

**УСТОЙЧИВЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В  
ЦЕПОЧКАХ С ДИФФУЗИОННЫМ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ  
ВНУТРЕННЕЙ СВЯЗЬЮ<sup>1</sup>**

**Л.И. Ивановский<sup>2</sup>** (Ярославль, ЯрГУ им. П.Г. Демидова)  
*leon19unknown@gmail.com*

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений с диффузионным взаимодействием между соседними элементами и дополнительной внутренней связью

$$\dot{u}_j = N^2(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) + \gamma u_j - u_j^3, \quad j = \overline{1, N}, \quad (1)$$

$$u_0 = u_1, \quad u_{N+1} = u_N + \frac{\alpha}{N} u_k, \quad k \in \mathbb{N}, \quad 1 \leq k < N, \quad (2)$$

где  $u_j$  — гладкие функции при  $t \geq 0$ , а параметры  $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$ .

Система (1), (2) имеет однородное нулевое решение  $u_j(t) \equiv 0$ , для которого найдены условия устойчивости и выделены два способа потери устойчивости: дивергентный, когда среди всех возможных собственных значений найдется нулевое значение, или колебательный, соответствующий случаю выхода пары собственных значений с максимальной действительной частью на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении характера потери устойчивости нулевого решения системы (1), (2) и поиске асимптотических формул для режимов, ответвляющихся от нулевого решения при критических значениях параметров  $\alpha$  и  $\gamma$ .

Полученные аналитические результаты проиллюстрированы численным решением системы (1), (2), при значениях параметров, близких к бифуркационным. Для системы (1), (2), при значениях параметра  $\alpha$ , близких к критическому, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления около нуля неоднородных состояний равновесия и циклов.

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-10055).

<sup>2</sup>© Ивановский Л.И., 2020