Бифуркации нулевого состояния равновесия одной нелинейной краевой задачи с линейным отклонением в краевом условии

Глызин С.Д., Ивановский Л.И.

Рассмотрим краевую задачу с линейным отклонением в краевом условии

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3,\tag{1}$$

$$u'(0,t) = 0, u'(1,t) = \alpha u(0,t),$$
 (2)

для которой параметры $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}, x_0 \in [0, 1).$

Краевая задача (1), (2) очевидным образом имеет нулевое решение. В зависимости от значений параметров, это решение может быть устойчивым или неустойчивым. Представляет интерес определить условия устойчивости нулевого решения. В данном случае основными способами ее потери являются дивергентный, когда в спектре устойчивости состояния равновесия появляется нулевое значение, и колебательный, соответствующий случаю перехода пары собственных значений из левой комплексной полуплоскости на мнимую ось. Наша задача состояла в поиске критических значений параметров α и γ , при которых происходит дивергентная или колебательная потеря устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2).

Поскольку найти нужные значения параметров, с использованием одного лишь аналитического аппарата довольно затруднительно, осуществлялось численное исследование. В результате численного эксперимента были получены критические значения параметров α и γ для которых нулевое состояние равновесие краевой задачи (1), (2) теряет свою устойчивость, дивергентным или колебательным способом.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект №01-23-456789).

Список литературы

[1] Кащенко С.А. "О бифуркациях при малых возмущениях в логистическом уравнении с запаздыванием", *Моделирование и анализ информационных систем*, **24**:2 (2017), с. 168 – 185.