

Бифуркационные особенности одной краевой задачи с нелинейным отклонением в краевом условии

Ивановский Л.И.

ЯрГУ им. П.Г. Демидова, Ярославль

Рассматриваются динамические свойства краевой задачи

$$\dot{u} = u'' + \gamma u, \quad (1)$$

с нелинейным отклонением в одном из краевых условий

$$u'(0, t) = 0, \quad u'(1, t) = \alpha u(0, t) + \beta u^3(0, t), \quad (2)$$

возникающие в проблематике популяционной динамики [1]. Функция $u(x, t)$ — гладкая при $t \geq 0$ и $x \in [0, 1]$, параметры α, β, γ — действительные числа.

В краевой задаче (1), (2) реализуется два способа потери устойчивости нулевого состояния равновесия — дивергентный, когда в спектре устойчивости появляется нулевое значение, и колебательный, соответствующий случаю перехода пары собственных значений из левой комплексной полуплоскости в правую. Задача состояла в изучении свойств потери устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2), т.е. в поиске критических значений параметров α, β, γ и построении асимптотических формул для режимов, от него ответвляющихся.

Были выявлены критические зависимости параметров α и γ , при которых происходят различные бифуркации нулевого состояния равновесия. При значениях параметра α , близких к критическим, построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления неоднородных состояний равновесия в одном случае и циклов в другом. В широкой области параметров фазовые перестройки краевой задачи (1), (2) проиллюстрированы численно.

1. Gourley S.A., So J.W.-H., Wu J.H. *Journal of Mathematical Sciences* **124**:4 (2004)