

23 МАР 1998

На правах рукописи

КАМБУЛОВ ВИКТОР ФЕДОРОВИЧ

**ТЕОРИЯ МНОГОЦИКЛИЧЕСКИХ
СТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ
В LCRG-АВТОГЕНЕРАТОРАХ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ
ПАРАМЕТРАМИ**

01.04.03 – радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Воронеж 1998

Работа выполнена на кафедре радиофизики Ярославского государственного университета.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ: доктор физико-математических наук,
профессор Алгазинов Э.К. (ВГУ,
г. Воронеж)

доктор технических наук, профессор
Кулешов В.Н. (МЭИ, г. Москва)

ДОКТОР ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ
НАУК, профессор Хотунцев
Л. /Московский педагогический
госпединститут/
ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ: МГУ, кафедра физики колебаний
(г. Москва)

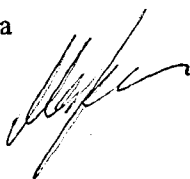
Защита диссертации состоится «19» марта 1998 г.
в 15²⁰ час на заседании диссертационного совета Д 063.48.06 при
Воронежском государственном университете по адресу: 394693, Воронеж,
Университетская пл. 1, ВГУ, физический факультет.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Воронежского государственного университета.

Автореферат разослан «18» февраля 1998 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

В.К.Маршаков



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Практически любое современное радиофизическое устройство содержит автогенератор — источник незатухающих автоколебаний. На практике автогенераторы используются в качестве источников колебаний и усилителей слабых сигналов, делителей, умножителей и преобразователей частоты, модуляторов, демодуляторов и т.п. Конкретное использование автогенераторов всегда связано с рядом особенностей, которые являются предметом особого рассмотрения.

В современной науке и технике с каждым годом применяется все более сложное электронное оборудование. Это приводит к необходимости уменьшения веса, габаритов, стоимости и повышения надежности используемой аппаратуры. В связи с этим в настоящее время наблюдается бурное развитие микроэлектроники, позволившее успешно решить возникшие проблемы. В частности, получение на базе пленочной и диффузионной технологий различных новых линий с распределенными параметрами и объемных структур дало толчок к дальнейшему совершенствованию автогенерирующих устройств, сохраняющих традиционные функциональные возможности на качественно ином принципиальном уровне. Подобные приборы позволяют решить ряд проблем науки и техники, связанных с конструированием запоминающих устройств, генераторов шума, имеют лучшие энергетические характеристики и т.д. С другой стороны, исследование бифуркаций автоколебаний в радиофизических системах с распределенными параметрами позволяет лучше понять физику колебательных движений, существующих в различных явлениях природы.

Современная радиоэлектронная промышленность накладывает достаточно жесткие требования на работу различных автоколебательных устройств, поэтому возникает практическая необходимость их совершенствования и, тем самым, потребность в дальнейшем развитии теории и методов анализа таких систем.

В настоящее время общую теорию нелинейных колебаний в устройствах с сосредоточенными параметрами можно считать достаточно хорошо развитой. Однако для распределенных систем этого сказать нельзя. Этот факт объясняется следующими обстоятельствами. Во-первых, интерес к нелинейным колебаниям в распределенных системах значительно возрос лишь в последние десятилетия, когда стали широко использоваться генераторы с существенно распределенными параметрами (лазеры, мазеры, генераторы Ганна и т.п.). Во-вторых, развитие теории колебаний автогенераторов с распределенными параметрами встречает определенные проблемы, вызванные; 1) большим разнообразием математических моделей, описывающих реальные физические устройства; 2) математическими трудностями, связанными с решением уравнений с частными производными. Существующие в настоящее время подходы и методы исследования распределенных систем, как правило, носят эвристический характер, что связано с объективными трудностями анализа и желанием упростить решение задачи. Для этого уже после постановки математической модели вводят определенные физические ограничения.

Таким образом, возникает необходимость в развитии строгих методов анализа и в создании соответствующей физико-математической теории автогенераторов с распределенными параметрами, аналогичной

классической теории автоколебаний в устройствах на сосредоточенных элементах.

К настоящему времени наиболее полно изучена математическая модель автогенератора с RC-распределенными параметрами в цепи обратной связи, представляющая собой уравнение теплопроводности с нелинейными граничными условиями. Для LCRG-автогенераторов, обладающих выраженными индуктивными свойствами и описывающихся вследствие этого системами телеграфных уравнений, подобного исчерпывающего анализа до сих пор не было, хотя имеется ряд математических моделей и некоторые результаты их исследования. Одним из таких результатов, отражающих специфические особенности LCRG-автогенераторов и некоторых типов RC-генераторов, является следующий: при определенных условиях в распределенной системе существует набор устойчивых периодических колебаний, причем реализация любого из них определяется заданием начальных условий. Такие режимы можно использовать для создания устройств памяти – для запоминания частоты кратковременного внешнего воздействия, а также для дискретной перестройки частоты изменением частоты внешнего воздействия. Отметим, что это явление присуще и некоторым автогенераторам с сосредоточенными элементами с числом степеней свободы $n \geq 2$.

В диссертационной работе описанный феномен назван многоцикличностью или буферностью. Последний термин был введен в ряде математических работ более 10 лет назад. С математической точки зрения говорят о явлении буферности, если в некоторой системе дифференциальных уравнений в частных производных за счет

подходящего выбора параметров можно гарантировать существование любого наперед заданного конечного числа устойчивых циклов. Для обоснования используемого понятия буферности дадим физическое толкование этого термина. Отметим, что устойчивым циклам в автоколебательной системе, как известно, отвечают устойчивые периодические автоколебания. Однако реально в генераторе всегда наблюдается лишь один из возможных автоколебательных режимов, который определяется заданием начальных условий. Более того, система препятствует переходу с данного режима генерации на какой-либо другой. Тем самым между различными автоколебаниями как бы существуют буферы, демпфирующие возникший режим от остальных возможных автоколебаний. Преодоление же этих буферов и переход от одних автоколебательных движений к другим происходит, вообще говоря, лишь за счет целенаправленного или случайного внешнего воздействия, изменяющего начальные условия системы.

Таким образом, суммируя выше сказанное, можно дать следующую физическую интерпретацию явлению буферности:

- 1) в генераторе с распределенными или сосредоточенными параметрами имеет место набор периодических устойчивых автоколебательных движений;
- 2) в генераторе всегда реализуется какой-то один режим автоколебаний, определяемый начальными условиями или внешними факторами;
- 3) в генераторе между различными возможными автоколебаниями существует своего рода буфер, препятствующий переходу от одного автоколебательного движения к другому, т.е. сама

система не в состоянии выйти из определенного режима генерации.

Как уже отмечалось, многоцикличность имеет место во многих автогенераторах с распределенными и сосредоточенными параметрами. Одними из первых работ, в которых изучалось это явление, являются классические работы А.А. Андропова¹, А.А. Витта^{2,3} и др. В дальнейшем явление многоцикличности было обнаружено и исследовано во многих автоколебательных системах: в автогенераторах с запаздывающей обратной связью, в RC-автогенераторах с распределенными параметрами, в самогенерирующих линиях и объемных структурах, лазерах и т.д.

Возникает резонный вопрос. Если многоцикличность хорошо известна в радиофизике и радиотехнике и на протяжении многих лет исследовалась в ряде автоколебательных систем разными методами, то зачем еще раз возвращаться к этому явлению? Ответ на это возражение уже был дан ранее: в настоящее время еще не разработана физико-математическая теория явления многоцикличности. Не исследован ряд важных вопросов, связанных с динамикой этого феномена при изменении следующих параметров системы: 1) распределенных активных потерь в линии и сосредоточенных импедансов на ее концах; 2) подаваемой в систему энергии; 3) входных и выходных "паразитных" индуктивностей и емкостей активного элемента и других его "неидеальностей" (инерционности и т.п.); 4) импедансов соединительных проводов; 5)

¹ Андронов А.А., Витт А.А. К математической теории автоколебательных систем с двумя степенями свободы // ЖТФ. 1934. Т. 4. Вып. 1. С. 122-134.

² Витт А.А. Распределенные автоколебательные системы // ЖТФ. 1934. Т. 4. Вып. 1. С. 144-159.

³ Витт А.А. К теории скрипичной струны // ЖТФ. 1936. Т. 6. Вып. 9. С. 1459-1479.

коэффициентов аппроксимации нелинейной характеристики и т.д. Во многом это связано с проблемой математического моделирования указанных генераторов. Вообще, вопрос о выборе модели выходит за рамки теории колебаний, так как он касается адекватности отображения в теории реальной, объективно действующей системы. Построить математическую модель, отображающую реальные обстоятельства и систему во всей полноте, видимо, невозможно. Именно предложение ряда новых математических постановок во многом определило успех качественно более глубокого исследования LCGR(RC)-автогенераторов, проведенного в настоящей работе.

Подчеркнем еще две характерные особенности проведенного в диссертации анализа. Во-первых, многоцикличность была обнаружена исключительно благодаря варьированию параметров изучаемых математических моделей, а не за счет их усложнения. Во-вторых, в диссертационной работе исследовалось явление многоцикличности как в рамках поставленных краевых задач (модельная многоцикличность), так и экспериментально. При этом данные эксперимента качественно и количественно подтвердили результаты теории.

Таким образом, является актуальным, представляет большую значимость для науки и практики дальнейший теоретический и экспериментальный анализ явления многоцикличности, которое имеет место во многих автоколебательных системах с LCGR(RC)-распределенными параметрами.

В качестве объектов исследования рассматривается ряд схем LCGR(RC)-автогенераторов (LCGR-автогенератор с отрезком длинной линии в цепи обратной связи; LCG-самогенерирующая линия с

отрицательной дифференциальной проводимостью; LC-линия с активным элементом на конце, имеющим N-образную характеристику; распределенный аналог автогенератора Ван-Дер-Поля; автогенератор с каскадно-соединенными RC-структурами а также их математические модели.

Предмет исследования – явление многоцикличности в LCGR-автогенераторах с распределенными параметрами.

Целью диссертационной работы является: на основе постановок новых математических моделей, новых методологических подходов и дальнейшего развития методов малых параметров исследовать общие закономерности и динамические свойства явления многоцикличности для широкого класса LCGR(RC)-автогенераторов с распределенными параметрами при “мягкой” нелинейности активного элемента; сравнить полученные теоретические результаты с экспериментальными данными и сделать соответствующие физические выводы.

Основной гипотезой развитой строгой теории многоцикличности является предположение о возможности использования системы телеграфных уравнений или параболических уравнений в качестве математических моделей рассмотренных автогенераторов.

Сформулируем методологическую базу исследований, проведенных в диссертационной работе. Во-первых, проблема бифуркаций автоколебаний в рассмотренных генераторах, в частности, изучение явления многоцикличности, решалась как задача математической физики: 1) с корректной постановкой моделей; 2) с использованием строгих методов для их исследования; 3) с физической интерпретацией и проверкой экспериментально полученных результатов. Во-вторых,

требование корректности математических моделей, отражение в них различных свойств автоколебательной системы, применение обоснованных методик для их анализа обязывало в зависимости от величин параметров генератора рассматривать несколько постановок задач для одного физического объекта. Выбранная методология исследования позволила глубже проникнуть в тонкую структуру автоколебательных движений в изучаемых автогенераторах и вскрыть не только новые качественные особенности их поведения, но и получить достаточно хорошие для практики количественные соотношения их теоретических и экспериментальных данных.

В диссертации получили дальнейшее развитие методы малых параметров Андронова-Хопфа и Крылова-Боголюбова-Митропольского.

Достоверность полученных в настоящей работе результатов следует из следующего:

- 1) корректность поставленных математических моделей;
- 2) строгих методов их исследования;
- 3) качественного и достаточно хорошего количественного совпадения теоретических результатов и экспериментальных данных.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые разработана физико-математическая теория явления многоцикличности для широкого класса LCGR(RC)-автогенераторов с распределенными параметрами, которая вносит качественно новые представления о бифуркации автоколебаний в исследуемых системах; получили дальнейшее развитие методы Андронова-Хопфа и Крылова-Боголюбова-Митропольского применительно к распределенным автоколебательным

устройствам: предложена новая методика исследования распределенных автоколебательных систем и на ее основе выявлены динамические свойства многоцикличности: возникновение, эволюция и разрушение; получили принципиально новое решение проблемы математического моделирования, что привело к постановке новых задач, позволивших адекватно отразить и изучить выбранные физические объекты.

Практическая значимость. Приведенные в диссертационной работе теоретический и численный анализы установившихся автоколебательных режимов в генераторах с распределенными параметрами были применены при разработке практических схем НИР "Исследование и разработка блока фильтров и блока генераторов" для ОКБ МЭИ г. Москва, а также использовались при проектировании автогенераторов с распределенными параметрами в НИИФ ВГУ, в НИИС (г. Воронеж); в ИПВТ, в ИМАНе, Радиозаводе (г. Ярославль).

Однако результаты диссертационной работы носят достаточно общий характер и могут найти применение при анализе существующих и создании новых автоколебательных систем как с распределенными, так и с сосредоточенными параметрами.

Практическая значимость предложенных в работе методов и алгоритмов состоит еще и в том, что они могут быть использованы в частности:

- при анализе автоколебательных систем с распределенными и сосредоточенными параметрами в случае одночастотных и многочастотных режимов, нелинейные характеристики которых аппроксимированы полиномами;

- при изучении автоколебаний в генераторах с сосредоточенными и распределенными параметрами в радиофизических устройствах запоминания частоты;
- при разработке новых физических принципов многоустойчивых элементов.

Основные идеи математического моделирования, развитые методы анализа и предложенные алгоритмы будут полезны для исследования других автоколебательных систем в различных задачах естествознания.

Научные положения, выносимые на защиту:

- 1) Построение для широкого класса LCGR(RC)-автогенераторов новых математических моделей, которые более адекватно отражают изучаемые свойства реальных физических устройств.
- 2) Дальнейшее развитие методов малых параметров (Андропова-Холфа, Крылова-Боголюбова-Митропольского) для создания физико-математической теории многоциклических стационарных колебаний в LCGR-автогенераторов с распределенными параметрами:
 - a) Проведение исследований математической модели – LCGR-автогенератора с отрезком длиной линии в цепи обратной связи с учетом использования идеального и реального усилителей и наличия различных по величине активных потерь в LCGR-линии;
 - b) построение и анализ математической модели LCG-самогенерирующей линии с отрицательной дифференциальной проводимостью при изменении ее параметров;

- с) исследование бифуркаций многоциклических автоколебаний в LC-линии с активным элементом на конце, имеющим N-образную характеристику;
- д) многоцикличность автоколебательных режимов генерации в двух математических постановках для распределенного аналога генератора Ван-Дер-Поля;
- е) анализ математической модели автогенератора с каскадно-соединенными RC-структурами для выявления влияния асимметрии нелинейности и внешнего гармонического воздействия на многоциклические стационарные режимы.

3) Новые методологические приемы исследования многоциклических стационарных колебаний в автоколебательных системах с LCRG(RC)-распределенными параметрами.

4) Экспериментальное подтверждение теоретических выводов и результатов численных расчетов на макетах автогенераторов, у которых нелинейные динамические характеристики активных элементов достаточно хорошо аппроксимируются полиномами третьей степени.

Выполненную работу по совокупности положений, выносимых на защиту, можно квалифицировать как крупное достижение в развитии нелинейной теории колебаний распределенных систем.

Личный вклад автора в диссертационную работу. Автором осуществлена постановка новых задач, с помощью решения которых сформулированы положения, выносимые на защиту, развиты

теоретические методики и методологические подходы, позволившие решить эти задачи.

Апробация работы. Европейская конференция по теории электрических цепей и приборов, Лондон, 1974 г.; Международный симпозиум по теории цепей, Югославия, Сплит, 1975 г.; Международная конференция по электронным цепям, Прага, 1976 г.; Международная конференция по электронным цепям, Прага, 1979 г.; Вторая Всесоюзная школа по стохастическим колебаниям в радиофизике, Саратов, 1988 г.; Вторая Всероссийская научно-техническая конференция по направлениям развития систем и средств радиосвязи, Воронеж, 1995 г.; Международная конференция по некоторым проблемам математики, Узбекистан, Самарканд, 1996 г.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Работа имеет объем 244 страницы, включая 47 таблиц, фотографий и рисунков; библиографический раздел содержит список цитируемой литературы из 121 наименований.

Во введении представлено состояние проблемы исследования явления многоцикличности в автогенераторах с распределенными параметрами, обоснована актуальность задачи, решаемой в диссертации, сформулирована цель работы, указана новизна и практическая значимость полученных результатов, а также резюмировано содержание глав диссертации.

В первой главе исследуется бифуркация автоколебаний в LCGR-автогенераторе с отрезком длинной линии в цепи обратной связи. изучаются динамические свойства его математической модели.

В первом параграфе выводится краевая задача (1)-(3), которая является математической моделью LCGR-автогенератора с отрезком длинной линии в цепи обратной связи (см. рис. 1).

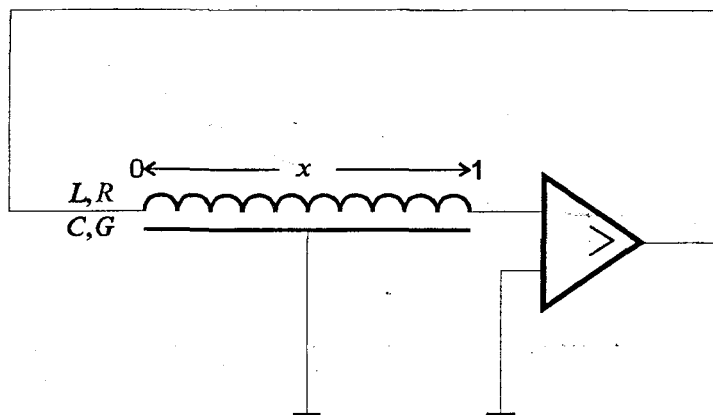


Рис. 1

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t}, \quad \frac{\partial i}{\partial x} = -Gu - C \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (1)$$

$$R_{\text{вх}} i|_{x=0} + u|_{x=0} + \beta_0 u|_{x=1} + \beta_1 u^2|_{x=1} - \beta_1 u^3|_{x=1} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{x=1} = R_{\text{ex}} i|_{x=1}, \quad (3)$$

где u, i - переменные составляющие напряжения и тока в линии;

$R_{\text{ex}}, R_{\text{вх}}$ - входное и выходное сопротивления усилителя; β_0, β_1 и β_2 -

нормированные коэффициенты аппроксимации нелинейной

характеристики в окрестности рабочей точки, причем β_0 - бифуркационный

параметр; физический смысл которого - коэффициент усиления активного элемента.

Здесь же анализируются условия самовозбуждения генератора. На рис. 2 представлено поведение нейтральных кривых в случае идеального усилителя ($R_{ex} = \infty$, $R_{охл} = 0$) и $G = 0$.

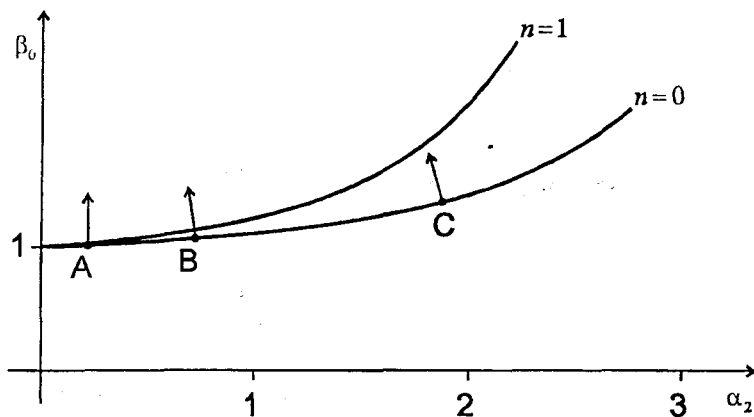


Рис. 2, $\alpha_2 = R\sqrt{C/L}$.

В параграфе 2 ставится задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon^2 x u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad u|_{x=0} + \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{8} + \gamma \varepsilon^4\right) u|_{x=1} + \beta u^2|_{x=1} - u^3|_{x=1} = 0, \quad (5)$$

где ε - малый параметр, характеризующий суммарные активные потери в линии; $\gamma > 0$ - параметр, регулирующий "подкачку" энергии в линию.

Анализируя красную задачу (4), (5), изучаются установившиеся автоколебательные режимы в LCGR-автогенераторе с идеальным усилителем и отрезком длинной линии в цепи обратной связи, когда активные распределенные потери малы и при этом таковы, что при

увеличении коэффициента усиления происходит последовательное самовозбуждение собственных частот системы (см. рис. 2, т. В). Развивая метод Андронова-Хопфа в рассматриваемом случае, выявляется в рамках математической модели гармоническая многоцикличность, вскрывается динамика автоколебаний в системе при увеличении коэффициента усиления, вводится алгоритм исследования устойчивости.

В параграфе 3 изучается математическая модель, которая поставлена в параграфе 2, при дальнейшем увеличении коэффициента усиления усилителя $\beta_0 = 1 + \frac{\varepsilon^2}{8} + \gamma \varepsilon^3$. Здесь исследование проводится методом бесконечномерной нормализации, представляющим собой специальный вариант асимптотического метода Крылова-Боголюбова-Митропольского. Как оказалось, построенную нормальную форму можно "свернуть" в одно скалярное уравнение с дополнительным условием антипериодичности, причем анализ этой краевой задачи привел к интересному результату, названному градиентными катастрофами. Суть его заключалась в следующем. При превышении коэффициента усиления над необходимым сначала рождается цикл. Дальнейшее его увеличение приводит к возникновению, как теперь известно, гармонической многоцикличности. Далее увеличивая этот параметр (что и рассматривается в этом параграфе) убеждаемся, что гармонические автоколебания искажаются и приобретают вид релаксационных колебаний. И наконец, для каждого цикла существуют критические значения коэффициента усиления $\beta_{кр.}$, когда автоколебания становятся изрывными и исчезают при $\beta_0 \rightarrow \beta_{кр.}$. Если имеет место описанная

ситуация, то говорят, что автоколебания претерпевают градиентные катастрофы.

Параграф 4 посвящен анализу автоколебаний в LCGR-автогенераторе с неидеальным усилителем, в котором учтены малое выходное и достаточно большое, но конечное входное активные сопротивления ($R_{\text{вых}} \approx \varepsilon$, $R_{\text{вх}} \approx \frac{1}{\varepsilon}$). Полагая суммарные активные потери равными ε и $\beta_0 = 1 + \varepsilon^2 \gamma$, показывается, что учет малых неидеальностей усилителя не влияет на динамику автоколебаний в генераторе (сохраняет многоцикличность), и приводит лишь к увеличению критического значения коэффициента усиления, необходимого для их возникновения.

В этом же параграфе изучается влияние паразитных факторов на автоколебания в LCGR-генераторе. Например при учете малой выходной индуктивности L_0 и $\beta_0 = 1 + \varepsilon^2 \gamma$ второе граничное условие в (5) имеет следующий вид:

$$-\varepsilon \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} + u|_{x=0} + (1 + \varepsilon^2 \gamma) u|_{x=1} + \beta u^2|_{x=1} - u^3|_{x=1} = 0, \quad (6)$$

где $\varepsilon \lambda = L_0 / L$.

Здесь выявлено, что в отличие от входного и выходного активных сопротивлений усилителя малые паразитные факторы (паразитные индуктивности, емкости и т.д.) приводят к более существенным последствиям и могут разрушить многоцикличность.

В последнем пункте четвертого параграфа исследуется математическая модель реального LCGR-автогенератора с учетом полосы пропускания усилителя и когда активные потери отрезка длинной линии настолько малы, что происходит фактическое слияние нейтральных

кривых (см. рис.2. т. А). В этом случае превышение коэффициента усиления над необходимым вызывает одновременное самовозбуждение нескольких собственных частот распределенной системы. Здесь также наблюдается явление многоцикличности, однако реализуемые периодические автоколебания имеют сложную форму, существенно отличающуюся от гармонической. Исследование проводится на основе метода квазинормальных форм и приводит к укороченной системе уравнений вида:

$$\ddot{Z}_n + \delta \dot{Z}_n - Z_n + \sum_{P_n} Z_m Z_k Z_s + \sum_{Q_n} Z_m Z_k \bar{Z}_s + \sum_{R_n} Z_m \bar{Z}_k \bar{Z}_s = 0, \\ n = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

где Z_n - комплексные амплитуды медленного времени $\tau = \epsilon t$, а

$$P_n = \{(m, k, s): \omega_n = \omega_m + \omega_k + \omega_s, m, k, s \leq N\},$$

$$Q_n = \{(m, k, -s), (m, -s, k), (-s, m, k): \omega_n = \omega_m + \omega_k - \omega_s, m, k, s \leq N\},$$

$$R_n = \{(m, -k, -s), (-k, m, -s), (-k, -s, m): \omega_n = \omega_m - \omega_k - \omega_s, m, k, s \leq N\}.$$

В заключение параграфа рассматривается LCGR-автогенератор с распределенными активными потерями, сравнимыми с единицей (см. рис. 2. т. С.). Показано, что увеличение активных потерь разрушает многоцикличность. Рассчитываются параметры одночастотных автоколебаний.

Вторая глава посвящена рассмотрению трех автоколебательных систем: LCG-самогенерирующей линии с отрицательной дифференциальной проводимостью; LC-линии с активным элементом на конце, имеющим N-образную характеристику; распределенному аналогу автогенератора Ван-Дер-Поля.

В параграфе 5 выводится математическая модель LCG-линии (см. рис. 3).

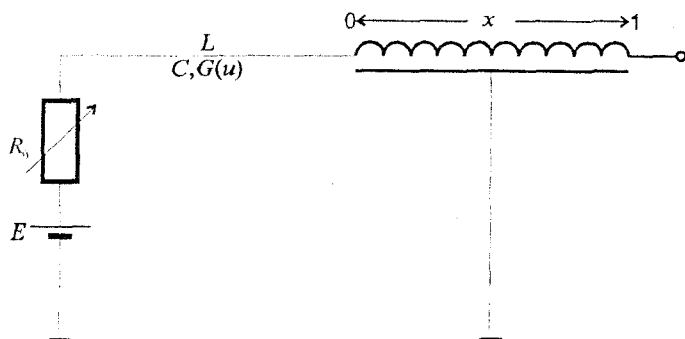


Рис. 3

которая представляет краевую задачу вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial i}{\partial x} + S_0 u - u^3, \quad \frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x}, \quad (8)$$

$$i|_{x=1} = 0, \quad u|_{x=0} + r_0 i|_{x=0} = 0, \quad (9)$$

где u , i - переменные составляющие напряжения и тока в линии; $r_0 = R_0 \sqrt{C/L}$, а S_0 - нормированная крутизна падающего участка нелинейной характеристики линии в рабочей точке. Здесь же определяются условия самовозбуждения в LCG-линии.

В параграфе 6 исследовались автоколебания в LCG-линии при малых активных потерях и малой "подкачке" энергии в систему ($r_0 = \varepsilon$, $S_0 = 2\varepsilon + \gamma\varepsilon^3$). Проведенный анализ задачи выявил явление гармонической многоцикличности, причем, как и для LCGR-автогенератора (глава 1), увеличение бифуркационного параметра приводило к градиентным катастрофам. Однако, здесь при учете малой паразитной индуктивности

наблюдалось новое явление — высокомодовая многоцикличность, заключающееся в том, что автоколебания реализовывались только на высоких модах.

В параграфе 7 для LC-линии с активным элементом на конце, имеющим N-образную характеристику (см. рис. 4), рассматривается ее

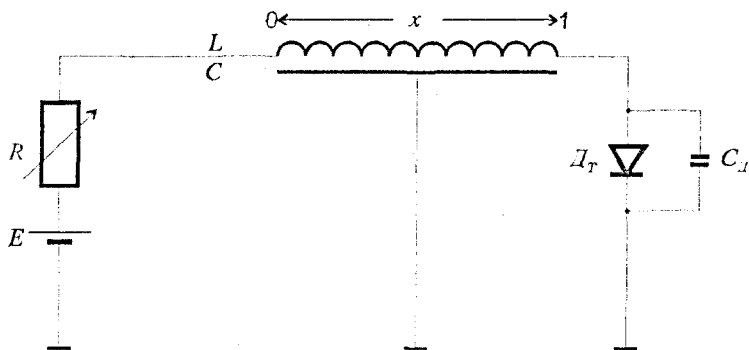


Рис. 4

математическая модель, которая представляет собой краевую задачу вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial i}{\partial x}, \quad \frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad (10)$$

$$u|_{x=0} + r_0 i|_{x=0} = 0, \quad \alpha \frac{\partial i}{\partial x} \Big|_{x=1} + i|_{x=1} + S_0 u \Big|_{x=1} + S_1 u^2 \Big|_{x=1} - S_2 u^3 \Big|_{x=1} = 0 \quad (11)$$

где $\alpha = C_g/C$, а S_0 , S_1 , S_2 - нормированные коэффициенты аппроксимации падающего участка нелинейной характеристики.

Применяя использованную ранее методику, здесь также выявлена гармоническая многоцикличность, проводится расчет автоколебаний. При некоторых допущениях на параметры автогенератора ($S_0 = \varepsilon$,

$r_0 = \varepsilon\gamma/(2 - \gamma\varepsilon)$, $\alpha \sim \varepsilon^{1/3}$) изучено явление высокомодовой многоцикличности.

Параграф 8 посвящен изучению автоколебаний в распределенном аналоге генератора Ван-Дер-Поля (см. рис. 5), математической моделью

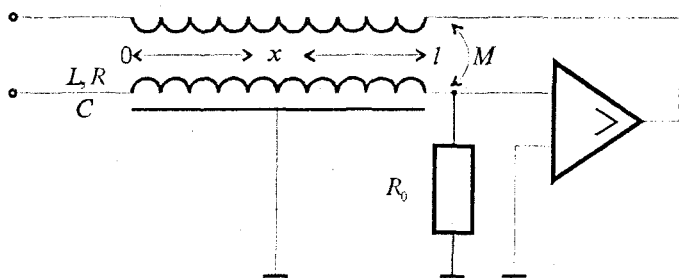


Рис. 5

которого является краевая задача вида

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial i}{\partial t} - ri + \frac{d}{dt}(\beta_0 u|_{x=1} - u^3|_{x=1}), \quad (12)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial t}, \quad (13)$$

$$i|_{x=0} = 0 \cdot u|_{x=1} - r_0 i|_{x=1} = 0, \quad (14)$$

где u , i - нормированные переменные составляющие напряжения и тока в LCR-линии: $r = RI/\sqrt{LC}$; $\beta_0 = MS_0/\sqrt{LC}$, $r_0 = R_0/\sqrt{LC}$, $l/(l\sqrt{LC}) \rightarrow 1$, $x/l \rightarrow x$.

В параграфе рассмотрены два случая. В первом ($r = \varepsilon$, $r_0 = \infty$) методом квазинормальных форм исследуются стационарные режимы генерации и выявляется многоцикличность в количестве двух циклов. Во втором ($r = 0$, $r_0 \sim 1$) показывается, что наличие таких сосредоточенных

потерь разрушает многоцикличность. Подчеркивается природа релаксационности автоколебаний, которые бифурцируют в данном генераторе.

В 9 параграфе вводится математическая модель автогенератора с каскадно-соединенными RC-структурами (см. рис. 6) и изучаются некоторые ее свойства.

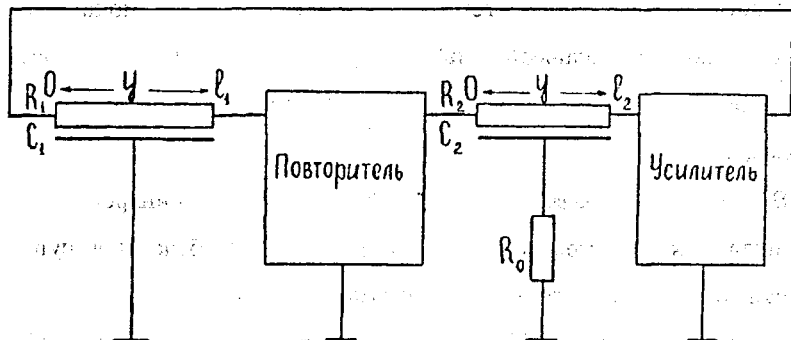


Рис.6.

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = Au, \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad u_1|_{x=1} - u_2|_{x=0} + \alpha \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (16)$$

$$u_1|_{x=0} + k_0 \left(u_2|_{x=1} - \alpha \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} \right) + k_1 \left(u_2|_{x=1} - \alpha \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} \right)^2 - k_2 \left(u_2|_{x=1} - \alpha \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} \right)^3 = 0 \quad (17)$$

Здесь $u = \text{col}(u_1, u_2)$ - переменные составляющие напряжения в фильтрах, $x, \tau = t/(l^2 R_1 C_1)$ - нормированные координата и время, $\alpha = R_0/R_2$ - положительный параметр, k_0, k_1, k_2 - коэффициенты аппроксимации нелинейной характеристики усилителя,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{pmatrix}, \quad a = \frac{L_2^2 R_2 C_2}{L_1^2 R_1 C_1}.$$

В параграфе 10, используя метод нормальных форм, строится система укороченных уравнений, из анализа которой выявляется следующее: 1) при симметричной или близкой к ней нелинейной характеристике усилителя в генераторе имеет место гармоническая многоцикличность в количестве двух циклов; 2) асимметрия разрушает многоцикличность и приводит к реализации двухчастотных автоколебаний.

В 11 параграфе исследуются вопросы синхронизации многоциклических режимов и их параметрического возбуждения путем «раскачки» одного из энергетического параметров системы.

Четвертая глава посвящена экспериментальной проверке теоретических результатов. В параграфе 12 описываются эксперименты по обнаружению явления многоцикличности в LCGR-автогенераторах с внешней обратной связью: LCGR-автогенераторе с отрезком длинной линии в цепи обратной связи и распределенном автогенераторе Ван-Дер-Поля.

В параграфе 13 описываются эксперименты по выявлению многоцикличности в автогенераторах с внутренней обратной связью: LCG-самогенерирующей линии и LC-линии с туннельным диодом на конце.

В 14 параграфе представлены результаты экспериментов, проведенных на двух макетах RC-автогенераторов. Здесь подтвердились теоретические выводы по синхронизации автоколебаний и разрушению многоцикличности при наличии определенной асимметрии нелинейной

характеристики, а также о возможности избирательного возбуждения в многоциклической системе одночастотных автоколебаний путем гармонического воздействия на один из параметров. Омечается, что все макеты автогенераторов создавались опираясь на результаты теоретического анализа, в частности, на выводы и рекомендации, представленные в главах 1-3.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Для широкого класса LCGR(RC)-автогенераторов построены математические модели, которые более адекватно отражают изучаемые свойства реальных физических устройств.
2. Для математической модели LCGR-автогенератора с отрезком длинной линии в цепи обратной связи выявлены:
 - a) гармоническая многоциклическость, имеющая место при малом затухании в LCGR-линии и малой "подкачке" энергии в систему;
 - b) механизм возникновения гармонической многоциклическости, который реализуется с ростом коэффициента усиления усилителя;
 - c) градиентные катастрофы (разрушение циклов), происходящие в генераторе при увеличении подаваемой энергии;
 - d) релаксационная многоциклическость, возникающая в автогенераторе при самовозбуждении нескольких собственных частот и достаточно малых потерях в линии;
 - e) сохранение многоциклическости с учетом малых "неидеальностей" усилителя (малого выходного и достаточно большого входного активных сопротивлений);
 - f) разрушение многоциклическости при наличии заметных (порядка ε) "паразитных" индуктивностей (емкостей) в генераторе;
 - g) усложнение многоциклическости (накапливание автоколебательных режимов) при расширении полосы пропускания усилительного каскада.
3. Выведена математическая модель самогенерирующей LCG-линии и определены условия самовозбуждения автоколебаний в ней в локальном и нелокальном случаях.

4. Для математической модели LCG-самогенерирующей линии с отрицательной дифференциальной проводимостью обнаружено следующее:
 - а) гармоническая многоцикличность при малых сосредоточенных активных потерях и малой "подкачке" энергии в линию;
 - б) градиентные катастрофы (разрушение автоколебаний) при увеличении подаваемой энергии в систему;
 - с) высокомодовая многоцикличность, т.е. реализация автоколебаний на высоких модах, следующая после градиентных катастроф.
5. В LC-линии с активным элементом на конце, имеющим N-образную характеристику, выявлены:
 - а) гармоническая многоцикличность (при тех же предложениях, что и в 2а));
 - б) высокомодовая многоцикличность, имеющая место при уменьшении параметра автогенератора $\alpha = C_g/C$.
6. Построена математическая модель распределенного аналога автогенератора Ван-Дер-Поля и получены следующие результаты:
 - а) при малом затухании в LCR-линии в автогенераторе реализуется многоцикличность в количестве двух режимов автоколебаний: простого, близкого к гармоническому, и сложного, релаксационного, включающего несколько собственных частот самовозбуждения системы;
 - б) увеличение сосредоточенных активных потерь в генераторе разрушает многоцикличность и приводит к бифуркации только одного релаксационного автоколебания.
7. В автогенераторе с каскадно-соединенными RC-структурами выявлено следующее:
 - а) гармоническая многоцикличность в количестве двух циклов при асимметричной или близкой к ней нелинейной характеристике активного элемента;
 - б) разрушение многоцикличности при определенной асимметрии нелинейности усилителя и реализация двухчастотных автоколебаний;
 - с) оптимальные условия синхронизации многоциклических режимов и их характеристики;
 - д) параметрическое возбуждение заданного многоциклического колебания вследствие периодического изменения одного из энергетических параметров системы.

8. Предложены новые методологические приемы исследования автоколебательных систем с распределенными параметрами, заключающиеся в дифференцированном подходе к математической модели и методам ее анализа (постановка ряда краевых задач в зависимости от величины параметров автогенератора).
9. Получили дальнейшее развитие методы малых параметров Андропова-Хопфа и Крылова-Боголюбова-Митропольского.
10. Проведены эксперименты по проверке теоретических выводов и результатов численных расчетов на шести макетах автогенераторов, у которых нелинейные динамические характеристики активных элементов достаточно хорошо аппроксимируются полиномами третьей степени. В результате экспериментов было подтверждено, что все основные положения и выводы, перечисленные в работе, соответствуют физике явлений и хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Основные результаты диссертации изложены следующих работах:

1. Непринцев В.И., Колесов Ю.С., Камбулов В.Ф., Корыстин Б.Л. Исследование автогенераторов на распределенных структурах // Избирательные системы с обратной связью. Таганрог: ТРТИ, 1974. С. 169-175.
2. Neprintsev V.I., Kolesov Yu.S., Kambulov V.F. Nonlinear equation of oscillator with distributed parameters and his solution.-Proc. Of European Conferense of Circuit Theory and Design // IEE. London, 1974. P. 194-198.
3. Neprintsev V.I., Kambulov V.F. Bifurcation of oscillations in an oscillator based on a nonlinear RC- distributed structure with a nonlinear amplifier characteristic.- Proc. the third international symposium on network theory. Split. Yugoslavia, 1975. P. 545-553.
4. Непринцев В.И., Камбулов В.Ф. Нелинейные искажения в автогенераторах с распределенной RC-структурой в цепи обратной связи // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 5. С. 982-993.
5. Непринцев В.И., Балаж И.Я., Камбулов В.Ф. Автогенераторы с RC-распределенными параметрами и нелинейные краевые задачи для их описания. - Труды Международной конференции по электронным цепям, Прага, 1976. С. 194-195.

6. Камбулов В.Ф. Расчет автоколебаний RCLG-генераторов с распределенными параметрами в цепи обратной связи // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль: ЯрПИ, 1976. С. 86-89.
7. Камбулов В.Ф. Математическая модель самогенерирующей линии с LCG-распределенными параметрами // Применение математических методов в физике и вычислительных системах. Вильнюс: Пяргале, 1976. С. 36-37.
8. Камбулов В.Ф. Метод Фурье для одной нелинейной задачи гиперболического типа // Дифференциальные уравнения и их применение. Вильнюс: Пяргале, 1976. Вып. 15. С. 19-23.
9. Камбулов В.Ф. Влияние инерционных свойств усилительного каскада на работу автогенератора с распределенными RC-параметрами в цепи обратной связи // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль. ЯрПИ, 1977. С. 25-32.
10. Камбулов В.Ф. Две задачи, связанные с самогенерирующими линиями // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль: ЯрПИ, 1977. С. 33-59.
11. Камбулов В.Ф. Гармонические колебания в автогенераторе с LCRG-распределенными параметрами в цепи обратной связи // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 11. С. 2321-2326.
12. Камбулов В.Ф., Ширшиков Е.А. Управляемый автогенератор на гибридной RC-структуре в цепи обратной связи // Дифференциальные уравнения и их применение. Вильнюс: Пяргале, 1978. Вып. 20. С. 9-14.
13. Непринцев В.И., Корыстин Б.Л., Балаж И.Я., Камбулов В.Ф. Переходной процесс в автогенераторе с распределенными параметрами // Тр. III конференции с Международным участием по электронным цепям. Прага, 1979. С. 167-169.
14. Камбулов В.Ф. Синхронизация автоколебаний в RC-автогенераторах // Сб. тр. института математики и кибернетики АН Лит. ССР. Вильнюс: Пяргале, 1980. Вып. 27. С. 27-33.
15. Камбулов В.Ф. Существование двухчастотных колебаний в одном типе RC-автогенератора и невозможность их физической реализуемости // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль: ЯрГУ. 1981. С. 37-53.
16. Камбулов В.Ф. Параметрический резонанс в линии с LC-распределенными параметрами // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль: ЯрГУ, 1981. С. 123-129.

17. Камбулов В.Ф. Построение периодического решения одной нелинейной краевой задачи параболического типа // Дифференциальные уравнения и некоторые их приложения. Тюмень: ТГУ, 1983. С. 29-47.
18. Камбулов В.Ф. Влияние асимметрии нелинейной характеристики усилителя на автоколебательные режимы в одном RC-генераторе с распределенными параметрами // Нелинейные колебания в задачах экологии. Ярославль: ЯрГУ. 1985. С. 49-51.
19. Камбулов В.Ф., Куликов А.Н. Автоколебательные системы // Учеб. пособие минвуз. РСФСР. Ярославль: ЯрГУ, 1986. - 74 с.
20. Камбулов В.Ф. Анализ процессов в одной системе с распределенными параметрами // Моделирование и анализ вычислительных систем. Ярославль: ЯрГУ, 1987. С. 163-169.
21. Камбулов В.Ф. Стохастические автоколебания в одном генераторе с RC-распределенными параметрами // Вторая Всесоюзная школа "Стохастические колебания в радиофизике и электронике". Саратов: СГУ, 1988. С. 51-57.
22. Камбулов В.Ф. Анализ математической модели распределенного аналога автогенератора Ван-Дер-Поля // Сб. тр. научной конференции по нелинейным колебаниям. Ярославль: ЯрГУ, 1992. С. 98-99.
23. Камбулов В.Ф. Резонансность как источник релаксационных колебаний в системах телеграфных уравнений // ДАН. 1994. Т. 334, № 5. С. 569-570.
24. Kambulov V.F. Bifurcation Auto-Oscillation in a Generator with a segment of a Long-Line in a Feedback Circuit // Second International Conference on Development Direccionous of the Radiocommunication System and Means. Voronesh, 1995. С. 137-143.
25. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю. О явлении буферности в одной резонансной гиперболической краевой задаче из радиофизики // Мат. сборник. 1995. Т. 186, № 7. С. 77-96.
26. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю. Об одном модельном гиперболическом уравнении, возникающем в радиофизике // Математическое моделирование. 1996. Т. 8, № 1. С. 93-102.
27. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Резонансность как источник релаксационных колебаний в нелинейном телеграфном уравнении // International Conference on Some Topics of Mathematics. Uzbekistan. Samarkand. October 13-17. 1996. С. 34-35.

28. Камбулов В.Ф. Теоретический и экспериментальный анализ явления буферности в длинной линии с туннельным диодом // Дифференциальные уравнения. 1996. Т. 32, № 11. С. 1575-1576.
29. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. О явлении буферности в длинной линии с туннельным диодом // УМН. 1996. Т. 51, вып. 5. С. 146-147.
30. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Теоретический и экспериментальный феномен буферности в длинной линии с туннельным диодом // Дифференциальные уравнения. 1997. Т. 33, № 5. С. 638-645.
31. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю. О специфике генерируемых колебаний в автогенераторе с малым затуханием в цепи обратной связи // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 8. С. 1019-1024.
32. Камбулов В.Ф. Модель распределенного автогенератора Ван-Дер-Поля // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 9. С. 1121-1124.
33. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю. О явлении буферности в длинной линии с туннельным диодом // ДАН. 1997. Т. 355, № 6. С. 744-746.
34. Камбулов В.Ф., Прудниченко А.С. Параметрические колебания в RC-автогенераторе с распределенными параметрами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 9. С. 29-36.
35. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Бифуркация пространственно неоднородных циклов у нелинейного волнового уравнения с малой диффузией // ТР. ММО. 1997. Т. 59. С. 124-147.
36. Камбулов В.Ф. Бифуркация автоколебаний в одном RC-генераторе с распределенными параметрами при асимметричной нелинейной характеристике // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 10. С. 60-67.
37. Камбулов В.Ф., Прудниченко А.С. Автогенераторы с распределенными параметрами и их математические модели (Кн. 1,2). Ярославль: ЗАО ФГИ «Содействие». 1997. - 113(115) с.
38. Воробьев А.М., Камбулов В.Ф., Прудниченко А.С. Релаксационные колебания в RC-автогенераторах с распределенными параметрами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 12. С. 62-64.

Подписано к печати _____

Усл. печ. л. 2.0, Формат 84x108/32

Печать офсетная. Заказ № 3-065

Тираж 100 экз.

ОАО «Ярославский Полиграфкомбинат»,

150049, г. Ярославль, ул. Свободы, 97.