

# УСТОЙЧИВОСТЬ НУЛЕВОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СВЯЗЬЮ

Ивановский Л. И.<sup>1,а</sup>

<sup>1</sup> Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль,  
Российская Федерация

<sup>а</sup> leon19unknown@gmail.com

*Ключевые слова:* параболическая краевая задача, нулевое состояние равновесия, потеря устойчивости, бифуркации.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10055.

Рассмотрим параболическую краевую задачу

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3, \quad (1)$$

с дополнительной внутренней связью во втором краевом условии

$$u'(0, t) = 0, \quad u'(1, t) = \alpha u(x_0, t), \quad (2)$$

где функция  $u(x, t)$  — гладкая при  $t \geq 0$  и  $x \in [0, 1]$ , параметры  $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$ , а величина  $x_0 \in [0, 1]$ . Для задачи (1), (2) можно выделить два способа потери устойчивости нулевого состояния равновесия — дивергентный, когда в спектре устойчивости появляется нулевое значение, и колебательный, соответствующий случаю перехода пары комплексно сопряженных собственных значений из левой комплексной полуплоскости на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении характера потери устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2), а именно в поиске критических значений параметров  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $x_0$  и получении асимптотических формул для режимов, ответвляющихся от нулевого состояния равновесия.

Поскольку получить нужные критические значения параметров с использованием одного лишь аналитического аппарата довольно затруднительно, исследование осуществлялось численно. В результате были найдены критические значения параметров  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $x_0$ , при которых происходят различные бифуркации нулевого состояния равновесия краевой задачи (1), (2). При значениях параметра  $\alpha$ , близких к критическим, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления пространственно неоднородных устойчивых состояний равновесия в одном случае и циклов в другом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Диффузионный хаос и его инвариантные числовые характеристики. *ТМФ*. 2020;203(1):10–25. DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9824>.
2. Ивановский Л. И. Динамика одной системы диффузионно связанных дифференциальных уравнений с дополнительной внутренней связью. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2020;3(55):15–30. DOI: 10.21685/2072-3040-2020-3-2.