# Lógica Computacional

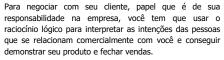
Princípios Fundamentais da Matemática e da Lógica

Prof<sup>a</sup>. Ms. Adriane Ap. Loper

- Unidade de Ensino: Lógica de Programação
- Competência da Unidade Conhecer elementos indispensáveis para um profissional da área de exatas no que diz respeito ao raciocínio lógico, crítico e estruturado, por meio de técnicas de demonstração Resumo: Abordaremos a introdução à lógica matemática, conhecendo e analisando as proposições Palavras-chave: lógica, indutiva, dedutiva
- Título da Teleaula: Princípios Fundamentais da Matemática e da Lógica
- Teleaula nº: 01

#### Contextualizando

Você trabalha em uma empresa de tecnologia que ajudou a fundar, uma *startup* que desenvolve aplicativos para o setor industrial.



Depois projetaremos um circuito de modo que cada membro vote a favor apertando um botão e, ao final do processo, uma luz se acenderá caso o projeto seja aprovado.



Fonte: Shuttersti

#### Contextualizando

E para finalizar, veremos as probabilidades di computadores estarem sobrecarregando a rede. Vamos aprender?



zk Fonte: Shutterstock

# Fundamentos da lógica

### Sua missão

Seu desafio é interpretar se um negócio pode ou não ser fechado a partir de frases contidas nos e-mails de seus clientes.

cliences. Você deverá utilizar as classificações de lógica indutiva e dedutiva para esse exercício e pensar sobre possíveis diálogos de negociação.

O ponto principal a ser entendido é: a partir de uma determinada frase do cliente, como podemos inferir algumas outras conclusões com grande probabilidade de acerto, ou seja, visando à venda de um produto?

Por exemplo, a partir de um e-mail do cliente, você extraiu as seguintes frases:

"Realizamos dezenas de testes com o seu software e em todos ele foi capaz de chegar à melhor solução para

#### Sua missão

nosso problema."

"Nos últimos anos, os softwares que resolveram nossos problemas foram adquiridos para a melhoria de nossos processos."

Você deverá concluir, com base na lógica clássica, se o cliente está motivado a adquirir o produto compondo argumentos e esclarecendo se a lógica utilizada é a indutiva ou a dedutiva.

#### Lógica

A lógica é a arte de pensar corretamente ou a lógica é um estudo dos modos corretos do pensamento(SOARES, 2014, p. 1).

Segundo Forbellone (2005, p. 1), lógica é a "arte de bem pensar", que é a "ciência das formas do pensamento".

O estudo da lógica nos permite, portanto, de forma prática, entender como nosso raciocínio lógico é formado, fundamentar nossos argumentos, escrever e registrar de forma organizada, nos comunicar melhor, além de fazer conexões entre diversos assuntos e entender melhor o mundo que está a nossa volta.

A lógica é a ciência que estuda os argumentos, suas premissas e conclusões, os métodos e princípios que possibilitam a distinção entre argumentos válidos e não válidos.



#### Definições

- ✓ Proposição: consiste em um enunciado, uma frase declarativa.
- ✓ Premissas: consistem em proposições que são utilizadas como base para um raciocínio. Pode-se dizer que são as proposições do silogismo.
- Argumento: conjunto de enunciados que se relacionam uns com os outros.
- Silogismo: consiste em um raciocínio dedutivo (premissas) e possibilita a dedução de uma conclusão a partir das premissas.
- Falácia: consiste em argumentos que logicamente estão incorretos.

#### Proposições

- Denomina-se **proposição** a toda frase declarativa, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um juízo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: **verdadeiro** ou **falso**.
- Proposição: consiste em um enunciado, uma frase declarativa.
- ✓ Exemplos:

Marte é um planeta do Sistema Solar.

São Paulo é a capital do Paraguai.

O 11 é um número primo..

#### Inferências

- Inferência é o processo que permite chegar a conclusões a partir de premissas, constituindo a argumentação lógica perfeita.
- ✓ A inferência,, pode ser de dois tipos: indutiva e dedutiva.
- ✓ Uma inferência inválida é chamada falácia.

#### Lógica Formal

- A **lógica formal** começa nos estudos de Aristóteles, na Grécia Antiga.
- A lógica é dita formal quando analisa e representa a forma de qualquer argumento para que possa ser considerado válido para alguma conclusão.
- A lógica formal lida com as relações entre premissas e as conclusões que se chegam a partir das premissas, independentemente se a premissa é verdadeira ou falsa (MINDIM 2002).
- (MUNDIM, 2002). A partir de duas frases, que são as premissas, chegamos a uma conclusão:

Todos os homens são mortais.

Elias é homem.

Logo, Elias é mortal.





# Startup de tecnologia

Vamos retomar as frases extraídas do e-mail do cliente:

1)Realizamos dezenas de testes com seu software e em todos ele foi capaz de chegar à melhor solução para nosso

Portanto, o software da sua empresa resolve o problema do cliente.

As dezenas de testes individuais em diferentes contextos nos permitem concluir que o software atendeu às expectativas do cliente e resolve o problema da indústria.

Com relação à segunda frase, podemos realizar a seguinte inferência:

2) "Nos últimos anos, os softwares que resolveram nossos problemas foram adquiridos para a melhoria de nossos processos."

Portanto, o cliente sempre adquire os softwares que resolvem seus problemas.

Em todas as situações anteriores, a empresa acatou à solução trazida pelo fornecedor para a solução dos seus problemas. As duas conclusões apresentadas poderiam, por sua vez, ser

As duas conclusões apresentadas poderiam, por sua vez, ser combinadas por meio de um raciocínio dedutivo para se chegar a uma conclusão:
O cliente sempre adquire os softwares que resolvem seus

O cliente sempre adquire os softwares que resolvem seus problemas.

O software da sua empresa resolve o problema do cliente.

A conclusão natural da dedução, seria:

Portanto, o software de sua empresa será adquirido.

Isso mostra que as perspectivas são positivas para o fechamento do negócio, mas não se esqueça de que as conclusões do raciocínio indutivo são válidas até que ocorra um contraexemplo.

Então, antes de comemorar, é melhor esperar que o cliente confirme formalmente a aquisição do software após as negociações finais.

# Evolução da Lógica

#### Lógica - Início

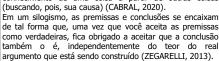
- ✓ Lógica é o estudo da estrutura e dos princípios relativos ao raciocínio, à estruturação do pensamento, com ênfase na argumentação, que pode ser considerada como válida ou inválida.
- ✓ Com base em premissas, ela permite a construção do raciocínio indutivo ou dedutivo, e também a realização de operações lógicas simbólicas e demonstrações matemáticas.
- ✓ Podemos classificar a estudo da lógica em três grandes períodos: o Período Aristotélico, o Período Booleano e o Período Atual.



Fonte: Shutterstock

#### Silogismo

Silogismo nada mais é do que um argumento constituído de proposições das quais se infere (extrai) uma conclusão. Assim, não se trata de conferir valor de verdade ou falsidade às proposições (frases ou premissas dadas) nem à conclusão, mas apenas de observar a forma como foi constituído. É um raciocínio mediado que fornece o conhecimento de uma coisa a partir de outras coisas (buscando, pois, sua causa) (CABRAL, 2020).





#### Silogismo

Considere, por exemplo, o seguinte argumento lógico dedutivo:

Premissas:

Todos os brasileiros torcem pelo Brasil.

José é brasileiro.

Conclusão: José torce pelo Brasil.

Assumindo as premissas como **verdadeiras**, concluímos que José torce pelo Brasil. Observe que ao analisarmos as premissas, não podemos fazer juízo de valor sobre elas. O argumento lógico é deduzido a partir daquilo que é

O argumento lógico é deduzido a partir daquilo que é colocado como **verdade**, e a nossa opinião sobre a validade das premissas não pode interferir na elaboração da conclusão.



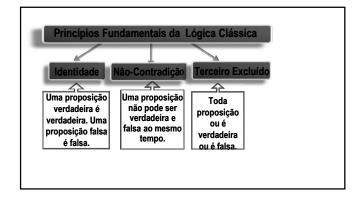
strak .

#### Período Aristotélico - Lógica Clássica

A Lógica Clássica, é regida, basicamente, por três princípios: o da identidade, o da não contradição e o do terceiro excluído.

excluído.

O mais importante é que esses princípios funcionam como leis que permitirão a formulação de conclusões lógicas sobre proposições, mesmo que não estejamos familiarizados com a natureza daquilo que está sendo discutido (ZEGARELLI, 2013).



#### Princípios fundamentais da lógica

- O princípio da identidade: garante que uma proposição é igual a si mesma. Isso parece estranho em um primeiro momento, mas do ponto de vista formal é necessário garantir isto;
- 2. Princípio da não-contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;
- Princípio do terceiro excluído: uma proposição ou é verdadeira ou é falsa; não existe uma terceira alternativa.

# Lógica Clássica

Banca: PC-SP Órgão: PC-SP Prova: PC-SP - Delegado de

Em lógica, pelo princípio do terceiro excluído,

- a) uma proposição falsa pode ser verdadeira e uma proposição falsa pode ser verdadeira.
- b) uma proposição verdadeira pode ser falsa, mas uma proposição falsa é sempre falsa. c) uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa, não
- há outra possibilidade.
- d) uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa.
- e) nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Banca: PC-SP Órgão: PC-SP Prova: PC-SP - Delegado de

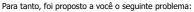
Em lógica, pelo princípio do terceiro excluído,

- a) uma proposição falsa pode ser verdadeira e uma proposição falsa pode ser verdadeira.
- b) uma proposição verdadeira pode ser falsa, mas uma proposição falsa é sempre falsa. c) uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa, não
- há outra possibilidade.
- d) uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa.
- e) nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

# Evolução da Lógica -Álgebra Booleana

#### Sua missão

Você deverá elaborar uma apresentação destacando como conceitos como aberto e fechado, ou ligado e desligado podem ser representados e trabalhados com uma álgebra hooleana.



O comitê diretor de uma multinacional é formado por três membros: o diretor executivo, o vice-diretor financeiro e o vice-diretor de relações institucionais.

Um projeto de criação de uma filial dessa empresa em um país emergente será votado pelo comitê, e o projeto só passará se o diretor executivo votar a favor e obtiver

Você deverá projetar um circuito de modo que cada membro vote a favor apertando um botão e, ao final do



#### Sua missão

processo, uma luz se acenderá caso o projeto seja aprovado.

Esse circuito poderá ser utilizado em outras votações pelo mesmo comitê.

Como você projetará esse circuito?

Que relação esse projeto guarda com aspectos da evolução da lógica?



#### Álgebra Booleana

George Boole foi o inventor da chamada Álgebra Booleana, que foi o primeiro sistema totalmente detalhado que lida com a lógica como cálculo.

Podemos dizer que a Álgebra Booleana se caracteriza por roueinos dizer que a Algenta Booleana se caracteriza por utilizar apenas dois números (dígitos), 0 e 1, que significam, respectivamente, falso e verdadeiro, e que por meio de propriedades essenciais dos operadores lógicos e de conjuntos oferece uma estrutura para se lidar com proposições.

Considere, por exemplo, as seguintes afirmações: (A) O Brasil é um país da América do Sul. Verdadeiro (B) Pablo Picasso é um grande jogador de futebol. Falso Assumindo a primeira proposição como verdadeira e a segunda como falsa, podemos dizer que:(A) = 1 (B) = 0



### Álgebra Booleana

Na Álgebra Booleana a adição é associada ao conectivo *ou.* Assim, a proposição "O Brasil é um país da América do Sul ou Pablo Picasso é um grande jogador de futebol" pode ser representada como: (A) + (B) = 1 + 0 = 1. (Verdadeira).

E na Álgebra Booleana a multiplicação é associada ao conectivo e. Assim, a proposição "O Brasil é um país da América do Sul e Pablo Picasso é um grande jogador de futebol" pode ser representada como: (A) x (B) = 1 x 0 = 0

Embora o cálculo dos valores seja parecido ao da aritmética convencional, o significado dessas operações é puramente



#### Álgebra dos Conjuntos

Georg Cantor foi o idealizador da Teoria de Conjuntos. A Álgebra dos Conjuntos, advinda da Teoria de Conjuntos, com operações particulares como União (U) e Intersecção (N) serviu não apenas como uma estrutura de linguagem para a lógica formal, mas também como alicerce de toda a Matemática Moderna.



Operadores lógicos:		
Operationes logicos.	~	O til corresponde à operação lógica NEGAÇÃO. Alguns autores também utilizam o símbolo == para designar negação.
	٨	A cunha corresponde à operação lógica CONJUNÇÃO. Em programação, a conjunção é representada pela palavra AND, ou pelo simbolo & , que corresponde ao conectivo e.
	٧	A letra v corresponde à operação lógica DISJUNÇÃO. Equivale à palavra ou em seu sentido inclusivo. Em programação, a conjunção é também representa- da pela palavra OR.
	$\rightarrow$	A seta corresponde à operação CONDICIONAL. Em português, corresponde à relação "se; então".
		A dupla seta corresponde à operação BICONDICIONAL. Em português, cor- responde à relação "se, e somente se,".

# Startup de tecnologia - Combinação de Valores lógicos

vamos determinar como se dará Inicialmente funcionamento do interruptor desse circuito. Um interruptor é um dispositivo ligado a um ponto de um circuito, que pode assumir um dos dois estados, "fechado" ou "aberto". No estado "fechado" (que indicaremos por 1) o interruptor permite que a corrente passe através do ponto, enquanto no estado "aberto" (que indicaremos por 0) nenhuma corrente pode passar pelo ponto (ABAR, 2004). Quando tivermos a passagem de corrente (estado 1), uma luz ligada en circuita con control de cont ao circuito se acenderá. De modo análogo, quando não tivermos a passagem de corrente (estado 0) a luz não se acenderá.

nossa apresentação, representaremos o diretor executivo pela letra **A**, o vice-diretor financeiro pela letra **B** e o vice-diretor de relações institucionais pela letra **C**. Podemos então, elaborar uma tabela com a combinação de todos os valores lógicos (1 ou 0) para os votos dos membros do comitê:

#### Combinação de valores lógicos:

A	В	С	Resultado
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

A tabela nos mostra que das oito combinações possíveis, em apenas três situações a luz se acenderá e o projeto será aprovado. O valor lógico para o circuito A (diretor executivo) obrigatoriamente deverá ser igual a 1. Além disso, para que o projeto seja aprovado, o circuito de um dos dois vicepresidentes (ou ambos) também deverá ser igual a 1. Logo, a luz ligada aos circuitos só se acenderá e o projeto só será aprovado, quando o valor lógico na ultima coluna da tabela

Assim, projetando o circuito para acendimento da lâmpada conforme a configuração apresentada na tabela, teremos um protótipo que poderá ser utilizado não apenas nessa votação, mas também em outras votações desse comitê. Perceba que para elaboração desse projeto utilizamos uma linguagem simbólica (lógica simbólica) baseada na álgebra booleana.

# Princípios matemáticos

#### Sua missão

Você é colaborador de uma *startup* de tecnologia e mais um desafio lhe é apresentado, agora relacionado ao número de dispositivos que têm acesso a uma determinada rede de computadores privada (do tipo intranet).



Essa rede de computadores foi configurada de tal modo que, cada um dos 3 escritórios da empresa (A, B, C) tem cinco pontos de acesso à rede.

Em um determinado momento havia 13 computadores conectados à rede e uma sobrecarga foi detectada por um software de gerenciamento de fluxo de dados.

Essa sobrecarga foi causada em um escritório em que cinco computadores estavam conectados à rede.

#### Sua missão

Deseja-se saber qual é a probabilidade (chance) de que essa sobrecarga tenha partido do escritório *C*. Você deverá apresentar a solução desse problema de forma detalhada a seu superior imediato. Será que você consegue?



#### Contextualizando

- De quantas maneiras podemos escolher uma senha válida para um computador?
- Qual é a probabilidade de eu ganhar um prêmio de loteria?
- Qual é a rota mais curta entre duas cidades, considerando um determinado meio de transporte?
- Como podemos ordenar uma lista de inteiros de modo que os inteiros figuem em ordem crescente?
- Em quantos passos podemos fazer essa ordenação?

#### Matemática Discreta ou Matemática Combinatória

- Segundo Picado (2008), a matemática discreta (também conhecida como matemática finita ou matemática combinatória) é um ramo da matemática voltado ao estudo de objetos e estruturas discretas ou finitas (estruturas discretas são estruturas formadas por elementos distintos desconexos entre si).
- ✓ Genericamente, a matemática discreta é usada quando contamos objetos, quando estudamos relações entre conjuntos finitos e quando processos (algoritmos) envolvendo um número finito de passos são analisados.
   ✓ Nos últimos anos tornou-se uma disciplina
- Nos ultimos anos tornou-se uma disciplina importantíssima porque nos computadores a informação é armazenada e



Fonte: Shutterstock

#### Matemática Discreta ou Matemática Combinatória

manipulada de forma discreta.

✓ A matemática discreta aborda fundamentalmente três tipos de problemas que surgem no estudo de conjuntos e estruturas discretas: problemas de existência (existe algum arranjo de objetos de um dado conjunto satisfazendo determinada propriedade?); problemas de contagem (quantos arranjos ou configurações desse tipo existem?); problemas de otimização (de todas as configurações possíveis, qual é a melhor, de acordo com determinado critério?) (PICADO, 2008).



Fonte: Shutterstock

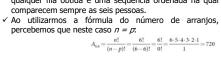
#### Arranjos

- ✓ De acordo com Iezzi *et al.* (2004), dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se **arranjo** dos n elementos, tomados p a p, a qualquer sequência ordenada de p elementos distintos escolhidos entre os nexistentes.
- ✓ Para determinar o número de arranjos podemos utilizar a fórmula  $An, p = \frac{n!}{(n-p)!}$
- Para ilustrar esse conceito, considere o conjunto  $A=\{1,2,3,4\}$ . Vamos determinar o número de arranjos desses quatro elementos (n=4) tomados dois a dois
- $\rho$  −(2). ✓ Utilizando a fórmula para determinação do número de arranjos, temos que:  $A_{42} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{24}{2} = 12$



#### Permutação

- ✓ Um caso especial de arranjo, denominado **permutação**, é obtido quando dado um conjunto com *n* elementos distintos, selecionamos exatamente n elementos para formar a sequência ordenada.
- ✓ Considere, por exemplo, o problema de se determinar de quantas maneiras seis pessoas A, B, C, D, E e F podem ser dispostas em uma fila indiana. Cada maneira de compor a fila é uma permutação das seis pessoas, pois qualquer fila obtida é uma sequência ordenada na qual







### Combinação

- ✓ A **combinação**, considera cada sequência obtida como elementos distintos, chama-se combinação dos n elementos, tomados p a p, a qualquer subconjunto formado por p elementos distintos escolhidos entre os n
- utilizar a fórmula:  $C_{n,p} = \frac{1}{p!(n-p)!}$
- ✓ Considere, por exemplo, que dos cinco funcionários A, B, C, D e E de uma empresa do setor de Tecnologia da Informação, três serão promovidos. Queremos determinar todas as combinações desses cinco funcionários, tomados dois a dois.



### Combinação

✓  $n=5 \text{ e } p=2 \text{ } C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$  $C_{5,2} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{120}{2 \cdot 6} = \frac{120}{12} = 10$ 



- ✓ Temos, portanto, 10 possibilidades de escolha de três
- funcionários para serem promovidos.

  Mais importante do que nos preocuparmos com as fórmulas é sabermos interpretar o problema e dispormos de ferramentas variadas para sua resolução.

#### Árvore de Decisão

- ✓ A árvore de decisão é uma importante ferramenta para auxiliar na tomada de decisões e pode ser muito utilizada em diversos algoritmos, o qual se trata de uma sequência ordenada de instruções a serem seguidas para se chegar a um objetivo, resultado e ou uma ação.
- Outra forma de representarmos os possíveis resultados de uma ordenação (listas) é a utilização de um diagrama chamado Árvore de Decisão.
- ✓ Uma árvore de decisão é uma estrutura hierárquica que representa um mapeamento de possíveis resultados de uma série de escolhas relacionadas.
- √ Elas podem ser usadas tanto para conduzir diálogos informais



# Árvore de Decisão quanto para mapear um algoritmo que prevê a melhor decisão (escolha), matematicamente, além de auxiliar na criação de planos de ação. Em geral, uma árvore de decisão inicia a partir de um único nó de origem (chamado de nó raiz), que se divide em possíveis resultados. O nó raiz é representado por um elemento no topo

## Startup de tecnologia

- ✓ Como colaborador de uma *startup* de tecnologia, você se deparou com o seguinte problema: uma rede de computadores privada da empresa foi configurada de tal modo que cada um dos 3 escritórios da empresa (*A*, *B*, *C*) tem cinco pontos de acesso à rede. Em um determinado momento, havia 13 computadores conectados à rede e uma sobrecarga foi detectada por um software de geregoiamento de fluvo de adados.
- um software de gerenciamento de fluxo de dados. ✓ Essa sobrecarga foi causada em um escritório em que cinco computadores estavam conectados à rede. Desejase saber qual é a probabilidade (chance) de que essa sobrecarga tenha partido do escritório C.
   Pelo princípio multiplicativo sabemos que há um total de 3x5=15 pontos de acesso a essa rede.

- Como no momento da detecção da sobrecarga havia 13 computadores conectados à rede, temos dois cenários possíveis:
- (I) havia dois escritórios com todos os pontos de acesso (I) havia dos escritórios com dodos os pontos de acesso utilizados e um terceiro escritório utilizando apenas três pontos de acesso ou;
   (II) havia um escritório utilizando todos os pontos de acesso e dois escritórios utilizando 4 pontos de acesso.



- ✓ Considerando os dois cenários, temos um total de 6 possibilidades de utilização dessa rede no momento da sobrecarga. Dessas 6 possibilidades, em três cenários temos o escritório  ${\mathcal C}$  utilizando todos os seus pontos de acesso.
- ✓ Poderíamos, portanto, presumir que há  $\frac{3}{6}$ =0,5 = 50% de probabilidade de a sobrecarga ter sido causada pelo
- ✓ Uma análise mais detalhada, no entanto, revela que em dois dos três cenários em que o escritório C utiliza todos os seus pontos de acesso, há outros escritórios que também estão utilizando todos os pontos de acesso. ✓ Ao apresentar sua conclusão ao seu superior imediato,
- esse detalhe não poderá ser omitido.

Entenderam a constituição e evolução da lógica?



Recapitulando	<ul> <li>✓ Fundamentos da Lógica;</li> <li>✓ Evolução da Lógica;</li> <li>✓ Princípios Matemáticos.</li> </ul>