Neben der Wahl der Strategie werden die Torwahrscheinlichkeiten durch weitere Faktoren beeinflusst. PRR nennen hier z. B. den Heimvorteil oder die Spielstärke der Mannschaften, vgl. Palomino et al. (2000, S. 9).

5 Da in einem Fußballspiel nur wenige Tore erzielt werden, sind diese Torwahrscheinlichkeiten in jedem Zeitpunkt t typischerweise sehr gering.

6 Der Unterschied zwischen Modell und tatsächlicher Punkteverteilung in Fußballspielen liegt im Punkteabstand zwischen einem Unentschieden und einer Niederlage. Die Wahl des unterschiedlichen Abstandes von einem halben bzw. einem drittel Punkt im Modell verdeutlicht die Interpretation der Drei-Punkte-Regel als Abwertung des Unentschiedens, ändert aber nichts an der Übertragbarkeit der Simulationsergebnisse auf die Realität.

7 Es wird davon ausgegangen, dass jede Mannschaft versucht, die Punktzahl zum Spielende hin zu maximieren. Dabei wird außer Acht gelassen, dass vor allem gegen Ende der Saison einer Mannschaft zum Beispiel ein Unentschieden (oder sogar eine Niederlage) genügen kann, um Meister zu werden, nicht abzusteigen oder ein anderes gesetztes Ziel zu erreichen. Eine mögliche Strategie einer schwachen Mannschaft durch reines Defensivspiel nur Tore des (starken) Gegners zu verhindern ohne das Ziel, eigene Tore zu schießen und damit auf Unentschieden zu spielen, wird ebenfalls nicht modelliert.

für alle $\sigma_2 \in \Delta(\{a,d\})$ und N die Tordifferenz zu Spielende.[8] (2.3) sucht also die Strategie σ_1, die den Erwartungswert der Wertefunktion für Mannschaft 1 zu Spielende hin maximiert. Analog berechnet sich der Wert für Team 2 bei gegebener optimaler Strategie σ_1^* für Team 1 durch

$$v_2(t,n) = \max_{\sigma_2} E_{(\sigma_1^*,\sigma_2)} v_2(T,N). \qquad (2.4)$$

Zur Unterscheidung der Wertefunktionen sei im Folgenden

$$v_i^2(t,n)(v_i^3(t,n))$$

die Wertefunktion unter der Zwei-Punkte-Regel (Drei-Punkte-Regel).[9] Für die Wertefunktion unter der Zwei- und Drei-Punkte-Regel gilt

$$\begin{aligned} &v^2(i, T-i+1) \\ &\quad = v^3(i, T-i+1) = 1 \ \forall \, \mathrm{i} \leq T \end{aligned} \qquad (2.5)$$

da pro Zeitpunkt nicht mehr als ein Tor erzielt werden kann. Führt also eine Mannschaft bei weniger als i verbleibenden Spielminuten (hier i–1 min) mit i Toren, kann die andere Mannschaften nicht mehr den Ausgleich erzielen oder sogar in Führung gehen.

Aus (2.2) folgt:

$$v^2(T,n) = \begin{cases} 1, \text{ falls } n>0 \\ \frac{1}{2}, \text{ falls } n=0 \\ 0, \text{ falls } n<0 \end{cases}$$

und

$$v^3(T,n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n>0 \\ \frac{1}{3}, & \text{falls } n=0 \\ 0, & \text{falls } n<0 \end{cases}$$

und daraus schließlich für alle t und alle n zum Zeitpunkt t–1 die Wertefunktion[10]:

$$\begin{aligned} &v(t-1,n) \\ &\quad := \max_{\sigma_1 \in \Delta(\{d,a\})} E_{(\sigma_1,\sigma_2^*)}[p_1 v(t,n+1) \\ &\quad + p_2 v(t,n-1) \\ &\quad + (1-p_1-p_2)v(t,n)]. \end{aligned}$$

Strategienwahl beider Mannschaften

Basierend auf dem Modell von PRR[11] wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit eines Torerfolges für die erste Mannschaft höher ist. Zur Vereinfachung der Darstellung werden folgende Notationen eingeführt

$$\begin{aligned} &p_1(a,d) := \alpha_1, \\ &p_1(d,a) := \delta_1, \\ &p_2(d,a) := \alpha_2, \\ &p_2(a,d) := \delta_2 \\ &p_i(d,d) := D_i, \\ &p_i(a,a) := A_i \\ &\text{für } i = 1,2 \end{aligned}$$

und es gelte $A_i > \alpha_i > D_i$, i=1,2. Zusätzlich wird zunächst angenommen, dass ein c>0 und eine Permutation π mit $\pi(1)=2$ und $\pi(2)=1$ so existiert, dass $\forall s \ \ p_1(s) = p_2(\pi(s)) + c$ (Parallelverschiebung der Leistungsniveaus).[12]

[8] Im Unterschied zu Palomino et al. (2000, S. 12) wird hier der Wert des Spiels nicht mit Maximim-Strategien modelliert, da es sich bei der Drei-Punkte-Regel nicht um ein Nullsummenspiel handelt.

[9] Ist eine Unterscheidung nicht notwendig wird weiterhin die Notation ohne Exponent verwendet.

[10] v(t–1,n) maximiert den Erwartungswert, der sich aus der Wahrscheinlichkeit, dass Mannschaft 1 in t ein Tor schießt (p_1) multipliziert mit der Wertefunktion für eine Führung der ersten Mannschaft (v(t,n+1)), der Wahrscheinlichkeit, dass Mannschaft 2 ein Tor schießt (p_2) auch hier multipliziert mit dem Wert für dieses Ereignis (v(t,n–1)) und der Wahrscheinlichkeit, dass keine der beiden Mannschaften in t ein Tor erzielt ($1-p_1-p_2$) multipliziert mit dem Wert v(t,n) zusammen setzt.

[11] PRR behandeln den Fall hetergener Mannschaften nur für einen unentschiedenen Spielstand bzw. eine Führung mit einem Tor in der letzten Minute und nur unter der unten dargestellten Annahme der Parallelverschiebung der Leistungsniveaus.

[12] Für den Spezialfall homogener Mannschaft, d. h. für c=0, s. Geyer (2008).

Zusammenfassung · Abstract

Sportwiss 2009 · 39:7–15
DOI 10.1007/s12662-009-0002-x

H. Geyer

Warum Angriff nicht immer die beste Verteidigung ist. Strategienwahl im Fußball

Zusammenfassung
Der Beitrag analysiert die optimale Strategienwahl im Fußball durch eine Simulation der Erwartungswerte für den Ausgang des Spiels unter verschiedenen Strategien sowohl für die Zwei- als auch die Drei-Punkte-Regel. Abhängig von der Strategie der gegnerischen Mannschaft werden optimale Strategien bei unentschiedenem Spielstand und Führung einer Mannschaft anhand von Nash-Gleichgewichten dargestellt.

Schlüsselwörter
Strategienwahl · Simulation · Drei-Punkte-Regel · Nash-Gleichgewichte

Why offence is not always the best defence. Strategy selection in soccer

Abstract
This contribution analyses the optimal strategy selection in soccer using a simulation of expected payoffs for game outcome following different strategies for both the two-point and three-point rules. Depending on the strategy pursued by the opposing team, optimal strategies are presented for situations involving a tied score and one team holding the lead based on Nash equilibria.

Keywords
Strategy selection · Simulation · Three-point rule · Nash equilibrium

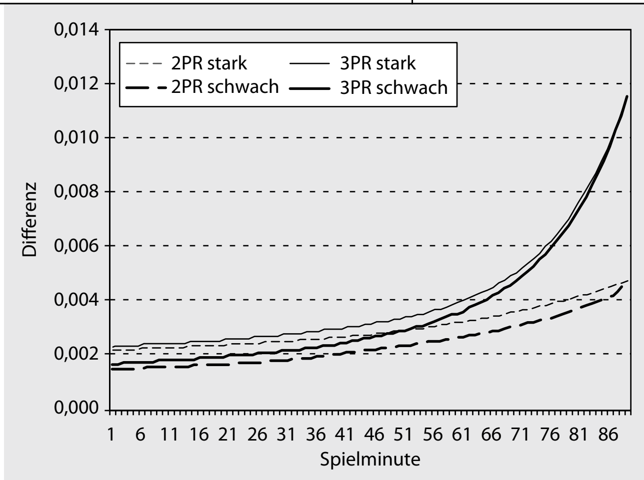

Abb. 1 ◀ Differenz der Erwartungswerte bei unentschiedenem Spielstand und angreifendem Gegner

Unentschiedener Spielstand bei parallelen Leistungsniveaus

Als erstes soll nun der Fall eines unentschiedenen Spiels betrachtet werden. Unabhängig vom Zeitpunkt im Spiel oder der Regel, unter der das Spiel stattfindet, sollte eine Mannschaft nur dann eine Angriffsstrategie spielen, wenn der Erwartungswert derselben höher als der einer Verteidigungsstrategie ist. Die stärkere Mannschaft sollte daher im Zeitpunkt t bei angreifendem Gegner nur dann angreifen, wenn v(t,0) für eine Angriffsstrategie größer ist als für eine Verteidigungsstrategie, d. h. wenn

$$\begin{aligned} &p_1(a,a)v(t+1,1) \\ &\quad + p_2(a,a)v(t+1,-1) \\ &\quad + (1-p_1(a,a)-p_2(a,a)) \\ &\qquad v(t+1,0) \\ &\quad > p_1(d,a)v(t+1,1) \\ &\quad + p_2(d,a)v(t+1,-1) \\ &\quad + (1-p_1(d,a)-p_2(d,a)) \\ &\qquad v(t+1,0) \end{aligned}$$

erfüllt ist. Dies ist nach Einsetzen der vereinfachten Notationen und Umformung der Ungleichung genau dann der Fall, wenn

$$\begin{aligned} &(A_1-\delta_1)v(t+1,1) \\ &\quad + (A_2-\alpha_2)v(t+1,-1) \\ &\quad - (A_1+A_2-\alpha_2-\delta_1)v(t+1,0) \\ &\quad > 0 \end{aligned}$$

gilt. Bei verteidigendem Gegner sollte analog nur angegriffen werden, wenn

$$\begin{aligned} &(\alpha_1-D_1)v(t+1,1) \\ &\quad + (\delta_2-D_2)v(t+1,-1) \\ &\quad + (D_1+D_2-\alpha_1-\delta_2)v(t+1,0) \\ &\quad > 0 \end{aligned}$$

erfüllt ist. Für die schwächere Mannschaft ist hingegen eine Angriffsstrategie in *t* nur dann sinnvoll, wenn bei angreifender starker Mannschaft

$$\begin{aligned} &(A_2-\delta_2)v(t+1,1) \\ &\quad + (A_1-\alpha_1)v(t+1,-1) \\ &\quad - (A_1+A_2-\alpha_1-\delta_2)v(t+1,0) \\ &\quad > 0 \end{aligned}$$

und bei verteidigender starker Mannschaft

$$\begin{aligned} &(\alpha_2-D_2)v(t+1,1) \\ &\quad + (\delta_1-D_1)v(t+1,-1) \\ &\quad + (D_1+D_2-\alpha_2-\delta_1)v(t+1,0) \\ &\quad > 0 \end{aligned}$$

gilt.

Eine Berechung der Nullstellen der Erwartungswertdifferenzen in allgemeiner Form ist aufgrund der rekursiven Darstellung der Wertefunktionen nicht möglich. Wie oben dargestellt, ist jedoch die Wahrscheinlichkeit für einen Torerfolg in einer Minute des Spiels sehr gering und zusätzlich von den gewählten Strategien der beiden Mannschaften abhängig.[13] Eine Simulation[14] soll daher nun zunächst den Verlauf der Erwartungswertdifferenzen für die Torwahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned} &A_1 = 0,035;\ \alpha_1 = 0,02;\ \delta_1 = 0,01; \\ &D_1 = 0,005 \text{und } c = 0,005 \end{aligned} \tag{2.6}$$

zeigen.[15] Bei der Simulation wird davon ausgegangen, dass eine Mannschaft, die mit 4 oder mehr Toren führt, das Spiel gewinnt. Diese Annahme vereinfacht die Simulation der Punkte-Erwartungswerte bei unterschiedlichen Strategien und lässt sich anhand von Daten der 1. Fußballbundesliga empirisch bestätigen. In keinem Ligaspiel 10 Saisons vor und seit der Einführung der Drei-Punkte-Regel (6194 Spiele) gelang einer Mannschaft, die im Laufe des Spiels mit 4 oder mehr Toren in Rückstand geriet, noch der Ausgleich oder sogar ein Sieg. Außerdem wird davon ausgegangen, dass ein Spiel 90 min dauert. Eine mögliche Nachspielzeit vor der Halbzeitpause und vor Ende des Spiels wird nicht berücksichtigt.

Abb. 1 stellt den Verlauf der Erwartungswertdifferenzen für beide Mannschaften bei angreifendem Gegner dar, **Abb. 2** den Verlauf bei verteidigendem Gegner.

Unabhängig von der Strategienwahl des Gegners, sollten beide Mannschaften eine Angriffsstrategie wählen. Im Vergleich der beiden Punkte-Regeln zeigt sich, dass in allen Fällen die Erwartungswertdifferenzen unter der Drei-Punkte-Regel stärker ansteigen als unter der Zwei-Punkte-Regel. Die Abwertung des Unentschiedens unter der neuen Regel führt also im Verlauf des Spiels zu einem stärker ansteigenden Offensivanreiz.

Zusätzlich soll nun untersucht werden, welchen Einfluss der Unterschied in den Leistungsniveaus der beiden Mannschaften, hier dargestellt durch den Faktor c, auf die Verläufe der Erwartungs-

[13] Bei einer Erhebung von Daten aus 10 Saisons vor und seit der Einführung der Drei-Punkte-Regel in der Saison 1995/1996 (6194 Spiele) zeigt sich, dass durchschnittlich zwischen 0,005 und 0,03 Tore pro Minute erzielt werden.

[14] Für eine genauere Beschreibung der Vorgehensweise in der Simulation siehe Anhang A2.

[15] Hier und im Folgenden sind die angenommenen Wahrscheinlichkeiten Beispielwerte. Simulationen mit anderen (realistischen) Werten werden hier nicht dargestellt, können aber auf Anfrage herausgegeben werden.

wertdifferenzen hat.[16] Während bei angreifendem Gegner sowohl für die stärkere als auch für die schwächere Mannschaft bei unterschiedlichen (realistischen) Werten für c weiterhin Angriff die dominante Strategie bleibt,[17] hängt die Strategie der stärkeren Mannschaft bei einer Verteidigungsstrategie des Gegners von c ab, wie ◻ **Abb. 3** (A=0,08; α_1=0,07; δ_1=0,06 und D_1=0,05) zeigt. Bei Annahme sehr heterogener Mannschaften (z. B. c=0,05) sollte die stärkere Mannschaft zunächst defensiv spielen und erst spät im Spiel (unter der Voraussetzung eines immer noch unentschiedenen Spielstands) auf Angriff umschalten. Der Wechsel findet dabei unter der Drei-Punkte-Regel wesentlich früher statt als unter der Zwei-Punkte-Regel (57. gegenüber 70. Minute), was sich wieder mit dem gestiegenen Offensivanreiz durch die neue Regel erklären lässt. Für die schwächere Mannschaft bleibt auch bei verteidigendem Gegner eine Angriffsspielweise weiterhin dominant.

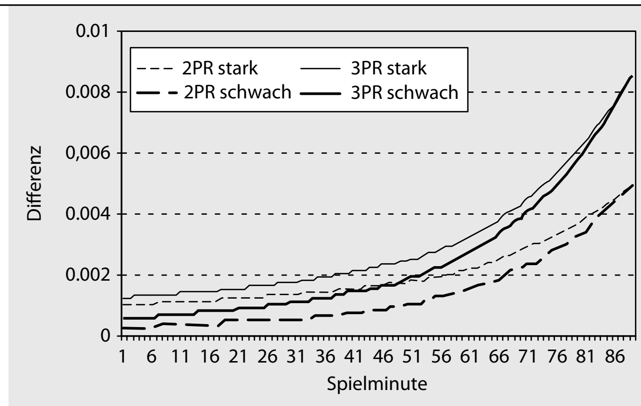

Abb. 2 ▶ Differenz der Erwartungswerte bei unentschiedenem Spielstand und verteidigendem Gegner

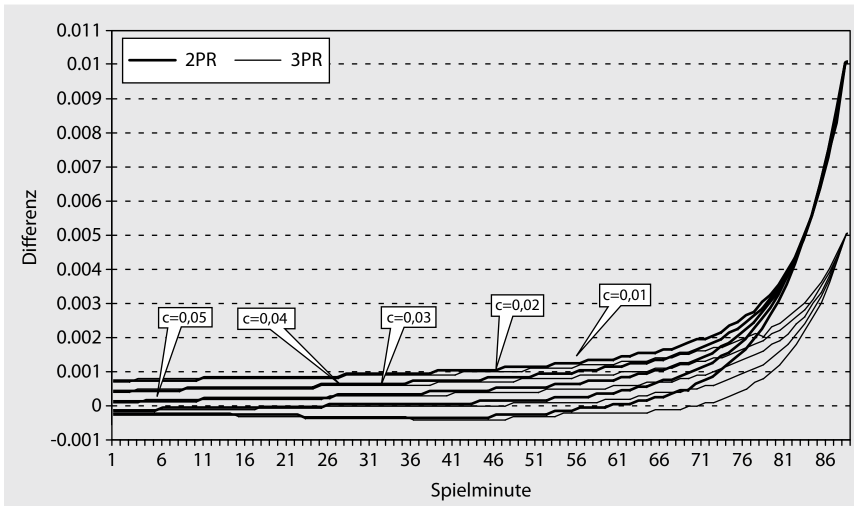

Abb. 3 ▲ Differenz der Erwartungswerte bei unentschiedenem Spielstand und verschiedenen Werten für c

Führung einer Mannschaft bei parallelen Leistungsniveaus

Zur Darstellung der optimalen Strategien für beide Mannschaften bei Führung eines Teams muss zwischen einer Führung der schwächeren und einer Führung der stärkeren Mannschaft unterschieden werden. In beiden Fällen wird jedoch angenommen, dass die zurückliegende Mannschaft unabhängig von ihrer Spielstärke immer angreift, da sie aufgrund ihres Rückstands nichts mehr zu verlieren hat.

Zunächst soll nun der wahrscheinlichere Fall einer Führung des stärkeren Teams betrachtet werden. Dieses sollte in Führung liegend nur angreifen, wenn zum Zeitpunkt t bei einer Tordifferenz von n>0

$$
\begin{aligned}
&p_1(a,a)v(t+1,n+1)\\
&\quad + p_2(a,a)v(t+1,n-1)\\
&\quad + (1-p_1(a,a)\\
&\quad - p_2(a,a))v(t+1,n)\\
&> p_1(d,a)v(t+1,n+1)\\
&\quad + p_2(d,a)v(t+1,n-1)\\
&\quad + (1-p_1(d,a)\\
&\quad - p_2(d,a))v(t+1,n)
\end{aligned}
$$

gilt. Auch hier ergibt sich mit Hilfe der oben eingeführten Notation und durch Umformen wieder eine vereinfachte Darstellung:

$$
\begin{aligned}
&(A_1-\delta_1)v(t+1,n+1)\\
&\quad + (A_2-\alpha_2)v(t+1,n-1)\\
&\quad - (A_1+A_2-\alpha_2-\delta_1)v(t+1,n)\\
&\quad > 0
\end{aligned}
$$

Zusätzlich zu der Höhe der Führung hängt der Zeitpunkt für das Umschalten von Angriff auf Verteidigung natürlich auch von den gewählten Parametern A,α,δ und D ab.[18] Allgemein gilt, dass für (T−i,i) die Differenz der Erwartungswerte aufgrund von (2.5) nicht mehr positiv ist.[19] PRR zeigen weiterhin, dass die führende Mannschaft sobald sie zu einer Verteidigungsstrategie wechselt, diese auch beibehält, solange sie ihre Führung nicht verliert.[20]

Für die Führung mit einem Tor durch das stärkere Team ergeben sich mit den Torwahrscheinlichkeiten aus (2.6) die in ◻ **Abb. 4** dargestellten Kurvenverläu-

[16] Da sich die Ergebnisse bei angreifendem und verteidigendem Gegner nur wenig unterscheiden, werden hier nur die Verläufe bei angreifendem Gegner dargestellt.

[17] Die entsprechenden Simulationen werden hier daher nicht dargestellt, können aber auf Anfrage herausgegeben werden.

[18] S. dazu auch Palomino et al. (2000).

[19] Beweis s. Anhang A1.

[20] S. Palomino et al. (2000, S. 33) für einen Beweis zur Zwei-Punkte-Regel. Dieser Beweis lässt sich auch leicht für die Drei-Punkte-Regel durchführen.

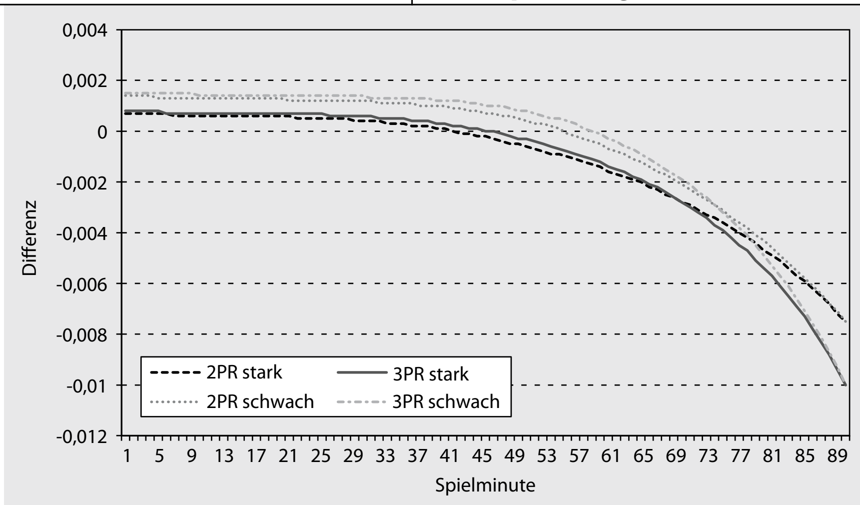

Abb. 4 ▲ Differenz der Erwartungswerte der stärkeren und schwächeren Mannschaft bei einer Tordifferenz von 1

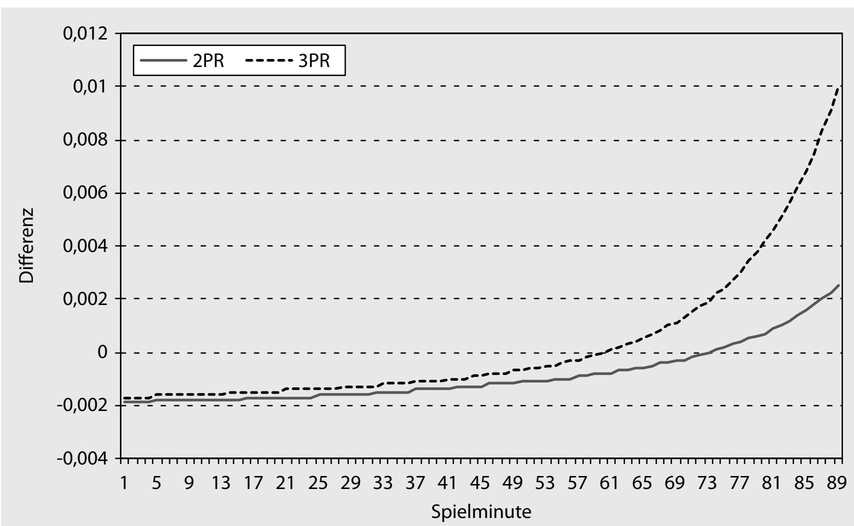

Abb. 5 ▲ Differenz der Erwartungswerte bei unentschiedenem Spielstand, Mannschaft mit schwachem Offensivspiel und angreifendem Gegner

fe. Diese zeigen, dass die Einführung der Drei-Punkte-Regel zu einem etwas späteren Umschalten von Angriff auf Verteidigung führt (45. gegenüber 40. Minute).

Im Vergleich dazu spielt eine führende schwache Mannschaft nur dann eine offensive Strategie, wenn

$$\begin{aligned}&(A_1-\alpha_1)v(t,n-1)\\&\quad+(A_2-\delta_2)v(t,n+1)\\&\quad-(A_1+A_2-\alpha_1-\delta_1)v(t,n)\\&\quad>0\end{aligned}$$

gilt. Die Simulation zeigt, dass die schwächere Mannschaft bei einer Führung später als die stärkere Mannschaft von Angriff auf Verteidigung umschaltet (ebenfalls ◘ **Abb. 4**).

Ähnliche Ergebnisse erhält man bei Führung einer der beiden Mannschaften mit 2 oder 3 Toren. Hier spielt die stärkere Mannschaft bei einer Führung von Beginn an defensiv, während die schwächere Mannschaft auch bei einer Führung mit 2 Toren zu Beginn noch offensiv spielt, aber früher von Angriff zu Verteidigung umschaltet als bei einer Führung mit nur einem Tor.

Als letztes soll nun der Fall untersucht werden, in dem die Annahme der Parallelverschiebung nicht mehr gilt. Eine denkbare Konstellation wäre dann, dass eine Mannschaft zwar offensiv schwach, dafür aber defensiv stark spielt oder umgekehrt. Es werden daher Simulationen mit den Werten

$$A_1=0,03;\ \alpha_1=0,015;\ \delta_1=0,01;\ D_1=0,005;\ A_2=0,04;\ \alpha_2=0,02;\ \delta_2=0,015;\ D_2=0$$

sowie den Werten

$$A_1=0,05;\ \alpha_1=0,045;\ \delta_1=0,015;\ D_1=0,01;\ A_2=0,045;\ \alpha_2=0,03;\ \delta_2=0,025;\ D_2=0,02$$

betrachtet. Im ersten Fall spielt Mannschaft 1 offensiv schlecht, dafür aber defensiv gut, im zweiten verhält es sich umgekehrt. Für Mannschaft 2 wird in beiden Fällen eine gleich gute Offensiv- und Defensivleistung angenommen.

Unentschiedener Spielstand bei unterschiedlichen Offensiv- und Defensivleistungen

Die Simulation zeigt im ersten Fall für Mannschaft 1 die in ◘ **Abb. 5** dargestellten Erwartungswertdifferenzverläufe.

Aufgrund der guten Defensivleistung ist es für diese Mannschaft sinnvoll, zunächst defensiv zu spielen und erst im Verlauf des Spiels zu einer offensiven Strategie zu wechseln. Der Wechsel findet dabei unter der neuen Regel (deutlich) früher statt als unter der alten (61. Minute gegenüber 74. Minute). Für den Fall eines verteidigenden Gegners ergeben sich ähnliche Kurvenverläufe. Anders sieht es im Fall einer Mannschaft mit starker Offensiv- und schwacher Defensivleistung aus (◘ **Abb. 6**).

Spielt eine Mannschaft eine starke Offensive und eine schwächere Defensive, sollte sie von Beginn an eine Angriffsstrategie spielen unabhängig von der Punkteregel unter der dieses Spiel ausgetragen wird. Auch hier ändert ein verteidigender Gegner die Kurvenverläufe nur geringfügig.

Führung einer Mannschaft bei unterschiedlichen Offensiv- und Defensivleistungen

Für den Fall der Führung einer Mannschaft muss unterschieden werden, ob die Mannschaft mit den unterschiedlichen

Offensiv- und Defensivleistungen oder die Mannschaft mit gleich starker Offensive und Defensive führt. Zunächst wird angenommen, dass eine Mannschaft mit unterschiedlicher Offensiv- und Defensivleistung mit einem Tor Vorsprung in Führung liegt (◘ **Abb. 7**).

Wie zu erwarten, sollte der Wechsel von einer Angriffs- zu einer Verteidigungsstrategie bei einer Mannschaft mit starker Offensivleistung (wesentlich) später im Spiel stattfinden als bei einer Mannschaft mit schwacher Offensive[21].

Auch der Fall der Führung einer Mannschaft mit vergleichbarer Offensiv- und Defensivleistung gegen eine Mannschaft mit unterschiedlicher Leistung in Verteidigung und Angriff zeigt wenig überraschende Ergebnisse (◘ **Abb. 8**).

Liegt eine Mannschaft gegen einen Gegner mit schwacher Offensive in Führung, sollte sie unabhängig vom Zeitpunkt im Spiel nur noch defensiv spielen, während ein offensiv starker Gegner dazu führt, dass trotz der Führung erst ab der 76. (Zwei-Punkte-Regel) bzw. 77. (Drei-Punkte-Regel) Minute zu einer Verteidigungsstrategie übergegangen werden sollte. In beiden Fällen führt die unterschiedliche Bepunktung nicht zu einer Änderung der Strategie.

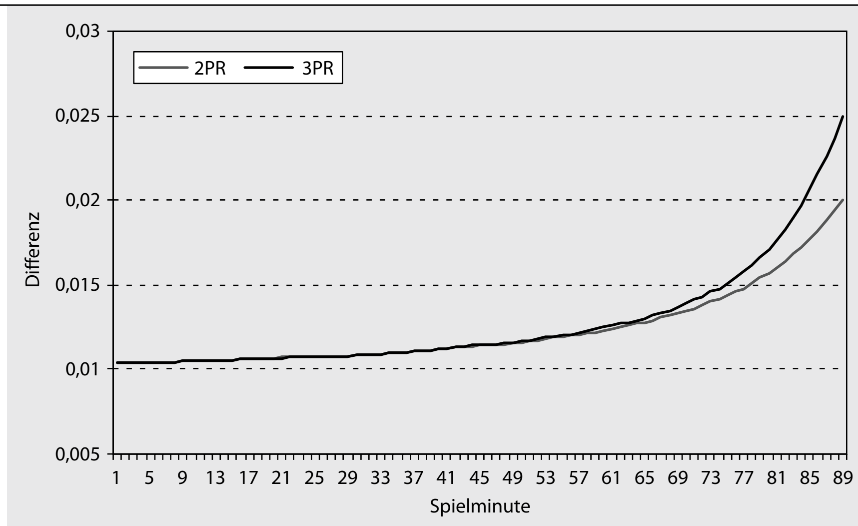

Abb. 6 ▲ Differenz der Erwartungswerte bei unentschiedenem Spielstand, Mannschaft mit starkem Offensivspiel und angreifendem Gegner

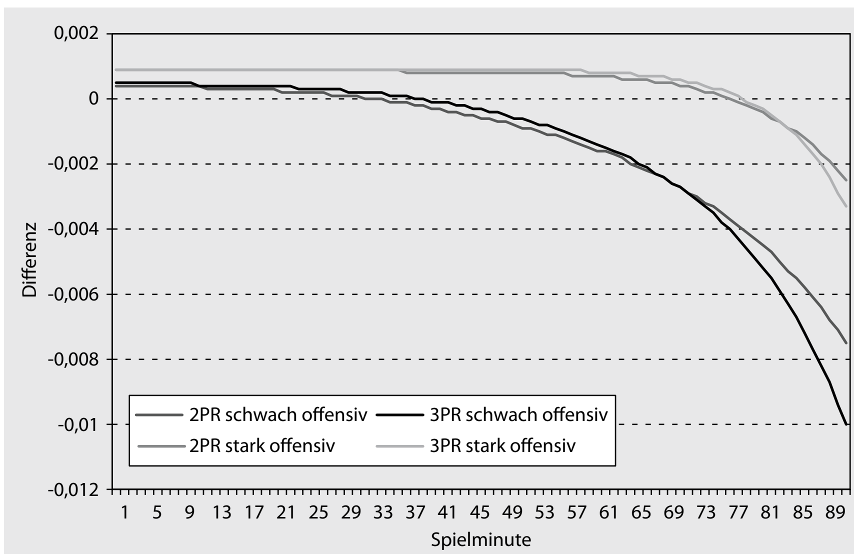

Abb. 7 ▲ Differenz der Erwartungswerte bei Führung einer Mannschaft mit unterschiedlicher Offensiv- und Defensivleistung

Fazit

Die durchgeführten Simulationen zeigen zum einen, dass die Einführung der Drei-Punkte-Regel die von der Fédération Internationale de Football Association (FIFA) gewünschte Wirkung zeigen sollte. Unter der neuen Regel sollten die Teams optimalerweise offensiver spielen und auch bei Führung eines Teams (teilweise sogar wesentlich) später auf Verteidigung umschalten. Zum anderen zeigt sich, dass vor allem die Führung einer schwachen gegen eine starke Mannschaft zu spannenden, da offensiv ausgelegten Spielen führen sollte. Die zurückliegende starke Mannschaft greift laut der Simulation an, um die drohende Niederlage gegen den Außenseiter zu verhindern und der Underdog versucht nicht (wie man erwarten könnte) seine Führung durch sehr defensives Spiel zu verteidigen, sondern durch eine weitere Angriffsstrategie die Führung noch auszubauen. Erst wenn die Wahrscheinlichkeit eines Torerfolgs der stärkeren Mannschaft aufgrund der verbleibenden Spielzeit einen bestimmten Wert unterschreitet, schaltet das führende schwache Team auf Verteidigung um.

Bei der Interpretation der Ergebnisse muss jedoch beachtet werden, dass das vorgestellte Modell nur simuliert wurde. Inwiefern die Änderung in der Bepunktung für einen Sieg tatsächlich Auswirkungen auf die Spielweise hat, müsste mit Hilfe von empirischen Daten zur Spielanalyse untersucht werden.[22] Zunächst müsste dazu jedoch ein Maß für die Einschätzung der Leistungsstärke der Mannschaften gefunden werden und anschließend Parameter für das Offensiv- und das Defensivspiel der beteiligten Mannschaften, wie Anzahl der Ballkontakte, Torschüsse und Eckbälle sowohl für als auch gegen die eigene Mannschaft oder auch der Anteil des Ballbe-

[21] Im Gegensatz zu allen übrigen Simulationen führt hier eine Simulation mit anderen Torwahrscheinlichkeiten zu anderen optimalen Strategien, wie Anhang A3 zeigt.

[22] S. z. B. die Untersuchung von Guedes und Machado (2002) für zwei Saisons der portugiesischen Liga.

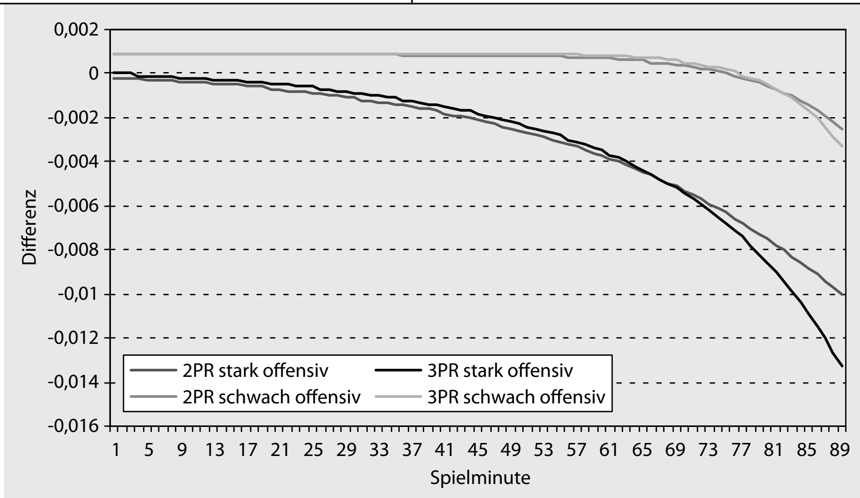

Abb. 8 ▲ Differenz der Erwartungswerte bei Führung einer Mannschaft mit gleicher Offensiv- und Defensivleistung

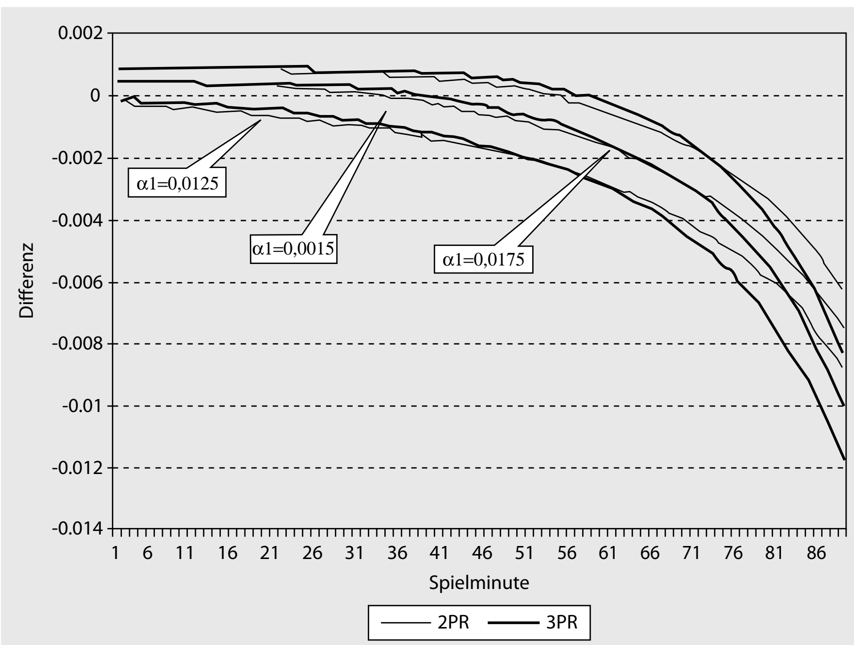

Abb. 9 ▲ zu Abb. 7 (Team spielt offensiv schwach, dabei gilt: A_1=0,03; δ_1=0,01; D_1=0,005; A_2=0,04; α_2=0,02; δ_2=0,015; D_2=0)

sitzes in der eigenen und gegnerischen Hälfte erhoben werden.
Vorliegende empirische Untersuchung zeigen z. B. schon, dass die Einführung der Drei-Punkte-Regel zu einem Rückgang der Anzahl der Unentschieden oder auch einem Rückgang der Tordifferenz in entschiedenen Spielen führte.[23] Weitere Untersuchungen hierzu könnten die Ergebnisse der Simulation daher bestätigen.

Das vorgestellte Modell vereinfacht insofern, dass es nur die Wahl zwischen den beiden Strategien *Angriff* und *Verteidigung* zulässt. Eine mögliche Erweiterung wäre daher, kontinuierliche Strategien zuzulassen. Die Mannschaften würden dann analog zu dem Modell von Brocas und Carrillo die Höhe ihrer Offensivanstrengung aus einer kontinuierlichen Menge möglicher Strategien wählen. Die jeweiligen Nash-Gleichgewichte müssten dann anhand von Reaktionsfunktionen der beiden Teams auf die Strategienwahl des Gegners berechnet werden.

Eine zusätzliche Erweiterung des Modells könnte darin bestehen, den Vorteil der Heimmannschaft nicht nur durch erhöhte Torwahrscheinlichkeit der Heimmannschaft und verringerte Torwahrscheinlichkeit der Gastmannschaft zu modellieren. Analog zu dem Faktor c für die unterschiedlichen Spielstärken könnte dazu ein weiterer Faktor für den Unterschied durch den Heimvorteil eingeführt werden.

Anhang

A1. Beweis

Für (T−i,i) ist der Erwartungswert einer Angriffsstrategie kleiner als der einer Verteidigungsstrategie, da

$$
\begin{aligned}
&(A_2-\alpha_2)\underbrace{v(T-i+1,i-1)}_{\le 1}\\
&\quad+(A_1-\delta_1)\underbrace{v(T-i+1,i+1)}_{=1}\\
&\quad-(A_1+A_2-\alpha_2-\delta_1)\\
&\quad\underbrace{v(T-i+1,i)}_{=1}\\
&\quad=(A_2-\alpha_2)\underbrace{v(T-i+1,i-1)}_{\le 1}\\
&\quad+\alpha_2-A_2=\underbrace{(A_2-\alpha_2)}_{>0}\\
&\qquad\underbrace{(v(T-i+1,i-1)-1)}_{\le 0}\le 0.
\end{aligned}
$$

A2. Erläuterung der Vorgehensweise in der Simulation

Zunächst wird für alle t=1,...,90 v(t,n) für n=−4,...,4 berechnet. Dabei gilt nach (2.2)

$$v^2(90,n)=\begin{cases}1, & \text{falls } n>0\\ \frac{1}{2}, & \text{falls } n=0\\ 0, & \text{falls } n<0\end{cases}$$

und

$$v^3(90,n)=\begin{cases}1, & \text{falls } n>0\\ \frac{1}{3}, & \text{falls } n=0\\ 0, & \text{falls } n<0\end{cases}$$

Daraus resultierend werden dann für t=89,88,...,1 die Werte v(t,n) berechnet. Dabei wird angenommen, dass der Gegner bei einem Rückstand immer angreift

---
[23] S. z. B. Dilger und Geyer (2007).

und bei einer Führung nur angreift, wenn der Erwartungswert eines Angriffs größer als der einer Verteidigungsstrategie ist. Anschließend können die Erwartungswertdifferenzen EWD(t,n) eines Teams, das mit n≥o Toren führt, anhand der Formel

$$
\begin{aligned}
&EWD(t,n):\\
&\quad =(A_1-\delta_1)v(t+1,n+1)\\
&\quad +(A_2-\alpha_2)v(t+1,n-1)\\
&\quad -(A_1+A_2-\alpha_2-\delta_1)v(t+1,n)
\end{aligned}
$$

berechnet werden. Auch bei der Berechnung der Erwartungswertdifferenzen wird angenommen, dass die (mit n≥o im Rückstand liegende) gegnerische Mannschaft eine Angriffsstrategie spielt.

Simulation mit anderen Torwahrscheinlichkeiten für Führung und unterschiedliche Offensiv- und Defensivleistungen

Eine Verringerung des Wertes für α_1 (also für die Torwahrscheinlichkeit, wenn die erste Mannschaft angreift und die zweite verteidigt), führt dazu, dass unter beiden Punkte-Regeln ab einem bestimmten Wert α_1 über die gesamte Spielzeit Verteidigung die dominante Strategie ist.

Eine Verringerung des Wertes für A_1 oder eine Erhöhung des Wertes für führt dazu, dass α_1 für die offensiv starke Mannschaft Verteidigung nicht mehr die dominante Strategie über die gesamte Spielzeit ist.

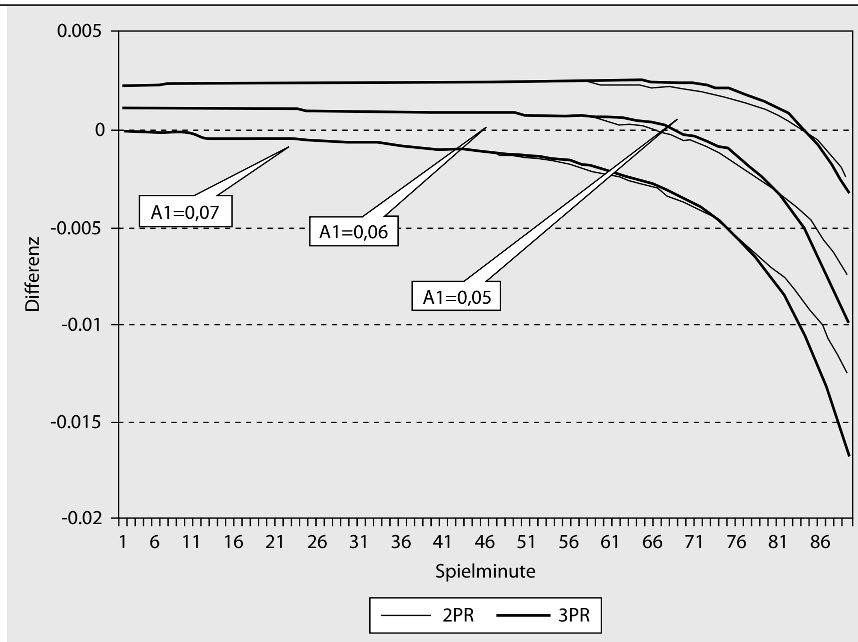

Abb. 10 ▲ zu Abb. 7 (Team spielt offensiv schwach, dabei gilt: α_1=0,045; δ_1=0,015; D_1=0,01; A_2=0,035; α_2=0,03; δ_2=0,025; D_2=0,02)

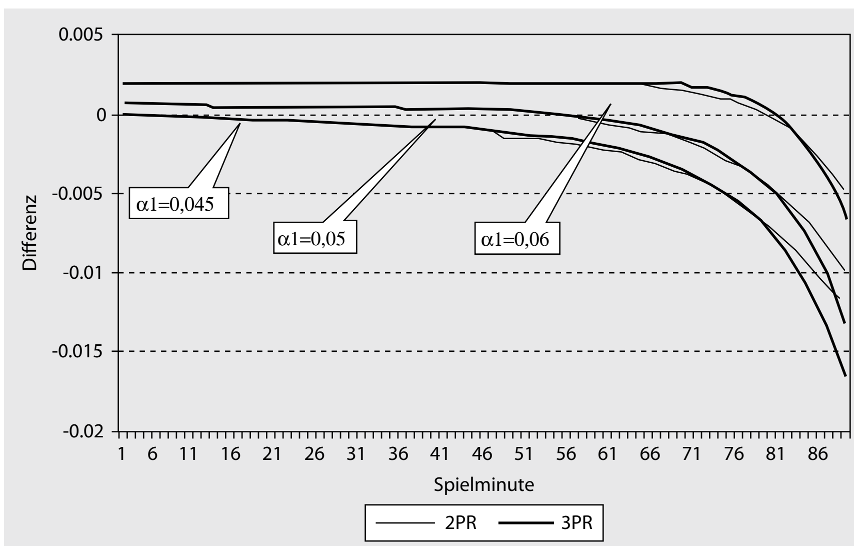

Abb. 11 ▲ zu Abb. 7 (Team spielt offensiv stark, dabei gilt A_1=0,07; δ_1=0,015; D_1=0,01; A_2=0,045; α_2=0,03; δ_2=0,025; D_2=0,02)

Korrespondenzadresse

H. Geyer
Institut für Ökonomische Bildung,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Scharnhorststr. 100, 48151 Münster
hannah.geyer@uni-muenster.de

Literatur

1. Amann, E., Dewenter, R. & Namini, J. E. (2004). *The home-bias paradox in Football*. Diskussionspapier Nr. 133, Universität Essen-Duisburg.
2. Brocas, I. & Carrillo, J. D. (2004). Do the ‚three-point victory' and ‚golden goal' rules make soccer more exciting? A theoretical analysis of a simple game. *Journal of Sports Economics, 5,* 169–185.
3. Dilger, A. & Geyer, H. (2007). Theoretische und empirische Analyse der Drei-Punkte-Regel. *Sport und Gesellschaft, 5,* 265–277.
4. Geyer, H. (2008). *Theoretische Analyse der Strategienwahl unter der Zwei- und Drei-Punkte-Regel im Fußball*. IÖB-Diskussionspapier Nr. 1/08, Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
5. Guedes, J. C. & Machado, F. S. (2002). Changing rewards in contests: Has the three-point-rule brought more offense to soccer? *Empirical Economics, 27,* 607–630.
6. Palomino, F., Rigotti, L. & Rustichini, A. (2000). *Skill, Strategy and Passion: an Empirical Analysis of Soccer*. Mimeo, Tilburg University. Zugriff am 20. Februar 2008 unter http://faculty.fuqua.duke.edu/~rigotti/bio/soccer.pdf.
7. Shepotylo, O. (2006). Three-Point-for-Win in Soccer Rule: Are There Incentives for Match Fixing? In derselbe: *Three Essays on Institutions and Economic Development*, 1–32. Dissertation, University of Maryland, Department of Economics.