

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.373.121

### О СПЕЦИФИКЕ ГЕНЕРИРУЕМЫХ КОЛЕБАНИЙ В LCRG-АВТОГЕНЕРАТОРЕ С МАЛЫМ ЗАТУХАНИЕМ В ЦЕПИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

© 1997 г. В. Ф. Камбулов, А. Ю. Колесов

Поступила в редакцию 24.04.96 г.

Рассмотрена математическая модель LCRG-автогенератора с малыми активными потерями в цепи обратной связи. Предложены нетрадиционные подходы качественного и количественного исследования квазинормальной формы – системы дифференциальных уравнений, к которой сводится исходная краевая задача. Выявлены новые, специфические особенности генерируемых колебаний, заключающиеся, в частности, в том, что происходит накопление автоколебательных режимов с ростом числа частот самовозбуждения. Теоретические результаты подтверждены экспериментально.

#### ВВЕДЕНИЕ

Одним из возможных устройств для получения в радиотехнике автоколебаний является генератор с внешней обратной связью, состоящий из колебательного контура и усилителя [1]. Возрастающие потребности науки и техники в более совершенном оборудовании приводят, в частности, к ужесточению требований к параметрам генерируемых колебаний (стабильности частоты и амплитуды, коэффициенту нелинейных искажений и т.д.), что, в свою очередь, заставляет усложнять конструкцию автогенераторов. Однако рост числа элементов любого устройства, как известно, уменьшает надежность его работы, увеличивает вес, габариты и т.п. Важным шагом в преодолении этих проблем и в достижении заданных характеристик колебаний более простыми способами явилось использование в автогенераторах RC- и LCRG-распределенных структур (линий), выполненных на базе современной микроэлектроники [2]. Таким образом, задача исследования LCRG-автогенераторов с внешней обратной связью становится актуальной не только для развития теории колебаний в распределенных системах, но и представляет определенный интерес для практики.

Изучению устойчивых колебаний в LCRG-автогенераторах с отрезком длинной линии в цепи обратной связи посвящен ряд работ [3–6]. Так, например, отмечается [3] экспериментальный факт: в рассматриваемом генераторе могут устанавливаться различные автоколебательные режимы, зависящие от задания начальных условий. В работе [4] указывается, что это явление может быть использовано при моделировании процессов памяти и создании запоминающих ячеек. Проведен [5] расчет автоколебаний в LCRG-генераторе с большим затуханием в цепи обратной

связи и представлены результаты эксперимента. В статье [6] дан теоретический анализ бифуркации автоколебаний для случая, когда увеличение коэффициента усиления последовательно приводит к росту числа частот самовозбуждения в генераторе.

Цель настоящей работы состоит в продолжении математического моделирования и исследования указанного устройства при малом затухании в цепи обратной связи, когда происходит одновременное возбуждение генератора на многих частотах.

Изучаемая математическая модель автогенератора представляет собой классическое телеграфное уравнение с нелинейными граничными условиями. В предположении о малости суммарных активных потерь в линии с помощью специального асимптотического метода [7] из этого уравнения выводится базовая математическая модель идеального автогенератора (с бесконечным числом частот самовозбуждения), а затем – серия моделей реальных генераторов с конечным числом частот генерации  $N = 1, 2, \dots$  Анализ этих моделей, представляющих собой  $4N$ -мерные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяет выявить в рассматриваемом физическом устройстве новое явление – рост числа устойчивых, сложных по форме, периодических режимов с увеличением  $N$ .

#### 1. ВЫВОД И АНАЛИЗ БАЗОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Математической моделью автогенератора с идеальным усилителем, о котором говорилось выше, является краевая задача

$$u_{xx} + \varepsilon u_x + \varepsilon^2 \alpha u = u_{xx}, \quad (1)$$

$$u_x|_{x=1} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} + (1 + \varepsilon^2 \gamma) u|_{x=1} + \beta u^2|_{x=1} - u^3|_{x=1} = 0,$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$ , параметры  $\alpha, \beta, \gamma$  имеют порядок единицы, причем  $\gamma \geq 0, 0 < \alpha < 1/4$ , а знак  $\beta$  произволен. Здесь  $\varepsilon = G\sqrt{L/C} + R\sqrt{C/L}$ ,  $\varepsilon^2 \alpha = RG$ , а  $R, C, L, G$  – распределенные сопротивление, емкость, индуктивность и проводимость линии. Характерные особенности задачи (1) и (2) заключаются в том, что, во-первых, отвечающая ей линейная краевая задача при  $\varepsilon = 0$  имеет счетное число линейно независимых периодических решений

$$\exp(\pm i\omega_n t) \cos \omega_n x, \quad \omega_n = \pi(2n-1), \quad (3)$$

$$n = 1, 2, \dots;$$

во-вторых, собственным числам  $-\omega_n^2, n = 1, 2, \dots$  оператора

$$Pv = \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad v'(1) = 0, \quad v(0) + v(1) = 0 \quad (4)$$

кроме собственных функций  $\cos \omega_n x$  отвечают также присоединенные функции  $\frac{1}{2\omega_n}(x-1)\sin \omega_n x$ .

Последним обстоятельством, в частности, определяется выбор коэффициента усиления  $K = 1 + \varepsilon^2 \gamma$ . Равенство же  $\varepsilon^2 \alpha = RG$  – следствие предполагаемой однопорядковости малых параметров  $R$  и  $G$ .

Автоколебания краевой задачи (1), (2) будем строить с помощью метода квазинормальных форм [7], являющегося специальным вариантом асимптотического метода Крылова–Боголюбова–Митропольского [8]. С этой целью положим в ней

$$u = \varepsilon u_0(t, \tau, x) + \varepsilon^2 u_1(t, \tau, x) + \varepsilon^3 u_2(t, \tau, x) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t, \quad (5)$$

$$u_0 = \sum_{n=1}^{\infty} (z_n(\tau) \exp(i\omega_n t) + \bar{z}_n(\tau) \exp(-i\omega_n t)) \cos \omega_n x, \quad (6)$$

где комплексные “амплитуды”  $z_n$  таковы, что сходится ряд с общим членом  $\omega_n |z_n|^2$  (в этом случае  $u_0 \in W_2^1$  по переменной  $x$ ). Приравняв затем коэффициенты при  $\varepsilon^2$  и  $\varepsilon^3$ , для нахождения 2-перио-

дических по  $t$  функций  $u_1, u_2$  приходим к краевым задачам

$$u_{1tt} - u_{1xx} + 2u_{0t\tau} + u_{0t} = 0, \quad u_{1x}|_{x=1} = 0, \quad (7)$$

$$u_1|_{x=0} + u_1|_{x=1} + \beta u_0^2|_{x=1} = 0,$$

$$u_{2tt} - u_{2xx} + 2u_{1t\tau} + u_{1t} + u_{0t\tau} + u_{0t} = 0, \quad u_{2x}|_{x=1} = 0,$$

$$u_2|_{x=0} + u_2|_{x=1} + 2\beta(u_0 u_1)|_{x=1} + \gamma u_0|_{x=1} - u_0^3|_{x=1} = 0. \quad (8)$$

Решения краевых задач (7), (8) будем искать в виде рядов той же структуры, что и неоднородности. На этом пути получаем равенство

$$u_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (2\dot{z}_n + z_n) B_n(x) \exp(i\omega_n t) + (2\dot{\bar{z}}_n + \bar{z}_n) \bar{B}_n(x) \exp(-i\omega_n t) - \frac{\beta}{2} \sum_{n,m=1}^{\infty} [z_n z_m \exp i(\omega_m + \omega_n)t + \bar{z}_n \bar{z}_m \exp(-i(\omega_n + \omega_m)t)] \cos(\omega_m + \omega_n)x + [z_n \bar{z}_m \exp i(\omega_n - \omega_m)t + \bar{z}_n z_m \exp i(\omega_m - \omega_n)t] \times \cos(\omega_n - \omega_m)x, \quad (9)$$

где

$$B_n(x) = \frac{i}{2}(x-1)\sin \omega_n x,$$

а точкой в (9) обозначается дифференцирование по  $\tau$ . Подставляя, далее, формулу (9) в (8) и учитывая равенство

$$2\beta(u_0 u_1)|_{x=1} - u_0^3|_{x=1} = (1 + \beta^2) \left( \sum_{n=1}^{\infty} z_n \exp(i\omega_n t) + \bar{z}_n \exp(-i\omega_n t) \right)^3,$$

после некоторых преобразований убеждаемся, что условия разрешимости краевой задачи (8) в классе 2-периодических по  $t$  функций имеют вид

$$\frac{1}{2}(\dot{z}_n + \dot{\bar{z}}_n) = (\gamma - 1/8)z_n - f_n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Здесь  $f_n$  – коэффициент при  $\exp(i\omega_n y)$  в разложении Фурье-функции  $(1 + \beta^2)v^3(\tau, y)$ , где

$$v(\tau, y) = \sum_{n=1}^{\infty} z_n(\tau) \exp(i\omega_n y) + \bar{z}_n(\tau) \exp(-i\omega_n y). \quad (11)$$

Из формул (10), (11) очевидным образом вытекает, что счетная система (10) "сворачивается" в краевую задачу

$$\frac{1}{2}(\ddot{v} + \dot{v}) = (\gamma - 1/8)v - (1 + \beta^2)v^3, \quad (12)$$

$$v(\tau, y + 1) \equiv -v(\tau, y),$$

которую будем рассматривать при начальных условиях

$$v|_{\tau=0} = v_0(y), \quad \dot{v}|_{\tau=0} = v_1(y), \quad (13)$$

где  $v_0(y)$ ,  $v_1(y)$  – произвольные непрерывные антипериодические с периодом 1 функции. Заметим, далее, что если  $v(\tau, y)$  – решение (12), (13), то переменная составляющая напряжения в линии с точностью до членов порядка малости  $\varepsilon^2$  задается формулой

$$u = \frac{\varepsilon}{2}[v(\tau, y_1) + v(\tau, y_2)], \quad (14)$$

$$y_1 = t + x, \quad y_2 = t - x, \quad \tau = \varepsilon t.$$

Совокупность (12)–(14) будем называть базовой математической моделью, так как есть все основания ожидать (с физической точки зрения это вполне очевидно), что квазинормальная форма (12) правильно отражает качественный характер поведения при  $t \rightarrow \infty$  решений исходной краевой задачи (1), (2). Отметим еще, что при  $\gamma < 1/8$  решения задачи (12) с любыми начальными условиями (13) стремятся к нулю при  $\tau \rightarrow \infty$ , а при

$$\gamma > 1/8 \quad (15)$$

нулевое решение становится неустойчивым сразу на всех частотах  $\omega_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  Таким образом, при условии (15), означающем наличие достаточного для возбуждения автоколебаний коэффициента усиления, модель (12)–(14) описывает идеальный автогенератор с бесконечным набором частот самовозбуждения  $\omega_n$ .

Выполняя при условии (15) в уравнении (12) замены

$$\sqrt{2(\gamma - 1/8)}\tau \rightarrow \tau, \quad \sqrt{(1 + \beta^2)/(\gamma - 1/8)}v \rightarrow v,$$

получаем краевую задачу

$$\begin{aligned} \ddot{v} + \kappa \dot{v} - v + v^3 &= 0, \\ v(\tau, y + 1) &\equiv -v(\tau, y), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\kappa = 1/\sqrt{2(\gamma - 1/8)}$ . Для описания характера поведения при  $\tau \rightarrow \infty$  всех ее решений заметим, что фазовым портретом уравнения (16) на плоскости  $(v, \dot{v})$  является рис. 1 (заштрихована область притяжения состояния равновесия  $v = -1$ ): каждое его решение при  $\tau \rightarrow \infty$  стремится к 1, -1 или 0. Поэтому, дополняя задачу (16) произвольными начальными условиями (13) из описанного выше

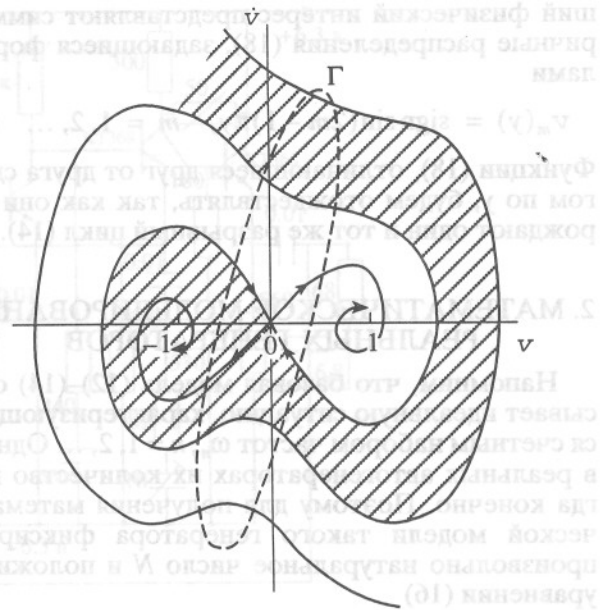


Рис. 1.

класса, убеждаемся, что соответствующее решение при  $\tau \rightarrow \infty$  поточечно сходится к некоторой функции  $v_*(y)$ , принимающей лишь значения  $\pm 1, 0$ . Для ее конструктивного описания рассмотрим на плоскости  $(v, \dot{v})$  кривую

$$\Gamma = \{(v_0(y), v_1(y)): 0 \leq y \leq 2\}$$

(ее возможное расположение отмечено на рис. 1 штриховой линией) и для удобства будем считать, что антипериодические функции  $v_0(y)$ ,  $v_1(y)$  определены на окружности  $S$  длины 2. Обозначим, далее, через  $\Omega$  множество точек  $y \in S$ , при которых кривая  $\Gamma$  имеет пересечение с входящими сепаратрисами седлового нулевого состояния равновесия уравнения (16) (см. рис. 1). Очевидно,  $\Omega$  – замкнутое множество. Поэтому  $S \setminus \Omega = \bigcup_{k=1}^{\infty} I_k$ , где  $I_k$  – непересекающиеся интервалы. Остается добавить, что

$$v_*|_{y \in \Omega} \equiv 0, \quad v_*|_{y \in I_k} \equiv \pm 1, \quad (17)$$

причем знаки "+" или "-" выбираются в зависимости от принадлежности участка кривой  $\Gamma$  при  $y \in I_k$  области притяжения состояния равновесия  $v = 1$  или  $-1$ .

Итак, совокупность всевозможных пределов  $v_*(y)$  решений краевой задачи (16) задается равенством

$$v_*(y) = \text{sign } v(y), \quad (18)$$

где  $v(y)$  – произвольная непрерывная антипериодическая с периодом 1 функция. Однако наиболь-



ший физический интерес представляют симметричные распределения (18), задающиеся формулами

$$v_m(y) = \text{sign} \sin(2m-1)\pi y, \quad m = 1, 2, \dots \quad (19)$$

Функции (18), отличающиеся друг от друга сдвигом по  $y$ , будем отождествлять, так как они порождают один и тот же разрывный цикл (14).

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАЛЬНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Напомним, что базовая модель (12)–(14) описывает идеальную ситуацию, характеризующуюся счетным набором частот  $\omega_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Однако в реальных автогенераторах их количество всегда конечно. Поэтому для получения математической модели такого генератора фиксируем произвольно натуральное число  $N$  и положим в уравнении (16)

$$v_N(y) = \sum_{n=1}^N z_n(\tau) \exp(i\omega_n y) + \bar{z}_n(\tau) \exp(-i\omega_n y). \quad (20)$$

В итоге для  $z_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  получаем укороченную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\ddot{z}_n + \kappa \dot{z}_n - z_n + \sum_{P_n} z_m z_k z_s + \sum_{Q_n} z_m z_k \bar{z}_s + \sum_{R_n} z_m \bar{z}_k \bar{z}_s = 0, \quad (21)$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

где

$$P_n = \{(m, k, s): \omega_n = \omega_m + \omega_k + \omega_s, \quad m, k, s \leq N\},$$

$$Q_n = \{(m, k, -s), (m, -s, k), (-s, m, k):$$

$$\omega_n = \omega_m + \omega_k - \omega_s, \quad m, k, s \leq N\},$$

$$R_n = \{(m, -k, -s), (-k, m, -s), (-k, -s, m):$$

$$\omega_n = \omega_m - \omega_k - \omega_s, \quad m, k, s \leq N\}.$$

Систему (21) вместе с равенствами (20) и

$$u = \frac{\varepsilon}{2} [v_N(\tau, y_1) + v_N(\tau, y_2)], \quad (22)$$

$$y_1 = t + x, \quad y_2 = t - x, \quad \tau = \varepsilon t$$

назовем моделью реального генератора с  $N$  частотами самовозбуждения.

Обратим внимание, что система (21) инвариантна относительно замен

$$z_n \exp(-i\omega_n \phi) \rightarrow z_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

при любом вещественном  $\phi$ . Поэтому если она имеет некоторое состояние равновесия, то вместе с ним имеется целое однопараметрическое их семейство. Однако каждому такому семейству соответствует единственный цикл (22).

Остановимся на вопросе о “материализации” в моделях (20)–(22) симметричных состояний равновесия (19) и заметим, что впервые аналог такого состояния (с фиксированным номером  $m$ ) появляется в системе (21), при  $N = m$  – это устойчивое (при всех  $\kappa > 0$ ) семейство

$$z_1 = \dots = z_{m-1} = 0, \quad z_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \exp(i\phi). \quad (24)$$

Далее, при  $m \leq N < 3m-1$  данное семейство сохраняется, при  $N = 3m-1$  у него появляется еще одна ненулевая координата  $z_{3m-1}$  и т.д. Тем самым при каждом  $N$  и подходящем выборе  $\kappa$  можно гарантировать существование в системе (21) не менее  $N$  семейств состояний равновесия и, что очень важно, для их приближенного нахождения пользоваться соответствующими конечными отрезками рядов Фурье

$$v_m(y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2i}{\omega_k} [\exp(-i(2m-1)\omega_k y) - \exp(i(2m-1)\omega_k y)]. \quad (25)$$

Для иллюстрации сформулированных в предыдущем абзаце положений проследим за материализацией в системах (21) при  $N \geq 2$  состояния равновесия  $v_1(y)$  (см. (19)). Обратимся сначала к системе

$$\ddot{z}_1 + \kappa \dot{z}_1 - z_1 + 3|z_1|^2 z_1 + 6|z_2|^2 z_1 + 3z_2 \bar{z}_1^2 = 0, \quad (26)$$

$$\ddot{z}_2 + \kappa \dot{z}_2 - z_2 + z_1^3 + 3|z_2|^2 z_2 + 6|z_1|^2 z_2 = 0 \quad (27)$$

и положим в ней

$$z_j = \rho_j \exp(i\phi_j), \quad j = 1, 2.$$

В итоге после некоторых преобразований и численного подсчета приходим к выводу, что у нее имеются три семейства состояний равновесия с ненулевыми координатами ( $\psi = \phi_2 - 3\phi_1$ ):

$$\rho_1 = 0.33066 \dots, \quad \rho_2 = 0.26205 \dots, \quad \psi = 0, \quad (28)$$

$$\rho_1 = 0.286007 \dots, \quad \rho_2 = 0.43327 \dots, \quad \psi = \pi, \quad (29)$$

$$\rho_1 = 0.616675 \dots, \quad \rho_2 = 0.171218 \dots, \quad \psi = \pi. \quad (30)$$

Сравнивая (28)–(30) с модулями первых двух коэффициентов ряда Фурье (25)

$$2/\omega_1 = 0.636619 \dots, \quad 2/\omega_2 = 0.212206 \dots, \quad (31)$$

убеждаемся, что аналогом состояния равновесия (19) при  $m = 1$  здесь является устойчивое семейство (30).

Аналогичный анализ системы

$$\ddot{z}_1 + \kappa \dot{z}_1 - z_1 + 3|z_1|^2 z_1 + 6|z_2|^2 z_1 + 3z_2 \bar{z}_1^2 + 6|z_3|^2 z_1 + 3z_2 \bar{z}_3 + 6\bar{z}_1 \bar{z}_2 z_3 = 0, \quad (32)$$

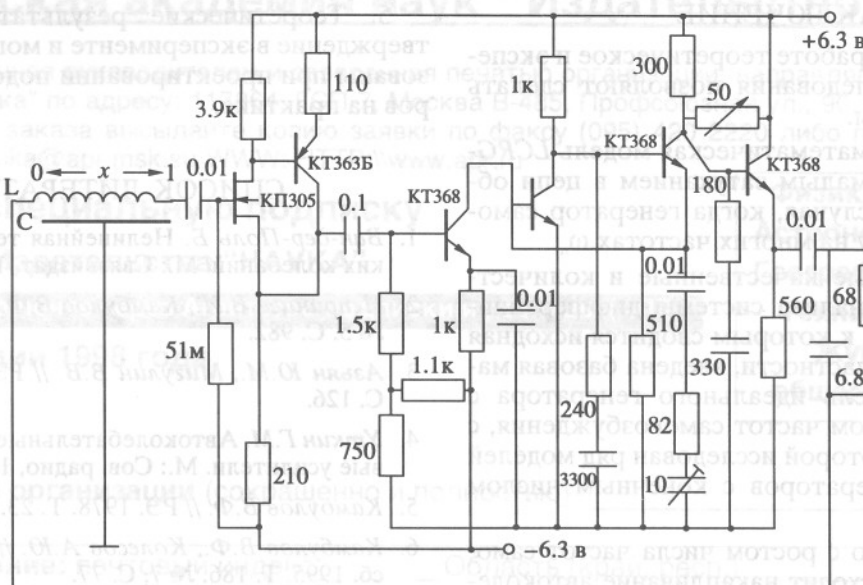


Рис. 2.

$$\ddot{z}_2 + K\dot{z}_2 - z_2 + z_1^3 + 3|z_2|^2 z_2 + 6|z_1|^2 z_2 + 6|z_3|^2 z_2 + 3\ddot{z}_1 z_3 + 6z_1 \ddot{z}_2 z_3 = 0, \quad (33)$$

$$\ddot{z}_3 + K\dot{z}_3 - z_3 + 3|z_3|^2 z_3 + 6|z_1|^2 z_3 + 6|z_2|^2 z_3 + 3\ddot{z}_1 z_2 + 3\ddot{z}_1 z_2^2 = 0 \quad (34)$$

показывает, что тогда интересующему нас состоянию равновесия соответствует устойчивое семейство

$$\rho_1 = 0.627..., \quad \rho_2 = 0.191..., \quad \rho_3 = 0.097..., \quad (35)$$

$$\varphi_2 - 3\varphi_1 = \pi, \quad \varphi_3 - 5\varphi_1 = 0$$

(координата  $\rho_3$  близка к  $2/\omega_3 = 0.12732...$ ). Однако в этом случае появляется еще одно устойчивое семейство вида

$$\rho_1 = 0.302..., \quad \rho_2 = 0.441..., \quad \rho_3 = 0.302..., \quad (36)$$

$$\varphi_2 - 3\varphi_1 = 0, \quad \varphi_3 - 5\varphi_1 = \pi.$$

Непосредственно проверяется, что при  $N = 4$  к ранее известным семействам (30), (35), (36) добавляется новое устойчивое семейство

$$\rho_1 = 0.205..., \quad \rho_2 = 0.249..., \quad \rho_3 = 0.350..., \quad (37)$$

$$\rho_4 = 0.367...,$$

$$\varphi_2 - 3\varphi_1 = 0, \quad \varphi_3 - 5\varphi_1 = 0, \quad \varphi_4 - 7\varphi_1 = \pi$$

и т.д.

Таким образом, из проведенного анализа можно сделать следующий вывод: с возрастанием  $N$  происходит увеличение у системы укороченных уравнений (21) экспоненциально устойчивых состояний равновесия, что для реальных генераторов означает накопление автоколебательных режимов с ростом числа частот самовозбуждения  $\omega_n$ .

Далее, учитывая соотношение (3) между частотами  $\omega_n$  и вид семейств (30), (35)–(37), приходим к заключению, что в генераторе реализуются только сложные по форме, периодические режимы автоколебаний, определяемые заданием начальных условий.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Для качественной оценки теоретических результатов был создан автогенератор, принципиальная схема которого представлена на рис. 2. В качестве цепи обратной связи использовался отрезок длинной линии, выполненный в виде прямого соленоида. Суммарные распределенные индуктивность, емкость, сопротивление и проводимость соответственно равнялись  $L = 55.16$  мГн,  $C = 87.67$  пф,  $R = 540$  Ом,  $G = 0$ . Широкополосный усилитель с  $R_{вх} \approx 50$  МОм,  $R_{вых} = 75$  Ом имел равномерный коэффициент усиления в диапазоне частот от 100 кГц до 120 МГц, т.е. по своим характеристикам был близок к идеальному. Начальные условия для напряжений и токов задавались различным образом, в том числе с использованием генератора синусоидальных колебаний при  $f = 50$  кГц–100 МГц,  $u = (10-100)$  мВ. При одном и том же значении коэффициента усиления удалось выявить три различных режима автоколебаний с количеством фиксируемых частот самовозбуждения, равными 2, 3 и 4 соответственно. Бифурцирующие режимы представляли сложные по форме, периодические колебания периодов  $T_1 = 7.04$ ,  $T_2 = 8.13$ ,  $T_3 = 8.55$  мкс, что согласуется с теоретическими результатами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в работе теоретическое и экспериментальное исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Предложена математическая модель *LCRG*-автогенератора с малым затуханием в цепи обратной связи для случая, когда генератор самовозбуждается сразу на многих частотах  $\omega_n$ .

2. Развита новые качественные и количественные способы анализа системы дифференциальных уравнений, к которым сводится исходная краевая задача. В частности, введена базовая математическая модель идеального генератора с бесконечным числом частот самовозбуждения, с использованием которой исследован ряд моделей реальных автогенераторов с конечным числом частот.

3. Показано, что с ростом числа частот самовозбуждения происходит накопление автоколебательных режимов, причем реализация каждого из них определяется заданием начальных условий.

4. Выявлено, что бифурцирующие автоколебания периодические и имеют сложную форму, существенно отличающуюся от гармонической.

5. Теоретические результаты нашли подтверждение в эксперименте и могут быть использованы при проектировании подобных генераторов на практике.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван-дер-Поль Б. Нелинейная теория электрических колебаний. М.: Связьиздат, 1935.
2. Непринцев В.И., Камбулов В.Ф. // РЭ. 1975. Т. 20. № 5. С. 982.
3. Азьян Ю.М., Мигулин В.В. // РЭ. 1956. Т. 1. № 4. С. 126.
4. Уткин Г.М. Автоколебательные системы и волновые усилители. М.: Сов. радио, 1978.
5. Камбулов В.Ф. // РЭ. 1978. Т. 23. № 11. С. 2321.
6. Камбулов В.Ф., Колесов А.Ю. // Математический сб. 1995. Т. 186. № 7. С. 77.
7. Колесов Ю.С. // Математический сб. 1993. Т. 184. № 3. С. 121.
8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.

Сдано в набор 16.04.97 г.

Подписано к печати 20.06.97 г.

Формат бумаги 60 × 88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>

Офсетная печать

Усл. печ. л. 18.0

Усл. кр.-отт. 10.9

Уч.-изд. л. 16.7

Бум. л. 9.0

Тираж 588

Зак. 1982