

Universidad Nacional Autónoma de México

Representaciones eficientes de imágenes en el cómputo cuántico

PRESENTA

Dra. Olveres Montiel Jimena

Santiago Rosas Leonel

Laboratorio avanzado de procesamiento de imágenes

31 de agosto de 2023

Índice

| | |
|---|----------|
| 1. Introducción | 3 |
| 2. Tipos de representación de las imágenes. | 3 |
| 2.1. Representación de amplitud | 3 |
| 2.2. Representación en estado base | 4 |
| 3. Teoría computacional cuántica. | 4 |
| 4. Modelo de representación flexible de imágenes cuánticas FRQI [1] | 6 |
| 5. Nueva representación cuántica mejorada de imágenes digitales NEQR [2] | 6 |
| 6. NEQR contra FRQI | 8 |
| 6.1. Ventajas y desventajas de NEQR | 9 |
| 6.2. Ventajas y desventajas de FRQI | 9 |
| 7. Conclusión | 9 |

1. Introducción

El propósito del siguiente documento es describir la representación eficiente de las imágenes en el cómputo cuántico, su propósito no es demostrar el porqué funcionan, a continuación se dejarán las referencias en donde se podrá encontrar detalladamente la información acerca de los problemas que se describen [1] [2].

Las computadoras cuánticas usan el principio de la mecánica cuántica como el principio de superposición y el enredo para resolver problemas de manera más eficiente que las computadoras clásicas. El procesamiento digital de imágenes (DIP) es un campo de la ciencia computacional que tiene muchas aplicaciones como la teledetección, aprendizaje, máquina, medicina, astronomía, agricultura, entre otros campos. Uno de los problemas más grandes es el desafío del procesamiento de imágenes pesadas, una de las maneras de resolver este problema es el uso de las computadoras cuánticas. Lo que nos lleva al campo del procesamiento cuántico de las imágenes o por sus siglas en inglés (QIP). QIP nos ofrece mejor rendimiento porque mejora las capacidades de almacenamiento. La velocidad de transmisión y la complejidad computacional usando algoritmos cuánticos, la imagen será capturada, almacenada y procesada en computadoras cuánticas. La primera tarea de QIP es la representación de las imágenes en el cómputo cuántico. **Existen 2 maneras de representar las imágenes en la literatura, representación de amplitud y representación de estado base.**

2. Tipos de representación de las imágenes.

2.1. Representación de amplitud

En la representación de amplitud, los valores de los píxeles son almacenados en la amplitud de los qubits, pero cómo es que sucede esto. La amplitud de un qubit es la medida de la probabilidad de que el qubit esté en un determinado estado. Por ejemplo, si la amplitud de un qubit es 0.5, el qubit tiene un 50 por ciento de probabilidad de estar en el estado 0 y un 50 por ciento de probabilidad de estar en el estado 1, esto se logra al usar varias técnicas como el uso de la compuerta Hadamard. Se utiliza un entramado de qubits para almacenar imágenes, almacena la frecuencia de los colores en las amplitudes de un conjunto de qubits, este modelo almacena varias copias de la misma imagen en un entramado de qubits para poder recuperar la imagen. El método de compresión de imágenes y enredo usa un espacio de hilbert para almacenar imágenes grises en un espacio de $2^n \times 2^n$, de modo que el valor del color se almacena en la amplitud de $n - qubits$ y el estado base se utiliza para etiquetar los píxeles, el número de qubits a utilizar con este método crece de manera logarítmica a medida que el tamaño de la imagen aumenta. Varios métodos usan esta manera de almacenar dentro del qubit, tal como el método de representación flexible de imágenes cuánticas (FRQI). Así mismo, el método de representación multicanal para las imágenes en computación cuántica de color *RGBa* (MCRQI). Los siguientes métodos también usan esta manera de almacenar:

- Representación flexible de imágenes cuánticas en color (FRQCI)
- Cuántica codificada por orden, modelo de imagen y especificación paralela del histograma (OQIM)

2.2. Representación en estado base

En la representación del estado base, los valores de los píxeles se almacenan en el estado base de una secuencia de qubits que realiza formas geométricas binarias con n vértices en la base de n – *qubits*. El estado base de un qubit es el estado 0 o el estado 1. Cuando un qubit está en el estado base, no está en una superposición de 0 y 1 está en un solo estado. La información se puede almacenar en el estado base de un qubit mediante la aplicación de diferentes operaciones cuánticas. Por ejemplo, la operación Hadamard puede convertir un qubit que está en el estado 0 en un qubit que está en una superposición de 0 y 1. La capacidad de almacenar información en el estado base de los qubits es lo que hace que los ordenadores cuánticos sean tan poderosos. Los ordenadores cuánticos pueden realizar cálculos que serían imposibles para los ordenadores clásicos porque pueden explorar todos los posibles resultados de un problema al mismo tiempo. Los métodos que ocupan esta manera de almacenar son los siguientes:

- Nueva representación cuántica mejorada (NEQR)
- Mejorado NEQR
- Nueva representación cuántica de imágenes logarítmicas polares (QUALPI)
- Representación cuántica optimizada para imágenes digitales en color (OCQR)

3. Teoría computacional cuántica.

En mecánica cuántica, los estados cuánticos usualmente usan la notación bra-ket, o mejor conocida como la notación de Dirac, se compone de barras verticales y corchetes angulares. En un sistema de símbolos de este tipo, cada estado cuántico se describe como un vector en el espacio de Hilbert (llamado ket) que se define como:

$$|u\rangle = \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{n-1} \end{pmatrix}, u_i \in C, i = 0, 1, \dots, n-1.$$





El adjunto de ket se denomina bra, que tiene la definición:

$$\langle u| = |u\rangle^* = \{u_0^* u_1^* \cdots u_{n-1}^*\},$$

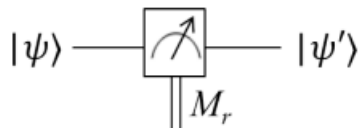
Al igual que un bit en la computación convencional, un qubit, que es un vector unitario en el espacio bidimensional de Hilbert, se considera la unidad más pequeña de información en un sistema cuántico. Se define por:

$$\psi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle,$$

Las compuertas que más se usan en el cómputo cuántico son NOT, Hadamard y CNOT, suelen emplearse para descomponer las complejas transformaciones del modelo del circuito cuántico, en palabras más sencillas, para descomponer las transformaciones complejas del modelo de circuito cuántico en otras más sencillas. La misión del paso final en simulación cuántica es convertir la información cuántica en la forma clásica, lo que se realiza mediante el análisis las distribuciones de probabilidad de las lecturas de la medición cuántica. Para distinguir el bit probabilístico clásico de un qubit, se adopta un cable de doble línea. A continuación se presenta una tabla en donde se muestran las diferentes compuertas cuánticas:

| Gate | Notation | Matrix |
|----------------------------|---|--|
| NOT (Pauli-X) |  | $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| Pauli-Z |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ |
| Hadamard |  | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ |
| CNOT (Controlled NOT) |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ |

La forma en que se representa la medición en circuitos cuánticos lo podemos definir de la siguiente manera, la medición solo se puede realizar una vez con exactitud, esto se debe a uno de los principios de la mecánica cuántica, en donde nos dice que el estado del sistema cuántico se colapsa a uno de los estados clásicos posibles. La probabilidad de que el sistema colapse a un estado dado es igual a la amplitud de probabilidad al cuadrado del estado. Por ejemplo, si un sistema está en un estado superpuesto de 0 y 1, la probabilidad de que colapse a 0 es igual a la amplitud de probabilidad al cuadrado de 0, y la probabilidad de que colapse a 1 es igual a la amplitud de probabilidad al cuadrado de 1. La representación de la medición de un solo qubit la podemos ver como:



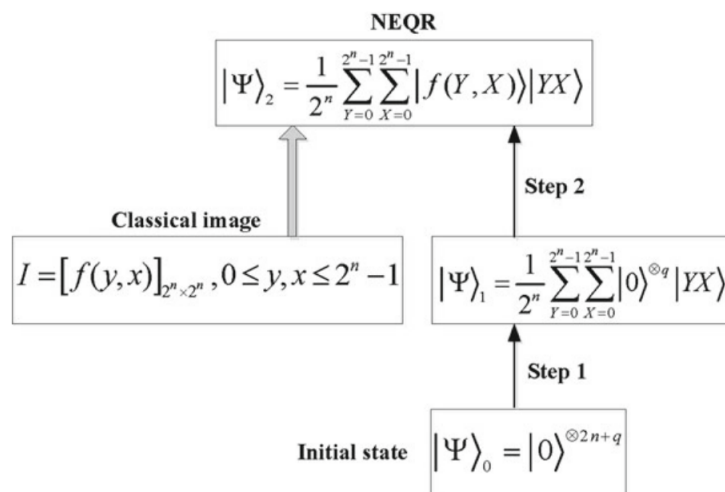
4. Modelo de representación flexible de imágenes cuánticas FRQI [1]

FRQI funciona representando cada pixel de una imagen como un estado cuántico. Los estados cuánticos de los píxeles se almacenan en un arreglo de qubits. Para procesar una imagen, se realizan operaciones cuánticas sobre los qubits. Estas operaciones cuánticas pueden utilizarse para realizar una variedad de tareas como la clasificación de imágenes, la identificación de objetos y la recuperación de imágenes. FRQI es importante para el cómputo cuántico porque permite almacenar y procesar imágenes de forma más eficiente que los métodos clásicos. Esto se debe a que FRQI aprovecha las propiedades de la superposición y el entrelazamiento cuántico para representar imágenes de forma más compacta.

El FRQI se ha utilizado como base para diversas transformaciones de procesamiento, como las transformaciones geométricas en imágenes cuánticas (GTQI) y las transformaciones centradas en el color (CTQI). También se ha extendido a la representación multicanal (MCQI) y se ha aplicado en la búsqueda de datos de imágenes cuánticas, además de estrategias de marcas de agua, producción de películas y cifrado/descifrado de video en computadoras cuánticas. Estas aplicaciones ofrecen una velocidad y eficiencia significativas en comparación con los dispositivos informáticos tradicionales.

5. Nueva representación cuántica mejorada de imágenes digitales NEQR [2]

El modelo NEQR (Neural-Embedding Quantized Representation) es una representación de imágenes cuántica, que utiliza un enfoque basado en redes neuronales, para transformar las imágenes en vectores de características cuánticas. Este modelo se basa en la idea de que las imágenes pueden representarse como una serie de patrones de bits, que pueden luego ser codificados en qubits. A contrario que el FRQI, el NEQR consta de dos etapas principales que los podemos visualizar de la siguiente manera:



-
- **Paso 1, codificación:** En esta etapa la imagen se codifica en un conjunto de qubits. Esto se hace mediante un proceso de transformación, en el cual transforma los píxeles de la imagen en patrones de bits.
 - **Paso 2, desenmascaramiento:** En esta etapa, los qubits codificados se desenmascaran para producir un vector de características cuánticas. Este vector de características representa la información de la imagen en un formato que puede ser utilizado por los algoritmos cuánticos.

Al NEQR ser una modelo de representación de imágenes basada en la representación de los estados base del qubit, este método nos permite aprovechar de mejor manera las propiedades cuánticas de estos sistemas, tales como la superposición de estados.

El proceso de desenmascaramiento de NEQR es un proceso de decoherencia que permite recuperar la información de la imagen del vector de características cuánticas. Este proceso se realiza mediante un proceso de características cuánticas. El cual ocupa una medición que colapsa los qubits en un estado definido.

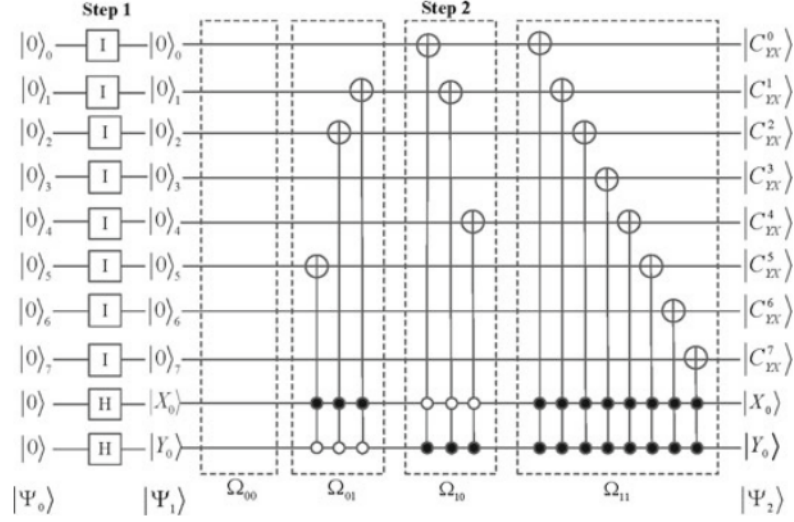
Los procesos por los que pasa la imagen al momento de querer ser representada se basan en la idea principales provenientes de la mecánica cuántica, el primer paso de **codificación** se basa en la idea de que las imágenes pueden representarse como una serie de patrones de bits. Estos patrones de bits pueden luego ser codificados en qubits, utilizando un método de codificación específico para qubits.

El método de codificación utilizado por NEQR es un método de codificación binario. Este método consiste en asignar un valor cuántico distinto a cada uno de los bits de la imagen. Por ejemplo, si la imagen tiene 8 bits de profundidad, cada uno de los bits puede ser asignado a uno de los 2^8 valores cuánticos posibles.

$$U_{YX} = \left(I \otimes \sum_{j=0}^{2^n-1} \sum_{i=0, ji \neq YX}^{2^n-1} |ji\rangle \langle ji| \right) + \Omega_{YX} \otimes |YX\rangle \langle YX|$$

El proceso de codificación de NEQR se realiza de forma secuencial, un bit a la vez. Para cada bit, se aplica una puerta cuántica de control que depende del valor del bit. Por ejemplo, si el bit tiene un valor de 1, se aplica una puerta de inversión. Si el bit tiene un valor de 0, no se aplica ninguna puerta.

Para el segundo paso de **desenmascaramiento** consiste en recuperar la información de la imagen del vector de características cuánticas. Este proceso se realiza mediante un proceso de decoherencia que colapsa los qubits en un estado definido. El proceso de decoherencia que NEQR usa se realiza mediante un proceso de medición. En este proceso, se mide cada qubit del vector de características. El resultado de la medición determina el valor del bit correspondiente en la imagen. A continuación se muestra un ejemplo del circuito cuántico que utiliza NEQR.



6. NEQR contra FRQI

Debido a que FRQI es uno de los primeros métodos que se propuso para la representación de la imagen en el cómputo cuántico, este método tiene un enfoque basado en la teoría de la información para transformar las imágenes en vectores de características cuánticas. Este método es menos eficiente que NEQR, pero requiere menos qubits. NEQR utiliza un enfoque basado en redes neuronales para transformar las imágenes en vectores de características cuánticas. Este método es eficiente y preciso, pero requiere una gran cantidad de qubits. De manera asintótica lo podemos ver representados de la siguiente manera, además algunos métodos que son variaciones de FRQI y NEQR:

Table 1 Comparison between the time complexity of the proposed algorithms and the other models for $2^n \times 2^n$ images

| Model | Time complexity | Color type | Color encoding |
|------------|---------------------|------------|----------------|
| FRQI [8] | $O(2^{4n})$ | grayscale | amplitude |
| FRQCI [10] | $O(2^{4n})$ | RGB | |
| OQIM [30] | $O(2^{4n})$ | grayscale | |
| EFRQI | $O(2n2^{2n})$ | grayscale | |
| EFRQCI | $O(6n2^{2n})$ | RGB | basis state |
| NEQR [32] | $O(2qn2^{2n})$ | grayscale | |
| NCQI [18] | $O(6qn2^{2n})$ | RGB | |
| OCQR [11] | $O(3q(2n+2)2^{2n})$ | RGB | |
| GNEQR [9] | $O(2qn2^{2n})$ | grayscale | |
| QBIR [12] | $O(2qn2^{2n})$ | grayscale | |
| QRCI [28] | $O(6(2n+3)2^{2n})$ | RGB | |
| ENEQR | $O(2n2^{2n})$ | grayscale | |
| ENCQI | $O(2n2^{2n})$ | RGB | |

6.1. Ventajas y desventajas de NEQR

Las principales ventajas de NEQR son:

- **Eficiencia:** NEQR utiliza las propiedades cuánticas de los qubits para representar la información de la imagen, lo que lo hace más eficiente que los métodos clásicos de representación de imágenes.
- **Precisión:** NEQR ha demostrado ser un método preciso para la representación de imágenes cuánticas.

Las principales desventajas son:

- **Requiere muchos bits:** NEQR requiere una gran cantidad de qubits para representar imágenes de alta resolución.
- **Complejidad computacional:** NEQR es un método complejo computacionalmente, lo que dificulta su implementación en hardware cuántico real.

6.2. Ventajas y desventajas de FRQI

Las principales ventajas de FRQI son:

- **Requiere menos bits:** FRQI requiere menos qubits que NEQR para representar imágenes de alta resolución.
- **Menor complejidad computacional:** FRQI es un método menos complejo computacionalmente que NEQR, lo que lo hace más fácil de implementar en hardware cuántico real.

Principales desventajas de FRQI:

- **Menos eficiente:** FRQI es menos eficiente que NEQR, ya que requiere más puertas cuánticas para transformar las imágenes en vectores de características cuánticos.
- **Menor precisión:** FRQI ha demostrado ser un método menos preciso que NEQR para la representación de imágenes cuánticas.

7. Conclusión

En general, NEQR es un método más eficiente y preciso que FRQI, pero requiere más qubits. FRQI es un método menos eficiente y preciso que NEQR, pero requiere menos qubits.

La elección del mejor método para una aplicación concreta dependerá de los requisitos de eficiencia, precisión y recursos cuánticos.

Referencias

- [1] LI, P., AND LIU, X. Color image representation model and its application based on an improved frqi. *World Scientific Publishing Company* (18 December 2017).
- [2] YI ZHANG, K. L. Neqr: a novel enhanced quantum representation of digital images. *Quantum Information Processing* (August 2013).