

14 ДЕК 1998

На правах рукописи

ПРУДНИЧЕНКО АЛЕКСАНДР СЕМЕНОВИЧ

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
В РС-ГЕНЕРАТОРАХ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

01.04.03 – радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук



Воронеж 1998

Работа выполнена на кафедре радиофизики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: кандидат физико-математических наук, доцент Камбулов В.Ф.
(ЯрГУ, г. Ярославль)

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ: доктор физико-математических наук, профессор Нечаев Ю.Б.
(НИИ «Вега», г. Воронеж)

кандидат физико-математических наук, доцент Бобрешов А.М.
(ВГУ, г. Воронеж)

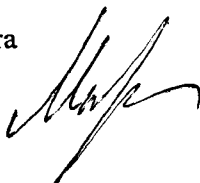
ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ: Научно исследовательский институт связи, г. Воронеж

Защита диссертации состоится «24» декабря 1998 г.
в 15.20 час на заседании диссертационного совета Д 063.48.06 при Воронежском государственном университете по адресу: 394693, Воронеж, Университетская пл. 1, ВГУ, физический факультет.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Воронежского госуниверситета.

Автореферат разослан «17» ноября 1998 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



В.К.Маршаков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время в технике используется все более сложное электронное оборудование, что приводит к необходимости уменьшения веса, габаритов, стоимости и повышения надежности применяемой аппаратуры. Решение возникших проблем, в первую очередь связывают с дальнейшим развитием микроэлектроники. В частности, получение на базе пленочной и диффузионной технологий различных новых линий с распределенными параметрами и объемных структур привело к дальнейшему совершенствованию автогенерирующих устройств, сохраняющих традиционные функциональные возможности систем на дискретных элементах. Указанные приборы позволяют решить ряд проблем практики, связанных с конструированием запоминающих устройств, генераторов шума, имеют лучшие энергетические характеристики и т.д. Следует отметить, что изучение предложенных устройств с распределенными параметрами приводит к более глубокому пониманию физики колебательных движений, реализуемых в различных явлениях природы.

Современная радиоэлектронная промышленность накладывает достаточно жесткие требования на работу различных передающих устройств, поэтому возникает практическая необходимость их совершенствования и, тем самым, потребность в дальнейшем развитии теории и методов анализа таких систем.

Общую теорию нелинейных колебаний в устройствах с дискретными параметрами в настоящее время можно считать достаточно хорошо развитой. Однако для распределенных систем этого сказать нельзя. Этот факт объясняется следующими обстоятельствами. Во-первых, интерес к нелинейным колебаниям в

распределенных системах значительно возрос лишь в последние десятилетия, когда стали широко использоваться генераторы с существенно распределенными параметрами (лазеры, мазеры, генераторы Ганна и т.п.). Во-вторых, развитие теории колебаний автогенераторов с распределенными параметрами встречает определенные проблемы, вызванные: 1) большим разнообразием математических моделей, описывающих реальные физические устройства; 2) математическими трудностями, связанными с решением уравнений с частными производными. Существующие в настоящее время подходы и методы исследования распределенных систем, как правило, носят эвристический характер, что связано с объективными трудностями анализа и желанием упростить решение поставленной задачи. С этой целью уже после постановки математической модели вводят определенные физические допущения.

К настоящему времени достаточно полно изучен ряд математических моделей автогенераторов с RC-распределенными параметрами в цепи обратной связи, которые представляют собой уравнения теплопроводности с нелинейностью, как правило, в граничных условиях. Для RC-генераторов исследованы вопросы бифуркации одночастотных и двухчастотных автоколебаний, влияния неоднородности цепи обратной связи и неидеальности усилителя на параметры автоколебаний, синхронизации, анализа автоколебаний при аппроксимации нелинейности кусочно-линейными функциями, переходного процесса и т.д.

Однако проблема возбуждения параметрических колебаний в RC-генераторах в настоящее время практически не изучена. Не исследованы условия реализации параметрических колебаний при различных резонансах (1:1, 1:2, 1:3), вопросы расчета и устойчивости

колебаний, их специфические особенности в зависимости от выбора параметра системы, подверженного «раскачке». Феномен возбуждения параметрических колебаний в RC-генераторах можно использовать для создания усилителей низкочастотных колебаний, делителей и умножителей частоты, преобразователей одного типа колебательных движений в другой, например, механических в электромагнитные и т.д.

Следовательно, возникает необходимость в дальнейшем развитии строгих методов анализа исследования возбуждения параметрических колебаний в автогенераторах с распределенными параметрами.

Таким образом, является актуальным, представляет большую значимость для науки и практики дальнейший теоретический и экспериментальный анализ параметрических колебаний, которые имеют место во многих автоколебательных системах с распределенными параметрами.

В качестве объектов анализа рассматривается ряд схем RC-автогенераторов (RC-автогенератор с сосредоточенной емкостью на выходе усилителя, изменяющейся по гармоническому закону; RC-автогенератор с неоднородным распределением параметров R и C, в котором на входе усилителя воздействует внешняя э.д.с.; генератор с каскадно-соединенными RC-структурами, в котором реализуется явление многоцикличности и исследуются вопросы возбуждения в нем автопараметрических колебаний), а так же их математические модели.

Предмет исследования – параметрические и автопараметрические колебания в RC-автогенераторах с распределенными параметрами.

Целью диссертационной работы является: на основе постановок новых математических моделей, новых методологических подходов и

дальнейшего развития методов малых параметров исследовать параметрические и автопараметрические колебания для некоторого класса РС-автогенераторов с распределенными параметрами при «мягкой» нелинейности активного элемента; дать физическую интерпретацию полученных теоретических результатов и сравнить их с экспериментальными данными.

Основной гипотезой проведенного анализа параметрических колебаний является предположение о возможности использования параболических уравнений в качестве математических моделей рассматриваемых автогенераторов.

Сформулируем методологическую базу исследований, проведенных в диссертационной работе. Во-первых, проблема возбуждения параметрических и автопараметрических колебаний решалась как задача математической физики: 1) с корректной постановкой моделей; 2) с использованием строгих методов для их исследования; 3) с физической интерпретацией и проверкой экспериментально полученных результатов. Во-вторых, требования корректности математических моделей, отражение в них различных свойств автоколебательной системы, применение обоснованных методик для их анализа обязывало в зависимости от изучаемых резонансов рассматривать несколько постановок задач для одного физического объекта. Выбранная методология исследования позволила глубже проникнуть в тонкую структуру колебательных движений в изучаемых генераторах.

В диссертации получили дальнейшее развитие методы малых параметров, например, Андронова-Хопфа.

Достоверность полученных в настоящей работе результатов следует из следующего:

- 1) корректность поставленных математических моделей;
- 2) строгих методов их исследования;
- 3) качественного и достаточно хорошего количественного совпадения теоретических результатов и экспериментальных данных.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые проведены исследования возбуждения параметрических и автопараметрических колебаний в RC-генераторах с распределенными параметрами, которые вносят новые представления о функционировании исследуемых систем; получили дальнейшее развитие методы малых параметров применительно к распределенным автоколебательным устройствам; предложена методика исследования распределенных автоколебательных систем и на ее основе выявлены динамические свойства RC-генераторов, работающих в неавтономном режиме; получено принципиально новое решение проблемы математического моделирования, что привело к постановке новых задач, более адекватно отражающих выбранные физические объекты.

Практическая значимость. Приведенные в диссертационной работе теоретический и численный анализы установившихся неавтономных режимов в RC-генераторах с распределенными параметрами были применены при разработке практических схем НИР на кафедре радиофизики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, а также использовались при проектировании автогенераторов с распределенными параметрами на предприятиях радиоэлектронной промышленности г. Ярославля.

Однако результаты диссертационной работы носят достаточно общий характер и могут найти применение при анализе существующих и создании новых автоколебательных систем как с распределенными, так и с сосредоточенными параметрами.

Методы и алгоритмы, предложенные в работе, можно использовать в частности:

-
- при анализе автоколебательных систем с распределенными и сосредоточенными параметрами в случае других параметрических резонансов, нелинейные характеристики которых аппроксимированы полиномами;
-
- при изучении колебаний в генераторах с сосредоточенными и распределенными параметрами в радиофизических устройствах, работающих в качестве усилителей и делителей частоты;
 - при разработке новых физических устройств, используемых в качестве преобразователей одного типа колебательных движений в другой, например, механических в электромагнитные.

Основные идеи математического моделирования, развитые методы анализа и предложенные алгоритмы будут полезны для исследования других автоколебательных систем в различных задачах естествознания.

Научные положения, выносимые на защиту:

- 1) Построение для некоторого класса RC-автогенераторов новых математических моделей, которые более адекватно отражают изучаемые свойства реальных физических устройств.
- 2) Дальнейшее развитие методов малых параметров для исследования параметрических и автопараметрических колебаний в RC-автогенераторах с распределенными параметрами:

а) проведение исследований математической модели – RC-автогенератора с сосредоточенной емкостью на выходе усилителя, изменяющейся по гармоническому закону в случае резонансов 1:1, 1:2, 1:3;

б) исследование устойчивости параметрических колебаний при основном и неосновных резонансах;

в) построение математической модели автогенератора с экспоненциальным распределением параметров R и C в цепи обратной связи и ее анализ;

г) изучение автопараметрических колебаний в случае резонанса 1:2 при воздействии на усилитель внешней э.д.с.;

д) возбуждение в многоциклической RC-системе заданного колебательного режима путем воздействия внешней гармонической силы на вход активного элемента.

3) Новые методологические приемы исследования параметрических и автопараметрических колебаний в автоколебательных системах с RC-распределенными параметрами.

4) Экспериментальное подтверждение теоретических выводов и результатов численных расчетов на макетах автогенераторов, у которых нелинейные динамические характеристики активных элементов достаточно хорошо аппроксимируются полиномами третьей степени.

Личный вклад автора в диссертационную работу. Автором осуществлена постановка ряда задач, с помощью которых сформулированы положения, выносимые на защиту; получили дальнейшее развитие теоретические методики и методологические подходы, позволившие решить эти задачи.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы обсуждались на научных семинарах кафедр математического

моделирования и радиофизики Ярославского госуниверситета, кафедр радиофизики и электроники Воронежского госуниверситета, кафедр физики колебаний и молекулярной электроники Московского госуниверситета, а также докладывались:

1. Конференции молодых ученых по теории нелинейных колебаний в естествознании, Ярославль, 1996 г.
2. Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию, Волгоград, 1997 г.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии. Работа имеет объем 107 страниц, включая 25 таблиц, фотографий и рисунков. Библиографический раздел содержит список цитируемой литературы из 72 наименований.

Во введении представлено состояние проблемы исследования параметрических и автопараметрических колебаний в генераторах с распределенными параметрами, обоснована актуальность задачи решаемой в диссертации, сформулирована цель работы, показана новизна и практическая значимость полученных результатов, а также резюмировано содержание глав диссертации.

В первом разделе главы 1 выводится краевая задача (1)-(2), которая является математической моделью RC-генератора с сосредоточенной емкостью на выходе усилителя, изменяющейся по гармоническому закону (см. рис. 1).

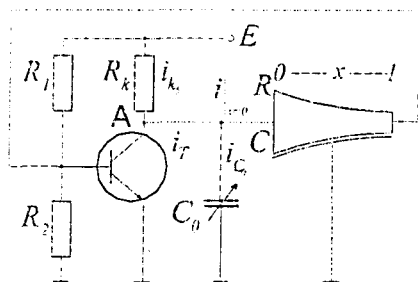


Рис. 1

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_0(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[a_1(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right], \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = -b_0 u \Big|_{x=1}, \quad (1)$$

$$C_1(1 + q \cos 2pt) \left\{ a_0(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[a_1(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right\} \Big|_{x=0} - d_0 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} + \\ + (1 - 2C_1pq \sin 2pt) u \Big|_{x=0} + k_0 u \Big|_{x=1} + k_1 u^2 \Big|_{x=1} - k_2 u^3 \Big|_{x=1} = 0, \quad (2)$$

где $u(t, x)$ – составляющая напряжения; t, x – нормированные время и координата,

$$a_0(x) = 1/C(x), \quad a_1(x) = 1/R(x),$$

$$b_0 = R(1)/R_{ax}, \quad d_0 = R_k/R(0).$$

Здесь $q, 2p$ соответственно амплитуда и частота изменения емкости C_0 , причем частота p близка к частоте самовозбуждения генератора ω_0 ; k_i – коэффициенты аппроксимации нелинейной характеристики.

В этом разделе при условии идеальности усилителя и однородности структуры анализируются условия самовозбуждения

генератора и на основе метода Андронова-Хопфа проводится расчет автоколебаний.

В разделе 2 рассматривается неавтономная краевая задача в случае резонанса 1:2 и изучаются установившиеся колебательные режимы в RC-генераторе, исследуются вопросы их устойчивости. Показано, что оптимальными условиями возбуждения параметрических колебаний в регенеративном режиме функционирования генератора являются следующие: амплитуда изменяющейся емкости и расстройка частоты должны быть порядка ε . Здесь ε – малый положительный параметр. При этом колебания реализуются и без квадратичного члена в аппроксимации нелинейности усилителя. Приводятся амплитудно-частотные характеристики и полоса возбуждения параметрических колебаний.

В разделе 3 изучается математическая модель, предложенная в разделе 2, при резонансе 1:1. В отличие от предыдущего случая здесь колебания реализуются при большей по порядку амплитуде емкости, равной $\sqrt{\varepsilon}$. Однако порядок расстройки частоты остается прежним и равен ε . Отметим характерную особенность изучаемого резонанса: параметрические колебания реализуются только при наличии квадратичного члена в аппроксимации нелинейной характеристики усилителя. Исследование устойчивости построенных колебаний проводятся на основе строгой методики. Здесь же отмечается, что в случае резонанса 1:3 остаются в силе все качественные особенности поведения RC-системы, присущие резонансу 1:1.

Раздел 1 главы 2 посвящен рассмотрению автогенератора с неоднородным распределением параметров R и C, изменяющихся по

экспоненциальному закону (см. рис.2), математической моделью которого краевая задача (3)-(4).

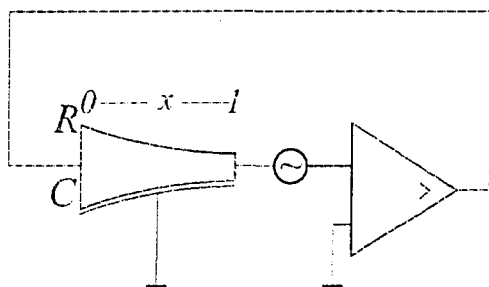


Рис. 2

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0, \quad (3)$$

$$u|_{x=0} + k_0(u|_{x=1} + q \cos 2p\tau) + k_1(u|_{x=1} + q \cos 2p\tau)^2 - \\ - k_2(u|_{x=1} + q \cos 2p\tau)^3 = 0 \quad (4)$$

где u - переменная составляющая напряжения; $\tau = t(R_0 C_0)$ - нормированное время; k_i - коэффициенты аппроксимации нелинейности, а $q, 2p$ - соответственно амплитуда и частота внешней силы.

В этом же разделе исследуется автономная краевая задача, проводится анализ характеристического уравнения, и методом Андронова-Хопфа строятся автоколебания.

В разделе 2 рассматривается математическая модель RC-генератора с неоднородным распределением параметров R и C , когда на вход усилителя в регенеративном режиме действует гармоническая

внешняя э.д.с. Как и в случае основного внешнего резонанса 1:2, здесь автопараметрические колебания реализуются при тех же порядках амплитуды внешнего воздействия и расстройки частоты, однако имеет место принципиальное различие: автопараметрические колебания возбуждаются только при наличии квадратичного члена в аппроксимации нелинейной характеристики усилителя. Изучение задачи проводится на основе модифицированного метода Андронова-Хопфа с привлечением численного анализа, исследуется вопрос устойчивости колебаний.

В разделе 3 вводится математическая модель (5)-(7) автогенератора с каскадно-соединенными RC - структурами (см. рис.3) и изучаются некоторые ее свойства.

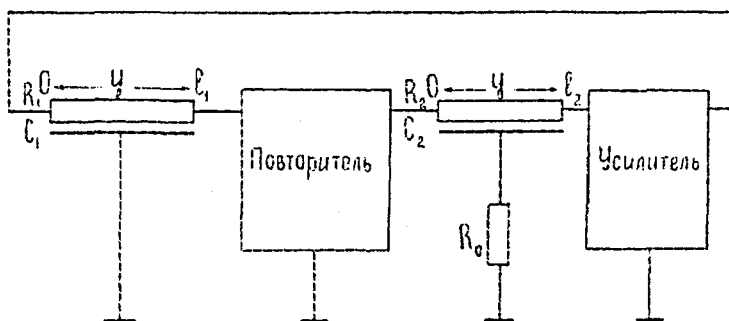


Рис. 3

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = Au, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0, \quad u_1 \Big|_{x=1} - u_2 \Big|_{x=0} + \alpha \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (6)$$

$$u_1 \Big|_{x=0} + k_0 \left(u_2 \Big|_{x=1} - \alpha \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} \right) + k_1 \left(u_2 \Big|_{x=1} - \alpha \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^2 - k_2 \left(u_2 \Big|_{x=1} - \alpha \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^3 = 0. \quad (7)$$

Здесь $u = \text{colon}(u_1, u_2)$ - переменные составляющие напряжения в фильтрах, $x, \tau = t (l_1^2 R_1 C_1)$ - нормированные координата и время,

$\alpha = R_0/R_2$ - положительный параметр, k_0, k_1, k_2 - коэффициенты аппроксимации нелинейной характеристики усилителя,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \end{pmatrix}, \quad a = \frac{l_2^2 R_2 C_2}{l_1^2 R_1 C_1}.$$

В четвертом разделе, используя метод нормальных форм, строится система укороченных уравнений, из анализа которых выявляется следующее:

- 1) при симметричной или близкой к ней нелинейной характеристики усилителя в генераторе имеет место гармоническая многоцикличность в количестве двух циклов;
- 2) асимметрия разрушает многоцикличность и приводит к реализации двухчастотных колебаний.

В разделе 5 исследуются вопросы автопараметрического возбуждения буферных режимов путем гармонического воздействия внешней силы на вход усилительного каскада.

Третья глава посвящена экспериментальной проверке теоретических результатов. В разделе 1 описывается эксперимент по возбуждению колебаний в RC-генераторе при внешних параметрических резонансах 1:1, 1:2, 1:3. В качестве изменяющейся емкости на выходе усилителя используется варикап, управляемый внешним генератором низкочастотных колебаний.

Во втором разделе описывается эксперимент по возбуждению автопараметрических колебаний в RC-генераторе при наличии

внешней гармонической э.д.с., действующей на вход усилителя. Отметим, что все макеты генераторов создавались, опираясь на результаты теоретического анализа, в частности, на выводы и рекомендации, представленные в главах 1 и 2.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Для некоторого класса RC-генераторов построены математические модели, которые представляют собой нелинейные краевые задачи с частными производными.
2. Проведено исследование математической модели RC - генератора с однородной структурой в цепи обратной связи, при внешних параметрических резонансах 1:1, 1:2, 1:3 и в результате выявлено:
 - 2.1. минимальная амплитуда гармонических колебаний энергетического параметра (емкости C_0) при резонансе 1:2 должна быть порядка \mathcal{E} ;
 - 2.2. максимальная расстройка частоты колебаний параметра C_0 при резонансе 1:2 – порядка \mathcal{E} ;
 - 2.3. параметрические резонансы 1:1, 1:3 реализуются только при наличии квадратичного члена в аппроксимации нелинейной характеристики усилителя;
 - 2.4. минимальная амплитуда колебаний энергетического параметра при резонансах 1:1, 1:3 – порядка $\sqrt{\mathcal{E}}$;
 - 2.5. максимальная расстройка частоты внешней «силы» при резонансах 1:1, 1:3 – порядка \mathcal{E} ;
 - 2.6. полосы возбуждения параметрических колебаний при всех рассмотренных резонансах асимметричны относительно расстройки частоты;
 - 2.7. амплитудно-частотные характеристики при резонансах 1:1, 1:2, 1:3 также асимметричны и смещены в сторону отрицательных расстроек частоты.
3. Выведена математическая модель генератора с неоднородным распределением параметров R и C, имеющего идеальный активный элемент.
4. Проанализирована математическая модель RC-генератора с неоднородным распределением параметров в регенеративном режиме и обнаружено следующее:

- 4.1.реализация устойчивых автопараметрических колебаний при определенном воздействии на вход усилителя внешней гармонической силы;
- 4.2.наименьшая амплитуда внешнего воздействия и наибольшая расстройка частоты, при которых возбуждаются автопараметрические колебания, равны ε ;
- 4.3. автопараметрические колебания имеют место только при наличии асимметрии у нелинейной характеристики активного элемента.
5. Проанализирована бифуркация колебаний в автогенераторе с каскадно-соединенными RC-структурами и выявлено следующее:
 - 5.1.гармоническая многоцикличность в количестве двух циклов при симметричной или близкой к ней нелинейной характеристике активного элемента;
 - 5.2.разрушение многоцикличности при определенной асимметрии нелинейности усилителя и реализация двухчастотных автоколебаний;
 - 5.3.оптимальные условия возбуждения автопараметрических режимов в случае резонанса 1:2.
6. Определены параметры реализуемых колебаний и решен вопрос об их устойчивости в рассмотренных выше RC-распределенных системах.
7. Предложены новые методологические приемы исследования автоколебательных систем с распределенными параметрами, заключающиеся в дифференцированном подходе к математической модели и методам ее анализа (постановка ряда краевых задач в зависимости от изучаемых резонансов).
8. Получили дальнейшее развитие методы малых параметров (например, Андронова-Хопфа).
9. Проведены эксперименты по проверке теоретических выводов и результатов численных расчетов на двух макетах автогенераторов, у которых нелинейные динамические характеристики активных элементов достаточно хорошо аппроксимируются полиномами третьей степени. В результате экспериментов было подтверждено, что все основные положения и выводы, перечисленные в работе, соответствуют физике явлений и хорошо согласуются с экспериментальными данными.
10. В заключение отметим, что предлагаемые в диссертационной работе методологические подходы и методы анализа можно применять при исследовании колебательных движений в различных автоколебательных системах как с распределенными, так и с сосредоточенными параметрами.

Основные результаты диссертации изложены в студующих работах:

1. Воробьев А.М., Камбулов В.Ф. Релаксационные колебания в РС-автогенераторах с распределенными параметрами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 12. С. 62-64. (авторские - 1,5 с.; соавторские - 1,5 с.)
2. Камбулов В.Ф. Параметрические колебания в автогенераторе с распределенными параметрами // Моделирование и анализ информационных систем. Ярославль: ЯрГУ, 1996. С. 32-36. (авторские - 3 с.; соавторские - 3 с.)
3. Камбулов В.Ф. Параметрические колебания в одном РС-генераторе в случае неосновных резонансов. Деп. в ВИНТИ 20.02.97, № 542-B97. С. 9. (авторские - 4,5 с.; соавторские - 4,5 с.)
4. Камбулов В.Ф. Параметрические колебания в РС-автогенераторе с распределенными параметрами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 9. С. 29-36. (авторские - 4 с.; соавторские - 4 с.)
5. Камбулов В.Ф., Автогенераторы с распределенными параметрами и их математические модели. Кн. 1. Ярославль: ЗАО ФГИ «Содействие». 1997.- 113 с. (авторские - 31 с.; соавторские - 72 с.)
6. Камбулов В.Ф., Автогенераторы с распределенными параметрами и их математические модели. Кн. 2. Ярославль: ЗАО ФГИ «Содействие». 1997.- 115 с. (авторские - 57 с.; соавторские - 58 с.)
7. Матвеев В.Н., Спокойнов А.Н., Тарасов С.А. О параметрических колебаниях в одной распределенной системе в случае резонанса 1:1. Деп. в ВИНТИ, 17.06.98, № 1822-B98. С. 10. (авторские - 3 с.; соавторские - 7 с.)
8. Матвеев В.Н., Спокойнов А.Н., Чикин А.Н. Автопараметрические резонансы в одной системе с распределенными параметрами. Деп. в ВИНТИ, 17.06.98, № 1823-B98. С. 6. (авторские - 2 с.; соавторские - 4 с.)
9. Условия возбуждения параметрических колебаний в одном генераторе с распределенными параметрами // Сб. Научных трудов конференции молодых ученых. Ярославль: ЯрГУ. 1996. С. 15-16.
10. Способ расширения границы применимости бифуркационной теоремы Андронова-Хопфа на примере одной задачи из радиофизики. Деп. в ВИНТИ, 20.02.97, № 542-B97. С. 10.
11. Математическая модель РС-автогенератора при возбуждении в нем параметрических колебаний в случае резонанса 1:1// Математические модели естествознания. Волгоград: ВГУ, 1997. С. 21-22.

Подписано к печати _____

Усл. печ. л. 2.0, Формат 84х108/32

Печать офсетная. Заказ № 3-065

Тираж 100 экз.

ОАО «Ярославский Полиграфкомбинат»,
150049, г. Ярославль, ул. Свободы, 97.