

нент вместо экспонент с действительными показателями. При этом перед оценкой амплитуд действительные части экспонент принимались равными нулю. Метод Прони применялся к действительной и мнимой частям обработанной экспериментальной зависимости. В качестве оценки брался модуль оценок, полученных по действительной и мнимой частям. Указанный алгоритм позволил добиться того, что разность значений ДН, измеренных при двух состояниях полигона, не превысила 0,94 дБ (рис. 3б). Одновременно, проведенный спектральный анализ позволил определить амплитуды отражений от рассеивателей полигона и тем самым оценить его уровень эховости в -16 дБ.

Был исследован подход, основанный не на усреднении реализаций, а на выборе реализации со средним номером, выбираемой после упорядочивания значений по амплитуде (аналог медианной фильтрации). Такой вариант обработки позволил получить разброс оценок ДН, равный 1,86 дБ. Таким образом, лучшие результаты были получены путем отбраковки аномальных измерений с последующим усреднением.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Князев А. Д. Элементы теории и практики обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств. — М.: Радио и связь. — 1984. — 336 с.
2. Калинин А. В. Многочастотный способ определения поля антенны в ближней зоне // Радиофизика. — 1988. — Т. 31. — № 4. — С. 495–500. (Изв. вып. учеб. заведений).
3. Chaloupka H., Galka M., Schlendermann A. Determination of antenna radiation pattern from frequency-domain measurements in reflecting environment // Electronics Lett. — 1979. — Vol. 15. — No. 17. — P. 512–513.
4. Burrell G. A., Jemieson A. R. Antenna radiation pattern measurement using time-to-frequency transformation (TFT) techniques // IEEE Trans. Antennas Propagat. — 1973. — Vol. 21. — No. 9. — P. 702–703.
5. Hua G., Sarkar T. K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response // IEEE Trans. Antennas Propagat. — 1989. — Vol. 37. — No. 2. — P. 229–233.
6. Марпл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир. — 1990. — 584 с.
7. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов. — М.: Сов. радио. — 1979. — 272 с.
8. Дробахин О. О. Идентификация параметров модели в виде суммы экспоненциальных функций при помощи метода Прони // Автометрия. — 1989. — № 4. — С. 36–42.

Днепропетровский госуниверситет.

Поступила в редакцию 03.07.96.

УДК 517.926

КАМБУЛОВ В. Ф., ПРУДНИЧЕНКО А. С.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В RC-АВТОГЕНЕРАТОРЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассмотрен автогенератор с RC-распределенными параметрами в цепи обратной связи при гармоническом изменении сосредоточенной емкости на выходе усилителя. В случае основного параметрического резонанса (1:2) выявлены условия, при которых в генераторе в «недовозбужденном» режиме могут возникать устойчивые колебания.

Исследованию RC-автогенераторов, содержащих распределенные параметры в цепи обратной связи, посвящено достаточно много работ [1–3], в которых наряду с анализом автоколебаний рассматривается вопрос о влиянии на них внешнего гармонического воздействия [4]. Представляет интерес задача о параметрических колебаниях в подобных генераторах. В настоящей работе применительно к RC-

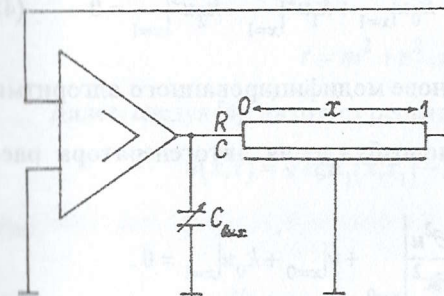


Рис. 1

автогенераторам получает развитие идея возбуждения параметрических колебаний в нелинейном колебательном контуре, предложенная в [5]. Цель работы состоит в выявлении оптимальных условий возбуждения и определении параметров устойчивых параметрических колебаний, возникающих в RC-генераторе, в случае резонанса 1:2.

Рассмотрим автогенератор с однородной RC-структурой в цепи обратной связи (рис. 1), у которого один из параметров (емкость на выходе усилителя) изменяется по гармоническому закону с частотой $2p$, близкой к удвоенной частоте самовозбуждения ω_0 генератора. Можно показать, что математической моделью рассматриваемой системы служит краевая задача

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad \alpha(1+q\cos 2p\tau) \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=0} + (1-2\alpha pq \sin 2p\tau) u|_{x=0} + k_0 u|_{x=1} + k_1 u^2|_{x=1} - k_2 u^3|_{x=1} = 0 \quad (2)$$

где u – переменная составляющая напряжения в RC -структуре, $\tau = t/(RC)$; αq , $2p$ – соответственно амплитуда и частота изменения сосредоточенной емкости на выходе усилителя; k_0 , k_1 , k_2 – коэффициенты аппроксимации нелинейной характеристики активного элемента, x – нормированная координата.

Для анализа задачи предварительно рассмотрим автономный случай ($q = 0$). При этом краевая задача принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad \alpha \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=0} + u|_{x=0} + k_0 u|_{x=1} + k_1 u^2|_{x=1} - k_2 u^3|_{x=1} = 0 \quad (4)$$

и ее исследование проводится на основе модифицированного алгоритма Андронова–Хопфа [4].

Для определения условий самовозбуждения автогенератора рассмотрим линеаризованную задачу

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad \alpha \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=0} + u|_{x=0} + k_0 u|_{x=1} = 0.$$

Непосредственно проверяется, что ее характеристическое уравнение имеет вид

$$P(\lambda) = (1 + \alpha\lambda) \operatorname{ch} \sqrt{\lambda} + k_0 = 0. \quad (5)$$

Можно показать, что для любого $\alpha \geq 0$ существует такое положительное значение $k_0 = k_m(\alpha)$, при котором характеристическое уравнение (5) имеет пару простых корней $\pm i\omega_0(\alpha)$, а остальные корни находятся в левой комплексной полуплоскости $\operatorname{Re} \lambda$, $\operatorname{Im} \lambda$. На рис. 2а,б представлены графики зависимостей k_m и ω_0 от α , полученные в результате численного решения уравнения (5). Таким образом, в ис-

следствии генераторе могут возникать только одночастотные автоколебания.

Пусть теперь $k_0 = k_m + \varepsilon$, где ε – малый положительный параметр.

В дальнейшем потребуются следующие величины:

$$\tau'_0 = \operatorname{Re} \frac{d\lambda(\varepsilon)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = -n/r,$$

$$\omega'_0 = \operatorname{Im} \frac{d\lambda(\varepsilon)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = m/r,$$

причем, легко проверяется, что $\tau'_0 > 0$. Здесь

$$n = \alpha \operatorname{ch} \eta \cos \eta + \frac{1}{4\eta} [\operatorname{sh} \eta \cos \eta + \operatorname{ch} \eta \sin \eta + \alpha \omega_0 (\operatorname{sh} \eta \cos \eta - \operatorname{ch} \eta \sin \eta)],$$

$$m = \alpha \operatorname{sh} \eta \sin \eta + \frac{1}{4\eta} [\operatorname{ch} \eta \sin \eta - \operatorname{sh} \eta \cos \eta + \alpha \omega_0 (\operatorname{sh} \eta \cos \eta + \operatorname{ch} \eta \sin \eta)],$$

$$r = m^2 + n^2, \quad \eta = \sqrt{\omega_0/2}.$$

Далее, следуя [4], находим решение краевой задачи (3), (4):

$$u(x, \tau) = \sqrt{\varepsilon} \xi E_1(x, \tau_1) + \varepsilon \xi^2 \varphi_2(x, \tau_1) + O(\varepsilon^{3/2}),$$

где

$$\tau_1 = \tau / (1 + \Theta \varepsilon \xi^2), \quad \Theta = - \frac{k_1^2 (\tau_0'^2 + \omega_0'^2) \operatorname{Im} P(2i\omega_0)}{2\tau_0'^2 \omega_0 |P(2i\omega_0)|^2},$$

$$\xi^{-2} = \frac{3}{4} k_2 + \frac{k_1^2}{1 + k_m} + \frac{k_1^2 [\tau_0' \operatorname{Re} P(2i\omega_0) + \omega_0' \operatorname{Im} P(2i\omega_0)]}{2\tau_0' |P(2i\omega_0)|^2},$$

$$E_1(x, \tau_1) = \operatorname{ch} [\eta(x-1)] \cos [\eta(x-1)] \cos \omega_0 \tau_1 - \operatorname{sh} [\eta(x-1)] \sin [\eta(x-1)] \sin \omega_0 \tau_1,$$

$$\varphi_2(x, \tau_1) = -\frac{k_1}{2(1+k_m)} - k_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\operatorname{ch}[\sqrt{2i\omega_0}(x-1)]}{2P(2i\omega_0)} \exp 2i\omega_0\tau_1 \right\}.$$

Пусть RC-автогенератор при $q \neq 0$ «недовозбужден», т. е. $k_0 = k_m - \varepsilon$, где $0 < \varepsilon \ll 1$. Задача состоит в нахождении (если это возможно) такого изменения емкости $C_{\text{вых}}$, при котором в генераторе существуют $2\pi/p$ -периодические устойчивые колебания, а также в определении их параметров.

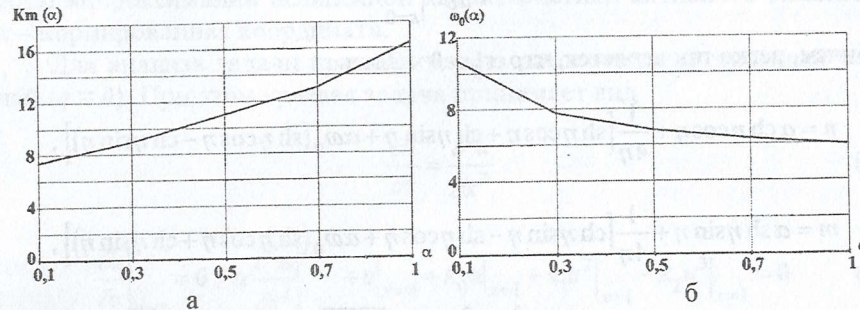


Рис. 2

Предположим, что в краевой задаче (1), (2)

$$p = (1 + \varepsilon\delta)\omega_0, \quad \alpha q = \varepsilon d. \quad (6)$$

Воспользовавшись методикой, изложенной в [4], и полученными выше результатами, будем искать решение краевой задачи (1), (2) в виде

$$u(x, \tau) = \nu\beta(\nu)E_1(x, \tau_2) + \nu^2\beta^2(\nu)\varphi_2(x, \tau_2) + \nu^3\beta^3(\nu)\varphi_3(x, \tau_2) + \dots, \quad (7)$$

где

$$\nu = \sqrt{\varepsilon}, \quad \tau_2 = (1 + \varepsilon\delta)[\tau - \gamma(\nu)]. \quad (8)$$

Подставим (7) с учетом (6), (8) в (1), (2) и приравняем коэффициенты при ν^3 . Далее, из условия разрешимости полученной краевой задачи в классе $2\pi/\omega_0$ -периодических функций [4] для определения $\beta_0 = \beta(0)$, $\gamma_0 = \gamma(0)$ приходим к уравнениям

$$\omega_0(\delta + \Theta\beta_0^2) + \omega'_0 \left(1 + \frac{\beta_0^2}{\xi^2}\right) = \frac{d\omega_0}{2} (M_1 \sin 2\omega_0\gamma_0 + M_2 \cos 2\omega_0\gamma_0), \quad (9)$$

$$\tau'_0 \left(1 + \frac{\beta_0^2}{\xi^2}\right) = \frac{d\omega_0}{2} (M_1 \cos 2\omega_0\gamma_0 - M_2 \sin 2\omega_0\gamma_0). \quad (10)$$

где

$$M_1 = \tau'_0 \operatorname{sh} \eta \sin \eta - \omega'_0 \operatorname{ch} \eta \cos \eta, \quad M_2 = \tau'_0 \operatorname{ch} \eta \cos \eta + \omega'_0 \operatorname{sh} \eta \sin \eta.$$

Исключая теперь из (9), (10) γ_0 , получаем для β_0 следующее выражение:

$$\beta_0 = \xi \left[\frac{-B + (B^2 + AN)^{1/2}}{A} \right]^{1/2}.$$

Здесь

$$A = (\omega_0\Theta\xi^2 + \omega'_0)^2 + \tau_0'^2,$$

$$B = \delta\omega_0^2\Theta\xi^2 + \omega_0(\Theta\xi^2 + \delta)\omega'_0 + \omega_0'^2 + \tau_0'^2,$$

$$N = \frac{1}{4}\omega_0^2d^2(M_1^2 + M_2^2) - (\delta\omega_0 + \omega'_0)^2 - \tau_0'^2. \quad (11)$$

Очевидно, следует требовать выполнения неравенства

$$-B + (B^2 + AN)^{1/2} > 0. \quad (12)$$

Анализ выражений (11) показывает, что неравенство (12) выполняется только при

$$d > d_m = 2\tau'_0 / \left[\omega_0^2 (\tau_0'^2 + \omega_0'^2) (\operatorname{sh}^2 \eta + \cos^2 \eta) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

т. е. когда амплитуда колебаний емкости $C_{\text{вых}}$ больше минимального значения $\alpha q_m = \varepsilon d_m$. Отметим, что случаю $d = d_m$ соответствует значение параметра $\delta = -\omega'_0/\omega_0$.

Таким образом, окончательно можно сформулировать следующее утверждение: для любого достаточно малого $\varepsilon > 0$ и при условиях (6), (13) краевая задача (1), (2) имеет единственное $2\pi/[\omega_0(1+\varepsilon\delta)]$ -периодическое решение, для которого справедливо асимптотическое представление

$$u(x, \tau) = \sqrt{\varepsilon} \beta_0 E_1(x, \tau_2) + \varepsilon \beta_0^2 \varphi_2(x, \tau_2) + O(\varepsilon^{3/2}),$$

где $\tau_2 = (1 + \varepsilon\delta)(\tau - \gamma_0)$.

Отметим, что устойчивость построенного периодического решения определяется характером расположения собственных чисел матрицы [4]

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix},$$

у которой

$$d_{11} = -2\tau'_0 \left(1 + 2 \frac{\beta_0^2}{\xi^2} \right) - i \left[\delta \omega_0 + 4\omega_0 \beta_0^2 \Theta + 2\omega'_0 \left(1 + 2 \frac{\beta_0^2}{\xi^2} \right) \right], \quad (14)$$

$$d_{12} = -2\tau'_0 \frac{\beta_0^2}{\xi^2} - 2i \frac{\beta_0^2}{\xi^2} (\omega_0 \Theta \xi^2 + \omega'_0), \quad (15)$$

а d_{22} , d_{21} – комплексно сопряжены с ними. Из равенств (14), (15) вытекает, что (при достаточно малых δ) $\text{sp } D < 0$, $\det D > 0$, т. е. параметрические колебания устойчивы.

Для практики интерес представляют амплитудно-частотные характеристики и полосы возбуждения колебаний. На рис. 3 представлены графики зависимостей $\beta_0 = \beta_0(\delta)$ при $d = 1,5 d_m$, $\varepsilon = 0,3$, $k_1 = 10$, $k_2 = 15$ и различных α , а также полоса возбуждения колебаний при $\alpha = 0,1$. Отметим некоторые специфические особенности полученных графиков: 1) амплитудно-частотные характеристики асимметричны относительно расстройки частоты, причем, максимумы амплитуд приходятся на отрицательные значения δ . Отмеченная особенность связана с нелинейными свойствами изучаемой системы, в частности, влиянием квадратичного члена в аппроксимации нелинейной характеристики усилителя; 2) увеличение параметра α при заданных выше значениях параметров автогенератора приводит к уменьшению полосы для δ , что связано с

ухудшением условий возникновения колебаний; 3) полоса возбуждения параметрических колебаний расширяется с увеличением d и асимметрична относительно δ .

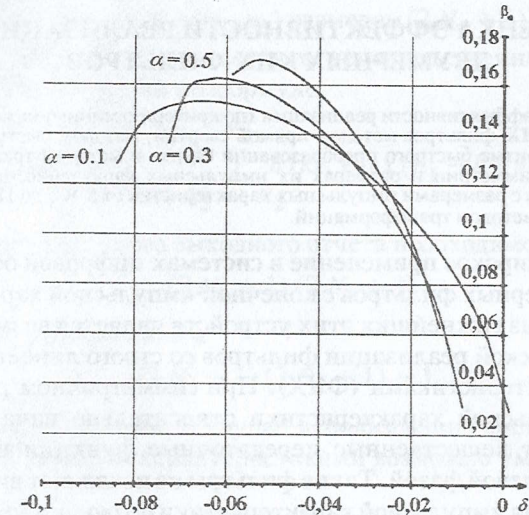


Рис. 3

Таким образом, построена математическая модель и исследованы условия возбуждения параметрических колебаний в автогенераторе с RC-распределенными параметрами в цепи обратной связи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Непринцев В. И., Камбулов В. Ф. Нелинейные искажения в автогенераторе с распределенной RC-структурой в цепи обратной связи // Радиотехника и электроника. – 1975. – Т. 20. – № 5. – С. 982–993.
2. Дворников А. А. К теории RC-генераторов // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т. 23. – № 5. – С. 1006–1014.
3. Воробьев А. М., Елисеев В. О. Нелинейный анализ цепочечных (C-параллель) RC-автогенераторов и автогенератора с распределенной RC-цепью // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28. – № 5. – С. 948–954.
4. Колесов Ю. С., Колесов В. С., Федик И. И. Автоколебания в системах с распределенными параметрами. – Киев: Наукова думка, 1979. – 162 с.
5. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. – М.: ГИТТЛ, 1952. – 269 с.

Ярославский госуниверситет г. Ярославль.

Поступила в редакцию 04.06.96.