

**Потеря устойчивости нулевого состояния равновесия одной  
нелинейной краевой задачи с отклонением в краевом  
условии**

**Stability loss of zero balance state of nonlinear  
boundary-value problem with deviate in boundary condition**

**Л. И. Ивановский<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>ЯрГУ им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия; leon19unknown@gmail.com

Рассмотрим нелинейную краевую задачу с отклонением в краевом условии:

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3, \quad (1)$$

$$u'(0, t) = 0, \quad u'(1, t) = \alpha u(0, t), \quad (2)$$

где  $u = u(x, t)$  – гладкая функция при  $t \geq 0$  и  $x \in [0, 1]$ , а параметры  $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$ .

Представляет интерес ситуация, когда нулевое решение теряет свою устойчивость. Это может происходить одним из двух способов: дивергентным, когда среди всевозможных собственных значений имеется нулевое значение, или колебательным, соответствующим случаю выхода пары собственных значений с максимальной действительной частью на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении свойств потери устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2), т.е. в поиске критических значений параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  и построении асимптотических формул для режимов, от него ответвляющихся.

Поскольку получить нужные критические значения параметров с использованием одного лишь аналитического аппарата довольно затруднительно, исследование осуществлялось численно. В результате были выявлены критические зависимости параметров  $\alpha, \gamma$ , для которых нулевое решение краевой задачи (1), (2), дивергентно или колебательно теряет устойчивость. При значениях параметра  $\alpha$ , близких к критическим, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления неоднородных состояний равновесия в одном случае и циклов в другом.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Gourley S. A., So J. W.-H., Ju J. H. Nonlocality of Reaction-Diffusion Equations Induced by Delay: Biological Modeling and Nonlinear Dynamics // Journal of Mathematical Sciences. 2004. V. 4, № 4. P. 5119–5153.