

Воронежский государственный университет  
Московский государственный университет  
имени М. В. Ломоносова  
Математический институт имени В. А. Стеклова  
Российской академии наук

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Материалы  
Международной конференции  
Воронежская весенняя математическая школа  
ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — XXXI  
*Посвящается памяти Юлия Витальевича Покорного  
(80-летию со дня рождения)*

(3–9 мая 2020 г.)

Воронеж  
Издательский дом ВГУ  
2020

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

С56

#### П Р О Г Р А М М Н Ы Й К О М И Т Е Т:

Е. И. Моисеев (председатель), А. Д. Баев (зам. председателя), И. С. Ломов (зам. председателя), А. В. Боровских (зам. председателя), А. П. Хромов (зам. председателя), В. В. Власов, А. В. Глушко, М. Л. Гольдман, В. Г. Задорожный, В. Г. Звягин, М. И. Каменский, В. А. Костин, Г. А. Курина, В. И. Рязских, Е. М. Семенов, С. М. Ситник, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев.

#### О Р Г К О М И Т Е Т:

Е. И. Моисеев (председатель), Д. А. Ендовицкий (сопредседатель), В. А. Садовничий (сопредседатель), А. Д. Баев (зам. председателя), И. С. Ломов (зам. председателя), О. А. Козадеров (зам. председателя), А. П. Хромов (зам. председателя), И. В. Астапова, А. В. Боровских, Я. М. Ерусалимский, М. С. Никольский, Н. Х. Розов, С. А. Шабров, М. Ш. Бурлуцкая (ученый секретарь).

**Современные методы теории краевых задач** : материалы Международной конференции : Воронежская весенняя математическая школа «Понтрягинские чтения — XXXI» (3–9 мая 2020 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова ; Математический институт имени В. А. Стеклова РАН. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020. — 261 с.

ISBN 978-5-9273-3025-6

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения — XXXI», которая посвящена памяти Юлия Витальевича Покорного (80-летию со дня рождения). Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, преподавания математики.

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

ISBN 978-5-9273-3025-6

- © Воронежский государственный университет, 2020
- © Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 2020
- © Математический институт имени В. А. Стеклова РАН, 2020
- © Оформление. Издательский дом ВГУ, 2020

|   |     |
|---|-----|
| <i>Зубова С.П., Раецкая Е.В.</i> Решение многоточечной задачи управления для одной динамической системы в частных производных . . . . .                     | 100 |
| <i>Иванова Е.П.</i> Дифференциально-разностные уравнения с несоизмеримыми сдвигами аргументов . . . . .   | 101 |
| <i>Ивановский Л.И.</i> Устойчивые колебательные решения в цепочках с диффузионным взаимодействием и дополнительной внутренней связью . . . . .              | 103 |
| <i>Калитвин В.А.</i> Об алгоритмах численного решения одного класса уравнений с частными интегралами . . . . .  | 104 |
| <i>Калманович В.В., Гладышев Ю.А.</i> Об использовании метода Фурье для решения одной нестационарной задачи теплопроводности в многослойной среде . . . . . | 106 |
| <i>Кащенко А.А.</i> Зависимость динамики одной модели связанных осцилляторов от знака диффузии . . . . .  | 107 |
| <i>Киричек В.А.</i> Исследование разрешимости нелокальной задачи для гиперболического уравнения . . . . .   | 108 |
| <i>Колесникова И.А.</i> О вариационном принципе для некоторого класса эволюционных дифференциально-разностных операторов . . . . .                          | 109 |
| <i>Колесникова И.В.</i> Прогобы продольно сжатой балки на двойном упругом основании в модели Власова–Леонтьева . . . . .                                    | 110 |
| <i>Колтаков А.И., Райцин А.М.</i> Определение характеристик оптического делителя лазерного излучения в информационно-измерительных системах . . . . .       | 112 |
| <i>Корнев В.В., Хромов А.П.</i> Расходящиеся ряды и обобщенное решение одной смешанной задачи для волнового уравнения . . . . .                             | 113 |
| <i>Коробков Д.О. Смирнов И.Н.</i> Разработка алгоритма распознавания линий электропередач на фотографиях . . . .  | 117 |
| <i>Коровина М.В.</i> Построение асимптотик решений линейных дифференциальных уравнений в окрестностях иррегулярных особых точек . . . . .                   | 121 |
| <i>Кретов А.А., Половинкина М.В., Половинкин И.П., Ломец М.В.</i> О фрактальной размерности языка . . . . .   | 125 |
| <i>Крымов Н.Е.</i> О корректности одной нестандартной краевой задачи, возникающей при осреднении задач сложного теплообмена . . . . .                       | 127 |
| <i>Кузнецов С.Ф., Чернышов А.Д., Никифорова О.Ю., Горяинов В.В.</i> Точное решение краевой задачи диффузии . .  | 129 |
| <i>Кунаковская О.В., Долгополов Д.М.</i> Топологические индексы в механике разрушения . . . . .   | 130 |

# УСТОЙЧИВЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЦЕПОЧКАХ С ДИФФУЗИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СВЯЗЬЮ<sup>1</sup>

**Л.И. Ивановский** (Ярославль, ЯрГУ им. П.Г. Демидова)  
*leon19unknown@gmail.com*

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений с диффузионным взаимодействием между соседними элементами и дополнительной внутренней связью

$$\dot{u}_j = N^2(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) + \gamma u_j - u_j^3, \quad j = \overline{1, N}, \quad (1)$$

$$u_0 = u_1, \quad u_{N+1} = u_N + \frac{\alpha}{N} u_k, \quad k \in \mathbb{N}, \quad 1 \leq k < N, \quad (2)$$

где  $u_j$  — гладкие функции при  $t \geq 0$ , а параметры  $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$ .

Система (1), (2) имеет однородное нулевое решение  $u_j(t) \equiv 0$ , для которого найдены условия устойчивости и выделены два способа потери устойчивости: дивергентный, когда среди всех возможных собственных значений найдется нулевое значение, или колебательный, соответствующий случаю выхода пары собственных значений с максимальной действительной частью на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении характера потери устойчивости нулевого решения системы (1), (2) и поиске асимптотических формул для режимов, ответвляющихся от нулевого решения при критических значениях параметров  $\alpha$  и  $\gamma$ .

Полученные аналитические результаты проиллюстрированы численным решением системы (1), (2), при значениях параметров, близких к бифуркационным. Для системы (1), (2), при значениях параметра  $\alpha$ , близких к критическому, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления около нуля неоднородных состояний равновесия и циклов.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-10055).

© Ивановский Л.И., 2020