УДК 621.373.121

КАМБУЛОВ В. Ф.

ДВУХЧАСТОТНЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В RC-ГЕНЕРАТОРЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ АСИММЕТРИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ

Рассмотрен автогенератор, в цепи обратной связи которого каскадно-соединенные RC-структуры: фильтр нижних частот и режекторный фильтр. Показано, что при симметричной нелинейной характеристике усилителя в генераторе реализуются только одночастотные автоколебания. Однако при асимметрии характеристики могут возникать устойчивые двухчастотные автоколебания.

В [1—3] отмечается, что в генераторах с RC-структурами в цепи обратной связи реализуются одночастотные автоколебания. Поэтому представляет определенный теоретический и практический интерес рассмотрение RC-автогенераторов, в которых возникают многочастотные автоколебательные режимы.

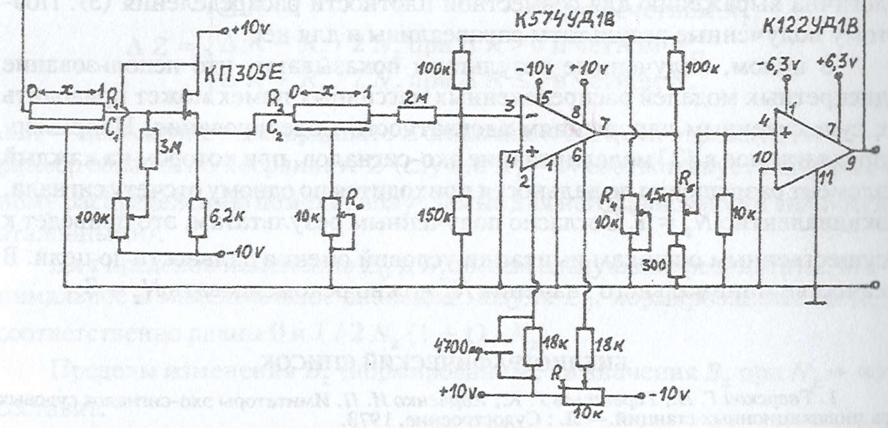

Рис. 1

Рассмотрим схему RC-автогенератора (рис. 1), математической моделью которого в случае идеального усилителя является:

$$\mathbf{u}_\tau = A\,\mathbf{u}, \tag{1}$$

$$\mathbf{u}_x \big|_{x=1} = 0,\; u_1 \big|_{x=1} - u_2 \big|_{x=0} + \alpha\, u_x \big|_{x=0} = 0, \tag{2}$$

$$u_1 \big|_{x=0} + k_0\,\sigma + k_1\,\sigma^2 - k_2\,\sigma^3 = 0. \tag{3}$$

Здесь u_1, u_2 — переменные составляющие напряжений в фильтрах; $x, \tau = t\,/\,(l_1^2\,R_1\,C_1)$ — нормированные координата и время; $\alpha = R_0\,/\,R_2$ — положительный параметр; k_0, k_1, k_2 — коэффициенты аппроксимации нелинейной характеристики усилителя; $\sigma = u_2\big|_{x=1} - \alpha\, u_{2x}\big|_{x=0}$ — напряжение на входе усилителя;

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \end{bmatrix},\quad a = (l_2^2\,R_2\,C_2)\,/\,(l_1^2\,R_1\,C_1).$$

Рассмотрим линеаризованную краевую задачу (1)—(3), из которой определим условия самовозбуждения автогенератора. В дальнейшем удобно проводить анализ в плоскости k_0, α, фиксируя a. Например, при $a = 7{,}977$ (что соответствует значению параметра a в эксперименте) график зависимости k_0 от α имеет вид, изображенный на рис. 2. При этом точке B соответствуют две частоты самовозбуждения $\omega_1 = 1{,}406$ и $\omega_2 = 26{,}13$, причем $\omega_2\,/\,\omega_1 = 18{,}585$. Учитывая последние данные, приходим к выводу, что в рассматриваемой задаче отсутствуют младшие резонансы $(1:2,\ 1:\frac{1}{2},\ 1:3,\ 1:\frac{1}{3})$.

Рассмотрим подробнее рис. 2. Как показал анализ, в плоскости k_0, α можно выделить характерные области I, II, III, IV. Область I соответствует устойчивому нулевому состоянию равновесия. При переходе из I в области II, III, IV теряется устойчивость колебательным образом, причем, в областях II, III самовозбуждаются одночастотные автоколебания, а в IV — двухчастотные. Дальнейшее рассмотрение краевой задачи (1)—(3) будем проводить для значений параметров k_0, α из области IV в окрестности точки $B\,(\alpha_0, k_m)$.

Пусть

$$k_0 = k_m + \varepsilon_1,\ \alpha = \alpha_0 + \varepsilon_2,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — малые параметры, причем $\varepsilon_1 > 0$. Будем приближенно искать решение краевой задачи (1)—(3) в виде

$$\mathbf{u}(x,\tau_1,\tau_2)=\sum_{k=1}^{2}\xi_k\,\mathbf{E}_{k1}(x,\tau_k)+\sum_{k,j=1}^{2}\mathbf{W}_{kj}(x,\tau_1,\tau_2)\,\xi_k\,\xi_j+$$

$$+\sum_{k,j=1}^{2}\mathbf{W}_{kj}(x,\tau_1,\tau_2)\,\xi_k\,\varepsilon_j+\sum_{k,j,p=1}^{2}\mathbf{W}_{kjp}(x,\tau_1,\tau_2)\,\xi_k\,\xi_j\,\xi_p, \qquad (4)$$

где $\mathbf{E}_{k1}$ — решения линеаризованной задачи (1) — (3), отвечающие частотам ω_k, $\mathbf{W}_k$; $\mathbf{W}_{kj}$, $\mathbf{W}_{kjp}$ — векторные тригонометрические многочлены век-

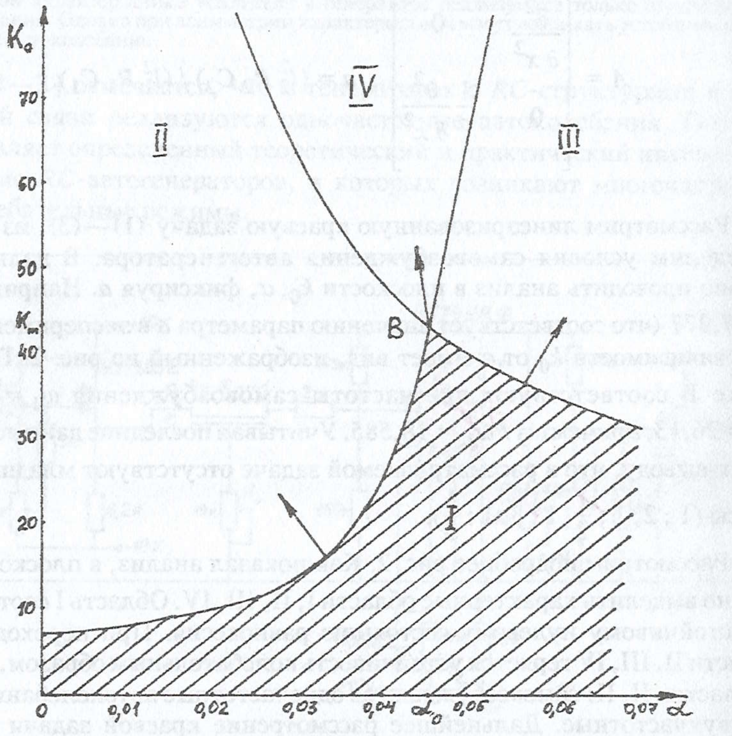

Рис. 2

торного переменного $\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\tau}=(\omega_1\tau_1,\omega_2\tau_2)$, подлежащие определению; ξ_k, τ_k находятся из системы укороченных уравнений вида:

$$\frac{d\xi_k}{d\tau}=\xi_k\left(\sum_{j=1}^{2}\gamma_{kj}\,\varepsilon_j+\sum_{j=1}^{2}\varphi_{kj}\,\xi_j^2\right), \qquad (5)$$

$$\frac{d\tau_k}{d\tau}=1+\frac{1}{\omega_k}\sum_{j=1}^{2}\omega_{kj}\,\varepsilon_j+\sum_{j=1}^{2}c_{kj}\,\xi_j^2. \qquad (6)$$

Опишем кратко алгоритм нахождения коэффициентов в системе (5), (6). Составив формальное равенство

$$\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\,\mathbf{u}}{\partial\,\tau_k}\frac{d\tau_k}{d\tau}=A\,\mathbf{u}-\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\,\mathbf{u}}{\partial\,\xi_k}\frac{d\xi_k}{d\tau}, \qquad (7)$$

подставим в краевую задачу (7), (2), (3) выражение (4) с учетом (5), (6) и приравняем в получившихся равенствах слева и справа коэффициенты при степенях $\xi_1^3, ..., \xi_2^3$. Далее, применяя к полученным таким образом краевым задачам условия разрешимости их в классе тригонометрических многочленов, определяем γ_{kj}, ω_{kj}, φ_{kj}, c_{kj}. Отметим, что для значений параметров автогенератора, отвечающих точке B (рис. 2),

$$\gamma_{11}=0{,}0016,\ \gamma_{12}=-7{,}425,\ \gamma_{21}=0{,}199,\ \gamma_{22}=138{,}65,$$

$$\omega_{11}=0{,}002,\ \omega_{12}=-9{,}761,\ \omega_{21}=0{,}156,\ \omega_{22}=50{,}598,$$

$$\varphi_{11}=-3{,}132\cdot10^{-5}\cdot k_2-1{,}472\cdot10^{-6}\cdot k_1^2,$$

$$\varphi_{22}=-1{,}263\cdot10^{7}\cdot k_2-3{,}605\cdot10^{5}\cdot k_1^2,$$

$$\varphi_{12}=-2{,}021\cdot10^{5}\cdot k_2+3{,}509\cdot10^{4}\cdot k_1^2,$$

$$\varphi_{21}=-7{,}826\cdot10^{-3}\cdot k_2-5{,}889\cdot10^{-4}\cdot k_1^2,$$

$$c_{11}=-2{,}723\cdot10^{-5}\cdot k_2-1{,}902\cdot10^{-6}\cdot k_1^2,$$

$$c_{22}=-3{,}778\cdot10^{5}\cdot k_2-3{,}626\cdot10^{5}\cdot k_1^2,$$

$$c_{12}=-1{,}757\cdot10^{5}\cdot k_2-2{,}137\cdot10^{6}\cdot k_1^2,$$

$$c_{21}=-2{,}343\cdot10^{-4}\cdot k_2-1{,}892\cdot10^{-4}\cdot k_1^2.$$

Для установившихся колебательных режимов правые части равенств (5), (6) соответственно равны

$$\xi_k\left(\sum_{j=1}^{2}\gamma_{kj}\,\varepsilon_j+\sum_{j=1}^{2}\varphi_{kj}\,\xi_j^2\right)=0, \qquad (8)$$

$$1+\frac{1}{\omega_k}\sum_{j=1}^{2}\omega_{kj}\,\varepsilon_j+\sum_{j=1}^{2}c_{kj}\,\xi_j^2=c_k,$$

где c_k — некоторые константы. Рассмотрим систему уравнений (8). Здесь могут представиться три возможности:

1) $\xi_1 \neq 0, \xi_2 = 0$;
2) $\xi_1 = 0, \xi_2 \neq 0$;
3) $\xi_1 \neq 0, \xi_2 \neq 0$.

Простой численный анализ показывает, что при определенных $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ возможна одновременная реализация этих трех случаев. При этом в первых двух

$$\xi_1 = \left[-\left(\sum_{j=1}^{2} \gamma_{1j}\varepsilon_j\right)/\varphi_{11}\right]^{1/2}, \ \xi_2 = 0,$$

$$\xi_1 = 0, \ \xi_2 = \left[-\left(\sum_{j=1}^{2} \gamma_{2j}\varepsilon_j\right)/\varphi_{22}\right]^{1/2}, \tag{9}$$

а в третьем случае

$$\xi_1 = (\Delta_1/\Delta)^{1/2}, \ \xi_2 = (\Delta_2/\Delta)^{1/2}, \tag{10}$$

где

$$\Delta = \varphi_{11}\varphi_{22} - \varphi_{12}\varphi_{21}, \ \Delta_1 = \varphi_{12}\sum_{j=1}^{2}\gamma_{2j}\varepsilon_j - \varphi_{22}\sum_{j=1}^{2}\gamma_{1j}\varepsilon_j,$$

$$\Delta_2 = \varphi_{21}\sum_{j=1}^{2}\gamma_{1j}\varepsilon_j - \varphi_{11}\sum_{j=1}^{2}\gamma_{2j}\varepsilon_j.$$

Отметим, что состояниям равновесия (9), (10) системы уравнений (5) соответствуют периодические (одночастотные) или двоякопериодические (двухчастотные) решения исходной краевой задачи (1)—(3), причем их устойчивость связана с устойчивостью рассматриваемых состояний равновесия.

Анализ показывает, что при симметричной нелинейной характеристике ($k_1 = 0$) двухчастотный режим неустойчив и в зависимости от начальных условий реализуется одночастотный режим на частоте ω_1 или ω_2. Однако в случае несимметричной характеристики ($k_1 \neq 0$) может реализоваться двухчастотный режим автоколебаний. На рис. 3 представлены области I, II значений коэффициентов k_1, k_2, при которых

реализуются соответственно неустойчивые и устойчивые двухчастотные автоколебания, при соответствующем выборе параметров ε_j.

Для проверки теоретических результатов был собран экспериментальный макет RC-генератора, схема которого приведена на рис. 1. Функции усилителя выполняли две интегральные схемы, имевшие регулировку баланса, что позволяло устанавливать рабочую точку в центре симметрии нелинейной характеристики. Резистором R_3 рабочая точка в режиме генерации выводилась на один из склонов нелинейной характеристики, что приводило к несимметрии относительно исходной точки. Общая динамическая характеристика усилителей с погрешностью не более 10% аппроксимировалась полиномом третьей степени, причем

$$k_2 = 100, \ k_1 \in [-50; 50].$$

В схеме автогенератора RC-структуры моделировались RC-цепочками, которые содержали соответственно 15 и 17 RC-звеньев с суммарными сопротивлениями и емкостями

$$R_1 = 33\ k, \ R_2 = 115{,}6\ k, \ C_1 = 11250 \text{ пФ}, \ C_2 = 25500 \text{ пФ}.$$

Для наблюдения и определения параметров резистором R_3 добивались реализации симметричной нелинейной характеристики усилителя,

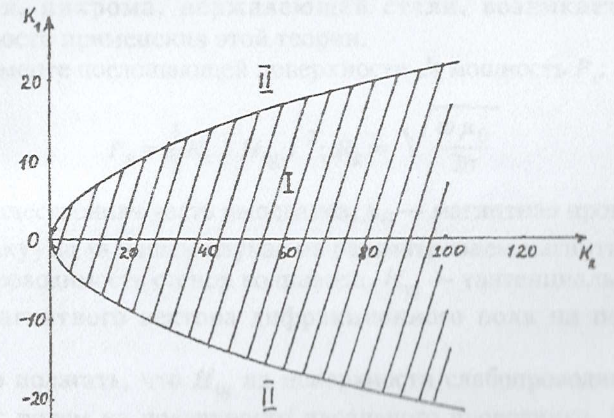

Рис. 3

а резисторами R_0, R_4, R_5 устанавливались такие α и коэффициент усиления k_0, что в схеме могли возникать автоколебания, близкие к гармоническим на частоте $f_1 = 500$ Гц или на частоте $f_2 = 8280$ Гц. Затем резистором R_3 для случая высокочастотных автоколебаний (f_2 = 8280 Гц) проводилось перемещение рабочей точки из центра характеристики на нижний или верхний ее склоны. Это приводило к возникновению двухчастотных автоколебаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Непринцев В. И., Камбулов В. Ф.* Нелинейные искажения в автогенераторе с распределенной RC-структурой в цепи обратной связи // Радиотехника и электроника.— 1975.— Т. 20.— № 5.— С. 982—993.
2. *Дворников А. А.* К теории RC-генераторов // Радиотехника и электроника.— 1978.— Т. 23.— № 5.— С. 1006—1014.
3. *Колесов Ю. С., Колесов В. С., Федик И. И.* Автоколебания в системах с распределенными параметрами.— Киев : Наукова думка, 1979.— 162 с.

Ярославский госуниверситет г. Ярославль. Поступила в редакцию 04.06.96.

КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.396.679

ВОЛКОВ В. М.

ПРИМЕНИМОСТЬ ТЕОРИИ СИЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПОТЕРЬ В СЛАБОПРОВОДЯЩИХ СТЕНКАХ ВОЛНОВОДОВ

Для хорошо проводящих стенок волноводов потери можно вычислять, используя теорию сильного скин-эффекта [1]. При использовании слабопроводящих стенок в качестве датчиков проходящей мощности, например, на основе поглощающей стенки [2], выполненной из константана, никеля, нихрома, нержавеющей стали, возникает вопрос о справедливости применения этой теории.

На элементе поглощающей поверхности ds мощность P_s:

$$P_s = \frac{1}{2} R_s \mid H_{\text{tg}} \mid ^2; \; R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}, \tag{1}$$

где R_s — вещественная часть импеданса, μ_0 — магнитная проницаемость стенок и вакуума (в нашем случае не рассматриваем магнитные эффекты), σ — проводимость стенок волновода, H_{tg} — тангенциальная составляющая магнитного вектора дифракционного поля на поверхности стенки.

Можно полагать, что H_{tg} на поверхности слабопроводящей стенки совпадает с полем на поверхности идеального проводника. Справедливость этого приближения подтверждается требованием, чтобы элемент датчика (поглощающей стенки) имел пренебрежимо малый собственный коэффициент отражения в широкой полосе частот ($K_{\text{сти}} \leq 1{,}01$).

Степень малости коэффициента отражения датчика с погрешностью до квадратичных членов можно оценить по разности постоянных распространения электромагнитных волн в волноводах с различными значениями потерь в стенках. Искомое значение коэффициента отражения: