

# Потеря устойчивости нулевого состояния равновесия одной краевой задачи с дополнительной внутренней связью

Ивановский Л.И. (Россия, Ярославль)

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

*leon19unknown@gmail.com*

Рассмотрим краевую задачу с дополнительной внутренней связью во втором краевом условии:

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3, \quad (1)$$

$$u'(0, t) = 0, \quad u'(1, t) = \alpha u(x_0, t). \quad (2)$$

Здесь  $u(x, t)$  — гладкая функция при  $t \geq 0$  и  $x \in [0, 1]$ ,  $\alpha$  и  $\gamma$  — действительные числа, а параметр  $x_0 \in [0, 1)$ . Для задачи (1), (2) можно выделить два способа потери устойчивости нулевого состояния равновесия — дивергентный, когда в спектре устойчивости появляется нулевое значение, и колебательный, соответствующий случаю перехода выхода комплексно сопряженных собственных значений с левой комплексной полуплоскости на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении характера потери устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2), т.е. в поиске критических значений параметров  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $x_0$  и получении асимптотических формул для режимов, ответвляющихся от нулевого состояния равновесия.

Получить критические значения параметров с использованием одного лишь аналитического аппарата довольно затруднительно. В связи с этим, исследование осуществлялось численным способом.

В результате исследования были найдены значения параметров  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $x_0$ , при которых происходят различные бифуркации нулевого состояния равновесия краевой задачи (1), (2). При значениях параметра  $\alpha$ , близких к критическим, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления пространственно неоднородных устойчивых состояний равновесия в одном случае и циклов в другом.

## Литература

- [1] Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Диффузионный хаос и его инвариантные числовые характеристики // ТМФ. 2020. Т. 203. №1. С. 10–25.

- [2] Rudyi A. S. Theoretical Fundamentals of the Method for Thermal Diffusivity Measurements from Auto-Oscillation Parameters in a System with a Thermal Feedback // International Journal of Thermophysics. 1993. Vol. 14, No. 1. P. 159–172.
- [3] Rudyi A. S. Self-excited oscillations in a parabolic system with nonlinear external feedback // Tech. Phys. 1997. Vol. 42, No. 5. P. 561–563.
- [4] Ивановский Л. И. Динамика одной системы диффузионно связанных дифференциальных уравнений с дополнительной внутренней связью // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2020. №3(55). С. 15–30.