

# Lógica Computacional

## Fundamentos da Lógica

Profª. Ms. Adriane Ap. Loper

- Unidade de Ensino: Fundamentos da Lógica
- Competência da Unidade Compreensão da lógica no mundo computacional, principalmente no que se refere à lógica usada na construção de algoritmos.
- Resumo: Esse conhecimento será construído através do estudo e entendimento da lógica proposicional e seus conectivos, que permitem criar regras e valorar seus resultados como verdadeiro ou falso.
- Palavras-chave: conectivo, logica, regras
- Título da Teleaula: Fundamentos da Lógica
- Teleaula nº: 03

## Contextualizando

- ✓ Você está participando de um processo seletivo para desenvolvedor trainee em uma grande empresa de tecnologia.
- ✓ Você já passou a primeira fase, composta por entrevistas com o gestor e o setor de recursos humanos, agora chegou a hora de mostrar que você manda bem na lógica e que tem capacidade para se tornar um grande desenvolvedor.
- ✓ Essa etapa do processo consiste em três testes, no primeiro você deverá criar proposições simples e compostas para resolver um problema com as formas geométricas.
- ✓ No segundo desafio, você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com fórmulas.
- ✓ No último desafio, você deverá usar os recursos da lógica para demonstrar a veracidade de um argumento.



Fonte: Shutterstock

## Introdução à Lógica Proposicional

## Lógica computacional

- ✓ Segundo Machado e Cunha (2008) o **objetivo** fundamental de um curso de lógica é desenvolver a competência na argumentação, compreender as razões próprias e dos outros nas tomadas de posição diante dos acontecimentos e nas decisões.
- ✓ Construiremos algoritmos capazes de tomar decisões, e para isso precisaremos implementar regras baseadas na Lógica Formal. Isso mesmo, aquela Lógica Formal desenvolvida por Aristóteles entre 300 e 400 anos antes de Cristo (MACHADO; CUNHA, 2008).
- ✓ Na lógica computacional, vamos utilizar as mesmas regras da Lógica Formal, porém iremos valorar os conteúdos, como verdadeiro ou falso, a fim de extrair nossas conclusões.



Fonte: Shutterstock

## Lógica computacional

- ✓ Em nosso cotidiano, usamos a linguagem natural para nos expressar por meio de frases, que em alguns casos podem ser argumentativas sendo assim compostas por premissas e conclusões.
- ✓ EX.:uma professora sobre o desempenho de um certo aluno: "É lógico que Pedro será aprovado nos exames, pois ele é inteligente e estuda muito e todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados". Esse argumento foi construído embasado por premissas (razões) e que levam a uma única conclusão.

Premissas (razões)	1. Pedro é inteligente. 2. Pedro estuda muito. 3. Todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados.
Conclusão	Pedro será aprovado



Fonte: Shutterstock

## Proposições

- ✓ Proposição é uma sentença declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, jamais ambas ao mesmo tempo. Ou seja, **não** pode haver dúvida quanto à classificação da sentença.
- ✓ Também podemos dizer que trata-se de uma classificação binária, pois só existem dois resultados possíveis: V ou F, ou ainda 1 ou 0.



Fonte: Shutterstock

## Proposições

- ✓ As proposições podem ser classificadas como simples ou compostas.
- ✓ A proposição será **simples** quando existir uma única afirmação na frase
- ✓ A proposição é **composta** quando for constituída de, pelo menos, duas proposições simples **"ligadas"** por um conectivo lógico, também chamado de conector lógico, conectivo proposicional ou operação lógica. (BISPO; CASTANHEIRA, 2011).



Fonte: Shutterstock

## Proposições Simples

Tais estruturas serão designadas pelas letras latinas minúsculas tais como:

**p, q, r, s, u, v...**

Exemplos:

p:  $12 > 2$ .

q: Joana é uma excelente professora.

s: Adriane foi a um aniversário no sábado.

t: Rone é jogador de truco.

Valor lógico de uma proposição p:

Verdadeiro:  $V(p) = V$ ;

Falso:  $V(p) = F$ .



Fonte: Shutterstock

## Proposições Compostas

- ✓ Pode ser chamada de fórmula proposicional ou uma molécula ou ainda uma proposição molecular. É uma sentença declarativa, afirmativa, de sentido completo constituída pela combinação de duas ou mais proposições simples.
- ✓ As proposições compostas serão designadas pelas letras latinas maiúsculas tais como:
- ✓ **P, Q, R, S, U, V, Z**
- ✓ Exemplos:
- ✓ "Os suíços fabricam os melhores relógios **e** os franceses, o melhor vinho".
- ✓  $= E + 2$  proposições simples
- ✓ P: Os suíços fabricam os melhores relógios.
- ✓ S: Os franceses fabricam o melhor vinho.



Fonte: Shutterstock

## Proposições Compostas

As proposições simples(átomos) combinam-se com outras ou são modificadas por alguns operadores(conectivos).

Exemplos:

P(p,q): José é dançarino **e** Carlos é estudante.

Q(p,q): José é dançarino **ou** Carlos é estudante.

R(p,q): **Se** José é dançarino **então** é feliz.

S(p,q): Comprarei uma ferrari **se e somente se** eu ganhar na sena da virada!



Fonte: Shutterstock

### Simples ou Atômicas

Latinas minúsculas:

p, q, r, s, u, v, w

r: Ariana Grande é uma cantora famosa.

q: A Copa do Mundo de 2022 será no Catar

Valor Lógico:

$V(r): V$  ou  $V(r): F$

$V(q): V$  ou  $V(q): F$

### Compostas ou Moleculares

Latinas maiúsculas:

P, Q, R, S, U, V, W

R: Se Lucas ganhar na Mega-Sena, então ele compra uma Ferrari.

Q: Madalena é escritora e professora.

Valor Lógico:

$V(R): V$  ou  $V(R): F$

$V(Q): V$  ou  $V(Q): F$

## Proposições

Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA - Analista de Sistema Operacional

Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

- a) Fernanda e Clara são colegas de classe
- b) O carro é compacto ou utilitário.
- c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
- d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
- e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA - Analista de Sistema Operacional

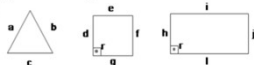
Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

- a) Fernanda e Clara são colegas de classe
- b) O carro é compacto ou utilitário.
- c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
- d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
- e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

## Operadores ou conectivos lógicos

### Sua missão

Como candidato a uma vaga de desenvolvedor trainee em uma grande empresa de tecnologia, após passar pelas entrevistas com seu futuro gestor e com o setor de recursos humanos, chegou a hora de vencer mais uma etapa: o teste de lógica. A empresa faz questão desse teste, pois sabe que um bom desenvolvedor deve mandar bem na lógica. Nesse primeiro teste, a empresa lhe forneceu uma folha com três figuras geométricas, conforme ilustra a imagem das Figuras geomé



Fonte: Shutterstock

### Sua missão

- ✓ Construir proposições, simples e compostas, que representem as regras necessárias para a construção das três figuras. Nessa mesma folha, além das figuras também vieram algumas dicas sobre a construção dos elementos geométricos apresentados:
- ✓ Para que um triângulo possa ser construído é necessário que a soma de dois lados seja sempre maior que o outro lado.
- ✓ Um quadrado é composto por quatro lados com medidas iguais e quatro ângulos de noventa graus.
- ✓ Um retângulo é composto por quatro lados com medidas paralelas iguais e quatro ângulos de noventa graus.



Fonte: Shutterstock

## Conectivos lógicos

Conectivos lógicos são termos empregados para formar novas proposições (compostas) a partir de proposições existentes (simples).

Proposições compostas representadas por letras maiúsculas (P, Q, R, T, ...).

Valor lógico de uma proposição composta  $P(p, q, \dots)$  depende unicamente dos valores lógicos das proposições  $p, q, \dots$

Exemplos:

$\sqrt{2}$  é irracional **e** 2 é racional.

**Se**  $a$  é par **então**  $a^2$  é par.

## Conectivos

Palavras ou letras	Símbolo (conectivo)	Nome
Não	$\sim$	Negação
E	$\wedge$	Conjunção
Ou	$\vee$	Disjunção
Se... então	$\rightarrow$	Condicional
... se, e somente se, ...	$\leftrightarrow$	Bicondicional

## Negação (não)

Negação ( $\sim$ )

$$V(p) = V \quad V(\sim p) = F$$

$$V(p) = F \quad V(\sim p) = V$$

Exemplos:

$p$ : 2 é primo

$\sim p$ : 2 **não** é primo

$q$ : A lua é azul.

$\sim q$ : A lua **não** é azul.

## Conjunção (e)

Conjunção ( $\wedge$ )

Se  $p$  e  $q$  são proposições, a conjunção de  $p$  e  $q$  (denotada por  $p \wedge q$ ) será uma proposição verdadeira *apenas* quando os valores lógicos de  $p$  e  $q$  foram, ao mesmo tempo, verdadeiros.

$$V(p) = V \text{ e}$$

$$V(q) = V$$

$$V(p \wedge q) = V$$

Ex:  $p$ : 2 é um número par

$q$ : 2 é um número primo

$p \wedge q$ : 2 é um número par **e** 2 é um número primo

## Disjunção (ou)

Se  $p$  e  $q$  são proposições, a disjunção de  $p$  e  $q$  (denotada por  $p \vee q$ ) será uma proposição verdadeira quando, *ao menos*, uma das proposições assumir valor lógico verdadeiro.

$$V(p) = V \text{ e } V(q) = V; \text{ ou}$$

$$V(p) = V \text{ e } V(q) = F; \text{ ou}$$

$$V(p) = F \text{ e } V(q) = V$$

$$V(p \vee q) = V$$

Ex:  $p$ :  $\sqrt{9} = 7$

$q$ :  $2^2 = 4$

$p \wedge q$ :  $\sqrt{9} = 7$  **ou**  $2^2 = 4$

## Figuras Geométricas

Com as informações você deve construir proposições simples e compostas que representem as regras necessárias para a construção das três figuras.

Pois bem, o primeiro passo é construir as proposições simples.

➤ Vamos começar pelo triângulo.

A: A soma das medidas do lado a com o lado b do triângulo abc é maior que a medida do lado c.

B: A soma das medidas do lado b com o lado c do triângulo abc é maior que a medida do lado a.

C: A soma das medidas do lado a com o lado c do triângulo abc é maior que a medida do lado b.

Agora que temos as proposições simples, vamos usar a dica 1 para construir uma expressão lógica que traduza essa regra.

Como as três proposições precisam ser verdadeiras para que seja possível construir um triângulo, teremos como resultado a expressão:  $A \wedge B \wedge C$ . Ou seja, foi necessário usar a conjunção para construir a proposição composta que representa a regra.

➤ Agora vamos construir as proposições simples para criar a regra para a construção do quadrado.

P: A medida do lado d é igual à do lado e.

Q: A medida do lado f é igual à do lado e.

S: A medida do lado g é igual à do lado f.

T: A medida do ângulo r é diferente de noventa graus.

Com a criação das proposições simples, agora podemos criar a proposição composta que representa a regra:  $P \wedge Q \wedge S \wedge \sim T$ . Veja, que na maneira como construímos a proposição simples T, foi necessário usar a negação para construir a regra correta.

É importante você ficar atento ao aspecto sintático da expressão.

➤ Por fim, vamos construir as proposições simples para o retângulo.

X: A medida do lado h é igual à do lado j.

Z: A medida do lado i é igual à do lado l.

W: A medida do ângulo r é igual a noventa graus.

Agora basta usar o(s) conector(es) corretos para criar a proposição composta que representa a regra:  $X \wedge Z \wedge W$ .

Veja que, a partir da utilização de proposições simples e conectivos lógicos, foi possível construir formas e regras que podem ser implementadas computacionalmente.

## Conectivos e classificação textual

### Sua Missão

Dando sequência ao seu teste de lógica para uma vaga de desenvolvedor *trainee* em uma grande empresa de tecnologia, chegou a hora de vencer mais um desafio, no qual você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com fórmulas.

Foram-lhe passadas duas fórmulas:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

A primeira é a famosa fórmula de Bhaskara, usada para calcular as raízes de uma equação do segundo grau ( $y = ax^2 + bx + c$ ).

Já a segunda fórmula pertence ao cálculo proposicional e é uma das leis de De Morgan. (está no livro texto)



Fonte: Shutterstock

### Sua Missão

Utilizando as constantes (a, b, c) da equação do segundo grau e da fórmula de Bhaskara, você deverá escrever proposições simples e, a partir delas, criar implicações lógicas, utilizando a notação simbólica, para as seguintes regras:

Se o coeficiente **a** for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima.

Se o coeficiente **a** for negativo, então a parábola tem a concavidade virada para baixo.

Se o valor do delta for positivo, então a equação possui duas raízes reais distintas.

Se o valor do delta for negativo, então a equação não possui raízes reais.

## Sua missão

Se o coeficiente  $a$  for positivo e o valor do delta for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima e a equação possui duas raízes reais distintas. Com base no seu conhecimento, quantas proposições simples devem ser usadas para traduzir as regras apresentadas para a fórmula da equação do segundo grau e de Bhaskara? Quais conectores devem ser utilizados para escrever a fórmula de maneira correta?



Fonte: Shutterstock

## Cálculo Proposicional

- ✓ O cálculo proposicional fornece mecanismos para validar argumentos, tais mecanismos envolvem a utilização de proposições, que podem ser simples (apenas uma afirmação) ou compostas. Nesse segundo caso, temos um encadeamento de proposições simples usando conectivos lógicos.
- ✓ Uma proposição composta pode ser criada fazendo a conjunção de duas proposições simples, neste caso são utilizadas as palavras "e", "mas", "no entanto", dentre outras para fazer a conexão.
- ✓ Também podemos criar uma proposição composta fazendo a disjunção de duas proposições simples, nesse caso usamos a palavra "ou" para a conexão.

## Condicional

Condicional ( $\rightarrow$ )

Corresponde a uma proposição do tipo "se  $p$  então  $q$ ", denotada por  $p \rightarrow q$ , que assume valor lógico falso *apenas* quando  $V(p) = V$  e  $V(q) = F$ .

$$V(p) = V \text{ e } V(q) = V; \text{ ou}$$

$$V(p) = F \text{ e } V(q) = V; \text{ ou}$$

$$V(p) = F \text{ e } V(q) = F$$

$$V(p \rightarrow q) = V$$

Ex:  $p$ :  $a$  é um número par  
 $q$ :  $a^2$  é um número par

$p \rightarrow q$ : **se**  $a$  é um número par **então**  $a^2$  é um número par

## Bicondicional

Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

Corresponde a uma proposição do tipo " $p$  se, e somente se,  $q$ ", denotada por  $p \leftrightarrow q$ , que assume valor lógico verdadeiro quando  $p$  e  $q$  foram simultaneamente verdadeiras ou falsas.

$$V(p) = V \text{ e } V(q) = V; \text{ ou}$$

$$V(p) = F \text{ e } V(q) = F$$

$$V(p \leftrightarrow q) = V$$

Ex:  $p$ : 2 é um número par

$q$ :  $2^2$  é um número par

$p \leftrightarrow q$ : 2 é um número par **se, e somente se,**  $2^2$  é um número par

## Regras de precedência para conectivos

- (1)  $\sim$
- (2)  $\wedge$  ou  $\vee$
- (3)  $\rightarrow$
- (4)  $\leftrightarrow$

Portanto, o conectivo mais "fraco" é a negação e o mais "forte" é a bicondicional.

Ex:  $p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$

1.  $p \vee q$

2.  $r \rightarrow s$

3.  $p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$

## Fórmula bem-formulada ou fbf

- ✓ Assim como fez Aristóteles, a partir de agora, vamos focar na forma e nos valores lógicos que as expressões podem assumir.
- ✓ Já sabemos que é possível criar proposições compostas, fazendo conexões entre proposições simples.
- ✓ Na verdade, podemos encadear preposições, conectivos e parênteses (ou colchetes) e formar novas expressões lógicas, as quais chamamos fórmula.
- ✓ Embora "Uma sequência qualquer de elementos do vocabulário do cálculo proposicional constitui uma fórmula" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 12), nem toda fórmula é válida.
- ✓ Segundo Gersting (2017), certas regras de sintaxe precisam ser seguidas, assim como acontece em qualquer linguagem de programação.

## Fórmula bem-formulada ou fbf

- ✓ Podemos fazer uma analogia entre as fórmulas do cálculo proposicional com as fórmulas matemáticas.
- ✓ Os conectivos lógicos são como os operadores matemáticos (soma, subtração, etc.), portanto sempre teremos um conectivo entre duas proposições. O operador de negação é como o sinal negativo na matemática e, por isso, ele pode aparecer perto de outro conector. Uma fórmula que segue as regras de sintaxe é chamada de fórmula bem-formulada ou ainda, em inglês, well-formed formula - wff (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).
- ✓ Observe abaixo,emos três exemplos de fórmulas matemáticas, três de fórmulas válidas (fbf) e três de fórmulas inválidas.

## Fórmula bem-formulada ou fbf

Fórmulas matemáticas e proposicional

Expressão matemática	fbf	Não fbf
$(2+3) \times 5$	$(A \rightarrow B) \vee C$	$AA \wedge B$
$(3+4) \times (2+3)$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	$\wedge \vee AB$
$2+3 \times -5$	$A \rightarrow B \wedge -C$	$\wedge \neg B$

1ª regra: uma proposição simples é uma fórmula bem formada

2ª regra: a negação de uma fórmula bem formada é uma fórmula bem formada

3ª regra: se p e q são fórmulas bem formadas, então  $(p \wedge q)$ ,  $(p \vee q)$ ,  $(p \rightarrow q)$  e  $(p \leftrightarrow q)$  são também fórmulas bem formadas

Exemplo:  $p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$  é bem formada/  $p \rightarrow \vee q$  não é bem formada

## Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

Como primeiro passo você deve escrever as proposições simples, as quais nos possibilitarão construir as implicações lógicas para a equação do segundo grau e a fórmula de Bhaskara.

A seguir, uma das possibilidades de se escrever essas proposições.

A: O coeficiente **a** da equação é positivo e diferente de zero.

B: A parábola tem a concavidade virada para cima.

C: A parábola tem a concavidade virada para baixo.

D: O valor do delta é positivo e diferente de zero.

E: A equação possui duas raízes reais distintas.

F: A equação não possui raízes reais.

Com as proposições simples definidas, agora podemos escrever os condicionais que representam, simbolicamente, as regras elencadas.

Para a regra 1, podemos escrever:  $A \rightarrow B$ .

Para a regra 2, podemos escrever:  $\neg A \rightarrow C$ .

Para a regra 3, podemos escrever:  $D \rightarrow E$ .

Para a regra 4, podemos escrever:  $\neg D \rightarrow F$ .

Para a regra 5, podemos escrever:  $(A \wedge D) \rightarrow (B \wedge E)$ .

Veja que na regra 5 temos uma condição que envolve a conjunção entre duas proposições.

Para construir, basta ficar atento aos conectivos que estão sendo usados na frase e na forma como se anunciou as proposições simples.

## Métodos dedutivos e inferência lógica

## Sua missão

Dando continuidade ao processo seletivo para a vaga de *trainee*, nessa última fase do processo, os contratantes querem testar seu raciocínio lógico, bem como seu conhecimento sobre as regras de dedução da Lógica Formal.

Você recebeu dois argumentos:

- a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.
- b. Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.



Fonte: Shutterstock

## Sua missão

Seu desafio é traduzir para forma simbólica os dois argumentos e provar a veracidade, usando as regras de dedução da Lógica Formal.

Cada passo na sequência de demonstração deve ser comentado, para que os avaliadores tenham certeza que você conhece o processo.

Quantos passos serão necessários para demonstrar cada argumento? Será possível fazer uma demonstração usando somente regras de inferência? Sabendo que é mais importante conhecer o processo do que decorar regras, os avaliadores permitiram que você usasse a Internet para consultar as regras de equivalência e inferência lógica. Apresentaremos na aula o item a: A solução é ácida.



Fonte: Shutterstock

## Argumento, hipótese e conclusão

- ✓ Um argumento é composto por hipóteses e conclusão, e ambas podem ser compostas por proposições simples ou fbfs.
- ✓ No argumento, as proposições são ligadas logicamente pelo conectivo de conjunção (e), as quais implicam logicamente a conclusão.
- ✓ Por isso, a ligação entre as hipóteses e a conclusão é feita por meio do conectivo condicional.
- ✓ Dado um argumento é importante validar se ele é válido ou inválido, o grande desafio é como fazer essa validação.
- ✓ A lógica possui mecanismos que permitem validá-lo, os quais são compostos pelas regras de equivalência e inferência lógica.

## Argumento, hipótese e conclusão

- ✓ Essas regras vão nos permitir avaliar a relação entre as hipóteses e a conclusão, que também pode ser chamada de consequência lógica, dedução lógica, conclusão lógica ou implicação lógica.
- ✓ "Uma proposição pode ser verdadeira ou falsa e não pode ser válida ou inválida; do mesmo modo, um argumento pode ser válido ou inválido e não pode ser verdadeiro ou falso" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 36).
- ✓ Um argumento pode ser representado de forma simbólica por:  $[P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow C]$   $P_1, P_2, P_3, P_n$  são as hipóteses.
- ✓ A letra representa C a conclusão do argumento, a qual também pode ser tanto uma proposição simples como uma fbfs (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).

## Argumento, hipótese e conclusão

Exemplo:

- ✓ D. Pedro I proclamou a independência do Brasil e Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos. Portanto, todo dia tem 24 horas.
  - ✓ Vamos separar as proposições do argumento em hipóteses e conclusão.
- A: D. Pedro I proclamou a independência do Brasil.  
B: Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos.  
C: Todo dia tem 24 horas.
- ✓ Nosso conhecimento nos permite valorar as três proposições, logo, A, B, C são todas verdadeiras.
  - ✓ Embora, tanto as hipóteses, quanto a conclusão sejam

## Argumento, hipótese e conclusão

proposições verdadeiras, o argumento é inválido, pois a conclusão nada tem a ver com as hipóteses.

- ✓ Esse exemplo deixa claro que, basear-se apenas no conteúdo de um argumento não é suficiente para dizer se ele é válido ou não.
- ✓ Para notação simbólica, logo temos a seguinte fórmula:  $A \wedge B \rightarrow C$ . Nessa fórmula quando o valor lógico de entrada da proposição A for verdadeiro e de B for falso, o resultado da implicação será falso, ou seja, existe pelo menos uma combinação de entradas, para a qual a fórmula resultará em falsa, logo essa fórmula não é uma **tautologia** e, consequentemente, não é um argumento válido.



## Tautologia

Para saber se um argumento é válido ou não, precisamos saber se ele é uma tautologia. Para fazer essa checagem, poderíamos testar todas as combinações de entrada possíveis para o argumento. Porém, se tratando da Lógica Formal, podemos usar um sistema de regras de dedução e, seguindo uma sequência de demonstração provar se o argumento é válido ou não. "Uma sequência de demonstração é uma sequência de fbfs nas quais cada fbf é uma hipótese ou o resultado de se aplicar uma das regras de dedução do sistema formal a fbfs anteriores na sequência" (GERSTING, 2017 p. 25).

## Regras de equivalência

Expressão (fbf)	Equivalente (fbf)	Nome/Abreviação
$P \vee Q$ $P \wedge Q$	$Q \vee P$ $Q \wedge P$	Comutatividade/com
$(P \vee Q) \vee R$ $(P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R)$ $P \wedge (Q \wedge R)$	Associatividade/ass
$\neg(P \vee Q)$ $\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$ $\neg P \vee \neg Q$	Leis de De Morgan/De Morgan
$P \Rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	Condicional/cond
$P$	$\neg \neg P$	Dupla negação/dn
$P \Leftrightarrow Q$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$	Definição de equivalência/que

## Equivalências lógicas

### SÃO USADAS:

**Demonstração de argumentos válidos.**

**Conjuntos e suas propriedades.**

**Por ter características semelhantes a aritmética sobre números, tais propriedades são conhecidas "Álgebra das Proposições".**

## Principais regras de inferência:

Modus ponens;  
Modus tollens;  
Regra da adição;  
Regra da simplificação;  
Regra da absorção;  
Silogismo hipotético;  
Silogismo disjuntivo;  
Regra da bicondicional;  
Dilema construtivo;  
Dilema destrutivo.

## Modus Ponens

A partir de  $A \rightarrow B$  e  $A$ , infere-se  $B$ .

O argumento tem duas premissas:

-A condição "se - então", nomeadamente que  $A$  implica  $B$ .

- $A$  é verdadeiro.

Destas duas premissas pode ser logicamente concluído que  $B$  tem de ser também verdadeiro.

Ex: - Se chover, então fico em casa.  
- Choveu.  
- Então fico em casa.

Exemplo:

Premissa 1:  $\sim p$

Premissa 2:  $\sim p \rightarrow q$

Premissa 3:  $q \rightarrow r$

Demonstração:

1.  $\sim p$  (premissa 1)
2.  $\sim p \rightarrow q$  (premissa 2)
3.  $q \rightarrow r$  (premissa 3)
4.  $q$  (modus ponens de 1 e 2)
5.  $r$  (modus ponens de 3 e 4)

Conclusão:

$r$

a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.

Vamos começar pelo argumento (a):

a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.

Vamos traduzir o argumento para proposições:

P: O papel de tornassol fica vermelho.

Q: A solução é ácida.

Agora é possível traduzir o argumento para forma simbólica:  $P \rightarrow Q, P \vdash Q$ . A

gora podemos começar a sequência de demonstração, iniciando pela enumeração das hipóteses, seguida da aplicação de regras de dedução:

1.  $P \rightarrow Q$  (hip).
2.  $P$  (hip).
3.  $Q$  (1, 2 MP).

No item 1 tem-se a primeira hipótese  $P \rightarrow Q$ .

No segundo item, a segunda hipótese, lembrando que cada hipótese é conectada pela conjunção e, que cada uma delas pode ser fbf.

Após elencar as hipóteses, consultamos o Quadro 3.6: e vimos que era possível aplicar a regra de Modus Ponens, ao aplicá-la na linha 3, chegamos exatamente na conclusão do argumento, logo esse argumento é válido.

Quadro 3.6 | Regras de inferência

Ex (fbi)	Premissa dedução (fbi)	Nome/Abreviação
$P \rightarrow Q, P$	$Q$	Modus Ponens/MP
$P \rightarrow Q, \neg Q$	$\neg P$	Modus Tollens/MT
$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo Hipotético/SH
$P \wedge Q$	$P \vee Q$	Conjunção/conj
$P \vee Q$	$P \wedge Q$	Simplicação/simp
$P$	$P \vee Q$	Adição/ad

Fonte: adaptado de Gentling (2017, p. 17).

Entenderam a importância da compreensão dessa nova linguagem?



Fonte: <https://pbr.com/en/7003>

## Recapitulando

Introdução à Lógica Proposicional ;  
Conectivos e Classificação Textual;  
Inferências.