

ВОРОБЬЕВ А. М., КАМБУЛОВ В. Ф., ПРУДНИЧЕНКО А. С.

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ  
В RC-АВТОГЕНЕРАТОРАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ  
ПАРАМЕТРАМИ

Цель настоящей работы — теоретическое и экспериментальное исследование релаксационных автоколебаний в RC-распределенных системах с нелинейным элементом, имеющим S-образную характеристику.

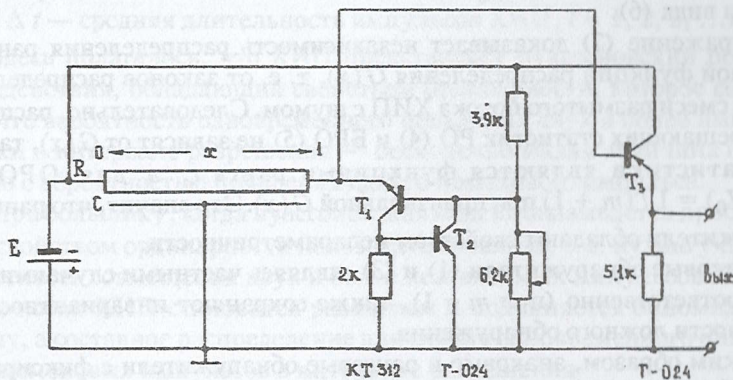


Рис. 1

Рассмотрим RC-автогенератор с неоднородным распределением параметров:  $R(x) = R_0 \exp(\gamma x)$ ,  $C(x) = C_0 \exp(-\gamma x)$ ;  $R_0$ ,  $C_0$  — погонные сопротивление и емкость, а  $\gamma$  — показатель неоднородности линии. Схема данного генератора представлена на рис. 1, N-образная характеристика  $U(iR)$  его нелинейного элемента имеет первое нулевое значение производной для  $U = U_0$ . Математической моделью изучаемого автогенератора служит краевая задача

$$u_t = u_{xx} - \gamma u_x; u|_{x=0} = 1, u_x|_{x=1} + \varphi(\sigma) = 0; \quad (1)$$

$$\varphi(\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma < 0, \\ 0 \text{ или } a & \text{при } 0 \leq \sigma \leq d, \\ a & \text{при } \sigma > d, \end{cases}$$

где  $u = U/E$ ,  $a = i_0 R(1)/E$ ,  $d = U_0/E$ ,  $\sigma = u|_{x=1}$ , а  $t/(R_0 C_0) \rightarrow t$  — безразмерное время.

Отметим, что из результатов работы [1] следует, что краевая задача (1) имеет единственное (с точностью сдвига по времени) периодическое

по  $t$  решение. Это решение экспоненциально устойчиво и имеет два переключения на любом промежутке времени длины периода.

Выберем начало отсчета времени так, чтобы начальное условие периодического решения  $u_t(t, x)$  краевой задачи (1) периода  $\tau$  удовлетворяло равенству  $u_t(0, 1) = 0$ . Через  $\tau_1$  обозначим его первый момент переключения и положим  $\tau_2 = \tau - \tau_1$ . Опираясь на результаты работы [1], можно показать, что

$$u_t(0, x) = 1 - a \exp\left[\frac{1}{2}\gamma(x-1)\right] \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu_k}x\right) [1 - \exp(-\lambda_k \tau_2)]}{\lambda_k (2\lambda_k + \gamma) \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu_k}\right) [1 - \exp(-\lambda_k \tau)]}, \quad (2)$$

где  $\mu_k = 4\lambda_k - \gamma^2$ , а  $\lambda_k$  — собственные числа оператора  $Lu = u_{xx} - \gamma u_x$ ,  $u|_{x=0} = u_x|_{x=1} = 0$ , которые определяются из уравнения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu_k}\right) = -\sqrt{\mu_k}/\gamma. \quad (3)$$

Из [1] также следует, что числа  $\tau_1$  и  $\tau_2$  являются решениями уравнений периодов  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k [1 - \exp(-\lambda_k \tau_2)]}{\lambda_k (2\lambda_k + \gamma) [1 - \exp(-\lambda_k \tau)]} = \frac{1}{a}$ ,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k [1 - \exp(-\lambda_k \tau_2)]}{\lambda_k (2\lambda_k + \gamma) [1 - \exp(-\lambda_k \tau)]} = \frac{1}{\gamma} \left[ 1 - \frac{\gamma}{a} (1 - d) - \exp(-\gamma) \right].$$

Рассмотрим случай однородной RC-структуры, т. е. когда  $\gamma = 0$ . Тогда из (2) с учетом (3) получаем

$$u_t(0, x) = 1 - \frac{8}{\varepsilon \pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k [1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau_2)] \sin(\alpha_k x)}{(2k+1)^2 [1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau)]},$$

где  $\alpha_k = \frac{\pi}{2}(2k+1)$ ,  $\varepsilon = 1/a$ . Здесь числа  $\tau_1, \tau_2$  являются решениями уравнений периодов вида:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau_2)}{(2k+1)^2 [1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau)]} = \varepsilon \pi^2 / 8, \quad (4)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{[1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau_2)] \exp(-\alpha_k^2 \tau_1)}{(2k+1)^2 [1 - \exp(-\alpha_k^2 \tau)]} = b \varepsilon^2 \pi^2 / 8, \quad (5)$$



а  $b = a(1 - d)$ . Анализируя (4), (5), приходим к выводу, что они однозначно разрешимы относительно  $\tau_1, \tau_2$ , причем

$$\tau_2 = \frac{\pi}{4} \varepsilon^2 (1 + \Delta \tau_2); \tau_1 = \tau_1^0 + \Delta \tau_1, \quad (6)$$

где  $\Delta \tau_1, \Delta \tau_2 = 0$  (1) при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Отметим, что  $\tau_1^0$  — единственный корень уравнения

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\exp(\alpha_k^2 t) - 1} = \frac{2b}{\pi}, \quad (7)$$

а степенная асимптотика функций  $\Delta \tau_1, \Delta \tau_2$  параметра  $\varepsilon$  здесь не приводится.

Ясно, что при включении источника питания  $E$  происходит накопление заряда в  $RC$ -структуре, при этом, учитывая выражение (6), управляющее напряжение  $\sigma$  плавно возрастает от 0 до  $d$  при возрастании  $t$  от 0 до  $\tau_1$ , а затем за время  $\tau_2$ , имеющее порядок  $\varepsilon^2$ , убывает до 0.

Для оценки полученных результатов был использован релаксационный автогенератор, схема которого представлена на рис. 1, где  $R = 14$  кОм,  $C = 105 \cdot 10^{-9}$  Ф. В качестве нелинейного элемента был использован транзисторный каскад  $T_1, T_2$  на  $n$ - $p$ - $n$ ,  $p$ - $n$ - $p$  транзисторах, позволивший синтезировать  $S$ -образную характеристику. Автоколебания с точки  $x = 1$  снимались через эмиттерный повторитель. Частота генерируемых пилообразных колебаний равнялась 7710 Гц. После нормировки параметры имели значения  $a = 341,732$ ;  $b = 8,072$ ;  $d = 0,976$ ;  $\varepsilon = 0,003$ . Далее с использованием равенств (6), (7) определялись времена переключения  $\tau_1 = 84,7 \cdot 10^{-3}$ ,  $\tau_2 = 7,07 \cdot 10^{-6}$ , которые с точностью до 4% совпали с экспериментальными данными.

В заключение отметим, что использование структур с различным законом распределения параметров  $R$  и  $C$  позволяет в широких пределах изменять времена переключений  $\tau_1, \tau_2$ , а также форму управляющего напряжения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колесов Ю. С. Периодические решения релейных систем с распределенными параметрами // Математический сборник. Ярославль. — 1970. — Т. 83. — № 3. — С. 349—371.

Ярославский госуниверситет.

Поступила в редакцию 09.10.96.

#### СОДЕРЖАНИЕ т. 40 ЖУРНАЛА «ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ. РАДИОЭЛЕКТРОНИКА» ЗА 1997 г.

##### № 1

Трохименко Я. К. Вычисление суммарных алгебраических дополнений теоретико-множественными методами . . . . .	3
Денисенко В. В. Полунатурная модель МОП-транзистора для аппаратного моделирования СВИС . . . . .	12
Жигалов И. Е. Автоматизированное функционально-схемотехническое моделирование нелинейных устройств . . . . .	23
Слюсар В. И. Цифровые методы оценивания временного положения колоколообразных радиоимпульсов . . . . .	33
Демьяненко П. А., Зиньковский Ю. Ф., Прокофьев М. И. Прецизионный цифровой акселерометр с волоконно-оптическим датчиком . . . . .	39
Голуб В. С. Частотная демодуляция с фазово-частотным преобразованием при многопериодной задержке сигнала . . . . .	47
Гелко И. А. Негапериодические комплементарные последовательности . . . . .	54
Тараненко П. Г., Иваненко А. Ю. Особенности последовательностей с локально-оптимальными корреляционными свойствами . . . . .	59
Евграфов Д. В. Дисперсия производной от огибающей суммы гармонического сигнала и стационарного гауссовского процесса при расстройке линейной части приемника . . . . .	65

#### Краткие научные сообщения

Ильин В. А., Куделя А. М., Ларкин С. Ю., Лебединский А. М. Криогенный радиометрический датчик . . . . .	70
Селетков В. Л. Модифицированное преобразование Хартли . . . . .	75
Василевич Л. Ф., Ежов С. А., Смирнов М. Н., Кучмий А. А. Статистические характеристики инверсно-ограниченного шума . . . . .	78