NOTAS DE PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

EEL7522

Segundo Semestre Letivo de 2020

Aluno: Leonardo José Held
Professor: Dr. Joceli Mayer

Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica
Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil

Conteúdo

Capítulo 1

Módulo 1

1.1 Introdução

1.1.1 Objetivos

- Estudo de sinais e como podem ser utilizados para transmitir, armazenar e processar informação na forma digital.

1.1.2 Exemplos e aplicações

- Exemplos de sinais: ECG, voz. Sinais geralmente dependem do tempo mas podem ter dependência em outras variáveis.
- Possibilidade de vários sensores, gerando informação multidimensional.
- Um exemplo de sinal multi(bi-)dimensinal é uma imagem monocromática, onde cada ponto tem duas coordenadas posicionais que servem de input para uma função que indica a luminosidade daquele ponto

específico.

$$\text{Intensidade}(x, y)$$

- Outro exemplo é uma foto colorida, que é um sinais bi-dimensional, só que com três canais de cores (como em RGB) sobrepostos.

$$R(x, y) + G(x, y) + B(x, y)$$

- Um vídeo é outro sinal mas com dependência temporal adicionada

$$R(x, y, t) + G(x, y, t) + B(x, y, t)$$

1.1.3 Classificação em dimensões

- Sinais, neste escopo, podem então ser classificados em dimensionalidade e número de canais (canais estes que dependem de variáveis).
- Sinais podem ser **discretos** ou **contínuos**.
- Sinais discretos são definidos apenas para certos pontos na variável dependente.
- Um sinal contínuo é definido para todos os pontos na variável dependente.

  Sinal Amostrado vs. Sinal Digital:

- Sinal Amostrado: discreto no tempo **contínuo em amplitude**.

- Sinal Digital: discreto no tempo **discreto em amplitude**.

  O sinal Digital é um sinal Amostrado e quantizado para apenas seletos possíveis valores de amplitude.

- Vale notar que o sinal digital pode ter n quantas de amplitude.

1.2 Conceitos Básicos de Sinais Discretos

1.2.1 Representação

- Sinais são representados por sequências de amostras (números).

$$\text{Sinal} = \{x[n]\}, n \in \mathbb{N}$$

- $x[0]$, numa representação por sequência deve ser indicada por uma flecha.

$$x[n] = -1, -2.2, 2_{\uparrow}, 3, 56$$

- Um sinal contínuo pode ser amostrado no tempo, sendo representado por

$$x[n] = x_a(t)_{t=nT} = x_a(nT)$$

  Onde T denota o período de amostragem. A frequência de amostragem F_t é o inverso do período.

- Sinal Complexo:

$$\{x[n]\} = \{x_{re}[n]\} + \{x_{im}[n]\}$$

A sequência conjugada é a conjugação de cada termo da sequência.

- Sequências podem ser finitas ou infinitas.
- Seja a sequência finita $x[n]$ definida para o intervalo $N_1 \leq n \leq N_2$, então o comprimento do intervalo será $N_2 - N_1 + 1$.
- O comprimento da sequência pode ser alterado adicionando zeros.

1.3 Operações em sequências

- Tamanho do sinal pode ser definido usando representação no espaço L_p:

$$|x|_p = (\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^p)^{\frac{1}{p}}$$

onde $p = 2$ dá o RMS do sinal, $p = 1$ é o valor médio absoluto e $p = \infty$ é o valor absoluto de pico da sequência.

1.3.1 Operações básicas

- **Modulação em amplitude**:

$$y[n] = x[n] \cdot w[n]$$

Essencialmente o uso da amplitude de um sinal para escalar ou modular a amplitude do outro.

- **Adição**:

$$y[n] = x[n] + w[n]$$

- **Multiplicação**:

$$y[n] = A \cdot x[n]$$

Um ganho no sinal.

- **Deslocamento no tempo**:

$$y[n] = x[n - N]$$

Para $N > 0$, atraso Para $N < 0$, avanço

- **Reversão**:

$$y[n] = x[-n]$$

Como algumas operações requerem um comprimento igual das sequências, pode-se encher a menor com zeros afim de aplicar as operações.

- **Ensemble Average**:

  Seja d_i um vetor de ruído aditivo aleatório interferindo na i-ésima medida s de algum dado

$$x_i = s + d_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} x_i = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} s + d_i = s + \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} d_i$$

  O termo s sai do somatório dado que

$$\sum_{i=1}^{K} s = K \cdot s$$

  assumindo que seja um sinal totalmente reprodutível.

1.3.2 Alteração de taxa de Amostragem

- Adaptar a taxa para interconectar sistemas.

  Seja uma sequência $x[n]$ com uma TA F. Quer-se adaptar essa taxa gerando um novo sinal $y[n]$ com TA F'.

- Pode se definir uma Razão de Alteração

$$R = \frac{F'}{F}$$

Se $R > 1$, tem-se interpolação.

Se $R > 1$, tem-se decimação.

- **Interpolação**:

  Por fator inteiro $L > 1$: Inserção de $L-1$ amostras com valor zero entre cada ponto da sequência já estabelecido. Um upsampling.

- **Decimação**:

  Por fator inteiro $M > 1$: Remoção de $M-1$ amostras entre cada duas consecutivas da sequência já estabelecida.

  Literalmente matar amostras de maneira periódica.

1.4 Classificação de sinais

1.4.1 Simetria

- Sequência conjugada-simétrica:

  $$x[n] = x^{\star}[-n]$$

  e se x[n] for real

  $$x[n] = x^{\star}[-n] = x[-n]$$

  o que implica em $x[n]$ ser par.

- Sequência conjugada-antisimétrica:

  $$x[n] = -x^{\star}[-n]$$

e se x[n] for real

$$x[n] = -x^{\star}[-n] = -x[-n]$$

o que implica em $x[n]$ ser ímpar.

Qualquer soma pode ser escrita pela soma das suas partes conjugada-simétria e antisimétrica.

1.4.2 Periodicidade

- Se $x[n] = x[n + kN]$ para N inteiro positivo, k inteiro, então é um sinal periódico. O menor N que satisfaça a equação é o período fundamental.

1.4.3 Energia

- Sinal com energia infinita e potência média finita $\rightarrow$ **sinal de potência**.
- Sinal com energia finita e potência média nula $\rightarrow$ **sinal de energia**.

1.4.4 Delimitação

- Limitação em amplitude se existe uma faixa delimitada de amplitudes.
- Uma sequência é absolutamente somável se

$$\sum_{n=-\infty} \infty$$

1.5 Relações úteis

- $$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$
- $$u[n] = \sum_{m=-\infty}^{n}$$
- $$x[n]\delta[n-n_0 = x[n_0]\delta[n-n_0]$$
- Para se ter um sinal **discreto** periódico, é necessário que

  $$\omega_0 N = 2\pi r$$

  Nem sempre existem N e r tal que essa relação será comtemplada.

1.6 Processo de Amostragem

- Sinal de tempo discreto é gerada a partir da amostra de um sinal de tempo contínuo da seguinte forma:

  $$x[n] = x(nT)$$

Quando $t = t_n = nT$ implica em

$$t_n = \frac{n}{F} = \frac{2\pi n}{\Omega}$$

Onde F denota a frequência de amostragem.

- Duas sequências exponenciais podem gerar as mesmas amostras se

$$\Omega_1 = \Omega_0 + 2\pi k$$

- Aliasing: diferentes sinais contínuos geram o mesmo sinal discreto devido a baixa taxa de amostragem, gerando perda de informação. No espectro da frequência imbuí numa superposição de espectros.

- Para evitar aliasing, frequência de amostragem deve ser maior que a maior frequência do espectro do sinal a ser amostrado.